УДК 519.7

DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2021.4.2

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ ЛЯПУНОВА ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ВНЕШНИМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ: АНАЛИЗ

М.В. Хлебников, Я.И. Квинто

Аннотация. В работе рассматривается линейная динамическая система в дискретном времени, подверженная воздействию произвольных ограниченных внешних возмущений, матрица которой принадлежит выпуклому аффинному семейству. Предложен простой подход к построению параметрической квадратичной функции Ляпунова для данной системы. В его основе лежит систематическое применение аппарата линейных матричных неравенств, а также полезный технический прием, позволяющий обособить матрицу системы и матрицу функции Ляпунова в матричного неравенстве, представляющем собой условие устойчивости системы. Этот прием достаточно известен, однако для динамических систем, подверженных воздействию неслучайных ограниченных внешних возмущений, он ранее не применялся. Как показывают результаты численного моделирования, использование предложенного подхода для построения параметрической функции Ляпунова для рассматриваемого класса систем приводит к заметно меньшему консерватизму по сравнению с использованием общей квадратичной функции Ляпунова.

Ключевые слова: динамическая система, линейная дискретная система, параметрическая квадратичная функция Ляпунова, общая квадратичная функция Ляпунова, ограниченные внешние возмущения, робастность, линейные матричные неравенства, задача анализа, консерватизм, структурированная матричная неопределенность.

ВВЕДЕНИЕ

Большой теоретический и практический интерес представляет исследование динамических систем в условиях параметрической неопределенности и внешних возмущений. Один из классических подходов к решению данного класса задач основан на построении общей квадратичной функции Ляпунова для всего семейства систем [1–4], а удобным техническим инструментом служит аппарат линейных матричных неравенств [5].

Однако, как хорошо известно, использование общей функции Ляпунова часто приводит к довольно консервативным результатам [6]. В связи с этим обратимся к проблематике построения параметрической функции Ляпунова для непрерывных и дискретных систем с неопределенностью. В работах [6–8] продемонстрированы преимущества построения параметрической квадратичной функции Ляпунова и показано, что применение данного подхода приводит к уменьшению консервативности решения по сравнению с использованием общей функции Ляпунова. Среди сравнительно недавних публикаций по этому вопросу отметим, например, работы [1, 9–11]. В статье [8] был предложен эффективный способ построения параметрической квадратичной функции Ляпунова с помощью линейных матричных неравенств в рамках исследования устойчивости аффинного семейства непрерывных систем; в статье [7] этот подход был распространен на случай дискретных систем с параметрической неопределенностью. В работе [12] результат из статьи [7] был обобщен на случай дискретной системы с параметрической и структурированной матричной неопределенностью.

В настоящей статье исследуется построение параметрической квадратичной функции Ляпунова для аффинного семейства дискретных систем, подверженных воздействию произвольных ограниченных внешних возмущений. Задачи такого рода нередко встречаются в приложениях и имеют прозрачную физическую мотивацию (см., например, работы [9, 13]). При этом в качестве важного технического приема используется и обобщается предложенное в статье [7] (см. также статью [14]) эквивалетное представление условия устойчивости системы в виде матричного неравенства, позволяющее обособить матрицу системы и матрицу функции Ляпунова. Этот прием породил целый ряд дальнейших обобщений, однако для динамических систем, подверженных воздействию неслучайных ограниченных внешних возмущений, он ранее не применялся. Соответствующее утверждение, сформулированное ниже в виде теоремы 1, является новым, так же как и полученная на его основе теорема 2. Как показывают результаты численного моделирования, ее использование для построения параметрической функции Ляпунова для рассматриваемого класса систем приводит к заметно меньшему консерватизму по сравнению с использованием общей квадратичной функции Ляпунова.

Сравнительно близкая задача рассматривалась в статье [6], где были установлены новые достаточные условия робастной квадратичной устойчивости дискретной системы с параметрической неопределенностью. Мы рассматриваем более общую постановку задачи; при этом в качестве технического средства используется аппарат линейных матричных неравенств.

Статья структурирована таким образом: § 1 посвящен постановке задачи и подходу к её решению; основные результаты сформулированы в § 2; результаты численного моделирования рассматриваются в § 3.

Всюду далее $\|\cdot\|$ – евклидова норма вектора и спектральная норма матрицы, $^{\mathrm{T}}$ – символ транспонирования, I – единичная матрица соответствующей размерности, а все матричные неравенства понимаются в смысле знакоопределенности матриц.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПОДХОДЫ К ЕЕ РЕШЕНИЮ

Рассмотрим линейную динамическую систему в дискретном времени

$$x_{k+1} = A(\alpha)x_k + Dw_k \tag{1}$$

с состоянием $x_k \in \mathbb{R}^n$, начальным условием x_0 и внешним возмущением $w_k \in \mathbb{R}^m$, удовлетворяющим ограничению

$$\| w_k \| \le 1, \quad k = 1, 2, \ldots \tag{2}$$

Пусть $D \in \mathbb{R}^{n\times m}$, а матрицы $A(\alpha) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ принадлежат выпуклому семейству

$$\mathbb{A} = \left\{ A(\alpha):\ A(\alpha) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i A_i,\ \sum_{i=1}^{N} \alpha_i = 1,\ \ \alpha_i \ge 0 \right\}. \tag{3}$$

Будем полагать, что система (1) устойчива, т. е. все матрицы $A(\alpha) \in \mathbb{A}$ шуровские (их собственные значения лежат внутри единичного круга), а пара (A, D) – управляемая.

Основная задача заключается в построении параметрической квадратичной функции Ляпунова для системы (1), (2).

Прежде всего обсудим подход к построению параметрической квадратичной функции Ляпунова для динамической системы вида

$$x_{k+1} = Ax_k + Dw_k,\ \ \| w_k \| \le 1,\ \ k = 1, 2, \ldots \tag{4}$$

с матрицами $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $D \in \mathbb{R}^{n\times m}$, состоянием $x_k \in \mathbb{R}^n$, начальным условием x_0 и внешним возмущением $w_k \in \mathbb{R}^m$, удовлетворяющим ограничению (2).

Как показано в статье [15] (см. также монографию [16]), матрица $0 < P \in \mathbb{R}^{n\times n}$, удовлетворяющая линейному матричному неравенству

$$\frac{1}{\mu} APA^{\mathrm{T}} - P + \frac{1}{1-\mu} DD^{\mathrm{T}} \le 0 \tag{5}$$

при некотором $0 < \mu < 1$ определяет квадратичную функцию Ляпунова

$$V(x) = x^{\mathrm{T}} P^{-1} x$$

для системы (4), (2).

Для дальнейшего изложения нам понадобится следующий технический результат.

Теорема 1. *Эквивалентны утверждения:*

I. *Существует матрица* $P > 0$ *такая, что*

$$\frac{1}{\mu} APA^{\mathrm{T}} - P + \frac{1}{1-\mu} DD^{\mathrm{T}} \le 0 \tag{6}$$

при некотором $0 < \mu < 1$.

II. *Существуют матрицы* $0 < P = P^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ *и* $G \in \mathbb{R}^{n\times n}$ *такие, что*

$$\begin{pmatrix} P & AG & D \\ G^{\mathrm{T}}A^{\mathrm{T}} & \mu\left(G + G^{\mathrm{T}} - P\right) & 0 \\ D^{\mathrm{T}} & 0 & (1-\mu)I \end{pmatrix} \ge 0 \tag{7}$$

при некотором $0 < \mu < 1$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Дважды применяя лемму Шура к матричному неравенству (7), последовательно получаем эквивалентные соотношения

$$\begin{pmatrix} P - \dfrac{1}{1-\mu} DD^{\mathrm{T}} & AG \\ G^{\mathrm{T}}A^{\mathrm{T}} & \mu\left(G + G^{\mathrm{T}} - P\right) \end{pmatrix} \ge 0 \tag{8}$$

и

$$P - \frac{1}{1-\mu} DD^{\mathrm{T}} - \frac{1}{\mu} AG(G + G^{\mathrm{T}} - P)^{-1} G^{\mathrm{T}} A^{\mathrm{T}} \ge 0. \tag{9}$$

Полагая в неравенстве (9) $G = G^{\mathrm{T}} = P$, приходим к неравенству (6). Таким образом, из утверждения I следует утверждение II.

Покажем обратное. Умножая соотношение (8) слева на $\begin{pmatrix} I & -\frac{1}{\mu}A \end{pmatrix}$ и справа на $\begin{pmatrix} I \\ -\frac{1}{\mu}A^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}$, имеем

$$\begin{pmatrix} I & -\frac{1}{\mu}A \end{pmatrix}\begin{pmatrix} P-\frac{1}{1-\mu}DD^{\mathrm{T}} & AG \\ G^{\mathrm{T}}A^{\mathrm{T}} & \mu\left(G+G^{\mathrm{T}}-P\right) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I \\ -\frac{1}{\mu}A^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} \geq 0$$

или $P-\frac{1}{1-\mu}DD^{\mathrm{T}}-\frac{1}{\mu}AG^{\mathrm{T}}A^{\mathrm{T}}-\frac{1}{\mu}AGA^{\mathrm{T}}+\frac{1}{\mu}A\big(G+G^{1}-$ $-P\big)A^{\mathrm{T}} \geq 0,$ что эквивалентно неравенству (6). Теорема 1 доказана. ♦

Таким образом, теорема 1 позволяет придать неравенству (5) эквивалентный вид (7), линейный относительно совокупности P и A.

Перейдем к системе (1); в силу выпуклости множества (3), решение $P > 0$ системы матричных неравенств

$$\frac{1}{\mu}A_iPA_i^{\mathrm{T}}-P+\frac{1}{1-\mu}DD^{\mathrm{T}} \leq 0, \quad 0<\mu<1, \quad i=1,\ldots,N,$$

или, согласно теореме 1, эквивалентной ей системы

$$\begin{pmatrix} P & A_iG & D \\ G^{\mathrm{T}}A_i^{\mathrm{T}} & \mu\left(G+G^{\mathrm{T}}-P\right) & 0 \\ D^{\mathrm{T}} & 0 & (1-\mu)I \end{pmatrix} \geq 0, \quad 0<\mu<1, \quad (10)$$

определяет общую квадратичную функцию Ляпунова $V(x)=x^{\mathrm{T}}P^{-1}x$ для аффинного семейства (1)–(3).

Отметим при этом достаточно высокий консерватизм этого результата, обусловленный тем, что матрица $P > 0$ должна удовлетворить всем неравенствам (10) при одном и том же значении параметра μ.

Существенно меньшим консерватизмом обладает *параметрическая* квадратичная функция Ляпунова $V(x)=x^{\mathrm{T}}P^{-1}(\alpha)x$ с матрицей

$$P(\alpha)=\sum_{i=1}^{N}\alpha_iP_i \quad 0<P_i=P_i^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^{n\times n}. \quad (11)$$

Опираясь на теорему 1, в § 2 мы получим достаточное условие существования параметрической квадратичной функции Ляпунова (11) для аффинного семейства (1)–(3).

2. ОСНОВНОЙ РЕЗУЛЬТАТ

В силу выпуклости множества (3) и структуры параметрической квадратичной функции Ляпунова (11) достаточно потребовать, чтобы вершине A_i в системе (1) соответствовал компонент P_i параметрической функции Ляпунова. Следующее утверждение составляет основной результат статьи.

Теорема 2. *Пусть существуют матрицы* $0<P_i=P_i^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^{n\times n}$ *и* $G\in\mathbb{R}^{n\times n}$ *такие, что выполняются условия*

$$\begin{pmatrix} P_i & A_iG & D \\ G^{\mathrm{T}}A_i^{\mathrm{T}} & \mu\left(G+G^{\mathrm{T}}-P_i\right) & 0 \\ D^{\mathrm{T}} & 0 & (1-\mu)I \end{pmatrix} \geq 0, \quad i=1,\ldots,N, \quad (12)$$

при некотором $0<\mu<1$.

Тогда система (1), (3), (2) *обладает параметрической квадратичной функцией Ляпунова с матрицей*

$$P(\alpha)=\sum_{i=1}^{N}\alpha_iP_i. \quad (13)$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. В силу неравенства (5), матрица $P_i>0$, удовлетворяющая матричному неравенству

$$\frac{1}{\mu}A_iP_iA_i^{\mathrm{T}}-P_i+\frac{1}{1-\mu}DD^{\mathrm{T}} \leq 0 \quad (14)$$

при некотором $0<\mu<1$ определяет квадратичную функцию Ляпунова $V(x)=x^{\mathrm{T}}P_i^{-1}x$ для системы (1) в вершине A_i.

Согласно теореме 2, условие (14) эквивалентно матричному неравенству

$$\begin{pmatrix} P_i & A_iG & D \\ G^{\mathrm{T}}A_i^{\mathrm{T}} & \mu\left(G+G^{\mathrm{T}}-P_i\right) & 0 \\ D^{\mathrm{T}} & 0 & (1-\mu)I \end{pmatrix} \geq 0 \quad (15)$$

при некотором $0<\mu<1$.

Умножив неравенство (15) на α_i и просуммировав по $i=1,\ldots,N$, получим

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{N}\alpha_iP_i & \left(\sum_{i=1}^{N}\alpha_iA_i\right)G & \sum_{i=1}^{N}\alpha_iD \\ G^{\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{N}\alpha_iA_i^{\mathrm{T}} & \mu\left(\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\left(G+G^{\mathrm{T}}\right)-\sum_{i=1}^{N}\alpha_iP_i\right) & 0 \\ \sum_{i=1}^{N}\alpha_iD^{\mathrm{T}} & 0 & \sum_{i=1}^{N}\alpha_i(1-\mu)I \end{pmatrix} \geq 0.$$

Учитывая, что $\sum_{i=1}^{N}\alpha_iA_i=A(\alpha)$, $\sum_{i=1}^{N}\alpha_i=1$, имеем

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{N}\alpha_i P_i & A(\alpha)G & D \\ G^{\mathrm T}A^{\mathrm T}(\alpha) & \mu\left(G+G^{\mathrm T}-\sum_{i=1}^{N}\alpha_i P_i 0\right) & \\ D^{\mathrm T} & 0 & (1-\mu)I \end{pmatrix} \ge 0.$$

Таким образом, матрица (13) определяет параметрическую квадратичную функцию Ляпунова $V(x)=x^{\mathrm T}P^{-1}(\alpha)x$ для системы (1)–(3). Теорема 2 доказана. ♦

Понятно, что консервативность такого подхода обусловлена, прежде всего, тем, что условия (12) должны выполняться при одном и том же значении параметра μ. Однако, как мы увидим ниже, предложенный подход приводит к менее консервативным оценкам по сравнению с использованием общей квадратичной функции Ляпунова.

3. ПРИМЕР

В качестве демонстрационного примера рассмотрим систему из работы [4] с матрицами

$$A_1=\begin{pmatrix} 0,0061 & -0,2630 & 0,2748 \\ 0,1266 & 0,1242 & -0,3029 \\ -0,5100 & 0,4678 & -0,9712 \end{pmatrix},$$

$$A_2=\begin{pmatrix} 0,1330 & 0,2009 & 0,1672 \\ 0,1224 & -0,5987 & 0,3100 \\ -0,5235 & 0,0297 & -0,4784 \end{pmatrix},$$

$$A_3=\begin{pmatrix} -0,2733 & -0,1868 & -0,0077 \\ -0,0253 & -0,2828 & 0,6112 \\ -0,2412 & -0,0844 & -0,8024 \end{pmatrix},$$

подверженную воздействию ограниченных внешних возмущений при

$$D=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Воспользуемся теоремой 2: решая соответствующую оптимизационную задачу с критерием $\min\sum_i \|P_i\|$, находим матрицы

$$\hat P_1=\begin{pmatrix} 1,1381 & 0,8630 & -0,2336 \\ 0,8630 & 1,1608 & 0,2290 \\ -0,2336 & 0,2290 & 0,8764 \end{pmatrix}\cdot 10^4,$$

$$\hat P_2=\begin{pmatrix} 1,1552 & 0,8149 & -0,2110 \\ 0,8149 & 1,3914 & 0,1546 \\ -0,2110 & 0,1546 & 0,3824 \end{pmatrix}\cdot 10^4,$$

$$\hat P_3=\begin{pmatrix} 1,2724 & 1,1669 & 0,1901 \\ 1,1669 & 1,4113 & -0,2095 \\ 0,1901 & -0,2095 & 0,5410 \end{pmatrix}\cdot 10^4$$

параметрической квадратичной функции Ляпунова $V(x)=x^{\mathrm T}\left(\sum_{i=1}^{3}\alpha_i \hat P_i\right)x$.

Для сравнения найдем матрицу общей квадратичной функции Ляпунова для рассматриваемой системы, определяемую как решение оптимизационной задачи $\min\|P\|$ при ограничении (10):

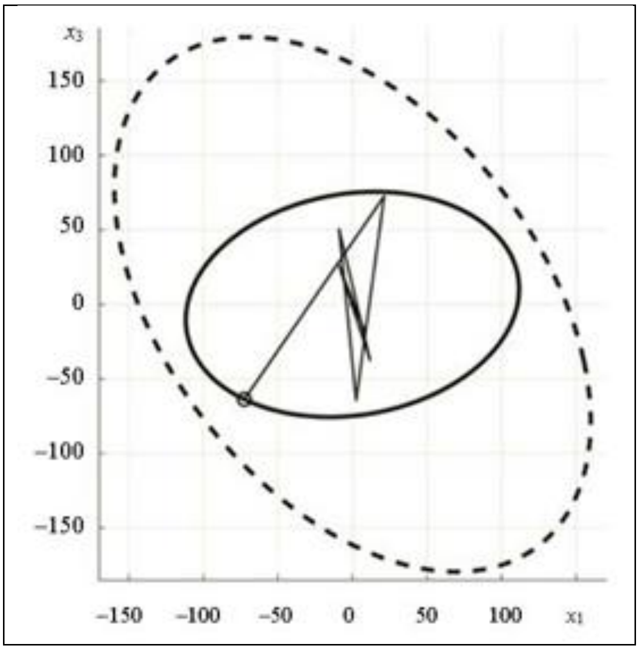
$$\hat P=\begin{pmatrix} 2,5519 & -0,3322 & -1,2518 \\ -0,3322 & 4,7636 & 0,5922 \\ -1,2518 & 0,5922 & 3,2176 \end{pmatrix}\cdot 10^4.$$

Как хорошо известно, матрица квадратичной функции Ляпунова ассоциирована с так называемым инвариантным эллипсоидом (подробнее см. монографию [16]). Напомним, что траектория системы, начавшись в точке, принадлежащей инвариантному эллипсоиду, будет оставаться в этом эллипсоиде при всех допустимых внешних возмущениях.

Сравним инвариантные эллипсоиды, определяемые найденными параметрической и общей квадратичными функциями Ляпунова. На рисунке показаны проекции соответствующих инвариантных эллипсоидов на плоскость (x_1, x_3). Заметные различия подтверждают пониженный консерватизм предлагаемого подхода.

На этом же рисунке показана проекция траектории системы с начальным условием из инвариантного эллипсоида с матрицей $\hat P(\alpha)$ при некотором (так называемом наихудшем, см. монографию [16]) внешнем возмущении

$$\tilde w_k=\operatorname{sign}\left(D^{\mathrm T}\hat P^{-1}(\alpha)A(\alpha)x_k\right),\quad k=1,2,\ldots$$



Проекции инвариантных эллипсоидов и траектории системы

Вычисления производились в среде Matlab с помощью программного пакета cvx [17].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложен подход к построению параметрической квадратичной функции Ляпунова для аффинного семейства систем в дискретном времени, подверженного воздействию произвольных ограниченных внешних возмущений. Он отличается простотой и, как показывают примеры, обладает пониженным консерватизмом.

В последующих публикациях авторы предполагают распространить полученные результаты на задачу синтеза для семейства дискретных систем управления с параметрической неопределенностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ebihara, Y., Peaucelle, D., Arzelier, D.* S-Variable Approach to LMI-Based Robust Control. – London: Springer-Verlag, 2015.
2. *Mao, W.-J., Chu, J.* Correction to «Quadratic Stability and Stabilization of Dynamic Interval Systems» // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2006. – Vol. 51, no. 8. – P. 1404–1405.
3. *Mao, W.-J., Chu, J.* Quadratic Stability and Stabilization of Dynamic Interval Systems // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2003. – Vol. 48, no. 6. – P. 1007–1012.
4. *Pessim, P.S.P., Lacerda, M.J., Agulhari, C.M.* Parameter-Dependent Lyapunov Functions for Robust Performance of Uncertain Systems // IFAC PapersOnLine. – 2018. – Vol. 51, no. 25. – P. 293–298.
5. *Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., Balakrishnan, V.* Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. – Philadelphia: SIAM, 1994.
6. *Ramos, D.C.W., Peres, P.L.D.* A Less Conservative LMI Condition for the Robust Stability of Discrete-Time Uncertain Systems // Systems & Control Letters. – 2001. – Vol. 43. – P. 371–378.
7. *De Oliveira, M.C., Bernussou, J., Geromel, J.C.* A New Discrete-Time Robust Stability Condition // Systems & Control Letters. – 1999. – Vol. 37. – P. 261–265.
8. *Geromel, J.C., De Oliveira, M.C., Hsu, L.* LMI Characterization of Structural and Robust Stability // Linear Algebra and Its Applications. – 1998. – Vol. 285. – P. 69–80.
9. *Cox, P.B., Weiland, S., Toth, R.* Affine Parameter-Dependent Lyapunov Functions for LPV Systems with Affine Dependence // arXiv:1803.11543v2. – Last revised April 5, 2018.
10. *Liu, Z., Theilliol, D., Gu, F., et al.* State Feedback Controller Design for Affine Parameter-Dependent LPV Systems // IFAC PapersOnLine. – 2017. – Vol. 50, no. 1. – P. 9760–9765.
11. *Oliveira, R.C.L.F., Peres, P.L.D.* LMI Conditions for Robust Stability Analysis Based on Polinomially Parameter-Dependent Lyapunov Functions // Systems & Control Letters. – 2006. – Vol. 55. – P. 52–61.
12. *Хлебников М.В., Квинто Я.И.* Условия робастной устойчивости для семейства линейных дискретных систем с неопределенностями // Проблемы управления. – 2020. – № 5. – С. 17–21. [*Khlebnikov, M.V., Kvinto, Y.I.* Robust Stability Conditions for a Family of Linear Discrete-Time Systems Subjected to Uncertainties // Control Sciences. – 2020. – No. 5. – P. 17–21.]
13. *Gahinet, P., Apkarian, P., Chilali, M.* Affine Parameter-Dependent Lyapunov Functions and Real Parametric Uncertainty // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1996. – Vol. 41, no. 3. – P. 436–442.
14. *Daafouz, J., Bernussou, J.* Peremeter Dependent Lyapunov Functions for Discrete Time Systems with Time Varying Parametric Uncertainties // Systems & Control Letters. – 2001. – Vol. 43, iss. 5. – P. 355–359.
15. *Хлебников М.В., Поляк Б.Т., Кунцевич В.М.* Оптимизация линейных систем при ограниченных внешних возмущениях (техника инвариантных эллипсоидов) // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 11. – С. 9-59. [*Khlebnikov, M.V., Polyak, B.T., Kuntsevich, V.M.* Optimization of Linear Systems Subject to Bounded Exogenous Disturbances: The Invariant Ellipsoid Technique // Automation and Remote Control. – 2011. – Vol. 72, no. 11. – P. 2227–2275.]
16. *Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С.* Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств. – М.: ЛЕНАНД, 2014. [*Polyak, B.T., Khlebnikov, M.V., Shcherbakov, P.S.* Control of Linear Systems Subjected to Exogenous Distrubances: An LMI Approach. – Moscow: LENAND, 2014. (in Russian).]
17. *Grant, M., Boyd, S.* CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming, Version 2.1. – URL: http://cvxr.com/cvx/.

Статья представлена к публикации членом редколлегии С.А. Красновой.

Поступила в редакцию 30.04.2021,
после доработки 08.07.2021.
Принята к публикации 14.07.2021.

Хлебников Михаил Владимирович – д-р. физ.-мат. наук,
✉ khlebnik@ipu.ru,

Квинто Яна Игоревна – канд. техн. наук,
✉ yanakvinto@mail.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

A PARAMETRIC LYAPUNOV FUNCTION FOR DISCRETE-TIME CONTROL SYSTEMS WITH BOUNDED EXOGENOUS DISTURBANCES: ANALYSIS

M.V. Khlebnikov[1] and Ya.I. Kvinto[2]

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

[1]✉ khlebnik@ipu.ru, [2]✉ yanakvinto@mail.ru

Abstract. This paper considers a linear discrete-time dynamic system subjected to arbitrary bounded exogenous disturbances described by a matrix from a convex affine family. A simple approach to designing a parametric quadratic Lyapunov function for this system is proposed. It involves linear matrix inequalities and a fruitful technique to separate the system matrix and the Lyapunov function matrix in the matrix inequality expressing a stability condition of the system. Being well known, this technique, however, has not been previously applied to dynamic systems with nonrandom bounded exogenous disturbances. According to the numerical simulations, the parametric quadratic Lyapunov function-based approach yields appreciably less conservative results for the class of systems under consideration than the common quadratic Lyapunov function-based one.

Keywords: dynamic system, linear discrete-time system, parametric quadratic Lyapunov function, common quadratic Lyapunov function, bounded exogenous disturbances, robustness, linear matrix inequalities, analysis problem, conservatism, structured matrix uncertainty.