УДК 519.7
DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2020.5.2

УСЛОВИЯ РОБАСТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ СЕМЕЙСТВА ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ С НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЯМИ[1]

М.В. Хлебников, Я.И. Квинто

Аннотация. Установлены условия робастной устойчивости для семейства линейных дискретных систем с неопределенностями. Отмечено, что традиционный подход, предполагающий построение общей квадратичной функции Ляпунова для всего семейства систем с неопределенностью, зачастую приводит к возникновению проблемы консерватизма. В связи с этим поставлена задача конструирования параметрической квадратичной функции Ляпунова, для решения которой в качестве основного инструмента выбран аппарат линейных матричных неравенств, а в качестве технического средства — модификация хорошо известной леммы Питерсена. Предложен простой подход к нахождению радиуса робастной квадратичной устойчивости рассматриваемого семейства. Показано, что соответствующие оптимизационные задачи представляют собой задачи полуопределенного программирования и одномерной минимизации, легко решающиеся численным образом. Эффективность предложенного подхода продемонстрирована на численном примере. Полученные результаты предложено обобщить на задачу синтеза для семейства дискретных систем управления с неопределенностями, на иные робастные постановки задач, а также на случай воздействия на систему ограниченных внешних возмущений.

Ключевые слова: линейная дискретная система, параметрическая функция Ляпунова, структурированная матричная неопределенность, робастность, линейные матричные неравенства.

ВВЕДЕНИЕ

Исследованию систем с различного рода неопределенностями посвящено множество работ. Так, вопросы робастной устойчивости и стабилизации систем со структурированной матричной неопределенностью рассматриваются в монографиях [1, 2], см. также обзоры [3, 4] и ссылки в них. Проблемам устойчивости и синтеза управления в системах с параметрической неопределенностью посвящены, в частности, публикации [5—8], а также монография [9]. В качестве основного средства во многих из них применяется построение квадратичных функций Ляпунова. Однако в рамках этого давно известного и хорошо зарекомендовавшего себя подхода зачастую приходится сталкиваться с проблемой консерватизма, обусловленной построением *общей* квадратичной функции Ляпунова для всего семейства систем с неопределенностью. В этом отношении весьма перспективным представляется конструирование *параметрической* квадратичной функции Ляпунова.

В настоящей статье на основе построения параметрической квадратичной функции Ляпунова устанавливаются простые условия робастной устойчивости для семейства дискретных систем с неопределенностями. Основным инструментом при этом служит аппарат линейных матричных неравенств [10] и известная лемма Питерсена [11], эффективно применяемая в разнообразных робастных постановках задач стабилизации и управления. В исходной статье [11] лемма Питерсена применялась для решения робастной версии задачи о линейно-квадратичном регуляторе, в статьях [12, 13] она применялась в синтезе робастного H_∞-управления; в работах [14, 15] этот результат привлекался для построения общей квадратичной функции Ляпунова для интервального матричного

[1] Исследование выполнено при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-08-00140).

семейства; схожая модель неопределенности рассматривалась в работе [16] при выводе нового вершинного результата о квадратичной устойчивости интервальной системы.

Статья организована таким образом: § 1 посвящен постановке задачи и подходам к ее решению; § 2 посвящен модификации важного технического результата, известного под названием леммы Питерсена; основной результат статьи содержится в § 3; в § 4 рассматриваются результаты численного моделирования.

Всюду далее $\|\cdot\|$ — спектральная норма матрицы, ^{T} — символ транспонирования, I — единичная матрица соответствующей размерности, а все матричные неравенства понимаются в смысле знакоопределенности матриц.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим линейную дискретную систему

$$x_{k+1} = A(\alpha)x_k \tag{1}$$

с фазовым состоянием $x_k \in \mathbb{R}^n$ и начальным состоянием x_0, где матрицы $A(\alpha) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ принадлежат выпуклому семейству

$$\mathbb{A} = \left\{A(\alpha)\colon A(\alpha) = \sum_{i=1}^{N}\alpha_i A_i,\ \sum_{i=1}^{N}\alpha_i = 1,\ \alpha_i \geqslant 0\right\}. \tag{2}$$

Систему (1) будем называть устойчивой, если все матрицы $A(\alpha) \in \mathbb{A}$ шуровские (их собственные значения лежат внутри единичного круга).

Введем в рассмотрение квадратичную форму $V(x) = x^TQx$ с положительно определенной матрицей $Q = Q^T \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Как известно, устойчивость линейной дискретной системы $x_{k+1} = Ax_k$ эквивалентна разрешимости дискретного неравенства Ляпунова $A^TQA - Q < 0$.

Умножив неравенство Ляпунова слева и справа на матрицу $P = Q^{-1} > 0$, получим $PA^TP^{-1}AP - P < 0$ или по лемме о дополнении по Шуру [17]

$$\begin{pmatrix} P & AP \\ PA^T & P \end{pmatrix} > 0.$$

Еще раз применяя лемму о дополнении по Шуру, приходим к дискретному неравенству Ляпунова вида $APA^T - P < 0$.

Такая форма записи дискретного неравенства Ляпунова, ассоциированная с квадратичной функцией Ляпунова $V(x) = x^TP^{-1}x$, удобна для последующих матричных преобразований.

Вернемся к семейству (1)—(2); достаточное условие его робастной квадратичной устойчивости состоит в наличии общей квадратичной функции Ляпунова $V(x) = x^TP^{-1}x$, т. е. в выполнении матричного неравенства $A(\alpha)PA^T(\alpha) - P < 0$ для всех $A(\alpha) \in \mathbb{A}$. Далее нас будет интересовать более тонкий результат, а именно, условие существования *параметрической* квадратичной функции Ляпунова с матрицей вида

$$P(\alpha) = \sum_{i=1}^{N}\alpha_i P_i, \quad 0 < P_i = P_i^T \in \mathbb{R}^{n\times n}, \tag{3}$$

которая должна удовлетворять условию

$$A(\alpha)P(\alpha)A^T(\alpha) - P(\alpha) < 0 \text{ для всех } A(\alpha) \in \mathbb{A}. \tag{4}$$

Согласно работе [4], в качестве матриц P_i могут быть взяты решения линейных матричных неравенств

$$\begin{pmatrix} P_i & A_iG \\ G^TA_i^T & G + G^T - P_i \end{pmatrix} > 0,\quad P_i > 0,\quad i = 1, ..., N, \tag{5}$$

при некоторой (не обязательно симметричной!) матрице $G \in \mathbb{R}^{n\times n}$.

Цель настоящей работы состоит в *робастизации* этого результата — его распространении на случай наличия в матрицах системы (1) структурированной матричной неопределенности: $A_i = A_i(\Delta) = A_i^0 + F_i\Delta H_i$, $i = 1, ..., N$, где возмущение Δ ограничено по норме. Соответственно, будем искать параметрическую функцию Ляпунова вида (3) такую, чтобы условие (4) выполнялось при всех допустимых Δ.

2. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ РЕЗУЛЬТАТ: ЛЕММА ПИТЕРСЕНА

Для дальнейшего нам потребуется технический результат, известный под названием *лемма Питерсена* [11]. Приведем его в следующей формулировке.

Лемма 1 (Питерсен). *Пусть $G = G^T \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $M \in \mathbb{R}^{n\times p}$ и $N \in \mathbb{R}^{q\times n}$ — заданные матрицы. Неравенство $G + M\Delta N + N^T\Delta^TM^T < 0$ справедливо для всех $\Delta \in \mathbb{R}^{p\times q}$: $\|\Delta\| \le 1$ тогда и только тогда, когда существует число $\varepsilon > 0$ такое, что $G + \varepsilon MM^T + \frac{1}{\varepsilon}N^TN < 0$.* ♦

Таким образом, лемма Питерсена сводит проверку знакоопределенности семейства $G + M\Delta N + N^T\Delta^TM^T$ с матричной неопределенностью Δ к гораздо более простой задаче разрешимости матричного неравенства относительно одной скалярной переменной ε. Некоторые обобщения леммы Питерсена рассмотрены в работе [18], см. также статью [2].

Следующая ее модификация охватывает случай матричного неравенства противоположного знака, а также случай, когда матричная неопределенность ограничена по норме некоторым числом γ.

Следствие 1. *Пусть* $G = G^T \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $M \in \mathbb{R}^{n\times p}$ *и* $N \in \mathbb{R}^{q\times n}$ *— заданные матрицы. Неравенство* $G + M\Delta N + N^T\Delta^T M^T > 0$ *справедливо для всех* $\Delta \in \mathbb{R}^{p\times q}$: $\|\Delta\| \le \gamma$ *тогда и только тогда, когда существует число* $\varepsilon > 0$ *такое, что*

$$\begin{pmatrix} G & N^T & \gamma M \\ N & \varepsilon I & 0 \\ \gamma M^T & 0 & \frac{1}{\varepsilon} I \end{pmatrix} > 0.$$

Доказательство. Действительно, запишем исходное матричное неравенство в виде $G + (\gamma M)\Delta N + N^T\Delta^T(\gamma M)^T > 0$ или $(-G) + (-\gamma M)\Delta N + N^T\Delta^T(-\gamma M)^T < 0$, которое должно выполняться для всех $\Delta \in \mathbb{R}^{p\times q}$: $\|\Delta\| \le 1$. Применяя к полученному соотношению лемму Питерсена, приходим к эквивалентному матричному неравенству $-G + \gamma^2\varepsilon MM^T + \frac{1}{\varepsilon}N^TN < 0$ или по лемме о дополнении по Шуру

$$\begin{pmatrix} G - \gamma^2\varepsilon MM^T & N^T \\ N & \varepsilon I \end{pmatrix} > 0.$$

Окончательно, применяя еще раз лемму о дополнении по Шуру, получаем искомое утверждение. ♦

В дальнейшем изложении этот результат будет использоваться самым существенным образом.

3. ОСНОВНОЙ РЕЗУЛЬТАТ

В дальнейшем — для упрощения выкладок — будем предполагать, что структурированная матричная неопределенность присутствует лишь в одной из матриц $A_1, ..., A_N$, например, в матрице A_1:

$$A_1 = A_1(\Delta) = A_1^0 + F\Delta H, \tag{6}$$

где $A_1^0 \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $F \in \mathbb{R}^{n\times p}$, $H \in \mathbb{R}^{q\times n}$ — заданные матрицы, а Δ — матричная неопределенность, ограниченная в спектральной норме: $\Delta \in \mathbb{R}^{p\times q}$: $\|\Delta\| \le \gamma$.

Заметим, что никакие иные требования на матричную неопределенность Δ не накладываются; в частности, она может быть нестационарной: $\Delta = \Delta(t)$.

Первое из условий (5) для рассматриваемой системы принимает вид

$$\begin{pmatrix} P_1 & (A_1^0 + F\Delta H)G \\ G^T(A_1^0 + F\Delta H)^T & G + G^T - P_1 \end{pmatrix} > 0, \tag{7}$$

$$\begin{pmatrix} P_i & A_iG \\ G^TA_i^T & G + G^T - P_i \end{pmatrix} > 0, \quad i = 2, ..., N. \tag{8}$$

Матричное неравенство (7) перепишем в виде

$$\begin{pmatrix} P_1 & A_1^0G \\ G^T(A_1^0)^T & G + G^T - P_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & F\Delta HG \\ G^TH^T\Delta^TF^T & 0 \end{pmatrix} > 0$$

или

$$\begin{pmatrix} P_1 & A_1^0G \\ G^T(A_1^0)^T & G + G^T - P_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix}\Delta(0 \quad HG) + $$

$$+ \begin{pmatrix} 0 \\ G^TH^T \end{pmatrix}\Delta^T(F^T \quad 0) > 0.$$

Воспользовавшись следствием 1 и, тем самым, исключив Δ из полученного соотношения, приходим к матричному неравенству

$$\begin{pmatrix} P_1 & A_1^0G & 0 & \gamma F \\ G^T(A_1^0)^T & G + G^T - P_1 & G^TH^T & 0 \\ 0 & HG & \varepsilon I & 0 \\ \gamma F^T & 0 & 0 & \frac{1}{\varepsilon}I \end{pmatrix} > 0, \tag{9}$$

не содержащему матричную неопределенность и линейному относительно переменных P_1 и γ.

Таким образом, разрешимость системы линейных матричных неравенств (9) и (8) будет служить достаточным условием робастной квадратичной устойчивости семейства (6) в смысле (3).

Сформулируем полученный результат в виде следующего утверждения.

Теорема 1. *Система* (1)—(2) *с неопределенностью* (6) *робастно квадратично устойчива при всех допустимых значениях матричной неопределенности* Δ, *если существуют матрицы* $0 < P_i = P_i^T \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $i = 1, ..., N$, *матрица* $G \in \mathbb{R}^{n\times n}$ *и число* $\varepsilon > 0$ *такие, что выполняются условия*

$$\begin{pmatrix} P_1 & A_1^0G & 0 & \gamma F \\ G^T(A_1^0)^T & G + G^T - P_1 & G^TH^T & 0 \\ 0 & HG & \varepsilon I & 0 \\ \gamma F^T & 0 & 0 & \frac{1}{\varepsilon}I \end{pmatrix} > 0,$$

$$\begin{pmatrix} P_i & A_iG \\ G^TA_i^T & G + G^T - P_i \end{pmatrix} > 0, \quad i = 2, ..., N.$$

При этом $P(\alpha) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i P_i$ *является матрицей параметрической квадратичной функции Ляпунова для рассматриваемой системы с неопределенностью.* ♦

Для семейства (1) с неопределенностью (6) можно вычислить радиус квадратичной устойчивости, т. е. максимальный размах $\gamma_{\max}$ неопределенности Δ такой, что при всех $\gamma < \gamma_{\max}$ у семейства (1) имеется общая квадратичная функция Ляпунова.

Следствие 2. *Радиус* $\hat{\gamma}$ *робастной квадратичной устойчивости системы* (1), (2), (6) *доставляет решение задачи* $\max\gamma$ *при ограничениях*

$$\begin{pmatrix} P_1 & A_1^0 G & 0 & \gamma F \\ G^T (A_1^0)^T & G + G^T - P_1 & G^T H^T & 0 \\ 0 & HG & \varepsilon I & 0 \\ \gamma F^T & 0 & 0 & \frac{1}{\varepsilon} I \end{pmatrix} > 0,$$

$$\begin{pmatrix} P_i & A_i G \\ G^T A_i^T & G + G^T - P_i \end{pmatrix} > 0, \quad i = 2, \ldots, N,$$

$$P_i > 0, \quad i = 1, \ldots, N,$$

где оптимизация проводится по матричным переменным $P_i = P_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $i = 1, \ldots, N$, $G \in \mathbb{R}^{n \times n}$, *скалярной переменной* γ *и скалярному параметру* $\varepsilon > 0$. ♦

Сформулированная в следствии 2 оптимизационная задача представляют собой задачу полуопределенного программирования и одномерной минимизации по параметру ε, легко решающуюся численным образом.

4. ПРИМЕР

Рассмотрим семейство $x_{k+1} = A(\alpha)x_k$, $A(\alpha) = \alpha A_1 + (1 - \alpha)A_2$, $0 \le \alpha \le 1$, линейных дискретных систем, где

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0{,}80 & -0{,}25 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}20 & 0{,}03 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0{,}80 & -0{,}25 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}0720 & -0{,}0450 & 0{,}20 & 0{,}12 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Прежде всего заметим, что задача разрешимости матричных неравенств (5) доставляет матрицы

$$P_1 = \begin{pmatrix} 2{,}3909 & 0{,}8612 & 0{,}2110 & -0{,}7086 \\ 0{,}8612 & 2{,}5895 & -0{,}3940 & 0{,}5463 \\ 0{,}2110 & -0{,}3940 & 1{,}3231 & -0{,}6165 \\ -0{,}7086 & 0{,}5463 & -0{,}6165 & 2{,}2926 \end{pmatrix},$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} 2{,}4981 & 1{,}0171 & 0{,}2620 & -0{,}6375 \\ 1{,}0171 & 2{,}7738 & -0{,}2743 & 0{,}5584 \\ 0{,}2620 & -0{,}2743 & 1{,}3013 & -0{,}5731 \\ -0{,}6375 & 0{,}5584 & -0{,}5731 & 2{,}2126 \end{pmatrix},$$

параметрической квадратичной функции Ляпунова $P(\alpha) = \alpha P_1 + (1 - \alpha)P_2$, $0 \le \alpha \le 1$, для рассматриваемой системы.

Введем в матрицу A_1 структурированную матричную неопределенность: $\tilde{A}_1 = A_1 + F\Delta H$, где

$$F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad H = (1\ 0\ 0\ 0),$$

и вычислим радиус робастной квадратичной устойчивости полученного семейства согласно следствию 2: система робастно квадратично устойчива для всех $\|\Delta\| \le \gamma_{\max} = 0{,}4331$.

Для найденного $\gamma_{\max}$ матрицы параметрической робастной функции Ляпунова

$$P^{\text{rob}}(\alpha) = \alpha P_1^{\text{rob}} + (1 - \alpha) P_2^{\text{rob}}, \quad 0 \le \alpha \le 1,$$

имеют вид:

$$P_1^{\text{rob}} = \begin{pmatrix} 22{,}0444 & 29{,}6684 & 1{,}4483 & -3{,}4552 \\ 29{,}6684 & 94{,}5749 & 1{,}8409 & 4{,}2076 \\ 1{,}4483 & 1{,}8409 & 1{,}7815 & -2{,}9393 \\ -3{,}4552 & 4{,}2076 & -2{,}9393 & 13{,}5992 \end{pmatrix}$$

$$P_2^{\text{rob}} = \begin{pmatrix} 8{,}4931 & 4{,}8048 & 0{,}4804 & -1{,}2778 \\ 4{,}8048 & 13{,}6552 & 0{,}2208 & 0{,}9252 \\ 0{,}4804 & 0{,}2208 & 1{,}3937 & -0{,}6679 \\ -1{,}2778 & 0{,}9252 & -0{,}6679 & 2{,}4633 \end{pmatrix}.$$

Вычисления производились в среде MATLAB с помощью программного пакета cvx [19].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Авторы предполагают распространить полученные результаты на задачу синтеза для семейства дискретных систем управления с неопределенностями, на иные робастные постановки задач, а также на случай воздействия на систему ограниченных внешних возмущений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Рапопорт Л.Б.* Математическая теория автоматического управления. — М.: ЛЕНАНД, 2019. [*Polyak, B.T., Khlebnikov, M.V., Rapoport, L.B.* Mathematical Automatic Control Theory. — Moscow: LENAND, 2019. (in Russian)]
2. *Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С.* Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств. — М.: ЛЕНАНД, 2014.

[*Polyak, B.T., Khlebnikov, M.V., Shcherbakov, P.S.* Control of Linear Systems Subjected to Exogenous Distrubances: An LMI Approach. — Moscow: LENAND, 2014. (in Russian)]

3. *Хлебников М.В., Поляк Б.Т., Кунцевич В.М.* Оптимизация линейных систем при ограниченных внешних возмущениях (техника инвариантных эллипсоидов) // Автоматика и телемеханика. — 2011. — № 11. — С. 9—59. [*Khlebnikov, M.V., Polyak, B.T., Kuntsevich, V.M.* Optimization of Linear Systems Subject to Bounded Exogenous Disturbances: The Invariant Ellipsoid Technique // Automation and Remote Control. — 2011. — Vol. 72, no. 11. — P. 2227—2275.]
4. *Petersen, I.R., Tempo, R.* Robust Control of Uncertain Systems: Classical Results and Recent Developments // Automatica. — 2014. — Vol. 50. — P. 1315—1335.
5. *De Oliveira, M.C., Bernussou, J., Geromel, J.C.* A New Discrete-Time Robust Stability Condition // Systems & Control Letters. — 1999. — Vol. 37. — P. 261—265.
6. *Oliveira, R.C.L.F., Peres, P.L.D.* LMI Conditions for Robust Stability Analysis Based on Polinomially Parameter-Dependent Lyapunov Functions // Systems & Control Letters. — 2006. — Vol. 55. — P. 52—61.
7. *Pessim, P.S.P., Lacerda, M.J., Agulhari, C.M.* Parameter-Dependent Lyapunov Functions for Robust Performance of Uncertain Systems // IFAC PapersOnLine. — 2018. — Vol. 51, no. 25. — P. 293—298.
8. *Liu, Z., Theilliol, D., Gu, F.*, et al. State Feedback Controller Design for Affine Parameter-Dependent LPV Systems // IFAC PapersOnLine. — 2017. — Vol. 50, no. 1. — P. 9760—9765.
9. *Ebihara, Y., Peaucelle, D., Arzelier, D.* S-variable Approach to LMI-Based Robust Control. — London: Springer-Verlag, 2015.
10. *Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., Balakrishnan, V.* Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. — Philadelphia: SIAM, 1994.
11. *Petersen, I.R.* A Stabilization Algorithm for a Class of Uncertain Linear Systems // Systems and Control Letters. — 1987. — Vol. 8. — P. 351—357.
12. *Xie, L.* Output Feedback H_∞ Control of Systems with Parameter Uncertainty // International Journal of Control. — 1996. — Vol. 63. — P. 741—750.
13. *Khargonekar, P.P., Petersen, I.R., Zhou, K.* Robust Stabilization of Uncertain Linear Systems: Quadratic Stabilizability and H_∞ Control Theory // IEEE Transantion on Automatic Control. — 1990. — Vol. 35, no. 3. — P. 356—361.
14. *Mao, W.-J., Chu, J.* Quadratic stability and stabilization of dynamic interval systems // IEEE Transantion on Automatic Control. — 2003. — Vol. 48, no. 6. — P. 1007—1012.
15. *Mao, W.-J., Chu, J.* Correction to «Quadratic Stability and Stabilization of Dynamic Interval Systems» // IEEE Transantion on Automatic Control. — 2006. — Vol. 51, no. 8. — P. 1404—1405.
16. *Alamo, T., Tempo, R., Ramirez, D.R., Camacho, E.F.* A New Vertex Result for Robustness Problems with Interval Matrix Uncertainty // Proceedings of the 2007 European Control Conference. — Kos, Greece, July 2—5, 2007. — P. 5101—5107.
17. *Хорн Р., Джонсон Ч.* Матричный анализ. — М.: Мир, 1989. [*Horn, R.A., Johnson, C.R.* Matrix Analysis. — Cambridge: Cambridge University Press, 2012.]
18. *Хлебников М.В., Щербаков П.С.* Лемма Питерсена о матричной неопределенности и ее обобщения // Автоматика и телемеханика. — 2008. — № 11. — С. 125—139. [*Khlebnikov, M.V., Shcherbakov, P.S.* Petersen's Lemma on Matrix Uncertainty and Its Generalization // Automation and Remote Control. — 2008. — Vol. 69, no. 11. — P. 1932—1945.]
19. *Grant, M., Boyd, S.* CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming, Version 2.1. — URL: http://cvxr.com/cvx/.

Статья представлена к публикации членом редколлегии С.А. Красновой.

Поступила в редакцию 22.03.2020, после доработки 14.05.2020.
Принята к публикации 3.06.2020.

Хлебников Михаил Владимирович — д-р. физ.-мат. наук, ✉ khlebnik@ipu.ru,

Квинто Яна Игоревна — канд. техн. наук, ✉ yanakvinto@mail.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

ROBUST STABILITY CONDITIONS FOR A FAMILY OF LINEAR DISCRETE-TIME SYSTEMS SUBJECTED TO UNCERTAINTIES

M.V. Khlebnikov[1], Y.I. Kvinto[2]

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

[1]✉ khlebnik@ipu.ru, [2]✉ yanakvinto@mail.ru

Abstract. Robust stability conditions are established for a family of linear discrete-time systems subjected to uncertainties. The traditional approach, which involves the construction of a common quadratic Lyapunov function for the entire family of systems with uncertainty, often leads to the problem of conservatism. In this connection, constructing the parametric quadratic Lyapunov functions seems promising. The main tools of the proposed approach are the apparatus of linear matrix inequalities and presented modification of the well-known Petersen's lemma. A simple approach to finding the radius of robust quadratic stability of the considered family is proposed in the paper as well. The corresponding optimization problems have the form of semi-definite programming and one-dimensional minimization, which could be easily solved numerically. The effectiveness of the proposed approach is demonstrated via numerical example. The results obtained can be generalized to the design problems for linear discrete-time systems subjected to uncertainties, to other robust statements, and to the case of exogenous disturbances.

Keywords: linear discrete-time system, parametric Lyapunov function, structured matrix uncertainty, robustness, linear matrix inequalities.

Funding. The study was performed with partial financial support of Russian Foundation of Basic Research (project no. 18-08-00140).