

АЭРОМАГНИТНАЯ ГРАДИЕНТОМЕТРИЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В НАВИГАЦИИ

Е.В. Каршаков, М.Ю. Тхоренко, Б.В. Павлов

Описаны существующие методы измерения магнитного поля на борту летательного аппарата. Рассмотрен стохастический алгоритм компенсации девиации показаний аэромагнитометра и аэромагнитного градиентометра. Кратко описан алгоритм комплексирования инерциальных и корреляционно-экстремальных навигационных систем. Обосновано преимущество использования поля магнитного градиента в качестве навигационной информации. Приведены результаты численного моделирования работы алгоритма комплексирования.

Ключевые слова: корреляционно-экстремальная навигационная система, аэромагнитная градиентометрия, магнитная компенсация, интегрированная навигационная система.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время рядом научных коллективов решаются задачи создания автономных средств навигации по физическим полям Земли — магнитному, гравитационному, рельефа поверхности, оптическому, тепловому и др. [1—4]. Решение задачи навигации в соответствующих системах основано на сопоставлении информации, получаемой с помощью бортовой системы измерения параметров поля, с информацией о поле, хранящейся в памяти бортового компьютера — картой поля или эталоном. Сопоставление осуществляется обычно посредством вычисления некоторого функционала (корреляционной функции) и определения экстремума этой характеристики. Поэтому системы навигации по геофизическим полям называют корреляционно-экстремальными навигационными системами (КЭНС) [5, 6]. Признанными основоположниками этого направления в нашей стране считаются академик А.А. Красовский [7] и профессор В.П. Тарасенко [8], предложившие корреляционно-экстремальные методы навигации по геофизическим полям Земли и радиолокационному изображению земной поверхности в начале 1960-х гг. В дальнейшем при разработке алгоритмов активное применение получили методы ли-

нейной и нелинейной фильтрации [6, 9—12]. Современное развитие теории связано с методами многоальтернативной фильтрации [13] и последовательными методами Монте-Карло [9, 14].

Непрерывное развитие методов решения навигационных задач позволяет разрабатывать новые подходы, обеспечивающие повышение точности и эффективности уже существующих систем, а также создание новых бортовых комплексов.

Для целей навигации особый интерес представляют системы измерения градиента того или иного физического поля. Подобные измерения обладают повышенной чувствительностью и помехоустойчивостью; в отличие от полей поверхностного излучения — видимого, инфракрасного, гамма-излучения — рассматриваемые поля не зависят от инсоляции, метеоусловий или времени года, что дает определенное преимущество при решении навигационных задач.

На современном этапе среди бортовых градиентометрических систем можно и необходимо рассматривать векторные и тензорные магнитоградиентометры, а также тензорные гравиградиентометры. Заметим также, что из всех перечисленных систем только магнитные при установке на борту ЛА дают результаты измерений, сопоставимые с наземными по точности и пространственному разрешению [15]. По этой причине в настоящей



работе именно магнитоградиентометрические системы рассматриваются как наиболее перспективные [16]. Рассмотрение градиентометрических систем другого типа возможно с применением тех же подходов.

1. ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ БОРТОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Количественными характеристиками магнитного поля служат вектор магнитной индукции B (здесь и в дальнейшем будем записывать трехмерные векторы как матрицы-столбцы, состоящие из трех элементов), которая измеряется в теслах (Тл) и вектор напряженности магнитного поля H , которая измеряется в амперах на метр (А/м). Данные величины связаны между собой материальными уравнениями [17]: $B = \mu\mu_0 H$ (в системе СИ). Здесь μ — относительная магнитная проницаемость среды, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная. Вообще говоря, для анизотропных сред параметр μ — это тензор. Однако, поскольку в настоящей работе речь идет об измерениях магнитного поля на борту, этот параметр можно считать постоянной скалярной величиной, равной относительной магнитной проницаемости воздуха $\mu = 1,00000037$.

Таким образом, векторы напряженности и индукции магнитного поля в рассматриваемых системах отличаются лишь масштабным коэффициентом и единицами измерений. В дальнейшем, в том случае, когда это различие не принципиально, будет употребляться словосочетание «вектор магнитного поля».

Для измерения компонент вектора магнитного поля на борту применяются, как правило, феррозондовые магнитометры [18]. Разработанные для бортовых применений феррозондовые магнитометры имеют чувствительность порядка 0,1 нТл и погрешность измерений до 10 нТл.

Для измерения модуля вектора индукции магнитного поля, определяемого соотношением $|B| = \sqrt{B^T B}$, применяются, как правило, квантовые датчики разных модификаций [18]. Разработанные для бортовых применений квантовые датчики имеют чувствительность порядка 0,001 нТл и погрешность измерений до 0,1 нТл.

Векторным магнитным градиентометром называют конструкцию, включающую в себя несколько квантовых магнитометров, работающих в дифференциальном режиме при фиксированном известном разnose датчиков, который обычно составляет

1—10 м. Чувствительность измерений определяется жесткостью базовой линии между датчиками и ее длиной и для существующих систем имеет порядок 1 пТл/м в полосе 1 Гц [19]. Погрешность же измерения компонент градиента зависит от условий калибровки. Учитывая конструктивные особенности, такие системы трудно калибровать в лабораторных условиях, поскольку даже после калибровки каждого датчика в отдельности останется неучтенным влияние конструкции градиентометра. Оценка поля конструктивных элементов градиентометра выполняется в специальном калибровочном полете на большой высоте. Как правило, градиент внешнего поля в таком эксперименте имеет значение порядка 10 пТл/м, что сопоставимо с погрешностью квантового магнитометра, отнесенного к длине базовой линии.

Чтобы получить компоненты тензора градиента магнитного поля ∇B^T , необходимо продифференцировать все компоненты вектора поля. Очевидно, что при использовании феррозондовых магнитометров тензорный градиентометр получится на несколько порядков грубее векторного, построенного на квантовых датчиках. Однако в последнее время делаются попытки построить тензорный градиентометр на основе компонентных квантовых магнитометров — СКВИДов (от англ. SQUID — Superconducting Quantum Interference Device — сверхпроводящий квантовый интерферометр) [20].

Заметим, что компоненты вектора индукции магнитного поля, также как компоненты вектора и тензора градиента магнитного поля, измеряются в осях, связанных с измерительным устройством. Для того чтобы перепроектировать значения компонент данных величин в любую другую систему координат, необходимо учитывать ориентацию измерителя во время полета.

2. АНАЛИЗ ИЗМЕНЧИВОСТИ ПАРАМЕТРОВ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ НА ОСНОВАНИИ РЕАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Для анализа устойчивости параметров магнитного поля во времени использовались результаты аэрогеофизических исследований одного и того же участка в 1999 и в 2011 гг. [21]. Размер участка примерно 7×5 км. На рис. 1 (см. третью стр. обложки) приведены карты модуля индукции магнитного поля, соответствующие этим двум съемкам (высота полета составляла 70—80 м). При этом, по горизонтальным осям (на рисунке не показаны) отложены координаты точек измерения в проекции Гаусса — Крюгера, значения измеренной величи-

Рисунки к статье *Е.В. Каршакова, М.Ю. Тхоренко, Б.В. Павлова*
**«АЭРОМАГНИТНАЯ ГРАДИЕНТОМЕТРИЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ
 В НАВИГАЦИИ»**
 (см. с. 72 – 80)

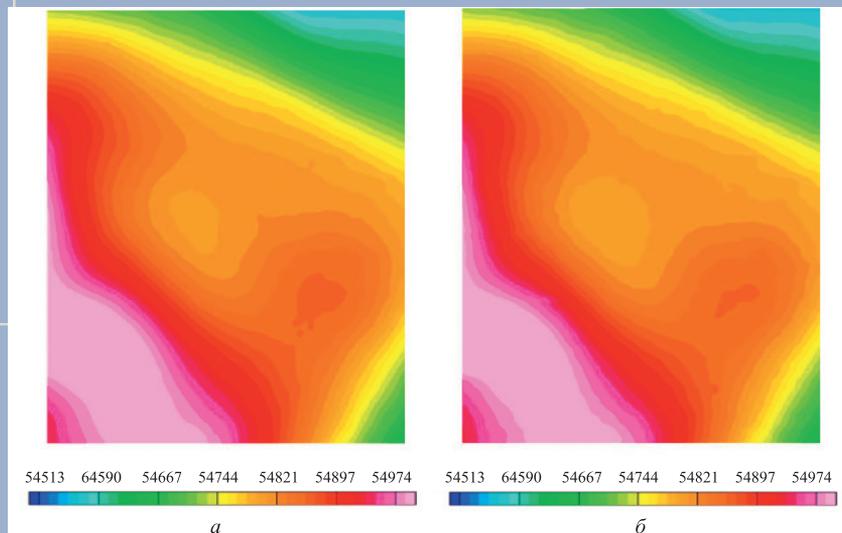


Рис. 1. Модуль вектора индукции магнитного поля $|B|$, нТл:
 а – 2011 г.; б – 1999 г.

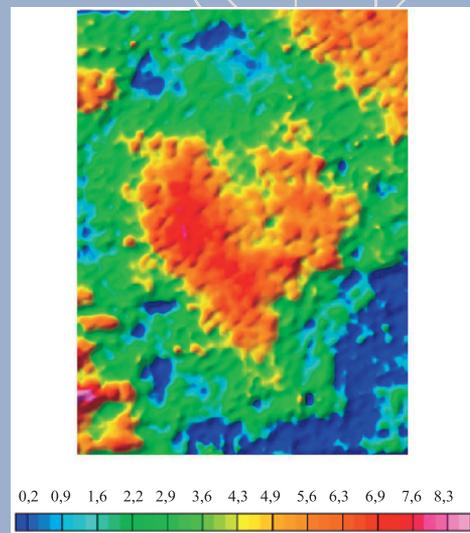


Рис. 2. Разница значений модуля индукции магнитного поля 2011 и 1999 гг. $|B|_{2011} - |B|_{1999}$, нТл

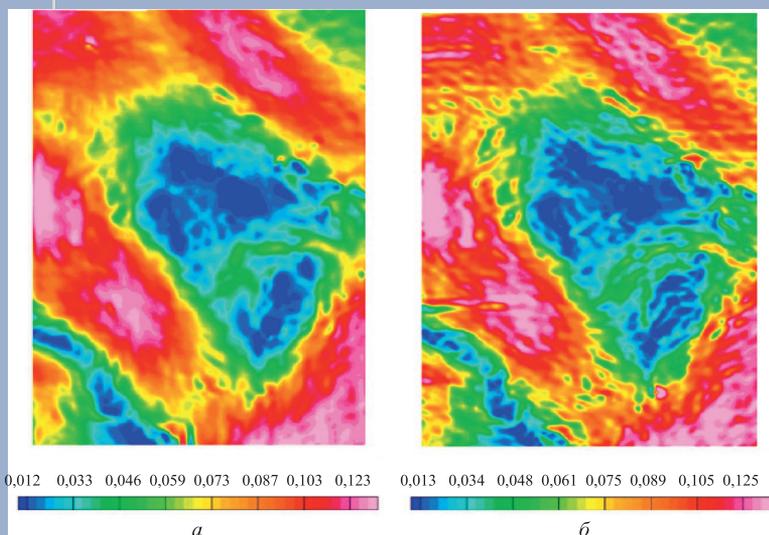


Рис. 3. Горизонтальный градиент модуля индукции магнитного поля $\nabla_H |B|$, нТл/м:
 а – 2011 г.; б – 1999 г.

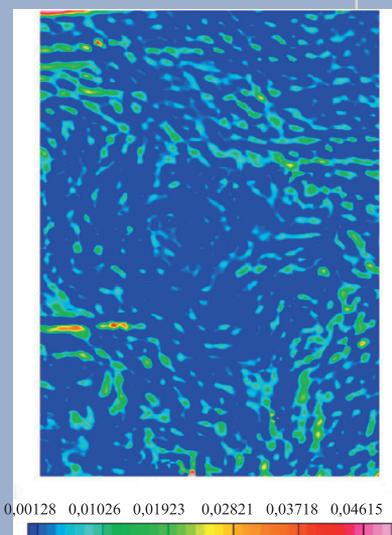


Рис. 4. Разница градиентов модуля индукции магнитного поля 2011 и 1999 гг. $\nabla_H |B|_{2011} - \nabla_H |B|_{1999}$, нТл/м

ны обозначаются цветом в соответствии с выбранной шкалой; для получения непрерывного изображения по данным измерений, проведенных в отдельных точках, применяется билинейная интерполяция. Диапазон изменения индукции магнитного поля на данном участке составляет 54,5—55 мкТл.

Разность измерений приведена на рис. 2 (см. третью стр. обложки). Учитывая точность современных квантовых датчиков магнитного поля, видно, что поле значительно поменялось на всей территории, что ограничивает возможности использования значения модуля индукции магнитного поля для задач высокоточной корреляционно-экстремальной навигации, так как изменение со временем модуля индукции магнитного поля значительно превышает погрешность измерения поля квантовым датчиком.

В то же время, использование градиента магнитного поля имеет ряд преимуществ. Прежде всего, аномалии градиента обусловлены, главным образом, локальными особенностями среды. Они в меньшей степени подвержены глобальным изменениям магнитного поля. Далее, измерения градиента на относительно короткой базе (~1 м) позволяют пренебречь вариационной составляющей магнитного поля, чего нельзя сделать для измерений самого поля. Наконец, аномальное поле градиента имеет меньший радиус корреляции, поскольку влияние оказывают в первую очередь приповерхностные объекты, которые дают более контрастные аномалии.

На рис. 3 (см. третью стр. обложки) приведены карты значений горизонтального градиента модуля магнитной индукции (горизонтальный градиент модуля магнитной индукции — величина, определяемая соотношением

$$\nabla_H |B| = \sqrt{\left(\frac{\partial |B|}{\partial y_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial |B|}{\partial y_2}\right)^2},$$

причем оси Oy_1 и Oy_2 горизонтальны), вычисленных по данным, отображенным на рис. 1. Можно видеть, что на рис. 2 и 3 есть повторяющиеся участки (контуры аномалии в центральной части рис. 2 совпадают с контурами аномалии в центральной части рис. 3, а и б), которые связаны с геологическими особенностями данного региона. Это означает, что временным изменениям подвержено не только нормальное магнитное поле, но и аномальное, которое предполагается использовать для решения задач навигации. Поэтому, при отсутствии актуальных магнитных данных для КЭНС необходимо использовать только аномалии значи-

тельного размера и амплитуды, изменение со временем которых мало. Как следствие, в КЭНС на основе магнитного поля можно применять современные феррозондовые датчики.

На рис. 4 (см. третью стр. обложки) показана разность градиентов, полученных по данным 2011 и 1999 гг. Если исключить из рассмотрения разности, обусловленные аномалиями техногенного характера и сбоями измерительной аппаратуры, максимальное расхождение составляет порядка 0,01 нТл/м. Это соответствует уровню погрешности градиентометров, построенных на основе квантовых датчиков с оптической накачкой. Таким образом, с одной стороны, квантовые векторные магнитоградиентометрические системы могут применяться для решения задач навигации уже при современном уровне развития инструментальной базы, а с другой стороны, поле градиента в достаточной мере устойчиво, чтобы полагаться на карты градиента магнитного поля десятилетиями.

3. КОМПЕНСАЦИЯ ВЛИЯНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА ПОКАЗАНИЯ МАГНИТОГРАДИЕНТОМЕТРА

На бортовую измерительную систему, кроме магнитного поля Земли, действует также магнитное поле самого ЛА, связанное с его намагничиванием и вихревыми токами в его корпусе. Понятно, что поле ЛА создает помехи и снижает точность бортовых измерений. Поэтому возникает задача компенсации влияния поля ЛА на бортовой измеритель магнитного поля (называемая также задачей компенсации девиации).

Методика компенсации влияния магнитного поля ЛА требует проведения калибровочного полета, необходимого для определения параметров модели этих помех. Калибровочный полет предполагает подъем ЛА на максимальную высоту $h \sim 1000$ м для минимизации влияния аномального магнитного поля Земли. На этой высоте совершается ряд эволюций с углами порядка 5° по рысканию, крену и тангажу, при полете вдоль прямой на четырех существенно различных курсах, необходимых для изменения ориентации вектора магнитного поля относительно носителя.

Для получения измерений в задаче компенсации девиации показаний магнитоградиентометра необходим векторный магнитометр — феррозондовый магнитометр, чтобы получить направление вектора B_F (F — поле по данным векторного датчика) магнитного поля. В случае тензорного магнитоградиентометра источником информации



служит любой из датчиков, входящих в градиентометр.

При решении задачи компенсации совместно с результатами измерений градиента и вектора магнитного поля необходима информация о координатах и скорости носителя на этапе калибровки, которая получается по результатам работы приемника спутниковой навигационной системы. Предполагается, что собственное поле ЛА описывается линейной моделью, зависящей от ряда постоянных параметров. Тогда решение задачи компенсации заключается в определении параметров данной модели.

Предлагается описанную задачу компенсации свести к стандартной постановке стохастической задачи оценивания. Таким образом, требуется поставить замкнутую задачу оценивания, т. е. получить формирующие уравнения для аномального поля, уравнения для параметров девиации и уравнения измерений.

Математическое выражение для девиации ΔB_m (получено Пуассоном в 1824 г.), создаваемой магнитными массами, имеет вид [22–24]:

$$\Delta B_m = K + LB_0.$$

Здесь B_0 — вектор магнитного поля Земли; K — вектор постоянной или «жесткой» компоненты девиации, обусловленной полем магнито жестких материалов ЛА; L — матрица размерности 3×3 индуктивной или «мягкой» компоненты, обусловленной полем магнитомягких материалов ЛА.

Девиация ΔB_p , создаваемая индукционными токами, возникает при вариациях во времени магнитного поля, при неравномерных движениях носителя или при его движении в поле с большими горизонтальными или вертикальными градиентами [25]:

$$\Delta B_i = M \frac{dB_0}{dt},$$

где M — матрица влияния токов размерности 3×3 .

Модель измерений в задаче оценивания получается, если совместно использовать модели полной девиации $\Delta B_{sum} = \Delta B_m + \Delta B_p$ для магнитоградиентометра и феррозондового датчика.

Для получения замкнутой модели оценивания модель измерений дополняется разностными уравнениями, описывающими компоненты аномального магнитного поля и параметров девиации. В нашей постановке задачи параметры девиации полагаются постоянными. Поле описывается сто-

хастической моделью, параметры которой выбираются на основании анализа реальных данных.

После нормализации параметров с учетом характерных значений параметров девиации, можно переписать выражение $B = B_0 + \Delta B_m + \Delta B_p$ для измеряемого вектора магнитного поля с учетом магнитных помех в матричных обозначениях, учитывая порядок малости входящих в них величин, в виде [26]:

$$b = b_0 + \varepsilon^3 K + \varepsilon^3 L^T b_0 + \varepsilon^4 b_0 M^T \frac{de_0}{d\tau}, \quad (1)$$

где b — безразмерный вектор измерений, связанный с вектором B соотношением $B = B^* b$ (где $B^* = 50000$ нТл), b_0 — безразмерный вектор магнитного поля Земли, все элементы матриц K , L и M — величины порядка 1, $\varepsilon = 0, 1$, $e_0 = b_0/|b_0|$ — вектор направляющих косинусов, τ — безразмерное время [27]. Точность выражения (1) изменяется от $O(\varepsilon^6)$ до $O(\varepsilon^8)$ в зависимости от высоты съемки [26]. Переписывая соотношение (1) в тензорных обозначениях, получаем:

$$b_i = b_{0i} + \varepsilon^3 K_i + \varepsilon^3 L_{ij} b_0^j + \varepsilon^4 b_s M_{ij} \frac{de_0^j}{d\tau}. \quad (2)$$

При этом считается, что здесь и далее все индексы изменяются от 1 до 3, по повторяющимся индексам производится суммирование и вводится обозначение $b_s = \sqrt{b_{0i} b_0^i}$.

Теперь, используя выражение (2) и вводя обозначение $\Gamma_{ij} = \nabla_i b_j$ (а $\Gamma_{0ij} = \nabla_i b_{0j}$) для тензора градиента, модель девиации показаний тензорного магнитоградиентометра можно записать как

$$\Gamma_{ij} = \varepsilon^3 \Gamma_{0ij} + K_{ij} + L_{ijk} b_0^k + \varepsilon b_s M_{ijk} \frac{de_0^k}{d\tau}, \quad (3)$$

где величины K_{ij} , L_{ijk} и M_{ijk} имеют порядок 1. При использовании высокоточных СКВИД-датчиков на этапе начальной калибровки нужно вводить модель градиента.

Из свойств тензора градиента магнитного поля вытекают следующие свойства тензоров намагничивания:

$$K_{ij} = K_{ji}, \quad K_{ijk} = L_{jik}, \quad M_{ijk} = M_{jik}, \\ K_i^i = 0, \quad L_i^i = 0, \quad M_i^i = 0.$$

Следовательно, остается 35 параметров, требующих определения.

В рамках стохастического подхода градиент магнитного поля в точках измерения считается дискретным процессом Гаусса — Маркова второго порядка (см. также работу [28]). Данный процесс удовлетворяет разностному уравнению:

$$x_{j+1} = x_j + v_j u_j \Delta t, \quad (4)$$

$$u_{j+1} = u_j + q_j \Delta t,$$

$$x_0, u_0 = 0, \quad q_j \in N(0, \sigma^2), \quad E[q_i q_j] = \sigma^2 \delta_{ij},$$

где x_j — j -е измерение любой из компонент тензора (или вектора) градиента магнитного поля, u_j — производная компоненты градиента вдоль направления полета в момент времени j , q_j — вектор шума в момент времени j , v_j — скорость ЛА в момент времени j , Δt — интервал времени между измерениями, $N(\cdot)$ — нормальное распределение, $E(\cdot)$ — математическое ожидание. Параметр σ^2 подбирается, исходя из анализа статистических характеристик магнитного поля по реальным данным.

Заметим, что в модель (4) входит производная компоненты градиента вдоль направления полета. Поэтому для того, чтобы использовать описанную модель при постановке задачи оптимального оценивания, надо предварительно перепроектировать значения магнитного поля, полученные в путевой системе координат, одна из осей которой совпадает с направлением полета, в систему координат, связанную с измерителем. Пусть ось Oy_1 совпадает с направлением полета; обозначим через O матрицу перехода от путевой системы к системе, связанной с измерителем.

Для того чтобы математически корректно поставить задачу оптимального оценивания параметров магнитных помех и при этом избежать громоздких выкладок, введем ряд вспомогательных обозначений. Пусть для произвольных матриц X , $X_k \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ (где $\mathbb{R}^{k \times m}$ — множество действительнозначных матриц размерности $k \times m$):

$$X_{\{ij\}} = (X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{22}, X_{23}),$$

$$X_{\{ijk\}} = (X_{11k}, X_{12k}, X_{13k}, X_{22k}, X_{23k})$$

и

$$\hat{x}_0 = (\nabla_1 B_1, \nabla_1 \nabla_1 B_1, \nabla_1 B_2, \nabla_1 \nabla_1 B_2, \nabla_1 B_3, \nabla_1 \nabla_1 B_3, \nabla_2 B_2, \nabla_1 \nabla_2 B_2, \nabla_2 B_3, \nabla_1 \nabla_2 B_3).$$

Введем матрицы:

$$A_j = \begin{pmatrix} 1 & V_j \Delta t \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$Q_j = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & V_j^2 \Delta t^2 \sigma^2 \end{pmatrix},$$

$$\hat{A}_j = \{A_j, A_j, A_j, A_j, A_j, I_{35}\},$$

$\hat{Q}_j = \{Q_j, Q_j, Q_j, Q_j, Q_j, \Theta_{35 \times 35}\}$ — блочно-диагональные матрицы, где индексом j обозначен номер текущего измерения, V_j — скорость ЛА в момент измерения, I_n и $\Theta_{n \times k}$ — единичная и нулевая матрицы соответствующей размерности. Обозначим для j -го измерения:

$$\hat{H} = H_1, \Theta_{5 \times 1}, H_2, \Theta_{5 \times 1}, H_3, \Theta_{5 \times 1}, H_4, \Theta_{5 \times 1}, H_5, \Theta_{5 \times 1},$$

$$I_5, I_5 e_1, I_5 e_2, I_5 e_3, I_5 e'_1, I_5 e'_2, I_5 e'_3,$$

где индекс j всюду опущен, чтобы избежать громоздкости, через e' обозначена конечно-разностная производная:

$$e'_j = \frac{(e_j - e_{j-1})}{\Delta t}, \quad j > 1,$$

$$e'_1 = \frac{(e_2 - e_1)}{\Delta t}, \quad j = 1,$$

где e_j — вектор направляющих косинусов $e_j = b_j / |b_j|$ в момент времени j , матрицы $H_i \in \mathbb{R}^5$ имеют вид (где \mathbb{R}^k — множество действительнозначных векторов размерности k):

$$(H_1, H_2, H_3, H_4, H_5) = \begin{pmatrix} O_{11}^2 - O_{13}^2 & O_{21}^2 - O_{23}^2 & O_{11} O_{21} - O_{13} O_{23} & O_{11} O_{31} - O_{13} O_{33} & O_{21} O_{31} - O_{23} O_{33} \\ O_{12}^2 - O_{13}^2 & O_{22}^2 - O_{23}^2 & O_{12} O_{22} - O_{13} O_{23} & O_{12} O_{32} - O_{13} O_{33} & O_{22} O_{32} - O_{23} O_{33} \\ 2 O_{11} O_{12} & 2 O_{21} O_{22} & O_{12} O_{21} + O_{11} O_{22} & O_{12} O_{31} + O_{11} O_{32} & O_{22} O_{31} + O_{21} O_{32} \\ 2 O_{11} O_{13} & 2 O_{21} O_{23} & O_{13} O_{21} + O_{11} O_{23} & O_{13} O_{31} + O_{11} O_{33} & O_{23} O_{31} + O_{21} O_{33} \\ 2 O_{12} O_{13} & 2 O_{22} O_{23} & O_{13} O_{22} + O_{12} O_{23} & O_{13} O_{32} + O_{12} O_{33} & O_{23} O_{32} + O_{22} O_{33} \end{pmatrix}.$$



Введем вектор состояния $x \in \mathbb{R}^{45}$, $x = (\hat{x}_0, K_{\{ij\}}, L_{\{ij\}1}, L_{\{ij\}2}, L_{\{ij\}3}, M_{\{ij\}1}, M_{\{ij\}2}, M_{\{ij\}3})^T$ и вектор измерений $z \in \mathbb{R}^5$ $z^T = \Gamma_{\{ij\}}$, удовлетворяющие, с учетом выражений (3) и (4), соотношениям:

$$x_{j+1} = \hat{A}_j x_j + q_j, \quad q_j \in N(0, \hat{Q}), \quad E[q_i q_j^T] = \hat{Q}_j \delta_{ij},$$

$$P_j = E[x_j x_j^T],$$

$$z_j = \hat{H}_j x + r_j, \quad r_j \in N(0, \hat{R}), \quad E[r_i r_j^T] = \hat{R} \delta_{ij}$$

где $r_j \in \mathbb{R}^5$ — вектор шумов тензорного измерителя с диагональной ковариационной матрицей \hat{R} . Как известно, оптимальная оценка вектора состояния в такой задаче может быть получена с помощью алгоритма дискретного фильтра Калмана, при этом начальные значения $x_0 = \Theta_{45 \times 1}$, а P_0 подбирается по результатам анализа экспериментальных данных (см. также работу [27]). Для анализа сходимости оценок возможно использование так называемых стохастических мер оцениваемости [29].

При измерениях вектора градиента модуля магнитной индукции задача компенсации принимает иной вид. В этом случае каждая компонента градиента представляет собой разницу измерений скалярных магнитометров. Для каждого из них модель девиации выглядит следующим образом [27]:

$$b = b_0 + \varepsilon^3 e_F^T K + 0,5 \varepsilon^3 e_F^T L_S b_F + \varepsilon^4 b_F^T M \frac{de_F}{d\tau} + o(\varepsilon^6).$$

Здесь $L_S = L + L^T$ — симметричная матрица, $e_F = b_F/|b_F|$ — вектор направляющих косинусов по данным векторного магнитометра. Очевидно, что измерений скалярных датчиков для решения задачи компенсации не достаточно. При анализе наблюдаемости полученной модели можно показать, что она содержит 16 наблюдаемых параметров

$$K_1, K_2, K_3, \Delta L_{11}, \Delta L_{22}, L_{12}, L_{13}, L_{23}, \Delta M_{11}, M_{12},$$

$$M_{13}, M_{21}, \Delta M_{22}, M_{23}, M_{31}, M_{32};$$

$$\Delta L_{ii} = L_{ii} - L_{33}, \quad \Delta M_{ii} = M_{ii} - M_{33}.$$

По аналогии с измерением тензора градиента магнитного поля может быть получено выражение для девиации компонент вектора градиента, для которого введено обозначение $g_i = \nabla_i b$:

$$g_i = \varepsilon^3 g_{0i} + K_{ij} e_F^j + L_{ijk} e_F^j b_F^k +$$

$$+ \varepsilon M_{ijk} \frac{de_F^j}{d\tau} b_F^k + o(\varepsilon^6), \quad (5)$$

где тензоры намагничивания (K_{ij} , L_{ijk} , M_{ijk}) не совпадают, вообще говоря, с аналогичными тензорами, фигурирующими в выражении (3). Значит, эти величины уже не обладают теми же свойствами сим-

метрии, что и для тензорного градиентометра. Поэтому после декомпозиции задача (5) распадается на три задачи оценивания, в каждой из которых требуется определить в сумме 16 параметров тензоров K , L и M . Общее число параметров — 48.

Кроме того, заметим, что чувствительность скалярных квантовых магнитометров вполне достаточна, чтобы измерить градиент на высоте калибровочного полета, поэтому для полной модели задачи оценивания необходима модель градиента поля.

Для того чтобы поставить задачу оценивания параметров магнитной девиации, введем, как и в предыдущем случае, ряд вспомогательных обозначений. Пусть:

$$\tilde{A}_j = \{A_j, A_j, A_j, I_{48}\},$$

$$\tilde{Q}_j = \{Q_j, Q_j, Q_j, \Theta_{48 \times 48}\}$$

и для j -го измерения:

$$\tilde{H} = (O_1, \Theta_{3 \times 1}, O_2, \Theta_{3 \times 1}, O_3, \Theta_{3 \times 1}, I_3 e_1, I_3 e_2, I_3 e_3,$$

$$I_3 e_1^2, I_3 e_2^2, I_3 e_3^2, I_3 e_1 e_2, I_3 e_1 e_3, I_3 e_2 e_3,$$

$$I_3 e_1 e_1', I_3 e_2 e_2', I_3 e_3 e_3', I_3 e_1 e_1',$$

$$I_3 e_2 e_2', I_3 e_3 e_3', I_3 e_1 e_2', I_3 e_2 e_1'),$$

где индекс j опущен, чтобы не загромождать обозначения, а через O_i обозначен i -й столбец матрицы поворота O , введенной выше. Обозначим, кроме того:

$$\tilde{x}_0 = (\nabla_1 |B|, \nabla_1 \nabla_1 |B|, \nabla_2 |B|, \nabla_1 \nabla_2 |B|, \nabla_3 |B|, \nabla_1 \nabla_3 |B|),$$

$$\tilde{x}_i = (K_{1i}, K_{2i}, K_{3i}, L_{11i}, L_{22i}, L_{12i}, L_{13i}, L_{23i},$$

$$M_{11i}, M_{22i}, M_{12i}, M_{13i}, M_{21i}, M_{23i}, M_{31i}, M_{32i}).$$

Введем вектор состояния $x \in \mathbb{R}^{54}$ $x = (\tilde{x}_0, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3)^T$ и вектор измерений $z \in \mathbb{R}^3$, $z = (g_1, g_2, g_3)^T$, удовлетворяющие, с учетом выражений (4) и (5), соотношениям:

$$x_{j+1} = \tilde{A}_j x_j + q_j, \quad q_j \in N(0, \hat{Q}_j), \quad E[q_i q_j^T] = \hat{Q}_j \delta_{ij},$$

$$P_j = E[x_j x_j^T],$$

$$z_j = \hat{H}_j x + r_j, \quad r_j \in N(0, \tilde{R}), \quad E[r_i r_j] = \tilde{R} \delta_{ij}$$

где $r_j \in \mathbb{R}^3$ — вектор шумов векторного измерителя с диагональной ковариационной матрицей \tilde{R} . Оптимальная оценка вектора состояния может быть получена, как и в предыдущем случае, с помощью алгоритма дискретного фильтра Калмана, при этом начальные значения $x_0 = \Theta_{54 \times 1}$, а P_0 подбирается по результатам анализа экспериментальных данных.

Отметим, прежде всего, что магнитотометрическая система, как уже упоминалось выше, требу-

ет наличия средств измерения углов ориентации — это необходимо, поскольку модель поля задается в географической системе координат, а измерения производятся в связанной с ЛА системе координат. Далее, для увязки измерений на различных курсах необходимо ввести условие совпадения векторов градиента, которое даст дополнительное корректирующее измерение.

После завершения процедуры калибровки девиация может быть компенсирована в соответствии с соотношениями для тензорного градиентометра:

$$\Gamma_{0\{ij\}} = \Gamma_{\{ij\}} - \hat{H}(\Theta_{10 \times 1}, K_{\{ij\}}, L_{\{ij\}1}, K_{\{ij\}2}, K_{\{ij\}3}, M_{\{ij\}1}, M_{\{ij\}2}, M_{\{ij\}3})^T,$$

для векторного градиентометра:

$$g_{0i} = g_i - \tilde{H}(\Theta_{1 \times 6}, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3)^T,$$

где все величины относятся к одному и тому же измерению.

4. АЛГОРИТМ КОМПЛЕКСИРОВАНИЯ МАГНИТОМЕТРИЧЕСКОЙ И ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Алгоритм комплексирования инерциальной и корреляционно-экстремальной навигационных систем (ИНС-КЭНС) рассматривается в следующей постановке. В качестве ИНС выбрана двухкомпонентная платформенная ИНС с горизонтируемой платформой и относительно свободной ориентацией в азимуте. Для определения высоты применяется баровысотомер. В качестве корректирующей информации используется информация о значениях вектора градиента магнитного поля $g = (g_1, g_2, g_3)^T$. Для реализации алгоритмов комплексирования необходимо, чтобы в бортовом вычислителе осуществлялось не только счисление навигационной информации по показаниям инерциальных датчиков, но и решение разностных уравнений для вектора ошибок и его ковариационной матрицы, которое будет необходимо на этапе коррекции. Ковариационная матрица должна вычисляться с учетом вида уравнений ошибок.

Предварительно измеренные значения градиента магнитного поля задаются в виде набора измерений, выполненных в ряде точек пространства, лежащих в некоторой трехмерной ограниченной области. С помощью какого-либо алгоритма интерполяции (в данной работе применялась кубическая интерполяция) по этим измерениям могут быть построены непрерывные функции, связывающие вектор градиента магнитного поля и его производные по y_1 и y_2 с координатами точки из-

мерения $M(y_1, y_2, y_3)$. Обозначим эти функции как $g = \Phi(M)$ и $\nabla_1 g = \nabla_1 \Phi(M)$, $\nabla_2 g = \nabla_2 \Phi(M)$, при этом будем считать, что компоненты данных векторнозначных функций записаны в гринвичской системе координат.

Алгоритм комплексирования состоит из двух этапов [21]. Первый этап предназначен для грубой оценки ошибок позиционирования по измерениям параметров физического поля. Данный этап наступает, когда начинается движение по эталонному участку согласно показаниям непрерывно работающей ИНС. Для этого этапа необходимо проанализировать статистические параметры эталонной карты и определить радиус корреляции для текущей высоты полета. Далее зона возможных значений вектора ошибок ИНС разбивается на некоторое число равных участков, каждый из которых по размеру меньше радиуса корреляции. Для всех участков иницируется траектория в пространстве вектора ошибок, которая рассчитывается согласно уравнениям ошибок с начальными условиями, отвечающими центру зоны. Для каждого момента времени можно определить значение поля по эталону, отвечающее координатам, равным текущему показанию инерциальной навигационной системы. Для всех траекторий необходимо вычислить интеграл, определяющий степень правдоподобия гипотезы. Сравнивая коэффициент правдоподобия с заданным порогом, можно отбросить гипотезы, не удовлетворяющие условиям правдоподобия. Постепенно число гипотез будет уменьшаться. После того, как останется единственная гипотеза, можно переходить ко второму этапу.

На втором этапе задача коррекции ИНС по измерениям вектора градиента магнитного поля сводится к стохастической задаче оптимального оценивания. Чтобы показать, как это сделать, введем ряд обозначений. Пусть для j -го измерения:

$$A^{in} = \begin{pmatrix} I_2 & I_2 \Delta t & \Theta_{2 \times 3} & \Theta_{2 \times 2} & \hat{y} \\ -\omega_0^2 I_2 \Delta t & I_2 + 2u_3 T \Delta t & \Theta_{2 \times 3} & \Theta_{2 \times 2} & \hat{w} \\ \Theta_{3 \times 2} & \Theta_{3 \times 2} & I_3 + \hat{\omega} \Delta t & \Theta_{3 \times 2} & I_3 \Delta t \\ \Theta_{2 \times 2} & \Theta_{2 \times 2} & \Theta_{2 \times 3} & I_2 & \Theta_{2 \times 3} \\ \Theta_{3 \times 2} & \Theta_{3 \times 2} & \Theta_{3 \times 3} & \Theta_{3 \times 2} & I_3 \end{pmatrix},$$

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$H^{in} = (-\Delta_1, \Theta_{3 \times 2}, -O_T \hat{\Phi}_y(M) + \Delta_2 \hat{y}, \Theta_{3 \times 5}),$$

$$\Phi_y(M) = O_R \Phi(M),$$

$$\Delta_1 = O_T(\nabla_1 \Phi_y(M) + \nabla_2 \Phi_y(M)), \quad \Delta_2 = (\Delta_1 \Theta_{3 \times 1}),$$



где M — модельная точка с модельными координатами $y \in \mathbb{R}^3$, $w \in \mathbb{R}^3$ — модельная относительная скорость, $u \in \mathbb{R}^3$ — угловая скорость вращения Земли в проекции на оси модельного трехгранника, $\omega \in \mathbb{R}^3$ — абсолютная угловая скорость модельного трехгранника, ω_0 — частота Шулера, O_R — матрица поворота от гринвичского трехгранника к модельному трехграннику, O_T — матрица поворота от приборного трехгранника к трехграннику, связанному с измерителем (ошибкой определения данной матрицы пренебрегаем), индекс измерения j всюду опущен. Кроме того, для произвольного вектора $f \in \mathbb{R}^3$ введены обозначения:

$$\hat{f} = \begin{pmatrix} 0 & f_3 & -f_2 \\ -f_3 & 0 & f_1 \\ f_2 & -f_1 & 0 \end{pmatrix}$$

и

$$\hat{\hat{f}} = \begin{pmatrix} 0 & f_3 & -f_2 \\ -f_3 & 0 & f_1 \end{pmatrix}.$$

Запишем для j -го измерения вектор состояния $x \in \mathbb{R}^{12}$: $x = (\delta y^T, \delta w^T, \beta^T, \Delta f^T, v^T)^T$ и вектор измерений $z \in \mathbb{R}^3$: $z = g - O_T \Phi_j(M)$, где $\delta y \in \mathbb{R}^2$ — динамические ошибки модельных координат, $\delta w \in \mathbb{R}^2$ — динамические ошибки модельных скоростей, $\beta \in \mathbb{R}^3$ — угол малого поворота от модельного трехгранника к приборному, $\Delta f \in \mathbb{R}^2$ — вектор инструментальных погрешностей ньютометров, $v \in \mathbb{R}^3$ — дрейф гиролатформы [30], $g \in \mathbb{R}^3$ — измеренный вектор градиента магнитного поля. Учтем, что вектор g может быть записан как $g = O_T(I_3 + \hat{\beta})\Phi(M')$, где M' — точка с координатами $y' = y - \delta y - \hat{\beta}y$, $\delta y_3 = 0$, тогда выражение для z можно переписать в виде (учитывая только линейные члены в разложении в ряд Тейлора) $z = H^{in}x + r$, где $r \in \mathbb{R}^3$ — вектор шума датчиков. Значит, введенные выше векторы удовлетворяют соотношениям:

$$x_{j+1} = A_j^{in} x_j + q_j, \quad q_j \in N(0, Q^{in}), \quad E[q_j q_j^T] = Q^{in} \delta_{ij}$$

$$z_j = H_j^{in} x_j + r_j, \quad r_j \in N(0, R^{in}), \quad E[r_j r_j] = R^{in} \delta_{ij}$$

где ковариационные матрицы Q^{in} и R^{in} определяются характеристиками инерциальных и магнитных датчиков. Оптимальная оценка компонент вектора состояния дается алгоритмом дискретного фильтра Калмана; с помощью полученной оценки

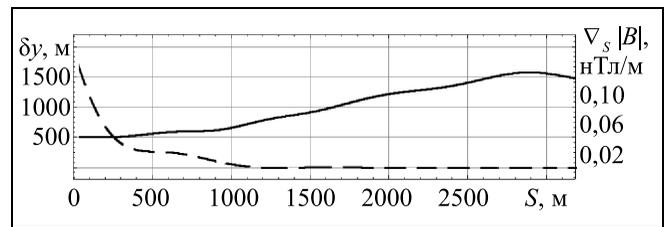


Рис. 5. Результаты численного моделирования алгоритма комплексирования

на каждом шаге алгоритма производится коррекция ИНС.

5. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для того чтобы продемонстрировать эффективность применения описанного алгоритма интеграции данных платформенной ИНС и измерений градиента магнитного поля, было проведено численное моделирование работы данного алгоритма с использованием реальных данных о магнитном поле, полученных в ходе тестового полета на одном из участков. При моделировании предполагалось, что ЛА движется с постоянной скоростью вдоль прямой, при этом его ориентация медленно меняется. Модель ошибок инерциальной системы была подобрана так, чтобы правильно описывать результаты работы датчиков средней точности. В результате была получена зависимость ошибки определения координат ЛА от пройденного им расстояния S .

Результаты моделирования представлены на рис. 5. Сплошной линией изображена зависимость проекции градиента магнитного поля на направление полета $\nabla_s |B|$; штриховой линией — значение горизонтальной составляющей ошибки определения положения $\delta y = \sqrt{(y'_1 - y_1)^2 + (y'_2 - y_2)^2}$ по данным, полученным в результате комплексирования. Видно, что ошибка быстро убывает до уровня меньше 20 м. Это подтверждает высокую эффективность предложенного решения по интеграции данных измерений градиента магнитного поля и ИНС.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен аналитический обзор существующих решений, предназначенных для измерения градиента магнитного поля на борту летательного аппарата. Показано, что ключевые особенности градиента магнитного поля, такие, как временная стабильность и малый радиус корреляции, обуславливают высокую перспективность примене-

ния корреляционно-экстремальных навигационных систем, основанных на измерении градиента магнитного поля. Значительное место в работе уделено задаче компенсации девиации показаний магнитоградиентометра. Для ее решения развит подход, основанный на стохастической модели аномального поля, предложен калмановский алгоритм для оценивания коэффициентов компенсации. Численное моделирование на реальных данных показало эффективное снижение ошибок инерциальной навигационной системы при комплексировании ее с магнитоградиентометрической корреляционно-экстремальной навигационной системой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Джанджгава Г.И. Навигация по аномальному гравитационному полю Земли. Выбор структуры и обоснование требований к системе навигации с учетом возможностей существующего картографического и аппаратного обеспечения / Г.И. Джанджгава, Л.И. Августов, А.И. Сорока // Авиакосмическое приборостроение. — 2002. — № 6. — С. 63–68.
2. Пешихонов В.Г. Навигационные системы // Вестник Российской академии наук. — 1997. — Т. 67, № 1. — С. 43–52.
3. Щербинин В.В. Алгоритмы фрагментации цветных фотоснимков для формирования разносезонных эталонных изображений оптических корреляционно-экстремальных систем навигации ЛА / В.В. Щербинин, Е.В. Шевцова // Известия ЮФУ. Технические науки. — 2010. — № 3. — С. 87–92.
4. Xiaoming Z. and Yan Z. Analysis of Key Technologies in Geomagnetic Navigation // Proc. SPIE 7128, Seventh International Symposium on Instrumentation and Control Technology: Measurement Theory and Systems and Aeronautical Equipment, 71282J (October 13, 2008); doi:10.1117/12.807129.
5. Баклицкий В.К. Корреляционно-экстремальные методы навигации и наведения. — Тверь: ТО «Книжный клуб», 2009. — 360 с.
6. Белоглазов И.Н. Основы навигации по геофизическим полям / И.Н. Белоглазов, Г.И. Джанджгава, Г.П. Чигин. — М.: Наука, 1985. — 328 с.
7. Красовский А.А. Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем / А.А. Красовский, И.Н. Белоглазов, Г.П. Чигин. — М.: Наука, 1979. — 448 с.
8. Белоглазов И.Н., Тарасенко В.П. Корреляционно-экстремальные системы. — М.: Сов. радио, 1974. — 392 с.
9. Bergman N. Recursive Bayesian estimation. Navigation and Tracking Applications. — Sweden: Linkoping: Linkoping University, 1999. — 219 p.
10. Дмитриев С.П., Шимелевич Л.И. Нелинейные задачи обработки навигационной информации: обзор. — Л.: ЦНИИ «Румб», 1977. — 84 с.
11. Степанов О.А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. — СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 1998. — 369 с.
12. Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Ч. 1. Обзор алгоритмов // Гироскопия и навигация. — 2015. — № 3 (90). — С. 102–125.
13. Дмитриев С.П., Степанов О.А. Многоальтернативная фильтрация в задачах обработки навигационной информации // Радиотехника. — 2004. — № 7. — С. 11–17.
14. Степанов О.А., Торопов А.Б. Использование последовательных методов Монте-Карло в задаче корреляционно-экстремальной навигации // Изв. вузов. Приборостроение. — 2010. — Т. 53, № 10. — С. 49–54.
15. Контарович Р.С., Бабаянц П.С. Аэрогеофизика — эффективный инструмент решения геолого-поисковых задач // Разведка и охрана недр. — 2011. — № 7. — С. 3–10.
16. Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Павлов Б.В., Тхоренко М.Ю. Измерения физических полей на борту летательного аппарата при решении навигационных задач // 7-я Российская мультиконференция по проблемам управления // Материалы XXIX Конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. — СПб., 2014. — С. 232–241.
17. Парселл Э. Электричество и магнетизм: учебное руководство. — М.: Наука, 1983. — 415 с.
18. Telford W.M., Geldart L.R., Sheriff R.E. Applied Geophysics. — Cambridge: Cambridge University Press, 2004. — 744 p.
19. Noriega G., Aeromagnetic Compensation in Gradiometry — Performance, Model Stability, and Robustness // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. — 2014. Vol. PP, iss. 99 (early publication). — P. 1–5.
20. Foley C.P., Tilbrook D.L., Leslie K.E., et al. Geophysical Exploration Using Magnetic Gradiometry Based on HTS SQUIDS // IEEE Trans. on Applied Superconductivity. — 2001. — Vol. 11, iss. 1. — P. 1375–1378.
21. Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Мойланен Е.В., Павлов Б.В. Integration Magnetic Gradiometer Correlation-Extremal and Inertial Navigation Systems // Proc. of the 19th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. — СПб., 2012. — С. 182–184.
22. Каршаков Е.В., Павлов Б.В., Тхоренко М.Ю. Модели и структура бортовых измерений физических полей // Тр. XII Всеросс. совещания по проблемам управления (ВСПУ 2014) / Москва, ИПУ РАН. — М., 2014. — С. 7032–7043.
23. Лысенко А.П. Теория и методы компенсации магнитных помех // Геофизическое приборостроение — 1960. — Вып. 7.
24. Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Харичкин М.В. Система аэромагнитной съемки аномалий магнитного поля // Датчики и системы. — 2007. — № 8. — С. 17–21.
25. Leliak P. Identification and Evaluation of Magnetic Field Sources of Magnetic Airborne Detector Equipped Aircraft // IRE Trans. on Aerospace and Navigational Electronics. — 1961. — P. 95–105.
26. Каршаков Е.В., Харичкин М.В. Стохастическая задача оценивания при компенсации девиации аэромагнитометра // Автоматика и телемеханика. — 2008. — № 7. — С. 68–77.
27. Новожилов И.В. Фракционный анализ. — М.: Изд-во мех.-мат. ф-та МГУ, 1995. — 224 с.
28. Болотин Ю.В., Голован А.А., Парусников Н.А. Уравнения аэрогравиметрии. Алгоритмы и результаты испытаний. — М: Из-во Центра прикладных исследований при механико-математическом ф-те МГУ, 2002.
29. Варавва В.Г., Голован А.А., Парусников Н.А. О стохастической мере оцениваемости / В сб.: Коррекция в навигационных системах и системах ориентации ИСЗ. — М.: Изд-во мех.-мат. ф-та МГУ, 1987.
30. Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть 1. Математические модели инерциальной навигации. — 2-е изд. — М.: Изд-во МГУ, 2010. — 126 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Афанасьевым.

Каршаков Евгений Владимирович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, ✉ karshak@mail.ru,

Павлов Борис Викторович — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, ✉ pavlov@ipu.ru,

Тхоренко Максим Юрьевич — ст. инженер, ✉ tkhorenkom@mail.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.