

ОБОБЩЕННЫЕ СТОХАСТИЧЕСКИЕ СЕТЕВЫЕ ГРАФИКИ С УПРАВЛЯЮЩИМИ ДУГАМИ

Н.Н. Иванов

Для обобщенного стохастического сетевого графика предложены алгоритмы управления временем его выполнения, основанные на введении управляющих дуг. Предложен способ вычисления среднего времени выполнения сетевого графика с управляющими дугами и его оценок при нескольких режимах их активации.

Ключевые слова: обобщенный стохастический сетевой график, критический путь, управляющие дуги, время выполнения, имитационное моделирование.

ВВЕДЕНИЕ

Сетевые графики служат для моделирования сложных взаимосвязанных временных процессов, таких как выполнение проектной документации, строительства, сборочных процессов, процессов выполнения в реальном времени управляющих программ в вычислительных системах (ВС). В настоящее время сетевые графики рассматриваются в предположении о временах прохождения дуг как случайных величинах с известными распределениями [1].

В настоящей работе рассматривается вариант сетевых графиков, названный обобщенным стохастическим сетевым графиком (ОССГ) и отличающийся допущением в качестве дисциплины возникновения события (возбуждения некоторой вершины), помимо стандартной, при которой событие наступает после прохождения всех дуг, входящих в соответствующую данному событию вершину (дисциплина «И»), альтернативной дисциплины (исключенное) «ИЛИ», которой соответствует возбуждение вершины в результате прохождения первой (по времени) из входящих в нее дуг [2, 3].

Применительно к вычислительным процессам в управляющих параллельных ВС, основанным на структуризации управляющих программ (программных модулей) с помощью ОССГ [4, 5]), последние могут рассматриваться как инструмент обеспечения временной надежности ВС. Это понятие предполагает, что для заданных распределений времени выполнения отдельных работ пове-

дение ОССГ может быть смоделировано, и на этой основе сделан вывод о возможности выполнения управляющей программы не более чем за заданное директивное время с заданной вероятностью.

Для выполнения этого требования могут быть привлечены предлагаемые в работе средства, основанные на внедрении в ОССГ специальных (управляющих) дуг, вызывающих досрочное свершение событий — вершин, для которых они являются входными, или смену типа управляемой вершины (с «И» на «ИЛИ»).

Помимо чисто управленческих функций эти дуги могут решать и другие моделирующие задачи: например, за время прохождения управляющей дуги параллельно с управляемым контуром могут осуществляться действия, дублирующие процессы, которые происходят в этом контуре. Так, например, за время прохождения управляющей дуги могут быть осуществлены вычислительные процессы по упрощенным алгоритмам (с понижением точности вычислений, с сокращением числа используемых параметров и т. п.), сопровождаемые существенным сокращением временных затрат и использованием при необходимости результатов этих вычислений для достижения временной надежности управляющих программ в управлении техническими объектами в реальном времени.

Кроме того, подчеркнем, что в практике моделирования введение в сетевые графики подобных дуг явится расширением функциональных возможностей этих графиков. Таким образом, наряду с традиционными дисциплинами свершения событий («И» и «ИЛИ») в сетевые графики могут быть введены вершины, соответствующие событиям,

свершение которых может происходить по иным дисциплинам. Примеры таких дисциплин, которыми не исчерпывается все многообразие подобных вершин, рассматриваются в данной работе.

Отметим также, что приемы, рассмотренные в работе, могут найти применение и в других предметных областях. Необходимость использования этих возможностей определяется пользователем, а их целесообразность и эффективность может быть подтверждена обсуждаемыми в работе средствами имитационного моделирования.

1. АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ, ОСНОВАННЫЕ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ УПРАВЛЯЮЩИХ ДУГ

Управление предполагает включения в ОССГ дуг, которые ведут в вершины типа «И» и активируют соответствующие им события независимо от того, закончилось ли прохождение всех входящих дуг, либо меняют тип управляемой вершины (с «И» на «ИЛИ»).

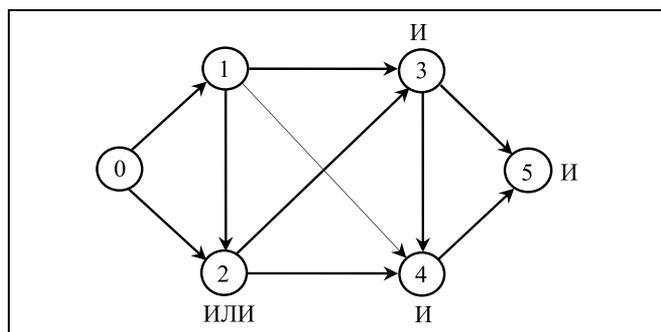
На рисунке представлен ОССГ, на котором имеется показанная тонкой линией управляющая дуга 14 (обозначения дуг соответствуют номерам соединяемых ими вершин).

В работе предлагается методика моделирования ОССГ с управляющими дугами с целью нахождения оценок времени выполнения ОССГ для различных предлагаемых режимов активации управляющих дуг. Методика позволяет также находить статистическую вероятность активации управляющих дуг для всех предлагаемых режимов их активации.

На случайные времена выполнения работ налагаются ограничения: распределения этих времен предполагаются абсолютно непрерывными, заданными на конечных промежутках и, возможно, зависимыми.

Структурные ограничения на ОССГ с управляющими дугами, принятые в работе, определяются двумя правилами:

— управляемая вершина может управляться только одной дугой;



Пример ОССГ

— время прохождения управляющей дуги — детерминированная величина.

В работе рассматривается режим I активации управляющей дуги, при котором активация происходит в случае, если время прихода управляющей дуги в управляемую вершину меньше времен прихода всех дуг из выделенного подмножества S дуг.

При альтернативном способе (режим II) активация происходит, если время прихода управляющей дуги меньше времени прихода хотя бы одной из входящих в множество S дуг.

В режиме III активация управляющей дуги происходит только в том случае, если время ее прихода больше времени прихода каждой дуги из множества S выделенных входных дуг, но при этом существует, по крайней мере, одна входная дуга, не входящая в множество S , время прихода которой в управляемую вершину больше времени прихода управляющей дуги.

Кроме упомянутых режимов управления, основанных на непосредственном воздействии на динамические процессы в ОССГ, рассматривается один из возможных методов (режим IV) косвенного воздействия на поведение ОССГ, определяемый изменением типа управляемой вершины, которое происходит, если время прихода управляющей дуги в управляемую вершину меньше времен прихода всех входящих в нее дуг.

Рекомендуется следующее правило выбора управляемых вершин: по результатам имитационного моделирования процессов выполнения сетевого графика выбрать минимальное число управляемых вершин на наиболее вероятных критических путях и режимы активации управляющих дуг.

2. МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ

Моделирование поведения ОССГ основывалось на алгоритме, схожем с алгоритмом DAG_SHORTEST_PATHS [6] нахождения кратчайшего пути в простом графе, однако его применимость к ОССГ в связи с иными задачами и используемыми в этих графиках управляющими дугами потребовала его существенной перестройки. Ниже приведен текст алгоритма DAG_LONGEST_PATHS и применяемых в нем процедур в тех же кодах, которые использованы в работе [6].

Принятые обозначения: $V[G]$ — множество вершин; (v, u) — дуга, соединяющая вершины v и u в указанном порядке; $Adj[u]$ — множество всех непосредственных последователей вершины u ; $d[v]$ — время нахождения в вершине v ; $\pi[v]$ — предшественник вершины v такой, что дуга $(\pi[v], v)$ вызвала изменение времени $d[v]$; $w(v, u)$ — время прохождения дуги (v, u) ; s — начальная вершина, r — конечная вершина.



DAG_LONGEST_PATHS (G, w, s) (в графе G вершины обоих типов и управляющие дуги)

- 1 топологическая сортировка вершин G (введение отношения ϕ строгого порядка, которое покрывает частичный порядок ψ , определяемый ОССГ, $u\psi v \Rightarrow u\phi v$)
- 2 INITIALIZE_SINGLE_SOURCE (G, s)
- 3 **for** всех $u \in V[G]$ (в установленном полном порядке ϕ) **do**
- 4 **if** u — управляемая вершина и (v, u) — управляющая дуга
- 5 **then** CONTROL (v, u, w)
- 6 **for** $v \in Adj[u]$ (для всех последователей вершины u) **do**
- 7 **if** v имеет тип «ИЛИ» и не управляемая
- 8 **then** RELAX (u, v, w)
- 9 **if** v имеет тип «И» и не управляемая
- 10 **then** INCREASE (u, v, w)
- 11 **if** v имеет тип «И» и управляемая по режиму I—IV **then**
- 12 **if** (u, v) — не управляющая дуга
- 13 **then** INCREASE (u, v, w)

14 Время выполнения сетевого графика $T \leftarrow d[r]$.
INITIALIZE_SINGLE_SOURCE (G, s) (инициализация алгоритма [6], с добавлением п. 2 и 3)

- 1 **for** $\forall v \in V[G]$ **do**
- 2 **if** v типа «И»
- 3 **then** $d[v] \leftarrow 0$
- 4 **if** v типа «ИЛИ»
- 5 **then** $d[v] \leftarrow \infty$
- 6 $\pi[v] \leftarrow \text{NIL}$
- 7 $d[s] \leftarrow 0$

Примечание. Если $\pi[v] = \text{NIL}$, то предшественник не определен, если же $\pi[v] \neq \text{NIL}$, то обратная цепочка $r, \pi[r], \pi[\pi[r]], \dots, s$ будет представлять собой критический путь.

CONTROL (v, u, w) ((v, u) — управляющая дуга, $S \subseteq Q$, Q — множество входных дуг в u).

Режим I

- 1 **if** $\forall (q, u) \in S(d[q] + w(q, u) > d[v] + w(v, u))$
- 2 **then** $d[u] \leftarrow d[v] + w(v, u)$
- 3 $\pi[u] \leftarrow v$

Режим II

- 1 **if** $\exists (q, u) \in S(d[q] + w(q, u) > d[v] + w(v, u))$
- 2 **then** $d[u] \leftarrow d[v] + w(v, u)$
- 3 $\pi[u] \leftarrow v$

Режим III

- 1 **if** $\forall (q, u) \in S(d[q] + w(q, u) > d[v] + w(v, u)) \ \& \ \exists (p, u) \in Q \setminus S(d[p] + w(p, u) > d[v] + w(v, u))$
- 2 **then** $d[u] \leftarrow d[v] + w(v, u)$
- 3 $\pi[u] \leftarrow v$

Режим IV

- 1 **if** $\forall (q, u) \in Q((d[q] + w(q, u) > d[v] + w(v, u)) \ \& \ \exists (z, u) \in Q(d[z] + w(z, u) \leq d[q] + w(q, u)))$
- 2 **then** $d[u] \leftarrow d[z] + w(z, u)$
- 3 $\pi[u] \leftarrow z$

RELAX (u, v, w) [6] (применяется для вершин типа «ИЛИ»)

- 1 **if** $d[v] > d[u] + w(u, v)$
- 2 **then** $d[v] \leftarrow d[u] + w(u, v)$
- 3 $\pi[v] \leftarrow u$

INCREASE (u, v, w) (применяется для вершин типа «И»; вершины, имеющие одну входную дугу, отнесены к вершинам типа «И»)

- 1 **if** $d[v] < d[u] + w(u, v)$
- 2 **then** $d[v] \leftarrow d[u] + w(u, v)$
- 3 $\pi[v] \leftarrow u$

3. ПРИМЕР

Далее в режимах I и II множество S выделенных дуг совпадало с множеством всех дуг, входящих в управляемую вершину 4. В режиме III множество S состояло из дуги 24.

Аналитико-имитационное исследование ОССГ, приведенного на рисунке, проводилось для независимых нормальных распределений при уровнях значимости, определяемых «правилом трех сигм». Величины m_{ij} и d_{ij} представляют собой математические ожидания и дисперсии времен прохождения дуг, соединяющих вершины с номерами i и j :

$$m_{01} = 5, \quad m_{02} = 3\sqrt{2}, \quad m_{12} = m_{23} = 9,$$

$$m_{13} = m_{34} = 6, \quad m_{14} = m_{24} = 6\sqrt{2}, \quad m_{35} = m_{45} = 3,$$

$$d_{01} = d_{14} = 0,$$

$$d_{02} = d_{12} = d_{13} = d_{23} = d_{24} = d_{34} = d_{35} = d_{45} = 1.$$

Времена прохождения дуг моделировались по методике, описанной в работе [7], с помощью двумерных изотропных векторов.

В соответствии с рекомендованным выше способом внесения управляющих дуг была внесена управляющая дуга 14 в предположении, что прохождение дуги 34 на путях 6 и 8 (см. далее) может оказаться нештатным (с превышением предельного времени). Для данного графика задано директивное время $T_{\text{дир}}$, для которого определена предельная относительная частота $p_{\text{дир}}$ выхода времени выполнения графика за значение $T_{\text{дир}}$ (в нашем примере $p_{\text{дир}} = 2,5 \cdot 10^{-5}$).

Результаты проведенных экспериментов сведены в таблицу, где m — оценка среднего времени выполнения ОССГ без управления и с управлением, σ — среднеквадратическое отклонение этого времени, Δ — ширина интервала доверия при уровне значимости $\alpha = 0,05$ и числе прогонов 10^6 , P_i — относительная частота i -го пути, при этом пути, обозначенные номерами проходимых вершин, упорядочены: 1 — 0135, 2 — 0235, 3 — 0145, 4 — 0245, 5 — 01235, 6 — 02345, 7 — 01245, 8 — 01345,

9 — 012345. В четвертой строке таблицы приведено значение T_{\max} — наибольшее время выполнения рассматриваемого ОССГ во всех имитационных прогонах и номер пути, на котором это значение достигнуто. В пятой строке приведены частоты P_{14} активации дуги 14. В шестой строке приведена относительная частота P_{30} того, что время выполнения графика превосходит заданное директивное время $T_{\text{дир}} = 30$. Второй столбец — все упомянутые выше величины получены без управления (Б. у.). Строки, соответствующие путям 5, 7 и 9, удалены, поскольку все величины в них равны нулю.

Как видно из таблицы, отсутствие управления сопровождается превышением предельного значения ($p_{\text{дир}} = 2,5 \cdot 10^{-5}$) частоты P_{30} . Любой из рассмотренных режимов управления исправляет эту ситуацию, при этом наиболее эффективными следует признать режимы I и IV, поскольку они обеспечивают наименее частую активацию управляющей дуги 14 и наибольшее снижение относительной частоты P_{30} . Режим II сопровождается практически постоянной активацией управляющей дуги, и по этой причине в данном примере может быть признан непригодным для целей управления.

Снизить относительную частоту P_{14} активации управляющей дуги при сохранении исходного требования $P_{30} < 2,5 \cdot 10^{-5}$ можно, увеличив временной параметр m_{14} (длительность прохождения управляющей дуги 14) до значения 7,3. В этом случае в режимах I и IV величина P_{30} не будет превосходить $2 \cdot 10^{-5}$, а частота P_{14} не превзойдет значение, равное 0,032.

Результаты экспериментов

Параметр	Б. у.	Режим I	Режим II	Режим III	Режим IV
m	22,32	20,69	17,17	18,8	20,81
σ	1,9	2,62	1,1	3,07	2,48
Δ	$7,42 \cdot 10^{-3}$	$10,3 \cdot 10^{-3}$	$4,29 \cdot 10^{-3}$	$12,03 \cdot 10^{-3}$	$9,62 \cdot 10^{-3}$
T_{\max}	32,14/6	30,89/6	24,25/2	31,15/6	30,89/6
P_{14}	—	0,2953	~1	0,7049	0,2953
P_{30}	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-6}$	0	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-6}$
P_1	~0	0,002	0,0174	0,0155	0,0013
P_2	0,0001	0,1817	0,4426	0,2612	0,1281
P_3	—	0,1117	0,54	0,4283	—
P_4	~0	~0	~0	~0	0,166
P_6	0,9036	0,6173	0	0,2870	0,6173
P_8	0,0963	0,0873	~0	0,0080	0,0873

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен новый тип сетевых графиков — обобщенные стохастические сетевые графики с вершинами как традиционными, функционирующими по правилам «И» и «ИЛИ», так и специальными, функционирующими по особым правилам под воздействием управляющих дуг. Рассмотрены четыре типа таких дуг и соответствующие им правила активации.

Рассмотрено применение предложенных сетевых графиков для моделирования процессов в управляющих параллельных вычислительных системах как инструмента обеспечения их временной надежности, связанной с возможностью выполнения управляющей программы не более чем за заданное директивное время с заданной вероятностью.

Приемы, рассмотренные в работе, могут найти применение и в других предметных областях. Необходимость использования этих возможностей определяется пользователем, а их целесообразность и эффективность может быть подтверждена обсуждаемыми в работе средствами имитационного моделирования, основанными на предложенной программе нахождения времени выполнения сетевого графика с управляемыми вершинами при заданном случайном наборе времен прохождения дуг.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Голенко-Гинзбург Д.И.* Стохастические сетевые модели планирования и управления разработками. — Воронеж: Научная мысль, 2010. — 283 с.
2. *Иванов Н.Н.* Аналитико-имитационное моделирование обобщенных стохастических сетевых графиков // Управление большими системами. — 2015. — Вып. 53. — С. 27–44.
3. *Иванов Н.Н.* Степень параллелизма обобщенных стохастических сетевых графиков // Там же. — 2017. — Вып. 65. — С. 6–23.
4. *Иванов Н.Н., Шастун В.В.* Определение точных верхних оценок времени выполнения сложных наборов задач в управляющих параллельных вычислительных системах // Автоматика и телемеханика. — 2010. — № 9. — С. 174–184.
5. *Игнатущенко В.В., Исаева Н.А.* Резервирование взаимосвязанных программных модулей для управляющих параллельных вычислительных систем: организация, оценка отказоустойчивости, формализованное описание // Там же. — 2008. — № 10. — С. 142–161.
6. *Кормен Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К.* Алгоритмы: построение и анализ: 2-е изд. — М.: Вильямс, 2005. — 1296 с.
7. *Ермаков С.М., Михайлов Г.А.* Статистическое моделирование. — М.: Наука, 1982. — 296 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

Иванов Николай Николаевич — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, niknivan@ipu.ru.