

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЦЕДУРА ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ВХОДНЫМИ ПОТОКАМИ МНОГОКАНАЛЬНОЙ СЕТИ СВЯЗИ

И.Г. Исмаилов

Предложена процедура приближенного построения оптимального управляющего воздействия для многоканальной сети. Рассмотрены несколько вариантов выбора управляющих параметров.

Ключевые слова: многоканальная сеть связи, оптимальное управление, приближенные методы.

ВВЕДЕНИЕ

В каналах связи, таких, например, как беспроводные телефонные каналы, применяются фильтры, предотвращающие интерференцию между различными линиями. Математически такой фильтр представляет собой оператор свертки с добавлением функции внешних шумов: $r(t) = s(t) * h(t) + n(t)$, где $r(t)$ и $s(t)$ — выходной и входной сигналы, $h(t)$ — импульсная характеристика фильтра, $n(t)$ — шум, «звездочкой» обозначена операция свертки. Подводные акустические каналы и ионосферные радиоканалы порождают многолучевое распространение сигналов; здесь импульсная характеристика фильтра зависит от времени: $h = h(\tau, t)$ и определяет реакцию канала в момент t на сигнал, поступивший в момент $t - \tau$. В общем случае зависимость выходного сигнала от входного квазилинейная, т. е. импульсная характеристика зависит от входного сигнала: $h = h(t, s(t - \tau))$. Именно такой общий случай и рассмотрен в статье [1].

К настоящему моменту построены различные математические модели систем связи (см., например, работы [2—5]), предложены необходимые условия оптимальности управляющего воздействия [1]. Однако на практике важно иметь алгоритм построения оптимальных параметров таких систем, возможно, дающий приближенные результаты.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Напомним кратко математическую формализацию задачи. Пусть динамика многоканальной сети связи описывается системой нелинейных интегральных уравнений

$$\lambda_j(t) = \sum_{i=1}^N \int_0^t P_{ij}(\lambda(\tau)) \varphi_{ij}(t - \tau, \lambda_i(\tau)) \lambda_i(\tau) d\tau + v_j(t),$$

$$j = 1, \dots, N. \quad (1)$$

Здесь $P_{ij}(\cdot)$ — квазилинейная часть интегрального ядра, а $\varphi_{ij}(t - \tau, \cdot)$ — зависящая от времени нелинейность. Систему уравнений (1) перепишем в векторной форме

$$\lambda(t) = \int_0^t \Phi(t - \tau, \lambda(\tau)) \lambda(\tau) d\tau + v(t),$$

где $\Phi(t - \tau, \cdot) = \{P_{ij}(\cdot) \varphi_{ij}(t - \tau, \cdot)\}$ — подынтегральная матрица, $\lambda(t)$ — поток в узлах и очередях многоканальной сети связи, $v(t)$ — входной поток (управляющее воздействие). Изучаемая система рассматривается на временном промежутке $[0, T]$.

Запишем в общем виде критерий качества:

$$f(\lambda, v) = \int_0^T F(\tau, \lambda(\tau), v(\tau)) d\tau.$$

Для удобства функция F соответствует взятой со знаком «минус» пропускной способности сети связи, поэтому оптимизационная задача формулируется следующим образом: минимизировать функционал $f(\lambda, v)$, выбирая подходящий управляющий параметр $v(t)$.

Итак, формальная запись задачи без учета ограничений на поток $v(t)$ имеет вид:

$$f(\lambda(t), v(t)) = \int_0^T F(\tau, \lambda(\tau), v(\tau)) d\tau \rightarrow \min, \quad (2)$$

$$\lambda(t) = \int_0^t \Phi(t - \tau, \lambda(\tau)) \lambda(\tau) d\tau + v(t), \quad (3)$$

при интегральном ограничении на внешний поток

$$\int_0^T v^2(\tau) d\tau \leq M. \quad (4)$$

2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЦЕДУРА

Введем в рассмотрение оператор P , сопоставляющий функции $v(t)$ функцию $\omega(t) = P[v(t)]$ по следующему закону

$$\omega(t) = P[v(t)] = \begin{cases} \frac{\sqrt{M}v(t)}{\left(\int_0^T v^2(s) ds\right)^{1/2}}, & \text{если } \int_0^T v^2(s) ds > M, \\ v(t), & \text{если } \int_0^T v^2(s) ds \leq M. \end{cases}$$

Определим, последовательность управляющих воздействий $v_k(t)$, $0 \leq t \leq T$, по следующему правилу:

$$v_{k+1}(t) = P\left[v_k(t) - \alpha_k \left(x_k(t) + \frac{\partial F(t, \lambda_k(t), v_k(t))}{\partial v}\right)\right], \quad (5)$$

где $\lambda_k(t)$ — решение векторного нелинейного интегрального уравнения Вольтера

$$\lambda(t) = \int_0^t \Phi(t - \tau, \lambda(\tau)) \lambda(\tau) d\tau + v_k(t), \quad (6)$$

$x_k(t)$ — решения векторного линейного интегрального уравнения Вольтера

$$x(t) = \int_0^t \left(\frac{\partial \Phi(t - \tau, \lambda_k(\tau))}{\partial \lambda}\right) x(\tau) \lambda_k(\tau) d\tau + \int_0^t \Phi(t - \tau, \lambda_k(\tau)) x(\tau) d\tau + \frac{\partial F(t, \lambda_k(t), v_k(t))}{\partial \lambda}, \quad (7)$$

α_k — последовательность положительных чисел, управляющих вычислительной процедурой (5)—(7).

Если при некотором k оказалось, что $v_{k+1}(t) = v_k(t)$, то вычислительная процедура (5)—(7) прекращается. В этой ситуации внешний поток $v_k(t)$ является экстремальным управляющим воздействием в задаче (1)—(4). В общем случае вести вычислительный процесс (5)—(7) следует по формулируемому далее правилу.

Зададимся некоторым малым числом $\varepsilon_0 > 0$ и рассмотрим последовательность чисел

$$\beta_k = \int_0^T \left(P\left[x_k(\tau) + \frac{\partial F(\tau, \lambda_k(\tau), v_k(\tau))}{\partial v} \right] \right)^2 d\tau.$$

Пусть k_* — это такой минимальный номер k , при котором $\beta_{k_*} \leq \varepsilon_0$. Управляющее воздействие $v_*(t) = v_{k_*}(t)$ является ε_0 -экстремальным (т. е. при малых ε_0 воздействие $v_*(t)$ близко в интегральной метрике к экстремальному управлению).

В описании вычислительной процедуры (5)—(7) фигурирует последовательность α_k , управляющая этой процедурой. Опишем правила выбора такой последовательности.

1. Полагается $f_k(\alpha) = \varphi(P(v_k(t) - \alpha \nabla \varphi(v_k(t))))$, где $\varphi(v(t))$ — функционал качества задачи (2), (3) (см. статью [1]). Тогда α_k выбираются из условия

$$f_k(\alpha_k) = \inf_{\alpha \geq 0} f_k(\alpha).$$

2. Полагается $\alpha_k = \alpha > 0$, $k = 1, 2, \dots$, затем проверяют условие монотонности:

$$\varphi(v_{k+1}(t)) < \varphi(v_k(t)) \quad (8)$$

и при необходимости дробят величину α , добиваясь выполнения условия (8).

3. Если известна константа Липшица L функционала $\varphi(v(t))$ или ее оценка, т. е., если при некоторой постоянной L выполнено неравенство

$$\left| \int_0^T F(\tau, B(v_1(\tau)), v_1(\tau)) - F(\tau, B(v_2(\tau)), v_2(\tau)) d\tau \right| \leq L \left(\int_0^T (v_1(\tau) - v_2(\tau))^2 d\tau \right)^{1/2},$$

то в качестве α_k можно взять любое число, удовлетворяющее условиям:

$$\varepsilon_0 \leq \alpha_k \leq \frac{2}{(L + \varepsilon_1)},$$



где ε_0 и ε_1 — любые положительные числа, являющиеся параметрами метода (5)—(7).

4. Фиксируется некоторое $\varepsilon > 0$ и выберем α_k из условия

$$\varphi(v_k(t)) - \varphi(P(v_k(t) - \alpha_k \nabla \varphi(v_k(t)))) \dots \\ \dots \varepsilon \int_0^T (v_k(\tau) - P(v_k(\tau) - \alpha_k \nabla \varphi(v_k(\tau))))^2 d\tau. \quad (9)$$

Для определения такого α_k можно задать $\alpha_k = \alpha$ и затем дробить α до тех пор, пока не станет верным неравенство (9).

5. Возможно априорное задание управляющих параметров α_k из условий

$$\alpha_k > 0, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k = \infty, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k^2 < \infty.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описанная процедура приближенного построения оптимального управляющего воздействия требует решения нелинейного интегрального уравнения Вольтерра (6). Однако можно заметить, что это уравнение суть общее уравнение динамики систе-

мы связи при внешнем потоке $v_k(t)$. Таким образом, если разработан эффективный метод описания системы, итерационная процедура требует решения только линейных задач вида (7).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Исмаилов И.Г.* Условия оптимальности в задаче управления входными потоками многоканальных сетей связи // Проблемы управления. — 2011. — № 6. — С. 2—6.
2. *Гуревич И.М.* Методика оценки времени передачи сообщений. Методическое пособие. — Москва: ФАП АСУ, 1980.
3. *Гуревич И.М.* Проектирование специальных систем связи. Динамические модели управления связью. — М., 1989.
4. *Исмаилов И.Г.* О приближенном построении оптимальных управлений многоканальными сетевыми системами // VI Всесоюзное совещание «Управление многосвязными системами». — Суздаль, 1990. — С. 67—68.
5. *Исмаилов И.Г.* Управление динамической моделью многоканальной сети связи // III Всесоюзное совещание по распределенным автоматизированным системам массового обслуживания. — Винница, 1990.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Булковым.

Исмаилов Илхам Гусейнкулу оглы — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-79-00, ✉ iig07@mail.ru.

Новая книга

Липаев В.В. Проектирование и производство сложных заказных программных продуктов. — М.: СИНТЕГ, 2011.

Изложены методы и процессы проектирования и производства сложных заказных программных продуктов для технических систем реального времени. Все компоненты и комплексы программ должны соответствовать требованиям заказчика, высокому качеству и минимальным рискам посредством верификации, тестирования, испытаний и сертификации, обеспечиваемыми коллективами квалифицированных специалистов. При изложении активно используются современные международные и отечественные стандарты, планирование производственных процессов, с учетом ограниченных экономических ресурсов крупных проектов. Книга состоит из двух частей.

Первая часть посвящена методам системного проектирования комплексов программ, подбору и подготовке коллектива специалистов для проектирования и производства сложных программных продуктов. Изложено проектирование требований к компонентам и комплексам программ, а также требований к характеристикам качества и допустимым рискам при проектировании процессов производства программных комплексов. Представлено оценивание и прогнозирование сложности проектирования и экономических характеристик процессов производства заказных программных продуктов.

Вторая часть содержит основы промышленного производства сложных заказных программных продуктов. Изложены организация и реализация верификации и тестирования комплексов программ, тестирования потоков управления и потоков данных программных модулей и компонентов, планирование производства и тестирования компонентов и комплексов программ. Представлено тестирование сложных динамических программных продуктов и методы сопровождения программных комплексов. Изложены методы и процессы управления конфигурацией и документированием программных комплексов, а также испытания, удостоверение качества и сертификация сложных заказных программных продуктов с учетом стандартов.

Для руководителей предприятий и проектов технических систем, для специалистов, ответственных за проектирование и производство сложных заказных программных продуктов реального времени высокого качества. Может быть полезна в качестве учебного пособия по программной инженерии.