

ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОСВЯЗНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ НА ОСНОВЕ ПАРАДИГМЫ Б.Н. ПЕТРОВА¹

Б.Г. Ильясов, Г.А. Саитова

Аннотация. Рассмотрены различные научные подходы к исследованию свойств (в частности, устойчивости) многосвязных систем автоматического управления (МСАУ), основанные на различных моделях их описания. Статья посвящена теории, являющейся продолжением ранее высказанных идей академика Б.Н. Петрова и положенных в основу классической теории автоматического управления. В основе теории Б.Н. Петрова лежит структурно-функциональная декомпозиция МСАУ на отдельные реальные подсистемы и многомерные связи между ними, представленные в виде новой модели описания, и изучение свойств системы на основе частотных методов, что позволило отнести данную теорию к физическому (инженерному) подходу к исследованию динамических систем. Показана методика описания МСАУ через индивидуальные характеристики подсистем и элементы многомерных связей, предложены критерии устойчивости для линейных МСАУ с идентичными подсистемами, критерий устойчивости состояния равновесия системы, а также технология нахождения параметров периодических движений и оценка их устойчивости для нелинейных МСАУ. Приводятся численные примеры, демонстрирующие данную технологию исследования свойств МСАУ техническими объектами.

Ключевые слова: многосвязная система, декомпозиция, частотные методы, линейная система, нелинейная система.

Светлой памяти академика АН СССР Б.Н. Петрова посвящается

ВВЕДЕНИЕ

В первой половине XX в. появились в эксплуатации сложные динамические объекты (СДО) (самолет, энергетические и двигательные установки, электротехнические установки, сложные технологические процессы в нефтехимической, машиностроительной и других отраслях промышленности), которые требовали автоматического управления несколькими выходными координатами путем воздействия на некоторое количество управляющих органов объекта. Это привело к созданию нового класса управляемых систем — многосвязных систем автоматического управления (МСАУ) СДО.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (Грант РФФИ № 20-08-01172 А).

Особенность этого класса систем заключалась в том, что каждая подсистема, стремясь поддержать в автоматическом режиме заданное значение своей выходной координаты, неизбежно оказывала влияние на работу других подсистем в силу тех физических процессов (аэродинамических, газодинамических, электрических, химических, тепловых и т. д.), которые протекали в объекте управления и связывали эти подсистемы. Исследование нового класса систем стало практической потребностью, а перед теорией автоматического управления возникли новые сложные задачи.

Целью настоящей статьи является раскрытие содержания парадигмы (как модели проблем и их решений) Б.Н. Петрова применительно к исследованию МСАУ. Идея Б.Н. Петрова основана на структурно-функциональной декомпозиции МСАУ СДО на физические подсистемы и многомерные

связи между ними с привлечением частотных методов для изучения их свойств. Эта идея представляет собой продолжение ранее высказанной им идеи (1945 г.) [1], положенной в основу классической теории управления.

Авторы статьи преследуют скромную мысль: показать на уровне публикаций учеников школы Б.Н. Петрова возможности парадигмы Б.Н. Петрова и тем самым утвердить ее как равноценную новую технологию изучения свойств МСАУ наряду с технологиями, основанными на других парадигмах. Поэтому авторы статьи, говоря о достоинствах классических парадигм по изучению свойств устойчивости МСАУ, хотели бы подчеркнуть практические достоинства парадигмы Б.Н. Петрова при решении этой проблемы.

1. МОДЕЛИ МНОГОСВЯЗНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Выделим три типа моделей МСАУ СДО, записав их в векторно-матричной форме:

$$X(s) = W(s)U(s) + Q(s)F(s),$$

$$U(s) = R(s)[X^o(s) - X(s)],$$

где $X(s)$, $X^o(s)$, $U(s)$, $F(s)$ — векторы регулируемых, задающих, управляющих и возмущающих переменных соответственно; $W(s) = \|W_{ij}(s)\|_{n \times n}$, $R(s) = \|R_{ij}(s)\|_{n \times n}$ — матричная передаточная функция (МПФ) объекта и регулятора (вместе с исполнительным механизмом); $Q(s) = \|Q_{ij}(s)\|_{n \times n}$ — МПФ по возмущению.

Пусть **первая модель** отражает только естественные связи между подсистемами через многомерный объект управления. Тогда МПФ $R(s)$ представляет собой диагональную матрицу, $R(s) = \|R_{ij}(s)\|_{n \times n}$, на диагонали которой расположена передаточная функция $R_i(s)$ управляющего устройства и исполнительного механизма соответствующей подсистемы.

Рассмотрим **вторую модель** МСАУ, в которой многомерный объект представляет собой множество автономно работающих объектов (энергетических установок, роботов, электродвигателей и т. п.). Тогда его МПФ будет представлять собой диагональную матрицу $W(s) = \|W_i(s)\|_{n \times n}$. В системе же осуществляется комплексное управление множеством объектов через многомерный регулятор, МПФ которого равна $R(s) = \|R_{ij}(s)\|_{n \times n}$. Проблемы проектирования остаются теми же, что и в первой модели.

Наконец, в **третьей модели** связи между подсистемами осуществляются и через многомерный

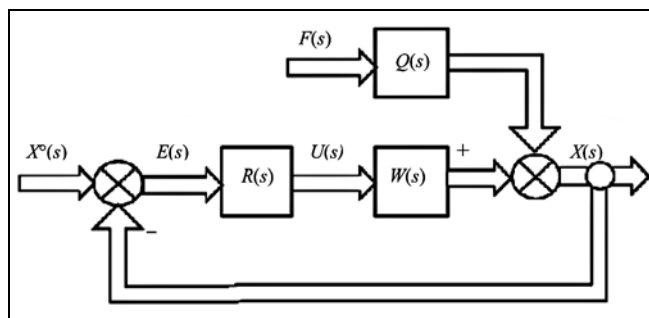


Рис. 1. МСАУ СДО

объект управления, и через многомерный регулятор. Возможности таких МСАУ еще мало изучены.

Структурная схема МСАУ представлена на рис. 1.

Для МСАУ СДО первой и главной проблемой стала проблема устойчивости. Если устойчивость для каждой подсистемы определяется по известным классическим критериям (Ляпунова, Рауса, Гурвица, Стодола, Найквиста, Эрмита — Михайлова), то характеристическое уравнение многосвязной системы образуется в виде произведения характеристических уравнений подсистем с учетом их взаимосвязей, что приводит к характеристическому уравнению вида

$$D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n = 0, \quad (1)$$

но с очень высокой степенью $n > (25-40)$. Для оценки устойчивости системы в наше время уравнение (1) не требует поиска собственных значений, но и не позволяет, кроме установления фактов устойчивости, эффективно исследовать причину природы формирования устойчивости всей многосвязной системы с использованием приведенных выше критериев. Множество существующих на сегодня алгоритмов и программ позволяет определить устойчивость МСАУ, но не позволяет анализировать влияние на степень устойчивости МСАУ, например, одновременного изменения множества физических параметров подсистем и коэффициентов связи между ними, так как связь между коэффициентами a_i уравнения (1) и физическими параметрами системы не всегда четко проявляется.

2. ПАРАДИГМА АВТОНОМНОСТИ И.Н. ВОЗНЕСЕНСКОГО

В 1938 г. в работе [2] И.Н. Вознесенского был сформулирован принцип автономности МСАУ по собственным движениям.

Для реализации этого принципа нужно было рассмотреть третью модель МСАУ и синтезировать искусственные связи между подсистемами через многомерный регулятор таким образом, что-



бы они компенсировали естественные связи через многомерный объект. Тогда структура всей МСАУ распадется на отдельные устойчивые подсистемы. Однако добиться полной компенсации естественных связей часто не удастся из-за инерционности элементов системы. При этом речь идет о компенсации связей только на конкретном режиме работы системы. С изменением режимов ее работы необходимо всю МСАУ перенастраивать. Если эту задачу решать как задачу экстремальной настройки МСАУ, то можно добиться определенных успехов [3].

В работе [4] проблема автономности решалась благодаря структурам подсистем, позволяющим достигать неограниченное увеличение коэффициента усиления без нарушения устойчивости МСАУ в целом.

При достижении высокого быстродействия подсистем их взаимное влияние друг на друга оказывается минимальным: подсистемы из-за быстрого выполнения своей задачи управления не успевают полностью реагировать на воздействия других подсистем. Автор работы [4] замечает, что при таких свойствах системы можно достичь ее инвариантности от нагрузки. При этом все же отмечается, что для ряда важных объектов достижение автономности противоречит технологическим процессам.

Позднее было показано, что при управлении сложными динамическими объектами многосвязное управление просто необходимо и позволяет достичь более высокой эффективности, чем переход к автономной структуре. Несмотря на это, на основе парадигмы автономности построены многие промышленные системы в металлургии, энергетике, при управлении системой паровых котлов, при регулировании теплофикационных турбин, работающих в стабильных условиях.

3. ПАРАДИГМА ИССЛЕДОВАНИЯ МСАУ, ОСНОВАННАЯ НА ОПИСАНИИ В ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ

Эта парадигма реализует чисто математический подход, когда описание МСАУ в виде дифференциального уравнения n -го порядка сводят к ее описанию в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка (форма Коши). Такой подход дал огромный толчок к изучению свойств динамических систем с обратной связью.

Пусть динамическая система описывается системой уравнений, заданной в векторно-матричной форме:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AX + BU, \\ Y &= CX,\end{aligned}\quad (2)$$

где $A = \|a_{ij}\|_{n \times n}$, $B = \|b_{ik}\|_{n \times m}$, $C = \|c_{\lambda i}\|_{p \times n}$, есть числовые матрицы с численными значениями коэффици-

циентов; X — вектор переменных состояния; Y — вектор выходных переменных состояния; U — вектор входных переменных (управление).

Отметим, что при такой форме записи МСАУ желательно строить в классе полностью управляемых, полностью наблюдаемых и структурно-устойчивых систем. При этом структура МСАУ полностью растворяется в математической структуре (2).

Задавая различные значения числовым параметрам матриц A , B , C , можно определить в любой момент времени состояние системы X (траекторию движения, решение системы (2)). Этот процесс можно повторять многократно. Многообразие методов исследования, полученных в результате различных модификаций модели (2), не меняет сути исследования динамических систем в пространстве переменных состояния. Однако анализ устойчивости МСАУ после преобразования ее характеристического уравнения, записанного в виде

$$D(s) = \det[Is - A] = 0,$$

где I — единичная матрица, в итоге сводится к характеристическому уравнению (1). А это значит, что проблема генезиса (происхождения) устойчивости МСАУ остается по-прежнему открытой.

Другой недостаток этой парадигмы, с точки зрения инженерной практики, заключается в трудности установления прямой связи между переменными состояния и физическими параметрами реальной системы. По этой причине реализация данной парадигмы при проектировании реальных МСАУ встречает определенные трудности и ограничения. Используя данную парадигму, инженер-проектировщик не может получить четкий ответ на вопрос: как изменятся свойства МСАУ, если одновременно внести изменения в характеристики тех или иных элементов реальной конструкции системы? Останется ли при этом реальная система устойчивой?

Несмотря на эти прикладные проблемы, данная парадигма эффективно работает при исследовании МСАУ на уровне их математического описания (2). Некоторые проблемы можно снять, если к построению модели (2) подходить не сверху, а снизу, т. е. идти от моделей элементов, постепенно объединяя их в систему (2).

Даже если матрицу A состояния многосвязной системы составить как многосвязное соединение подматриц физических подсистем и коэффициентов связи между ними, то можно повысить эффективность исследования — например, анализировать изменение запасов устойчивости МСАУ в зависимости от изменения отдельных параметров подсистем. Однако задача усложняется, если одновременно менять системные характеристики подсистем. Кроме того, устойчивость МСАУ определяется комплексами, представляющими собой объ-

единение двух, трех, ..., n подсистем, связанных многомерными характеристиками связи, которые в матричной форме в явном виде не проявляются. Поэтому, на наш взгляд, изучение генезиса устойчивости МСАУ при варьировании системных характеристик подсистем потребует проведения дополнительных исследований, что при проектировании реальных МСАУ порождает определенные трудности и ограничения.

Для оценки устойчивости заданной МСАУ по ее математической модели парадигма пространства состояний может успешно применяться. Она лежит в основе современной теории управления динамическими системами с обратной связью и отражена во многих работах исследователей [5–15].

4. ПАРАДИГМА ИССЛЕДОВАНИЯ МСАУ, ОСНОВАННАЯ НА ОПИСАНИИ В ФОРМЕ МАТРИЧНЫХ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ

Матричная форма описания динамики МСАУ достаточно удобна и делает получаемые результаты более обозримыми. Однако описание МСАУ с помощью МПФ (см. рис. 1) в определенном смысле неполно и в некоторой степени не отражает поведения системы в целом, так как не дает информации о поведении неуправляемых и ненаблюдаемых частей системы. Для полного описания системы переходят к ее описанию в пространстве состояний (2), размерность которого равна числу степеней свободы системы. При этом вектор выходных регулируемых координат МСАУ связан с вектором переменных состояния линейным соотношением.

Недостаток данной парадигмы в какой-то степени повторяет недостатки парадигмы описания МСАУ в пространстве состояний. В результате матричных преобразований инженер-проектировщик получает конечный результат при заданных параметрах системы и входных воздействиях $U(t)$, а сами матричные преобразования не отражают физических процессов.

По-прежнему остается вопрос: как установить связь между физическими параметрами реальной системы и параметрами матричных преобразований? Для установления влияния изменения какого-либо физического параметра, например, на устойчивость системы, требуется, как и в предыдущей парадигме, многократное повторение численного эксперимента. Задача еще более усложняется, если одновременно варьируется группа физических параметров.

Отметим, что на основе матричных преобразований получение, например, критериев устойчивости в аналитической форме, как это имеет место в классической теории управления, практически невозможно. Анализ устойчивости МСАУ происходит по-прежнему на основе анализа характерис-

тического уравнения (1), которое получено путем преобразования уравнения

$$D(s) = \det[I + W(s)R(s)] = 0. \quad (3)$$

Анализ устойчивости по уравнениям (1) или (3) не дает ответа на вопрос, как влияют на устойчивость МСАУ свойства отдельных подсистем и свойства взаимных связей между подсистемами.

Исследованию свойств МСАУ на основе матричных методов посвящены работы А.А. Красовского [16], М.В. Меерова [17], П.И. Чинаева [18], В.Т. Морозовского [19], О.С. Соболева [20]. Результаты практического применения теории многосвязных систем отражены в работах В.А. Боднера [21, 22], А.А. Шевякова [23], Р.Т. Янушевского [24], У.Х. Рея [25] и других исследователей.

5. ПАРАДИГМА ИССЛЕДОВАНИЯ МСАУ Б.Н. ПЕТРОВА, ОСНОВАННАЯ НА СТРУКТУРНО-ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ СИСТЕМЫ И ЧАСТОТНЫХ МЕТОДАХ ИССЛЕДОВАНИЯ

В конце 1970-х гг. академиком Б.Н. Петровым была поставлена задача: осуществить описание МСАУ более крупными (чем элементы подсистем) физическими блоками и многомерными элементами связей между ними. Сам академик Б.Н. Петров известен в теории автоматического управления как автор парадигмы перехода от системы дифференциальных уравнений к ее структурному представлению в виде функциональных блоков с операторами и связями между ними [1]. Эта парадигма дала новый колоссальный толчок в развитии и создании классической теории автоматического управления (ТАУ). Теперь была поставлена аналогичная задача перед исследователями МСАУ. Главная цель решения поставленной задачи заключалась в сохранении физичности структуры и всех преобразований, чтобы инженер-проектировщик точно знал (не решая систему дифференциальных уравнений), какие вносимые им изменения будут способствовать улучшению динамических свойств МСАУ.

Решение этой проблемы в виде новой формы описания МСАУ через физические характеристики подсистем и многомерные характеристики связей было представлено в Докладах Академии наук СССР [26]. Эта форма описания использовалась в дальнейшем в работах [27–29].

Из представленной структуры МСАУ (см. рис. 1) видно, что она состоит из множества взаимосвязанных замкнутых сепаратных подсистем, задача функционирования каждой из которых заключается в управлении одной (собственной) выходной координатой объекта. Из приведенных выше моделей МСАУ рассмотрим как наиболее распространенную в инженерной практике первую модель, в



которой связи между подсистемами осуществляются через многомерный объект управления. В этом случае, как отмечалось, МПФ $R(s)$ регулятора будет диагональной, на которой расположены передаточные функции $R_i(s)$.

Основное требование к описанию динамических характеристик МСАУ заключается в том, чтобы оно обеспечивало возможность отличать как одну подсистему от другой, так и один элемент связей от другого, т. е. каждая характеристика должна иметь свою «индивидуальность». Для этого вводится упорядоченная маркировка характеристик как подсистем, так и элементов связи с указанием их размерности.

В качестве отдельной i -й подсистемы рассмотрим замкнутую систему с ее внутренним строением, которая осуществляет управление собственной i -й выходной координатой многомерного объекта управления. В качестве индивидуальной характеристики (ИХ) i -й подсистемы рассмотрим характеристику, которая полностью отражает изучаемые свойства подсистемы и служит выражением этих свойств и отличительных признаков. Таким требованиям удовлетворяет индивидуальная передаточная функция $\Phi_i(s)$ в режиме управления, когда i -я подсистема функционирует в изолированном (автономном) от других подсистем режиме:

$$\nabla i: \Phi_i(s) = \frac{X_i(s)}{X_i^o(s)} = \frac{R_i(s) W_{ii}(s)}{1 + R_i(s) W_{ii}(s)}.$$

Отметим, что в качестве ИХ i -й подсистемы могут быть рассмотрены также ее амплитудно-фазовая характеристика (АФХ) $\Phi_i(j\omega)$ и передаточная функция по ошибке $\Phi_e(s) = 1 - \Phi_i(s)$. В данном случае i -я подсистема соответствует реальной физической системе, имеющей самостоятельное конструкторское значение и свою индивидуальную динамическую характеристику (модель), которая широко используется в классической ТАУ с ее хорошо развитыми методами исследования замкнутых систем с одним входом и одним выходом.

Для конкретизации отношений между подсистемами и выражения их особенностей вводят в рассмотрение многомерную характеристику взаимных связей (ХВС). Эта характеристика (модель) отражает реально существующие взаимоотношения между подсистемами, и их математическая модель строится из типовых динамических звеньев классической ТАУ. Для рассматриваемого класса МСАУ перекрестные связи между подсистемами определяются только недиагональными элементами $W_{ij}(s)$ ($i \neq j$) МПФ $W(s)$ многомерного объекта управления, которые образуют матрицу связей

$\|W_{ij}(s)\gamma_{ij}\|$, где $\gamma_{ij} = \begin{cases} 1, & i \neq j, \\ 0, & i = j, \end{cases} \quad i, j = \overline{1, n}$. Эта матрица

отражает индивидуальность отношений между парами, тройками, четверками и т. д. подсистем.

Для данного класса МСАУ важно выявить не столько абсолютное действие перекрестных связей, сколько их действие относительно прямых связей через объект управления. Последние характеризуются диагональной матрицей вида $\|W_{ij}(s)\delta_{ij}\|$,

$$\text{где } \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j, \end{cases} \quad i, j = \overline{1, n}.$$

Эта относительная связь между подсистемами и рассматривается в качестве многомерной ХВС в МСАУ. Математическая модель многомерной ХВС между k подсистемами имеет вид:

$$H_k(s) = \frac{\det \|W_{ij}(s)\gamma_{ij}\|_{k \times k}}{\det \|W_{ij}(s)\delta_{ij}\|_{k \times k}}. \quad (4)$$

Характеристика $H_k(s)$ может быть либо вещественной, либо комплексной, либо мнимой.

По характеру действия многомерная ХВС может быть гибкой или жесткой, стабилизирующей или дестабилизирующей, форсирующей, инерционной или запаздывающей. В общем случае она характеризует как знак, так и величину («силу»), а также характер связей в группе из k подсистем, которые соединены в единое целое этим многомерным элементом связи.

Таким образом, модель (4) позволяет конкретизировать характер связей между подсистемами, а меняя знак, параметры и структуру модели, можно решить задачу синтеза связей в МСАУ из условия обеспечения требуемых свойств системы в целом.

Среди различных типов МСАУ часто выделяют класс гомогенных (идентичных, однотипных) МСАУ, у которых ИХ $\Phi_i(s)$ подсистем идентичны и равны друг другу. Для этого класса МСАУ целесообразно ввести понятие обобщенной ХВС, представляющей собой сумму характеристик связи подсистем одного класса эквивалентности. Например, для всех взаимосвязанных пар подсистем эта обобщенная характеристика связей (ХС)

будет равна $H_2(s) = \sum_{i,j=1}^{C_n^2} H_{ij}(s)$, для всех взаимосвязанных троек в n -мерной системе обобщенная ХС

$$H_3(s) = \sum_{i,j,k=1}^{C_n^3} H_{ijk}(s), \text{ где } C_n^k \text{ — число сочетаний из}$$

n по k , равное $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, и т. д.

Обобщенная ХС выражает суммарную связь $H_k(s)$, создаваемую группой из C_n^k идентичных подсистем. При этом слагаемые, входящие в $H_k(s)$, могут быть разного знака, что не исключает слу-

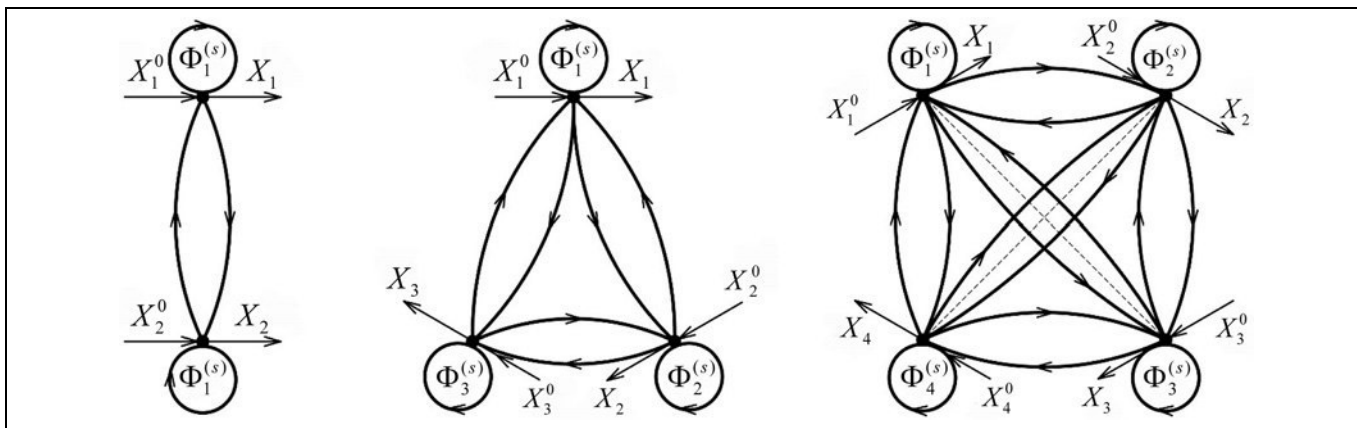


Рис. 2. Структура МСАУ в форме петлевого маркированного орграфа

чая, когда связи между подсистемами в рамках одного класса эквивалентности будут компенсировать друг друга, — тогда $H_k(s) = 0$. То же самое получается, если связи между подсистемами в k -м классе эквивалентности отсутствуют.

Введенные выше понятия ИХ подсистем и многомерных ХВС позволяют осуществить переход от описания МСАУ на уровне элементарных динамических звеньев к описанию на уровне подсистем и многомерных ХВС, образованных из этих элементов.

Новой форме описания МСАУ будут соответствовать и новые структурные схемы, которые можно изобразить в виде петлевого маркированного орграфа (рис. 2).

Для структур МСАУ, изображенных на рис. 2, характеристическое уравнение может быть представлено через ИХ подсистем и ХВС между ними [27–29]:

$$D(\Phi, H) = 1 + \sum_{i,j=1}^{C_n^2} \Phi_i \Phi_j H_{ij} + \sum_{i,j,k=1}^{C_n^3} \Phi_i \Phi_j \Phi_k H_{ijk} + \dots \\ \dots + H_{1n} \prod_{i=1}^n \Phi_i = 0. \quad (5)$$

Здесь ИХ $\Phi_i(s)$ подсистем и ХВС $H_k(s)$ являются функциями комплексной переменной s , а это означает, что для исследования характеристического уравнения (5) могут применяться частотные методы.

Запишем характеристическое уравнение (5) для класса МСАУ с гомогенными (однотипными, идентичными) подсистемами. Учитывая, что

$$\Phi_1(s) = \Phi_2(s) = \dots = \Phi_n(s) = \Phi(s),$$

получим:

$$D(\Phi, H) = 1 + H_2(s)\Phi^2(s) + H_3(s)\Phi^3(s) + \dots \\ \dots + H_k(s)\Phi^k(s) + \dots + H_n(s)\Phi^n(s) = 0,$$

где $H_k(s)$ — обобщенная ХВС для подсистемы k -го размера, которая вычисляется по формуле (4).

Таким образом, получилось характеристическое уравнение с комплексными коэффициентами относительно одной переменной $\Phi(s)$.

Рассмотрим случай, когда связь либо только через объект, либо только через регулятор выражается в виде числовых коэффициентов k_{ij} . При этом ХВС будет иметь вид:

$$h_k = \frac{\det \|K_{ij} \gamma_{ij}\|_{k \times k}}{\det \|K_{ij} \delta_{ij}\|_{k \times k}}. \quad (6)$$

Тогда характеристическое уравнение для гомогенных (однотипных) систем будет иметь вид [30]:

$$D(\Phi, h) = 1 + h_2 \Phi^2(s) + h_3 \Phi^3(s) + \dots \\ \dots + h_n \Phi^n(s) = 0. \quad (7)$$

Характеристическое уравнение (7) можно переписать в другом виде. С учетом предположения, что $\Phi(s) = \frac{1}{M(s)}$, где $M(s)$ есть характеристический полином подсистемы, характеристическое уравнение МСАУ будет иметь вид [31]:

$$D(M, h) = M^n(s) + h_2 M^{n-2}(s) + h_3 M^{n-3}(s) + \dots \\ \dots + h_{n-1} M(s) + h_n = 0. \quad (8)$$

Здесь характеристический полином $M(s)$ (Эрмита — Михайлова) выступает в качестве ИХ подсистем.

Запись характеристических уравнений в форме (7) и (8) открывает новые возможности в исследовании многосвязных систем.

Таким образом, парадигма Б.Н. Петрова позволила изучать отдельно индивидуальные характеристики $\Phi_i(s)$, $M_i(s)$ подсистем и обобщенные ХВС $H_k(s)$ между подсистемами, а затем интегрировать их вместе в единую характеристику реальной МСАУ для изучения ее системных свойств.

6. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ МСАУ НА ОСНОВЕ ПАРАДИГМЫ Б.Н. ПЕТРОВА

Начиная с 80-х годов прошлого века, научное направление на основе парадигмы Б.Н. Петрова развивалось в Уфимском авиационном институте (УАИ), а с 1992 г. — в Уфимском государственном авиационном техническом университете (УГАТУ) в научной школе, возглавляемой профессором Б.Г. Ильясовым.

На первых этапах решение характеристического уравнения (5) осуществлялось на основе частотных и численных методов, которые позволяли оценивать устойчивость проектируемых МСАУ газотурбинными двигателями (ГТД) сверхзвуковых летательных аппаратов (ЛА) при их работе в различных условиях полета.

Результаты этих ранних исследований были изложены в монографиях [27, 28] в соавторстве с учеными Института проблем управления (ИПУ) им. В.А. Трапезникова и Центрального института авиационного моторостроения (ЦИАМ) им. П.И. Баранова.

В этот период были получены условия статической устойчивости (т. е. положительности свободного члена характеристического уравнения) МСАУ, состоящей из идентичных астатических подсистем, т. е. $\Phi(0) = 1$,

$$D(h, \Phi) = 1 + h_2 + h_3 + \dots + h_n > 0, \quad (9)$$

и МСАУ, состоящей из идентичных статических подсистем,

$$D(h, \Phi) = 1 + h_2\Phi^2(0) + h_3\Phi^3(0) + \dots + h_n\Phi^n(0) > 0, \quad (10)$$

где $\Phi(0) = \frac{k}{1+k}$, k — коэффициент усиления разомкнутой подсистемы.

Такая форма записи, в отличие от матричной формы, позволяет проще анализировать влияние на процесс формирования такого свойства МСАУ, как статическая устойчивость, ввиду связей между подсистемами, т. е. проще оценивать нарушение структурной устойчивости из-за изменения величин связей между подсистемами.

Для МСАУ, состоящей из различных статических подсистем, условие статической устойчивости имеет вид:

$$D(h, \Phi) = 1 + h_2\Phi_1(0)\Phi_2(0) + h_3\prod_{i=1}^3\Phi_i(0) + \dots + h_n\prod_{i=1}^n\Phi_i(0) > 0.$$

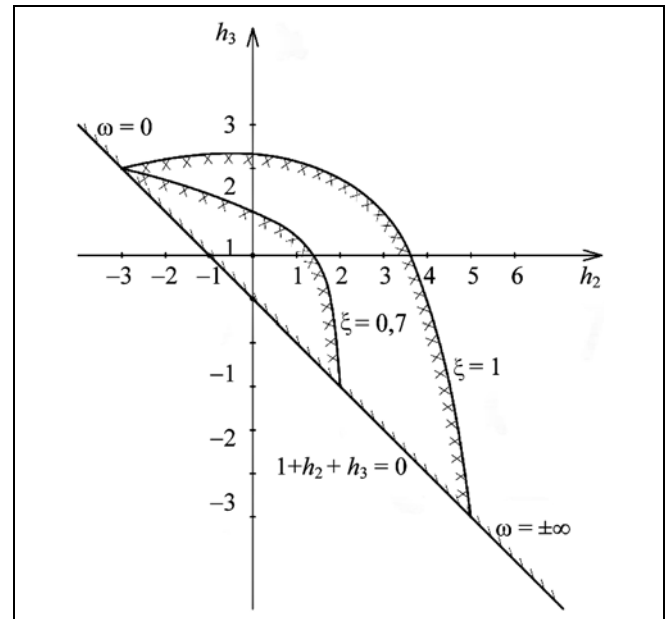


Рис. 3. Области устойчивости трехсвязной САУ при различных значениях ξ

Для оценки динамической устойчивости методом D -разбиения была решена аналитически задача устойчивости трехсвязной системы, состоящей из трех идентичных подсистем второго порядка, взаимосвязанных друг с другом по выходным координатам числовыми коэффициентами. Характеристическое уравнение этой системы

$$D(h, \Phi) = 1 + h_2\Phi^2(s) + h_3\Phi^3(s) = 0 \quad (11)$$

было представлено на плоскости коэффициентов связи (h_2, h_3) (рис. 3). В качестве примера индивидуальной характеристики подсистемы была взята функция

$$\Phi(s) = 1/(\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1),$$

где $\tau = 0,5$ с; $\xi \in (0, 1 \dots 1)$ [28, 29].

Из рис. 3 видно, что чем меньше демпфированы подсистемы, тем меньше по размерам область устойчивости всей МСАУ.

Применяя численные и частотные методы, можно решить уравнение (11) и для более сложного вида и более высокого порядка функции $\Phi(s)$. Отметим, что данный подход позволил на практике впервые оценивать устойчивость проектируемых трехсвязных САУ газотурбинных двигателей сверхзвуковых ЛА на основе их математических моделей [27, 28].

На основе полученных результатов были впервые сформулированы центральные положения (закономерности) для МСАУ, состоящей из устойчивых идентичных подсистем, связанных друг с другом по выходным координатам.

Положение 1. Условия (9) и (10) статической устойчивости данного класса МСАУ одновременно являются и условием ее структурной устойчивости, так как при нарушении этих условий устойчивость МСАУ не может быть достигнута из-за изменения параметров подсистем. Этот вывод справедлив и для МСАУ с устойчивыми подсистемами, имеющими различную структуру и индивидуальную характеристику.

Положение 2. Если в составе устойчивой МСАУ появилась структурно-неустойчивая подсистема, то это будет достаточным условием структурной неустойчивости всей МСАУ, в которой все подсистемы связаны друг с другом по выходным координатам численными коэффициентами связи, ибо изменение коэффициентов связи h_2 или h_3 не позволяет в этом случае восстановить структурную устойчивость МСАУ в целом.

Положение 3. Для МСАУ, в которой числовые связи между n подсистемами реализуются либо через многомерный объект управления, либо через многомерный регулятор, дополнительно должно существовать n критических точек, расположенных на границе устойчивости МСАУ и определяемых уравнениями многомерных связей.

Положение 4. Значения критических точек определяются корнями уравнения многомерной связи, которые получаются либо из характеристического уравнения (7) заменой $\Phi(s)$ на x

$$D(h, x) = 1 + h_2 x^2 + h_3 x^3 + \dots + h_n x^n = 0, \quad (12)$$

либо из характеристического уравнения (8) заменой $M(s)$ на z

$$D(h, z) = z^n + h_2 z^{n-2} + h_3 z^{n-3} + \dots + h_n = 0, \quad (13)$$

где порядок n уравнения связи определяется количеством взаимосвязанных подсистем.

Понятие уравнения многомерных связей через многомерные коэффициенты h_i в парадигме Б.Н. Петрова было введено впервые.

Положение 5. Для динамической устойчивости МСАУ, в которой идентичные подсистемы жестко связаны друг с другом по выходным координатам, необходимо и достаточно, чтобы соответствующая АФХ подсистемы $\Phi(j\omega)$ при изменении частоты ω от 0 до $+\infty$ не пересекала и не охватывала ни одну из критических точек уравнения связи (12), а характеристический полином $M(j\omega)$ Эрмита — Михайлова не пересекал, но охватывал все критические точки уравнения связи (13).

Положение 6. Для МСАУ с идентичными подсистемами введено понятие запасов устойчивости (по модулю и по фазе) как расстояния соответствующей частотной характеристики подсистемы на комплексной плоскости до ближайшей критической точки уравнений многомерных связей (12) или (13) [32]. Данное положение справедливо и при

наличии у идентичных подсистем элементов с чистым запаздыванием [33].

Положение 7. Линейная МСАУ с идентичными n подсистемами, связанными друг с другом по выходным координатам, находится на границе колебательной устойчивости, т. е. в ней возникают установившиеся колебания (периодические движения с частотой ω_n и амплитудой α_n), если одна из характеристик идентичной подсистемы проходит через ближайшую критическую точку уравнений связи (12) или (13). При этом амплитуда и частота колебаний определяются из соответствующей индивидуальной характеристики подсистемы и характеристики многомерной связи [30, 31].

На основе положения 3 были сформулированы два конкретных частотных критерия устойчивости.

Критерий 1. Для устойчивости линейной МСАУ с числовыми коэффициентами связи между идентичными подсистемами необходимо и достаточно, чтобы при изменении частоты ω от 0 до ∞ АФХ подсистемы $\Phi(j\omega)$ не пересекала и не охватывала ни одну из критических точек, определяемых значениями корней уравнения связи (12) [30].

В работах [31, 32] приведены примеры численных расчетов, подтверждающих данный критерий (рис. 4).

Пример 1. Передаточная функция замкнутой устойчивой сепаратной подсистемы в составе трехсвязной системы имеет вид: $\Phi(s) = 1/(s^3 + 3s^2 + 2s + 1)$.

Числовые связи между подсистемами осуществляются через многомерный элемент связи

$$h = \begin{pmatrix} 0 & 0,2 & 0,4 \\ 0,2 & 0 & 0,5 \\ 0,2 & 0,5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Характеристическое уравнение системы с числовыми коэффициентами относительно функции Φ имеет вид:

$$D(\Phi) = 1 + h_2 \Phi^2 + h_3 \Phi^3 = 0, \quad (14)$$

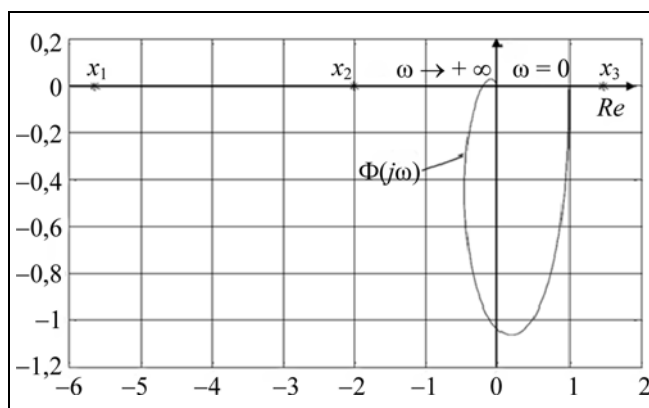


Рис. 4. Годограф функции $\Phi(j\omega)$ и критические точки x_i , $i = \overline{1, 3}$

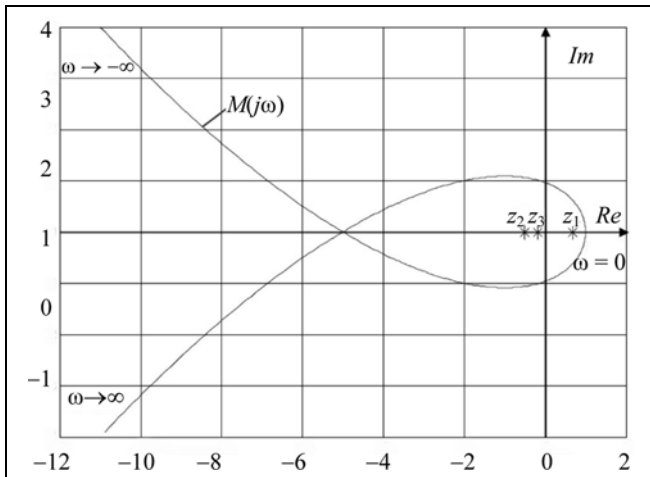


Рис. 5. Годограф Эрмита — Михайлова $M(j\omega)$ и критические точки z_i , $i = \overline{1, 3}$

где $h_3 = -0,6$; $h_2 = -0,37$ определяются по формуле (6). Если в уравнении (14) вместо функции Φ поставим комплексную переменную x , то получим уравнение многомерных связей:

$$D(x) = 1 + h_2 x^2 + h_3 x^3 = 0. \quad (15)$$

При этом значения его корней, т. е. критических точек, будут равны $x_1 = -5,64$; $x_2 = -2,00$; $x_3 = 1,48$.

Построим на комплексной плоскости годограф функции $\Phi(j\omega)$ при $\omega \in (0, +\infty)$. На этой же плоскости расположим значения критических точек x_i , $i = \overline{1, 3}$. Тогда, согласно критерию устойчивости 1, многосвязная система будет устойчива, так как АФХ автономной подсистемы $\Phi(j\omega)$ не охватывает ни одну из критических точек уравнения (15) при изменении частоты ω от 0 до $+\infty$ (рис. 4). ♦

Критерий 2. Для устойчивости линейной МСАУ с числовыми коэффициентами связи по выходным координатам между идентичными подсистемами необходимо и достаточно, чтобы при изменении частоты ω от 0 до ∞ характеристический годограф подсистемы (годограф Эрмита — Михайлова) не пересекал и охватывал все критические точки, определяемые значениями корней уравнения связи вида (13) [31].

Численный пример расчета трехсвязной системы подтверждает справедливость данного критерия (рис. 5).

Пример 2. Перепишем характеристическое уравнение для примера 1 согласно формуле (8):

$$D(M) = M^3 + h_2 M + h_3 = 0, \quad (16)$$

где коэффициенты уравнения (16) вычислены по формуле (6) и равны $h_3 = -0,06$; $h_2 = -0,37$.

Уравнение критических точек имеет вид: $z^3 + h_2 z + h_3 = 0$. Замкнутые сепаратные подсистемы имеют характеристическое уравнение, соответствующее устойчи-

вой подсистеме: $M(s) = s^3 + 3s^2 + 2s + 1 = 0$. При этом корни уравнения критических точек равны $z_1 = 0,68$; $z_2 = -0,5$; $z_3 = -0,18$.

Построим на комплексной плоскости годограф Эрмита — Михайлова $M(j\omega)$ при $\omega \in (0, \pm\infty)$. На этой же плоскости расположим корни уравнения критических точек z_i . Из рис. 5 видно, что годограф Эрмита — Михайлова $M(j\omega)$ охватывает все корни уравнения критических точек. Согласно вышеизложенному критерию, МСАУ является устойчивой, что подтверждают и переходные процессы. ♦

Положение 8. Приведенные исследования показали, что вышеизложенные положения справедливы и для МСАУ, содержащей идентичные подсистемы с цифровой или дискретной во времени управляющей частью [31].

7. ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ НЕЛИНЕЙНЫХ МСАУ НА ОСНОВЕ ПАРАДИГМЫ Б.Н. ПЕТРОВА

Данный подход может применяться и для исследования свойств нелинейных МСАУ. Например, рассмотрим класс нелинейных МСАУ с идентичными подсистемами, которые содержат элементы с нелинейными статическими характеристиками. При этом связь между подсистемами осуществляется через многомерный объект управления.

Пусть для этого класса МСАУ применим метод гармонической линеаризации, при этом к ней предъявляется жесткое требование, заключающееся в том, чтобы характеристики всех подсистем и образующихся с помощью связей замкнутых контуров удовлетворяли условию фильтра.

Представим структуру нелинейной МСАУ в виде взаимного соединения нелинейного элемента (НЭ) и линейной части W_L системы на рис. 6.

Здесь p — оператор дифференцирования, функции $W_L(p)$ образуют оператор линейной части (ЛЧ) системы, а гармонически линеаризованная часть образует нелинейный элемент (НЭ) системы $W_n[q(\alpha), q'(\alpha)]$.

Тогда индивидуальная характеристика гармонически линеаризованной идентичной подсистемы имеет вид:

$$\Phi(p, \alpha) = \frac{W_n[q(\alpha), q'(\alpha)] W_L(p)}{1 + W_n[q(\alpha), q'(\alpha)] W_L(p)},$$

где $q(\alpha)$, $q'(\alpha)$ — коэффициенты гармонической линеаризации; α — амплитуда входного сигнала.

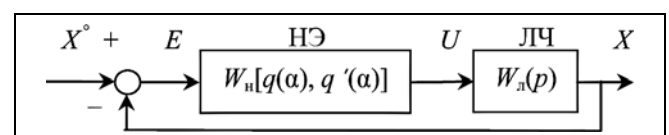


Рис. 6. Нелинейная МСАУ

Далее запишем характеристическое уравнение для всей МСАУ с идентичными нелинейными подсистемами:

$$D(p, \alpha) = 1 + h_2 \Phi^2(p, \alpha) + h_3 \Phi^3(p, \alpha) + \dots + h_n \Phi^n(p, \alpha) = 0.$$

Переходя от функции $\Phi(p, \alpha)$ к $M(p, \alpha) = 1/\Phi(p, \alpha)$, получим:

$$D(p, \alpha) = M^n(p, \alpha) + h_2 M^{n-2}(p, \alpha) + h_3 M^{n-3}(p, \alpha) + \dots + h_n = 0.$$

Для этих двух уравнений справедливы и уравнения связи (12) и (13) соответственно.

Далее переходим к частотным характеристикам заменой $p = j\omega$. Тогда каждое характеристическое уравнение есть функция от ω и α , т. е. $D(\omega, \alpha) = 0$. Учитывая, что для гармонически линеаризованной МСАУ справедливы все восемь изложенных положений, можно сформулировать для нее следующее положение.

Положение 9. Для устойчивости положения равновесия нелинейной МСАУ с гармонически линеаризованными идентичными подсистемами необходимо и достаточно, чтобы при изменении частоты ω от 0 до $\pm\infty$ характеристики $\Phi(j\omega, \alpha)$ не охватывали бы все критические точки, а кривые $M(j\omega, \alpha)$ при варьировании амплитуды α в некотором диапазоне охватывали бы все критические точки соответствующих уравнений связи, не пересекая их.

Положение 10. В нелинейной МСАУ имеют место периодические движения, если либо характеристика $\Phi(j\omega, \alpha)$, либо кривая Эрмита — Михайлова (характеристический полином подсистемы) $M(j\omega, \alpha)$ пересекают одну из критических точек соответствующих уравнений многомерных связей (12) или (13). Далее, используя технологии классической теории управления, определяют частоту ω_n и амплитуду α_n периодических движений. При этом амплитуда α_n определяется по соответствующей характеристике, а частота ω_n — по уравнению связи.

Положение 11. Далее по направлению деформации кривых $\Phi(j\omega, \alpha)$ или $M(j\omega, \alpha)$ при увеличе-

нии амплитуды α и по вновь занимаемому их положению оценивают устойчивость периодических движений, как это делается в классической теории управления.

По этой же методике был проведен анализ периодических движений в однотипной МСАУ с нечеткими регуляторами в сепаратных подсистемах.

Пример 3. Требуется исследовать нелинейную трехсвязную систему на наличие автоколебаний. Многосвязная система состоит из идентичных нелинейных подсистем, связанных друг с другом численными коэффициентами по выходным переменным Y . Нелинейная подсистема представляет собой стандартную структуру, состоящую из нелинейного элемента (НЭ) и линейной части (ЛЧ) (рис. 7).

В качестве НЭ рассматривается реле (рис. 7) с коэффициентами гармонической линеаризации, равными $q(\alpha) = 4c/\pi\alpha$; $c = \pi$; $q'(\alpha) = 0$.

Пусть передаточная функция линейной части равна

$$W_{\text{лч}} = \frac{2}{p(p^2 + p + 1)}.$$

Тогда характеристический полином $M(p)$ гармонически линеаризованного уравнения подсистемы будет равен

$$M(p) = \alpha(p^3 + p^2 + p) + 8. \quad (17)$$

Матрица h коэффициентов связи между подсистемами равна

$$h = \begin{bmatrix} 0 & 0,75 & -1,45 \\ 0,18 & 0 & 0,75 \\ 0,75 & 0,18 & 0 \end{bmatrix}.$$

Характеристическое уравнение трехсвязной системы имеет вид:

$$D(M) = M^3 + h_2 M + h_3 = 0. \quad (18)$$

При исследовании автономных подсистем параметры автоколебаний равны $\omega_n = 1$; $\alpha_n = 8$. Из формулы (17) в соответствии с уравнением (13) получим уравнение критических точек, заменив M на z :

$$D(z) = z^3 + h_2 z + h_3 = 0. \quad (19)$$

Коэффициенты h_2 и h_3 характеристического уравнения (18) вычислим по формулам (6). При заданных числовых значениях коэффициентов связи получим $h_2 = 0,8175$; $h_3 = 1,728$, тогда корни уравнения связи (19) равны $z_1 = -0,976$; $z_{2,3} = 0,488 \pm 1,238j$.

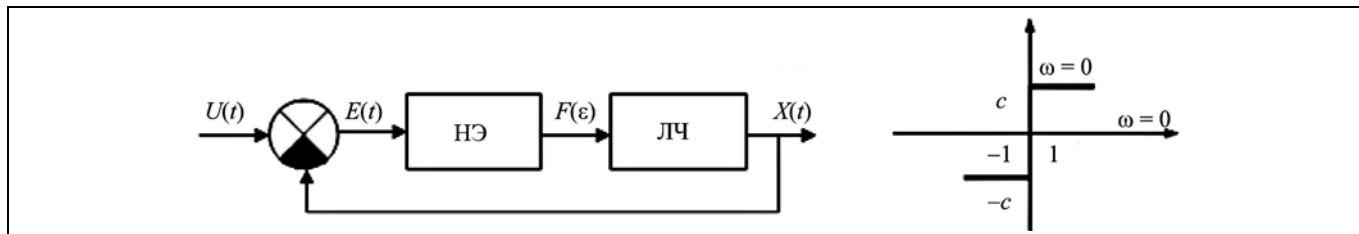


Рис. 7. Структурная схема нелинейной МСАУ

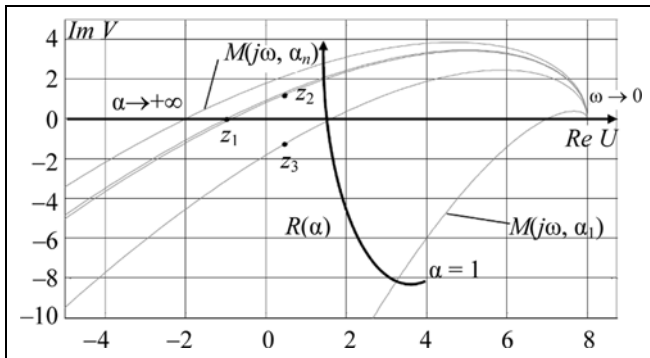


Рис. 8. Расположение годографов Эрмита — Михайлова $M(j\omega, \alpha)$ и критических точек z_i , $i = \overline{1, 3}$, в примере 3

Эту задачу можно решить графически. Построим годограф функции $M(j\omega)$ (17) при $\omega \in (0, +\infty)$ и $\alpha \in (0, +\infty)$. На этой же плоскости расположим собственные значения уравнения критических точек z_i (рис. 8). Из всех корней ближайшим критическим корнем будет $z_1 = -0,976$, так как прохождение годографа $M(j\omega, \alpha)$ через остальные корни соответствует неустойчивой нелинейной МСАУ (по вышеприведенному критерию).

Следовательно, в многосвязной системе существуют устойчивые периодические движения с параметрами $\omega_n = 1$; $\alpha_n = 8,976$. Отметим, что при числовых связях в многосвязных системах (МС) частота ω подсистем не меняется, а изменяется лишь амплитуда α_n колебаний в МС по сравнению с автономной подсистемой. ♦

Таким образом, применение парадигмы Б.Н. Петрова позволяет расширить далее методы классической теории управления на класс линейных и нелинейных МСАУ, в том числе с логическими элементами [32], элементами искусственного интеллекта [35], адаптивными системами [36], а также системами с изменяемой структурой [37] при сохранении физического смысла влияния элементов системы на свойства МСАУ в целом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Академиком Б.Н. Петровым и его учениками была предложена новая парадигма исследования МСАУ, основанная на описании характеристического уравнения линейной МСАУ через индивидуальные характеристики подсистем и многомерные элементы связей между ними с дальнейшим исследованием свойств системы в частотной области. Это было сделано в теории многосвязных систем впервые.

Формирование из многомерных коэффициентов связи уравнения связи и нахождение по нему новых критических точек для подсистем, по которым можно оценить устойчивость МСАУ в целом, является новым в теории многосвязной систем. Это позволило сформировать новые критерии устойчивости МСАУ.

Данная парадигма Б.Н. Петрова, основанная на структурно-функциональной декомпозиции МСАУ и применении частотных методов для выявления свойств МСАУ, принципиально отличается от существующих подходов тем, что позволяет в процессе исследований сохранить физический смысл как каждого элемента подсистемы, так и каждого элемента связи и их роль в формировании свойств МСАУ.

За последние 40 лет развитие теории МСАУ на основе парадигмы Б.Н. Петрова осуществлялось в трудах его учеников до получения как новых теоретических результатов, так и использования их при решении практических задач. Показано, что полученные теоретические и практические результаты для линейных и нелинейных МСАУ на основе парадигмы Б.Н. Петрова позволяют сохранить «дух» классической теории управления и физический (инженерный) смысл проводимых исследований сложных систем.

Парадигма Б.Н. Петрова вносит существенный вклад российских ученых в мировую науку в виде нового подхода к исследованию различных классов МСАУ СДО и ведет к выявлению их уникальных свойств.

Исследования МСАУ на основе парадигмы Б.Н. Петрова открывают новые возможности для исследования различных классов МСАУ сложными динамическими объектами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров Б.Н. О построении и преобразовании структурных схем // Изв. АН СССР. ОТН. — 1945. — № 12. — С. 1146—1162. [Petrov, B.N. O postroenii i preobrazovanii strukturnykh skhem // Izv. AN SSSR. OTN. — 1945. — No. 12. — P. 1146—1162. (In Russian)]
2. Вознесенский И.Н. О регулировании машин с большим числом регулируемых параметров // Автоматика и телемеханика. — 1938. — № 4-5. — С. 65—78. [Voznesenskii, I.N. O regulirovanii mashin s bol'shim chislom reguliruemymkh parametrov // Automation and Remote Control. — 1938. — No. 4-5. — P. 65—78. (In Russian)]
3. Корнилов Ю.Г. Автономное регулирование как экстремальная задача // Изв. АН СССР. ОТН. — 1954. — № 4. [Kornilov, Yu.G. Avtonomnoe regulirovanie kak ehkstremaal'naya zadacha // Izv. AN SSSR. OTN. — 1954. — No. 4. (In Russian)]
4. Мееров М.В. Об автономности многосвязных систем, устойчивых при неограниченном увеличении установившейся точности // Автоматика и телемеханика. — 1956. — № 5. — С. 410—424. [Meerov, M.V. Ob avtonomnosti mnog-osvyaznykh sistem, ustoychivyykh pri neogranichennom uvelichenii ustanovivsheysya tochnosti // Automation and Remote Control. — 1956. — No. 5. — P. 410—424. (In Russian)]
5. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А.А. Красовского. — М.: Наука, 1987. — 712 с. [Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya / pod red. A.A. Krasovskogo. — M.: Nauka, 1987. — 712 s. (In Russian)]
6. Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами. — М.: Наука, 1976. — 424 с. [Andreev, Yu.N. Upravlenie konechnomernymi lineinymi ob'ektami. — M.: Nauka, 1976. — 424 s. (In Russian)]

7. Воронов А.А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. — М.: Наука, 1979. — 335 с. [Voronov, A.A. Ustoi-chivost', upravlyaemost', nablyudaemost'. — М.: Nauka, 1979. — 335 s. (In Russian)]
8. Деруссо П., Рой Р., Клоуз Ч. Пространство состояний в теории управления. — М.: Наука, 1970. — 620 с. [Derusso, P., Roi, R., Klouz, Ch. Prostranstvo sostoyanii v teorii upravleniya. — М.: Nauka, 1970. — 620 s. (In Russian)]
9. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. — М.: Мир, 1977. — 650 с. [Kvakernaak, Kh., Sivan, R. Lineinye optimal'nye sistemy upravleniya. — М.: Mir, 1977. — 650 s. (In Russian)]
10. Сю Д., Мейер А. Современная теория автоматического управления и ее применение. Перевод с англ. / Под ред. д-ра техн. наук, проф. Ю.И. Топчиева. — М.: Машиностроение, 1972. — 544 с. [Syu, D., Meier, A. Sovremennaya teoriya avtomaticheskogo upravleniya i ee primenenie. Perevod s angl. / Pod red. d-r techn. nauk, prof. Yu.I. Topchieva. — М.: Mashinostroenie, 1972. — 544 s. (In Russian)]
11. Калман Р., Фалб П., Арbib М. Очерки по математической теории систем. Перевод с англ. / Под ред. Я.З. Цыпкина. Перевод Э.Л. Наппельбаума. — М.: Мир, 1971. — 400 с. [Kalman, R., Falb, P., Arbib, M. Ocherki po matematicheskoi teorii sistem. Perevod s angl. / Pod red. Ya.Z. Tsyapkina. Perevod Eh.L. Nappel'bauma. — М.: Mir, 1971. — 400 s. (In Russian)]
12. Ту Ю. Современная теория управления. Перевод с англ. Я.Н. Гибадулина / Под ред. В.В. Солодовникова. — М.: Машиностроение, 1971. — 472 с. [Tu, Yu. Sovremennaya teoriya upravleniya. Perevod s angl. Ya.N. Gibadulina / Pod red. V.V. Solodovnikova. — М.: Mashinostroenie, 1971. — 472 s. (In Russian)]
13. Буков В.Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. — Калуга: Изд-во научной лит-ры Н.Ф. Бочкаревой. — 2006. — 720 с. [Bukov, V.N. Vlozhenie sistem. Analiticheskij podhod k analizu i sintezu matrichnykh sistem. — Kaluga: Izd-vo nauchnoy lit-ry N.F. Bockharevoj. — 2006. — 720 s. (In Russian)]
14. Баженов С.Г., Козычев А.Н., Королев В.С. Частотные методы анализа устойчивости самолета с многосвязной системой управления // Проблемы управления. — 2020. — № 2. — С. 20—27. [Bazhenov, S.G., Kozuychev, A.N., Korolyov, V.S. Stability Analysis of Airplane with MIMO Control System Based on Frequency Methods / Control Sciences. — 2020. — No. 2. — P. 20—27. (In Russian)]
15. Паршева Е.А. Модифицированный алгоритм адаптации высшего порядка для децентрализованного управления многосвязными объектами с запаздыванием по состоянию // Проблемы управления. — 2008. — № 3. — С. 37—43. [Parshева, E.A. A Modified High Order Adaptation Algorithm for Decentralized Control of Multivariable Plants with State Delay / Control Sciences. — 2008. — No. 3. — P. 37—43. (In Russian)]
16. Красовский А.А. О двухканальных системах автоматического регулирования с антисимметричными связями // Автоматика и телемеханика. — 1957. — № 2. — С. 123—136. [Krasovskij, A.A. O dvukhkanal'nykh sistemah avtomaticheskogo regulirovaniya s antisimmetrichnymi svyaziyami // Automation and Remote Control. — 1957. — No. 2. — P. 123—136. (In Russian)]
17. Мееров М.В. Системы многосвязного регулирования. — М.: Наука, 1965. — 384 с. [Meerov, M.V. Sistemy mnogovyaznogo regulirovaniya. — М.: Nauka, 1965. — 384 s. (In Russian)]
18. Чинаев П.И. Методы анализа и синтеза многомерных автоматических систем. — Киев: Техника, 1969. — 380 с. [Chinaev, P.I. Metody analiza i sinteza mnogomernykh avtomaticheskikh sistem. — Kiev: Tekhnika, 1969. — 380 s. (In Russian)]
19. Морозовский В.Т. Многосвязные системы автоматического регулирования. — М.: Энергия, 1970. — 288 с. [Morozovskij, V.T. Mnogosvyaznye sistemy avtomaticheskogo regulirovaniya. — М.: Energiya, 1970. — 288 s. (In Russian)]
20. Соболев О.С. Методы исследования линейных многосвязных систем. — М.: Энергоиздат, 1985. — 120 с. [Sobolev, O.S. Metody issledovaniya lineinykh mnogovsyaznykh sistem. — М.: Energoizdat, 1985. — 120 s. (In Russian)]
21. Боднер В.А. Теория автоматического управления полетом. — М.: Наука, 1964. — 698 с. [Bodner, V.A. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya poletom. — М.: Nauka, 1964. — 698 s. (In Russian)]
22. Боднер В.А., Рязанов Ю.А., Шаймарданов Ф.А. Системы автоматического управления двигателями летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1973. — 248 с. [Bodner, V.A., Ryazanov, Yu.A., Shaimardanov, F.A. Sistemy avtomaticheskogo upravleniya dvigatelyami letatel'nykh apparatov. — М.: Mashinostroenie, 1973. — 248 s. (In Russian)]
23. Шевяков А.А. Автоматика авиационных и ракетных силовых установок. — М.: Машиностроение, 1970. — 660 с. [Shevyakov, A.A. Avtomatika aviatsionnykh i raketnykh silovykh ustanovok. — М.: Mashinostroenie, 1970. — 660 s. (In Russian)]
24. Янушевский Р.Т. Теория линейных оптимальных многосвязных систем управления. — М.: Наука, 1973. [Yanush-evskij, R.T. Teoriya lineinykh optimal'nykh mnogovsyaznykh sistem upravleniya. — М.: Nauka, 1973. (In Russian)]
25. Рей У.Х. Методы управления технологическими процессами / У. Рей; Пер. с англ. А.М. Шафиро. — М.: Мир, 1983. — 368 с. [Rei, U.Kh. Metody upravleniya tekhnologicheskimi protsessami / U. Rei; Per. s angl. A.M. Shafira. — М.: Mir, 1983. — 368 s. (In Russian)]
26. Петров Б.Н., Черкасов Б.А., Ильясов Б.Г., Куликов Г.Г. Частотный метод анализа и синтеза многомерных систем автоматического регулирования // Доклады АН СССР. — 1979. — Т. 247. — № 2. — С. 304—307. [Petrov, B.N., Cherkasov, B.A., Ilyasov, B.G., Kulikov, G.G. Chastotnyi metod analiza i sinteza mnogomernykh sistem avtomaticheskogo regulirovaniya // Doklady AN SSSR. — 1979. — Vol. 247, no. 2. — P. 304—307. (In Russian)]
27. Проектирование систем автоматического управления газотурбинных двигателей. Нормальные и нештатные режимы / Под ред. академика Б.П. Петрова. — М.: Машиностроение, 1981. — 400 с. [Proektirovanie sistem avtomaticheskogo upravleniya gazoturbinnnykh dvigatelei. Normal'nye i neshtatnye rezhimy / Pod red. akad. B.N. Petrova. — М.: Mashinostroenie, 1981. — 400 s. (In Russian)]
28. Оптимизация многомерных систем управления газотурбинных двигателей летательных аппаратов / А.А. Шевяков, Т.С. Мартыанова, В.Ю. Рутковский, Б.Г. Ильясов и др.; под общ. ред. А.А. Шевякова и Т.С. Мартыановой. — М.: Машиностроение, 1989. — 256 с. [Optimizatsiya mnogomernykh sistem upravleniya gazoturbinnnykh dvigatelei letatel'nykh apparatov / A.A. Shevyakov, T.S. Mart'yanova, V.Yu. Rutkovskij, B.G. Ilyasov, et al. pod obshch. red. A.A. Shevyakova i T.S. Mart'yanovoi. — М.: Mashinostroenie, 1989. — 256 s. (In Russian)]
29. Основы теории многосвязных систем автоматического управления летательными аппаратами. Учеб. пособие / С.Ф. Бабак, В.И. Васильев, Б.Г. Ильясов и др. Под ред. М.Н. Красильщикова. — М.: Изд-во МАИ, 1995. — 288 с. [Osnovy teorii mnogovsyaznykh sistem avtomaticheskogo upravleniya letatel'nyimi apparatami. Ucheb. posobie / S.F. Babak, V.I. Vasil'ev, B.G. Ilyasov, et al. Pod red. M.N. Krasil'shchikova. — М.: Izd-vo MAI, 1995. — 288 s. (In Russian)]
30. Ильясов Б.Г., Кабальнов Ю.С. Исследование устойчивости однотипных многосвязных систем автоматического управления с голономными связями между подсистемами // Автоматика и телемеханика. — 1995. — № 8. — С. 82—90. [Ilyasov, B.G., Kabal'nov, Yu.S. Issledovanie ustoychivosti odnotipnykh mnogovsyaznykh sistem avtomaticheskogo upravleniya s golonomnymi svyaziyami mezhd podsystemami // Automation and Remote Control. — 1995. — No. 8. — P. 82—90. (In Russian)]
31. Ильясов Б.Г., Саумова Г.А. Анализ устойчивости динамических систем, представленных в полиномиальной вектор-



- но-матричной форме // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2018. — № 2. — С. 3—10. [Ilyasov, B.G., Saitova, G.A. Analiz ustoychivosti dinamicheskikh sistem, predstavlenykh v polinomial'noi vektorno-matrichnoi forme // Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya. — 2018. — No. 2. — P. 3—10. (In Russian)]
32. Ильясов Б.Г., Саитова Г.А. Системный подход к исследованию многосвязных систем автоматического управления на основе частотных методов // Автоматика и телемеханика. — 2013. — № 3. — С. 173—191. [Ilyasov, B.G., Saitova, G.A. Sistemnyi podkhod k issledovaniyu mnogosvyaznykh sistem avtomaticheskogo upravleniya na osnove chastotnykh metodov // Automation and Remote Control. — 2013. — No. 3. — P. 173—191. (In Russian)]
33. Ильясов Б.Г., Саитова Г.А., Елизарова А.В. Исследование многосвязной системы управления с запаздыванием методом декомпозиции // Современные наукоемкие технологии. — 2019. — № 3-2. — С. 177—181. [Ilyasov, B.G., Saitova, G.A., Elizarova, A.V. Issledovanie mnogosvyaznoi sistemy upravleniya s zapazdyvaniem metodom dekompozitsii // Sovremennye naukoemkie tekhnologii. — 2019. — No. 3-2. — P. 177—181. (In Russian)]
34. Ильясов Б.Г., Саитова Г.А. Исследование периодических движений в однотипных нелинейных многосвязных системах, представленных в полиномиальной векторно-матричной форме // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2020. — № 2. — С. 11—12. [Ilyasov, B.G., Saitova, G.A. Issledovanie periodicheskikh dvizhenii v odnotipnykh nelineinykh mnogosvyaznykh sistemakh, predstavlenykh v polinomial'noi vektorno-matrichnoi forme // Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya. — 2020. — No. 2. — P. 11—12. (In Russian)]
35. Ильясов Б.Г., Мунасыпов Р.А., Саитова Г.А. и др. Анализ периодических движений в многосвязных системах с нечеткими регуляторами в сепаратных подсистемах // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2004. — № 8. — С. 24—29. [Ilyasov, B.G., Munasyrov, R.A., Saitova, G.A., et al. Analiz periodicheskikh dvizhenii v mnogosvyaznykh sistemakh s nechetkimi regulatorami v separatnykh podsystemakh // Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie. — 2004. — No. 8. — P. 24—29. (In Russian)]
36. Ильясов Б.Г., Саитова Г.А., Назаров А.Ш. Об одном подходе к построению адаптивных многосвязных систем автоматического управления сложным динамическим объектом // Мехатроника, автоматизация, управление: Теоретич. и прикладной научно-технич. журн. — М.: Машиностроение, 2010. — № 8. — С. 13—20. [Ilyasov, B.G., Saitova, G.A., Nazarov, A.Sh. Ob odnom podkhode k postroeniyu adaptivnykh mnogosvyaznykh sistem avtomaticheskogo upravleniya slozhnym dinamicheskim ob'ektom // Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie: Teoretich. i prikladnoi nauchno-tekhnich. zhurn. — M.: Mashinostroyeniye, — 2010. — No. 8. — P. 13—20. (In Russian)]
37. Ильясов Б.Г., Саитова Г.А., Назаров А.Ш. Алгоритм реконфигурации структуры многосвязной системы автоматического управления из условия устойчивости на основе частотных методов // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. — 2012. — Т. 16. — № 3 (48). — С. 3—10. [Ilyasov, B.G., Saitova, G.A., Nazarov, A.Sh. Algoritm rekonfiguratsii struktury mnogosvyaznoi sistemy avtomaticheskogo upravleniya iz usloviya ustoychivosti na osnove chastotnykh metodov // Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta. — 2012. — Vol. 16, no. 3 (48). — P. 3—10. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии Н.В. Кузнецовым.

Поступила в редакцию 27.11.2020, после доработки 15.02.2021.

Принята к публикации 24.02.2021.

Ильясов Барый Галеевич — д-р техн. наук, ✉ ilyasov@ugatu.su,

Саитова Гузель Асхатовна — канд. техн. наук, ✉ saitova@bk.ru.

ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет».

INVESTIGATION OF MULTIVARIABLE AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS FOR COMPLEX DYNAMIC OBJECTS BASED ON PETROV'S PARADIGM

B.G. Ilyasov and G.A. Saitova

Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russia

✉ ilyasov@ugatu.su, ✉ saitova@bk.ru

Abstract. This paper considers some approaches to studying the properties of multivariable automatic control systems (MACSs), particularly their stability, based on different descriptive models. The theory presented below extends the previously known ideas of Academician B.N. Petrov, which are fundamental in the classical theory of automatic control. Petrov's theory is based on the structural and functional decomposition of MACSs into separate real subsystems and multidimensional connections between them, described by a new model, and the study of system properties using frequency methods. Therefore, this theory is related to the physical (engineering) approach to dynamical systems analysis. A method for describing MACSs by the individual characteristics of subsystems and the elements of multidimensional connections is suggested. Stability criteria for linear MACSs with identical subsystems and a stability criterion for the system's equilibrium are established. A technology for finding the parameters of periodic motions and assessing their stability for nonlinear MACSs is introduced. Some numerical examples with technical objects illustrate this technology for studying the properties of MACSs.

Keywords: multivariable system, decomposition, frequency methods, linear system, nonlinear system.

Funding. This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 20-08-01172 A.