УДК 519.8

DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2020.3.3

МНОГОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ МНЕНИЙ В СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ: ИНДЕКСЫ ПОЛЯРИЗАЦИИ[1]

Д.А. Губанов, И.В. Петров, А.Г. Чхартишвили

Аннотация. Рассмотрена многомерная модель динамики мнений в социальных сетях, которая позволяет моделировать динамику двух взаимосвязанных информационных процессов. Первый из них — процесс распространения наблюдаемого возбуждения в сети и совершения агентами наблюдаемых извне действий (например, в виде публикации сообщений), а второй (связанный с первым) — процесс формирования и изменения мнений агентов (являющихся характеристикой их внутреннего состояния). Показано, что такая модель позволяет моделировать и оценивать комплекс наиболее значимых и актуальных социально-психологических феноменов динамики мнений в сетях: консенсус или согласование мнений, сохранение различий во мнениях и расхождение мнений по разным полюсам — поляризацию мнений. Рассмотрены подходы к измерению поляризации мнений, предложены индексы поляризации мнений. При помощи численного моделирования показано, что предложенные индексы позволяют различать и оценивать ситуации с содержательно различными многомерными распределениями мнений участников социальной сети, а также находить направления наибольшей поляризации.

Ключевые слова: социальная сеть, формирование мнений, распространение активности, поляризация мнений, индексы поляризации мнений.

ВВЕДЕНИЕ

Основополагающие работы в области динамики представлений агентов в социальных сетях исследуют и моделируют в первую очередь феномен согласования мнений агентов (достижение консенсуса), когда взаимодействие между членами социальной сети приводит к постепенному уменьшению различий между мнениями участников взаимодействий (см. например, работы [1—3]). Однако в социальных сетях, помимо консенсуса, наблюдаются и приобретают все большую значимость такие социально-психологические феномены, как кластеризация мнений, поляризация мнений, нонконформизм и т. п. [4]. Актуальна разработка новых математических моделей, учитывающих эти феномены [5—10], с тем, чтобы обеспечить адекватное решение задач информационного влияния и управления [1, 11, 12]. В частности, имеются модели, в которых моделируется эффект кластеризации мнений благодаря ограниченному доверию агентам сети [5, 13, 14], а в ряде других моделей эффект поляризации достигается путем отторжения мнений антипатичных членов сети (отрицательное влияние) [15—17].

В настоящей работе рассматривается эффект поляризации мнений, которая понимается как расхождение по разным полюсам мнений участников обсуждения некоторого вопроса в социальной сети. Наличие эффекта поляризации в онлайновых социальных сетях подтверждается рядом эмпирических исследований [18, 19]. Для измерения уровня поляризации применяются меры неравенства и разработаны меры поляризации сети (см. например, работы [20, 21]).

Далее в § 1 рассмотрена модель динамики мнений в социальной сети, которая была предложена в работе [22] и которая при определенных условиях приводит к сохранению различий в мнениях агентов и поляризации мнений агентов. В § 2 предложены подходы к измерению поляризации мнений. В § 3 приведены результаты имитационного

[1] Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект 18-29-22042).

моделирования, реализующего предложенные подходы к моделированию динамики и оценке поляризации мнений.

1. МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ МНЕНИЙ

Под социальной сетью понимается структура, состоящая из множества агентов (субъектов — индивидуальных или коллективных, например, индивидов, семей, групп) и определенного на нем множества связей (например, знакомства, дружбы, коммуникаций). Формально социальная сеть представляет собой граф $G = (N, E)$, в котором $N = \{1, 2, ..., n\}$ — множество вершин (агентов), а E — множество ребер (отношений).

Рассмотрим в такой социальной сети динамику двух информационных процессов. Один из них — процесс распространения активности агентов и совершения ими действий (например, в виде публикации сообщений), а другой (связанный с первым) — процесс формирования мнений агентов и выражения мнений в действиях.

Процесс распространения активности агентов сети. Будем считать, что агент $i \in N$ в начальный момент времени выбирает действие $y_i^{(0)} \in \{0, 1\}$ (0 можно интерпретировать как отсутствие активности агента), исходя из присущей ему готовности к действию $p_i^{(0)} \in [0, 1]$, т. е. выбирает действие $y_i^{(0)} = 1$ с вероятностью $p_i^{(0)}$. Однако в последующие моменты времени $t = 1, 2, ...$ уровень готовности агента к действию зависит также от действий, совершенных агентами сети в предыдущий момент времени:

$$p_i^{(t)} = \alpha p_i^{(0)} + (1 - \alpha) \sum_{j \in N} \alpha_{ij} y_j^{(t-1)},$$

где коэффициент $0 \le \alpha \le 1$ может интерпретироваться как индивидуальная особенность — некоторые склонны писать чаще, некоторые реже, вне зависимости от поведения окружения, $A = (a_{ij})$ — стохастическая (по строкам) матрица влияния. Соответственно, агент выполнит действие $y_i^{(t)} = 1$ с вероятностью $p_i^{(t)}$.

Содержательно, готовность агента связана с активностью его окружения, например, если все вокруг пишут чаще, то и агент пишет чаще.

Процесс формирования мнений агентов сети. Агенты в сети имеют определенные мнения. Будем считать, что возможны m классов «крайних» позиций, и мнение i-го агента в каждый t-й момент времени представляет собой m-компонентный стохастический (по строкам) вектор $x_i^{(t)} \left(\sum_{l=1}^{m} x_{il}^{(t)} = 1 \right)$. Агент выражает свое мнение в действиях (сообщениях), причем высказанное им в сообщении мнение $s_i^{(t)}$ является одним из m «крайних» вариантов. Высказывание мнения происходит с вероятностями, совпадающими с компонентами вектора $x_i^{(t)}$:

$$P(s_i^{(t)} = I_{*l} | y_i^{(t)} = 1) = x_{il}^{(t)},$$

где I_{*l} — l-й столбец единичной матрицы.

Динамика мнений i-го агента задается таким образом:

$$x_i^{(t)} = \beta x_i^{(0)} + (1 - \beta) \times$$
$$\times \left(b_{ii}^{(t-1)} x_i^{(t-1)} + \sum_{j \in N_i} b_{ij}^{(t-1)} s_j^{(t-1)} \right),$$

где коэффициент $0 \le \beta \le 1$ отражает приверженность своему начальному мнению, $B^{(t)} = (b_{ij}^{(t)})$ — матрица доверия агента сообщениям соседей, $N_i = \{k \in N: a_{ik} > 0\}$ — множество соседей i-го узла в сети. Иными словами, мнение агента в каждый момент времени зависит как от его начального мнения, так и мнений его окружения в предыдущий момент времени.

Матрица доверия переменная и отражает зависимость степени доверия агента сообщениям других агентов от их содержания:

$$b_{ij}^{(t)} = \begin{cases} \phi(d_{ij}^{(t)}), & j \in N_i \wedge y_j^{(t)} = 1, \\ 1, & j = i, \\ 0, & \text{иначе}, \end{cases}$$

где $d_{ij}^{(t)} = 1 - \sum_{l=1}^{m} \min(x_{il}^{(t)}, s_{jl}^{(t)})$ — мера несходства мнений агентов i и j, а ϕ — некоторая функция на полуинтервале $[0, +\infty)$. Функция $d_{ij}^{(t)}$ является метрикой, что доказывает

Утверждение 1. *Функция* $d(x, y) = 1 - \sum_{l=1}^{m} \min(x_l, y_l)$, *где* $x, y \in R_+^m$, $\sum_{l=1}^{m} x_l = 1$, $\sum_{l=1}^{m} y_l = 1$, *является метрикой.*

Доказательство. Из стохастичности рассматриваемых векторов следует справедливость равенства

$$\sum_{l=1}^{m} \min(x_l, y_l) + \sum_{l=1}^{m} \max(x_l, y_l) = 2.$$

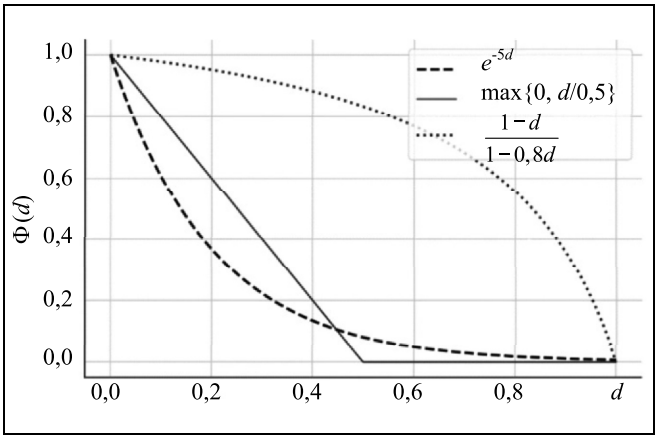

Рис. 1. Примеры функций $\phi(d)$

Тогда исходную функцию можно переписать как

$$d(x, y) = \sum_{l=1}^{m} \max(x_l, y_l) - 1.$$

Соответственно,

$$d(x, y) = \frac{1}{2}\sum_{l=1}^{m} \max(x_l, y_l) - \frac{1}{2}\sum_{l=1}^{m} \min(x_l, y_l) =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{l=1}^{m} (\max(x_l, y_l) - \min(x_l, y_l)) = \frac{1}{2}\sum_{l=1}^{m} |x_l - y_l|.$$

Функция $d(x, y)$ является метрикой, поскольку метрикой является функция $d_1(x, y) = \sum_{l=1}^{m} |x_l - y_l|$. ♦

В том случае, когда $\phi(d)$ — монотонно убывающая функция на интервале $[0, +\infty)$, агент максимально доверяет соседям, которые сообщают информацию, совпадающую с его мнением [12]. Примерами такого рода функций могут быть $\phi(d) = e^{-\gamma d}$, $\phi(d) = 2/(e^{2d} + 1)$, $\phi(d) = \max\{0, 1 - d/\gamma\}$ и др. (см. графики функций на рис. 1).

Далее будем считать, что выполняется условие нормировки по строкам, т. е. матрица $B^{(t)}$ является стохастической. Тогда элемент матрицы $b_{ij}^{(t)}$ можно интерпретировать как вероятность выделения i-м агентом мнения, высказанного j-м агентом.

2. МНОГОМЕРНЫЕ ИНДЕКСЫ ПОЛЯРИЗАЦИИ СЕТИ

Существует множество возможных индексов неравенства и поляризации сети (см., например, работы [20, 21]). Обычно они предполагают, что мнения агентов расположены на отрезке, т. е. являются одномерной величиной, что естественно, например, для политических мнений в условиях двухпартийной политической системы США либо в ситуации выбора между компьютерами фирм Microsoft и Apple. В данной работе мы рассматриваем более общий случай, когда существует несколько «полюсов мнений».

В настоящем параграфе мы рассмотрим два различных подхода к построению индекса поляризации и докажем, что в одномерном случае они дают одинаковый результат. После этого будет предложено их обобщение на многомерный случай. В многомерном случае эти подходы дают различные по содержательному смыслу индексы, позволяющие учитывать различные аспекты феномена поляризации мнений.

Первый подход к построению индекса поляризации был предложен в работе [21]. С точностью до константы он представляет собой среднее расстояние мнений агентов до их среднего значения:

$$\Pi = \frac{1}{n}\sum_{i \in N} |x_i - \mu|, \qquad (1)$$

где $\mu = \frac{1}{n}\sum_{i \in N} x_i$. Чем больше значение показателя (1), тем больше степень поляризованности общества.

Второй подход основан на следующей идее. Не ограничивая общности, будем считать, что мнения упорядочены по неубыванию (т. е. $x_1 \le \ldots \le x_n$), и рассмотрим всевозможные разбиения индивидов на два множества $N_0(k) = \{1, \ldots, k\}$ и $N_1(k) = \{k + 1, \ldots, n\}$. Индексом поляризации будем считать, с точностью до нормирующего множителя максимальную (по всевозможным k) сумму разностей мнений индивидов, принадлежащих разным частям разбиения:

$$\pi = \frac{4}{n^2} \max_{k \in N\setminus\{n\}} \sum_{\substack{i \in N_1(k) \\ j \in N_0(k)}} (x_i - x_j). \qquad (2)$$

Содержательный смысл индекса поляризации (2) следующий. Группа индивидов разбита на два множества в соответствии с их мнениями. Индивиды из первого множества тяготеют к полюсу 0, индивиды из второго множества — к полюсу 1. Чем больше различие средних мнений и чем ближе число индивидов в подмножествах, тем выше поляризация. Легко видеть, что минимальное значение, равное нулю, индекс (2) принимает в случае, когда все мнения совпадают (см. графики с маркерами в виде квадратов на рис. 2). Нетрудно также показать, что максимальное значение индекса (2) равно 1 и достигается в случае, когда ровно половина мнений равна 0, а вторая половина равна 1 (см. графики с маркерами в виде треугольников на

рис. 2). Промежуточное значение индекса можно получить, например, в случае равномерного распределения мнений на отрезке от 0 до 1 (см. графики с маркерами в виде кружков на рис. 2).

Оказывается, что справедливо

Утверждение 2. *Значения индексов* (1) *и* (2) *совпадают с точностью до константы, зависящей только от числа агентов n.*

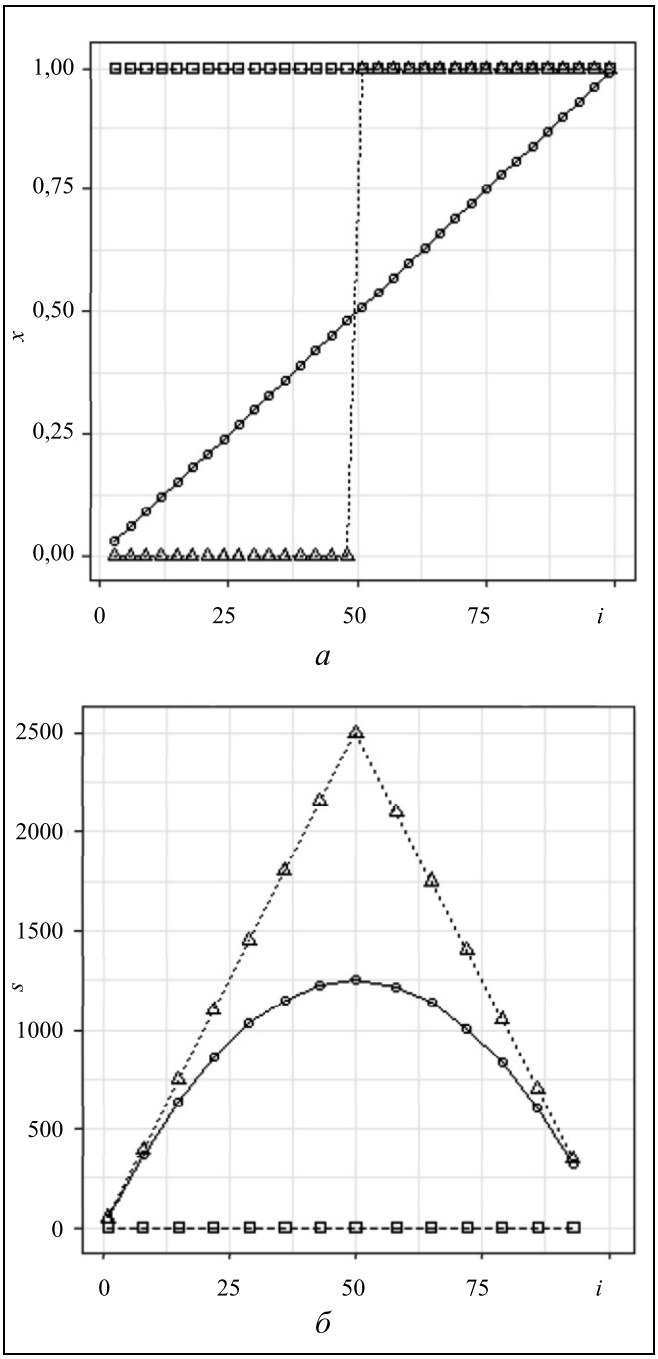

Рис. 2. Значения векторов x_i (*а*) и значение суммы, максимизируемой в выражении (2) (*б*)

Доказательство. Докажем сначала, что решением оптимизационной задачи

$$\max_{k \in N\setminus\{n\}} \sum_{\substack{i \in N_1(k) \\ j \in N_0(k)}} (x_i - x_j) \tag{3}$$

являются такие $k \in N\setminus\{n\}$, для которых $x_k \le \mu \le x_{k+1}$. Для этого введем в рассмотрение функцию

$$\psi(k) = \sum_{i \in N_1(k), j \in N_0(k)} (x_i - x_j).$$

Справедливы равенства:

$$\psi(k) = \sum_{i \in N_1(k+1), j \in N_0(k)} (x_i - x_j) + \sum_{j \in N_0(k)} (x_{k+1} - x_j),$$

$$\psi(k+1) = \sum_{i \in N_1(k+1), j \in N_0(k+1)} (x_i - x_j) =$$

$$= \sum_{i \in N_1(k+1), j \in N_0(k)} (x_i - x_j) + \sum_{i \in N_1(k+1)} (x_i - x_{k+1}).$$

Из этих равенств следует соотношение

$$\psi(k+1) - \psi(k) = \sum_{i \in N} x_i - nx_{k+1} = n(\mu - x_{k+1}),$$

из которого следует, что разность $\psi(k+1) - \psi(k)$ с ростом k монотонно не возрастает (напомним, что мы считаем мнения упорядоченными: $x_1 \le \ldots \le x_n$), и для некоторого значения k становится неположительной. Поэтому максимум функции $\psi(k)$ достигается в точности для таких значений k (их может быть несколько), для которых одновременно выполнены условия

$$\psi(k+1) - \psi(k) \le 0,\ \psi(k) - \psi(k-1) \ge 0,$$

т. е. $x_k \le \mu \le x_{k+1}$, что и определяет значения k, являющиеся решением оптимизационной задачи (3).

Таким образом, соотношение (2) можно переписать в виде

$$\pi = \frac{4}{n^2} \sum_{i \in N_1(k), j \in N_0(k)} (x_i - x_j),$$

где k такое, что $x_j \le \mu$ для $j \in N_0(k)$ и $x_i \ge \mu$ для $i \in N_1(k)$. Завершают доказательство утверждения 2 цепочки равенств:

$$\sum_{i \in N} |x_i - \mu| = \sum_{i=1}^{k} (\mu - x_i) + \sum_{i=k+1}^{n} (x_i - \mu) =$$

$$= k\mu - \sum_{i=1}^{k} x_i + \sum_{i=k+1}^{n} x_i - (n-k)\mu =$$

$$= (2k - n)\mu + \sum_{i=1}^{n} x_i - 2\sum_{i=1}^{k} x_i = 2\left(k\mu - \sum_{i=1}^{k} x_i\right);$$

$$\sum_{i \in N_1(k), j \in N_0(k)} (x_i - x_j) = k\sum_{i=k+1}^{n} x_i - (n-k)\sum_{i=1}^{k} x_i =$$

$$= k\sum_{i=1}^{n} x_i - n\sum_{i=1}^{k} x_i = n\left(k\mu - \sum_{i=1}^{k} x_i\right). \ \blacklozenge$$

Утверждение 2 показывает, что в одномерном случае индексы (1) и (2) дают, по сути, один и тот же результат.

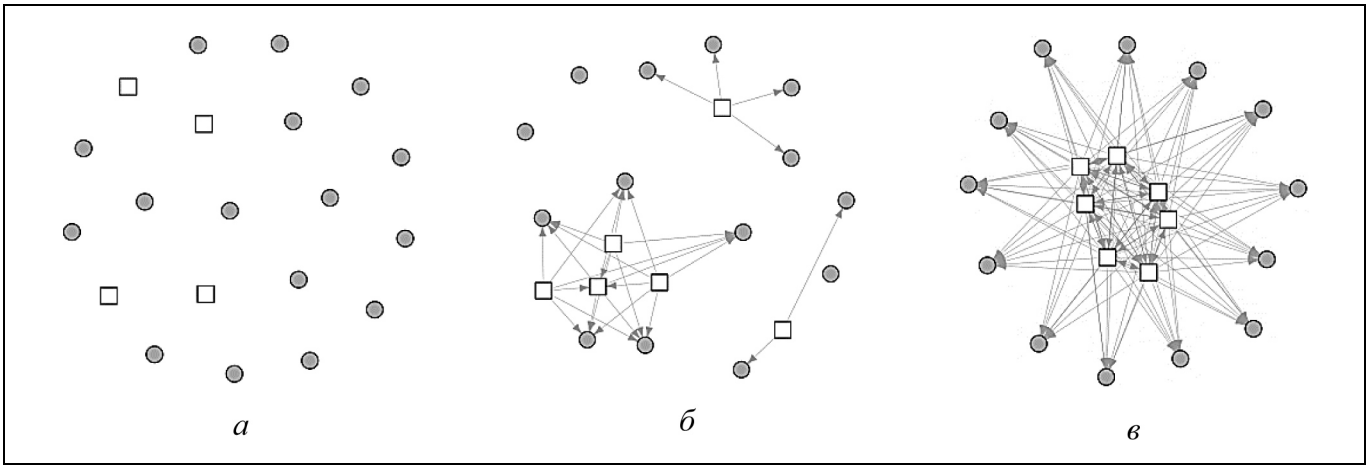

Рис. 3. Взаимосвязь процессов активности и влияния при $k = 0$ для разных значений γ: $\gamma = 0{,}1$ (*а*); $\gamma = 0{,}5$ (*б*); $\gamma = 1$ (*в*); тип вершин отражает текущее состояние агента (□ — активен, ● — не активен)

Рассмотрим теперь многомерный случай, когда мнение x_i каждого агента представляет собой не число на отрезке [0, 1], а стохастический вектор из m компонент: $x_i = (x_{i1}, ..., x_{im})$.

Естественное обобщение индекса (1) на многомерный случай — среднее расстояние до точки, представляющей собой покомпонентное среднее значение мнений агентов:

$$\Pi = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d(x_i, \mu) = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{q=1}^{m}|x_{iq} - \mu_q|, \qquad (3)$$

где $\mu = (\mu_1, ..., \mu_m)$, $\mu_q = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_{iq}$, $q \in M = \{1, ..., m\}$.

Многомерный индекс поляризации, определяемый выражением (3), будем называть *симметричным* индексом поляризации.

Рассмотрим теперь обобщение индекса, определяемого выражением (2). Он основан на делении множества агентов на два множества — тяготеющих к полюсу 0 и тяготеющих к полюсу 1. В многомерном случае эти два полюса можно выделять различными способами, каждый из которых соответствует разбиению множества $M = \{1, ..., m\}$ на два непустых подмножества. Зафиксировав разбиение $M = M_0 \cup M_1$, $M_0 \cap M_1 = \varnothing$, поставим i-му агенту с вектором мнений $x_i = (x_{i1}, ..., x_{im})$ его *агрегированное мнение*, характеризующее расположение агента между двумя полюсами M_0 и M_1 — число $y_i = \sum_{j \in M_1} x_{ij}$. Заметим, что при этом $1 - y_i = \sum_{j \in M_0} x_{ij}$, т. е. ситуация свелась к одномерному случаю с двумя полюсами мнений. Поэтому обобщением индекса поляризации (2) служит выражение, зависящее от разбиения $M = M_0 \cup M_1$:

$$\pi(M_0, M_1) = \frac{4}{n^2}\max_{k \in N\setminus\{n\}} \sum_{\substack{i \in N_1(k)\\ j \in N_0(k)}} (y_i - y_j), \qquad (4)$$

где, не ограничивая общности, будем считать, что агрегированные мнения упорядочены по неубыванию (т. е. $y_1 \le ... \le y_n$), а максимум ищется, как и в случае индекса (2), по всевозможным разбиениям агентов на два множества $N_0(k) = \{1, ..., k\}$ и $N_1(k) = \{k + 1, ..., n\}$.

Многомерный индекс поляризации, определяемый выражением (4), будем называть *асимметричным* индексом поляризации.

3. ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ

В целях иллюстрации качественных особенностей модели, рассмотрим ее в несколько упрощенной форме: в рамках настоящего параграфа будем считать $\alpha = \beta = 0$, матрица A соответствует полному графу и

$$\phi(d) = \max\{0, 1 - d/\gamma\}.$$

При таком выборе параметров и вида функции $\phi(d)$, в модели возникает внутригрупповое взаимодействие: «инициаторами» таких групп выступают активные агенты, а i-й неактивный узел принимает сообщения от j-го активного узла только при $d_{ij}^{(k)} < \gamma$ (рис. 3).

Поскольку матрица A связей между агентами соответствует полному графу, наличие ребер и их направление полностью определяются матрицей $B^{(t)}$.

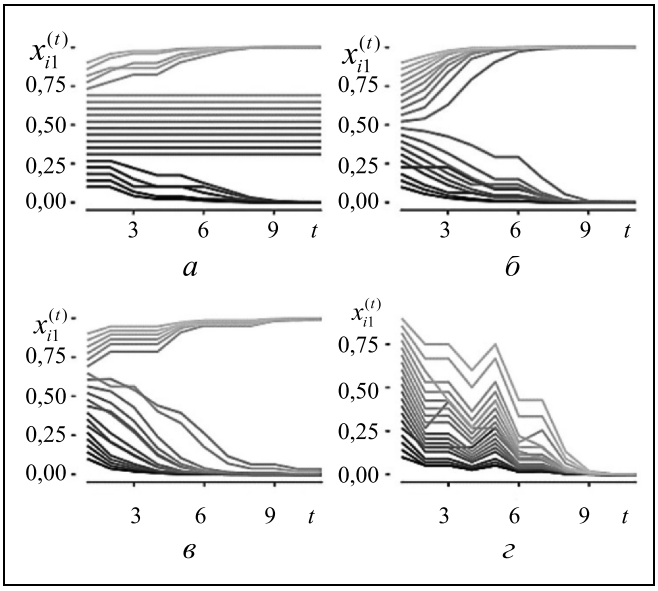

Рис. 4. Траектории первой компоненты вектора $x_i^{(t)}$ в случае $m = 2$, $n = 20$: $\gamma = 0{,}3$ (*а*); $\gamma = 0{,}5$ (*б*); $\gamma = 0{,}7$ (*в*); $\gamma = 1$ (*г*)

Рассмотрим случаи двух- и трехкомпонентного вектора мнений.

Случай $m = 2$. Пусть в момент времени $t = 0$ агенты равномерно распределены на отрезке [0,1, 0,9]. В такой размерности зависимость траекторий $x_i^{(t)}$ легко представить графически (рис. 4).

В случае $\gamma < 1/2$ возникает множество агентов, невосприимчивых к сообщениям соседей. Для $1/2 \le \gamma \le 1$ i-й агент, чья первая компонента $x_i^{(0)}$ лежит в интервале $[1 - \gamma, \gamma]$, может попасть под влияние или сообщения $s_j^{(t)} = (0, 1)$ или $s_{j'}^{(t)} = (0, 1)$ в зависимости от активности остальных агентов: в такой ситуации агент имеет склонность отдавать предпочтение информации, полученной первой (*primacy effect*). На рис. 4 показаны различные эффекты динамики мнений: сохранение различий во мнениях (рис. 4, *а*), согласование мнений — консенсус (рис. 4, *г*), а также усиление различий во мнениях или поляризация (значение индекса поляризации для случаев рис. 4, *а—г* составляет 0,3, 0,5, 0,4 и 0 соответственно).

Случай $m = 3$ можно представить в виде симплекса (рис. 5), точки которого характеризуют соотношение между компонентами вектора $x_i^{(t)}$. В отличие от двумерного случая, вместо $\gamma = 1/2$ «порогом» будет выступать значение $\gamma = 2/3$. Кроме того, центр масс нечувствителен к доле «невосприимчивых» агентов, в то время как значение индекса поляризации отражает их роль.

На рис. 5, *а*, *б* показано сохранение различий во мнениях, рис. 5, *г* соответствует консенсусу, а рис. 5, *в* — поляризации (значение симметричного индекса поляризации для случаев рис. 5, *а—г* составляет 0,2, 0,4, 0,7 и 0 соответственно).

Во всех рассмотренных случаях параметр γ не зависел от типа сообщения, принимаемого агентом. Преобразуем функцию $\phi(d)$, явным образом записав зависимость $d = d(x, s)$:

$$\phi(d(x, s)) = \max\left\{0{,}1 - \sum_{l=1}^{3} \frac{\left|x_l^{(k)} - s_l^{(k)}\right|}{2\gamma_l}\right\}.$$

Тогда множество агентов, невосприимчивых к сообщениям соседей, при $t \to \infty$ характеризуется ограничениями:

$$x_1 + x_2 \ge \gamma_3;$$

$$x_1 + x_3 \ge \gamma_2;$$

$$x_2 + x_3 \ge \gamma_1.$$

На рис. 6 и 7 показаны два случая итогового распределения векторов мнений агентов для различных γ_l.

В случае $\gamma_l = (0{,}3; 0{,}3; 0{,}7)$ (см. рис. 6) симметричный индекс поляризации равен 0,42, в то время

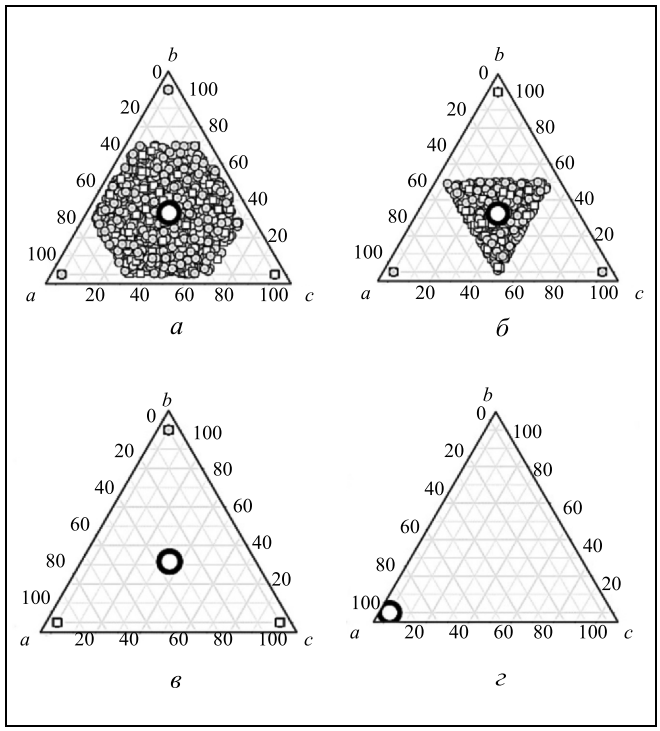

Рис. 5. Распределение мнений агентов при $m = 3$ и $t \to \infty$: $\gamma = 0{,}3$ (*а*); $\gamma = 0{,}5$ (*б*); $\gamma = 0{,}7$ (*в*); $\gamma = 1$ (*г*); ○ — центр масс

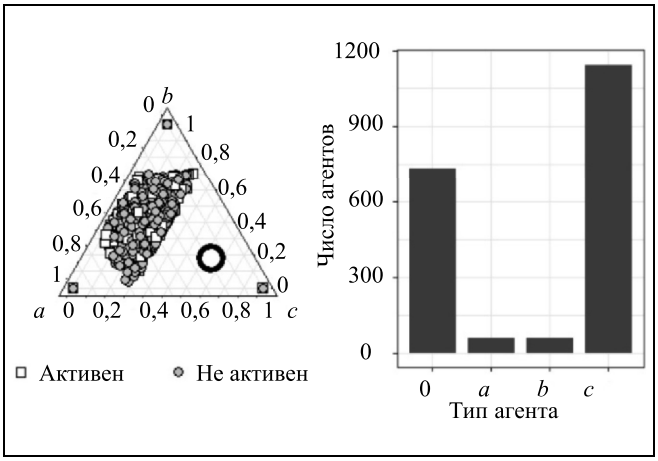

Рис. 6. Итоговое распределение мнений агентов при m = 3 и γ_l = (0,3; 0,3; 0,7)

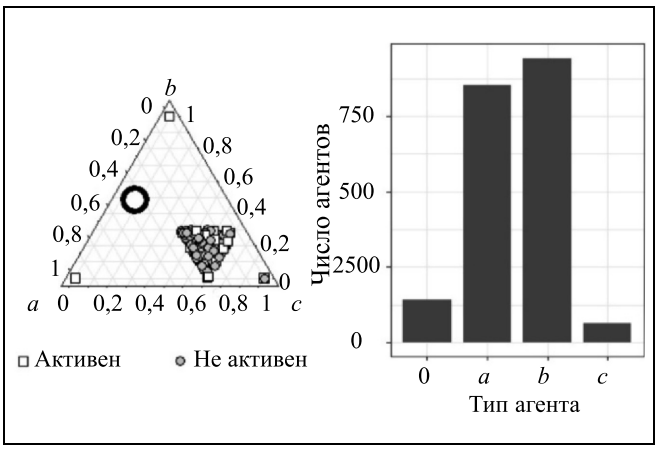

Рис. 7. Итоговое распределение мнений агентов при m = 3 и γ_l = (0,7; 0,7; 0,3)

как асимметричный принимает значение 0,42, 0,45 и 0,82 в зависимости от разбиения множества компонент мнений на два непустых подмножества.

В случае γ_l = (0,7; 0,7; 0,3) (см. рис. 7) симметричный индекс поляризации равен 0,54, в то время как асимметричный принимает значение 0,91, 0,97 и 0,29 в зависимости от разбиения множества компонент мнений на два непустых подмножества.

Видно, что для этих двух существенно различных случаев итоговых распределений мнений (см. рис. 6 и 7) симметричный индекс поляризации принимает примерно одинаковые значения, в то время как предложенный в данной работе асимметричный индекс отражает различие ситуаций и позволяет находить направления поляризации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные примеры показывают, что предлагаемая модель динамики мнений достаточно гибкая и содержательно богатая, позволяющая учитывать значимые эффекты формирования мнений в социальных сетях, в том числе поляризацию мнений. Показано также, что предложенный индекс поляризации позволяет различать и оценивать ситуации с содержательно различными многомерными распределениями мнений участников сети, а также находить направления наибольшей поляризации. Перспективное направление дальнейших исследований состоит в моделировании динамики мнений для более сложных сетевых структур, а также в исследовании задач управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Chkhartishvili, A.G., Gubanov, D.A., Novikov, D.A.* Social Networks: Models of information influence, control and confrontation. — Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2019.
2. *De Groot, M.H.* Reaching a Consensus // Journal of American Statistical Assotiation. — 1974. — No. 69. — P. 118—121.
3. *Kozitsin, I.V., Belolipetskii, A.A.* Opinion convergence in the Krasnoshchekov model // The Journal of Mathematical Sociology. — 2019. — Vol. 43, no. 2. — P. 104—121.
4. *Myers, D.G.* Social Psychology. — N.-Y.: McGraw-Hill, 1999.
5. *Deffuant, G., Neau, D., Amblard, F., Weisbuch, G.* Mixing Beliefs among Interacting Agents // Advances in Complex Systems. — 2000. — Vol. 03. — P. 87—98.
6. *Parsegov, S.E., Proskurnikov, A.V., Tempo, R., Friedkin, N.E.* Novel Multidimensional Models of Opinion Dynamics in Social Networks // IEEE Trans. Autom. Control. — 2017. — Vol. 62, no. 5. — P. 2270—2285.
7. *Friedkin, N.E., Proskurnikov, A.V., Tempo, R., Parsegov, S.E.* Network Science on Belief System Dynamics under Logic Constraints // Science. — 2016. — Vol. 354, no. 6310. — P. 321—326.
8. *Altafini, C.* Consensus Problems on Networks with Antagonistic Interactions // IEEE Trans. Autom. Control. — 2014. — Vol. 58, no. 4. — P. 935—946.
9. *Petrov, A., Proncheva, O.* Modeling Propaganda Battle: Decision-Making, Homophily, and Echo Chambers / Conference on Artificial Intelligence and Natural Language, 2018. — P. 197—209.
10. *Sîrbu, A., Pedreschi, D., Giannotti, F., Kertész, J.* Algorithmic Bias Amplifies Opinion Fragmentation and Polarization: A Bounded Confidence Model // PLOS ONE. — 2019. — No. 3 (14). — P. e0213246. — URL: https://doi.org/10.1371/journal.pone.0213246
11. *Chkhartishvili, A.G., Gubanov, D.A.* A Conceptual Approach to Online Social Networks Analysis // Automation and Remote Control. — 2015. — Vol. 76, no. 8. — P. 1455—1462.
12. *Chkhartishvili, A.G., Gubanov, D.A.* Influence Levels of Users and Meta-Users of a Social Network // Automation and Remote Control. — 2018. — Vol. 79, no. 3. — P. 545—553.
13. *Hegselmann, R., Krause, U.* Opinion Dynamics and Bounded Confidence Models, Analysis and Simulation // Journal of Artificial Societies and Social Simulation. — 2002. — Vol. 5, no. 3.

14. *Hegselmann, R., Krause, U.* Opinion Dynamics under the Influence of Radical Groups, Charismatic Leaders, and Other Constant Signals: A Simple Unifying Model // Networks and Heterogeneous Media. — 2015. — Vol. 10, no. 3. — P. 477—509.
15. *Jager, W., Amblard, F.* Uniformity, Bipolarization and Pluriformity Captured as Generic Stylized Behavior with an Agent-based Simulation Model of Attitude Change // Computational & Mathematical Organization Theory. — 2005. — Vol. 10, no. 4. — P. 295—303.
16. *Maes, M., Bischofberger, L.* Will the Personalization of Online Social Networks Foster Opinion Polarization? // Available at SSRN 2553436. — 2015.
17. *Takács, K., Flache, A., Mäs, M.* Discrepancy and Disliking Do not Induce Negative Opinion Shifts // PLOS ONE. — 2016. — Vol. 11, no. 6. — P. e0157948.
18. *Gentzkow, M.* Polarization in 2016 // Toulouse Network for Information Technology Whitepaper. — 2016.
19. *Abramowitz, A.I., Saunders, K.L.* Is Polarization a Myth? // The Journal of Politics. — 2008. — Vol. 70, no. 2. — P. 542—555.
20. *Esteban, J.-M., Ray, D.* On the Measurement of Polarization // Econom. J. Econom. Soc. — 1994. — Vol. 62, iss. 4 — P. 819—851.
21. *Алескеров Ф.Т., Голубенко М.А.* Об оценке симметричности политических взглядов и поляризованности общества. Препринт WP7/2003/04 — М.: ГУ ВШЭ, 2003. [*Aleskerov, F., Golubenko, M.* On the evaluation of a symmetry of political views and polarization of society. Working paper WP7/2003/04. — Moscow: State University — Higher School of Economics, 2003. (In Russian)]
22. *Губанов Д.А., Петров И.В.* О модели поляризации мнений в социальных сетях / Материалы 12-й междунар. конф. «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2019, Москва, ИПУ РАН). — М, 2019. — С. 1200—1202. [*Gubanov, D.A., Petrov, I.V.* Multidimensional Model of Opinion Polarization in Social Networks / Proceedings of the 12th Intern. Conf. «Management of Large-Scale System Development» (MLSD). Moscow, Russia: IEEE, 2019. — URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/8910967]

Статья представлена к публикации членом редколлегии П.Ю. Чеботаревым.

Поступила в редакцию 20.12.2019, после доработки 16.01.2020.
Принята к публикации 5.02.2020.

Губанов Дмитрий Алексеевич — канд. техн. наук,
✉ dmitry.a.g@gmail.com,

Петров Илья Владимирович — аспирант,
✉ zyxzy@protonmail.ch,

Чхартишвили Александр Гедеванович — д-р физ.-мат. наук,
✉ sandro_ch@mail.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

MULTIDIMENSIONAL MODEL OF OPINION DYNAMICS IN SOCIAL NETWORKS: POLARIZATION INDICES

D.A. Gubanov[1], I.V. Petrov[2], A.G. Chkhartishvili[3]

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
[1]✉ dmitry.a.g@gmail.com, [2]✉ zyxzy@protonmail.ch, [3]✉ sandro_ch@mail.ru

Abstract. We consider a multidimensional model of opinion dynamics in social networks. Within the framework of the model, the dynamics of two interconnected information processes in a social network is studied. The first process is the excitation of agents and their externally observed actions (e. g., in the form of messages published in the network). The second process, which has an obvious connection with the first one, is the formation of agents' opinions (which are a characteristic of their internal state). We demonstrate that the proposed model of opinion dynamics is flexible, allowing to take into account the significant effects of opinion formation in social networks, including consensus or agreement of opinions, preservation of differences in the agents' opinions, and even polarization of opinions. We propose approaches to measuring the polarization of opinions and present the simulation results. We show that the proposed polarization index for a network allows us to distinguish and evaluate situations with meaningfully different multidimensional distributions of opinions in a social network, as well as to find directions for the greatest polarization.

Keywords: social network, opinion dynamics, activity spreading, opinions polarization, polarization measures.

Funding. The work was performed with financial support of Russian Foundation of Basic Research, project no. 18-29-22042.