

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ПОВРЕЖДЕНИЙ, НАРУШАЮЩИХ ЭНЕРГОСНАБЖЕНИЕ ЗАДАННОГО МНОЖЕСТВА ОБЪЕКТОВ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

Г.Г. Гребенюк, С.М. Никишов

Рассмотрена задача уязвимости распределительной электрической сети и поиска критических повреждений, нарушающих энергоснабжение заданного множества объектов сети. Предложена схема нахождения критических компонентов сети, выполнена оценка негативных последствий повреждений и синергетических эффектов от действия множественных повреждений.

**Ключевые слова:** уязвимость, оценка повреждений, электрические сети.

## ВВЕДЕНИЕ

При анализе уязвимости сетей инженерной инфраструктуры (электрических, тепловых и др.) рассматриваются последствия от повреждений различных компонентов сети (линий передачи, распределительных устройств, подстанций и др.). Исследуемое множество повреждений, как правило, содержит одиночные и все возможные комбинации повреждений различной кратности (двойные, тройные и более) [1, 2]. Негативные последствия повреждений оцениваются количеством и важностью потребителей, отключаемых от энергоснабжения при тех или иных повреждениях. Задачу анализа последствий от множеств повреждений можно назвать прямой задачей уязвимости сети. Число вариантов в этой задаче определяется размерностью исследуемой системы и кратностью одновременно повреждаемых компонентов сети. В больших системах число исследуемых вариантов очень велико — определяется числом сочетаний из  $n$  (число элементов в системе) по  $k$  (кратность повреждений). При анализе уязвимости инфраструктурных систем решается и обратная задача, а именно, для заданного множества объектов, как правило, «ответственных» потребителей, требуется определить такие критические компоненты, повреждения которых оставляет эти объекты без энергии.

Такая задача вызвана возможностью появления негативных каскадных эффектов при выходе из строя группы объектов — потребителей в связанных с ними инфраструктурах (производственной, социальной и др.), а также представляет интерес при выработке мер противодействия случайным или целенаправленным воздействиям на критические элементы сетевой инфраструктуры.

Данная задача не относится к классическим оптимизационным сетевым задачам и требует нахождения всех частичных разрезов — разрезов, разделяющих заданные вершины-потребители от вершин-источников. В дальнейшем проводится отбор разрезов, фактически, поиск минимальных, удовлетворяющим трудно формализуемым критериям, таким как доступность элементов разреза для нанесения указанных воздействий с учетом пространственных, технических и иных значимых характеристик сети.

В работе [3] искомые (несократимые) разрезы строятся на основе комбинации простых разрезов — разрезов, у которых любое собственное подмножество элементов не является разрезом. Отмечается, что вопрос сложности алгоритма поиска простых разрезов остается открытым, поскольку зависит от числа таких разрезов в сети, т. е. от вида графа [3].

Подход, используемый в данной статье, основан на анализе путей между потребителями и ис-

точниками. В этом смысле он близок к методу, изложенному в работе [4]. В ней множественные отказы в системе управления, являющиеся источниками возмущений, определяются из результата анализа измеряемых параметров, которые получили отклонения, превышающие допустимые. Для этого к вершинам графа, соответствующим указанным параметрам, строятся и исследуются пути распространения возмущений. Аналогично в настоящей статье определяются и анализируются пути, связывающие заданное множество потребителей с источниками энергии, и находится множество повреждений на этих путях. Метод содержит типовые процедуры, относительно прост и при ограниченном заданном множестве отключаемых потребителей распределительной сети, которые снабжаются из нескольких центров питания, не требует больших вычислений.

Специфика рассматриваемого объекта — распределительные электрические сети — вызвала необходимость поиска новых подходов для определения множественных повреждений, которые излагаются далее.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим решение обратной задачи на графе, множество вершин которого  $V$  описывается тройкой  $\langle S, P, U \rangle$ , где  $S$  — множество вершин-источников (центров питания),  $P$  — множество вершин потребления (энергоприемные устройства потребителей) и  $U$  — множество вершин сети, в которых энергия преобразуется (трансформаторные подстанции), распределяется (распределительные устройства, отпайки) и передается (электрические линии).

Граф распределительной сети обладает важным свойством: каждая вершина множества  $P$  достигается из единственной вершины множества  $S$ .

Маршруты доставки энергии потребителям в распределительных сетях многократно резервируются, и при повреждении элемента сети потребители могут получать питание по резервной схеме от того же или другого источника.

Если обозначить  $U^+$  и  $S^+$  — подмножества соответственно вершин  $U$  и  $S$ , находящихся в активном состоянии («не в резерве»),  $U^-$ ,  $S^-$  — подмножества соответственно вершин  $U$  и  $S$ , находящихся в пассивном состоянии («в резерве»), то можно записать  $U = U^+ \cup U^-$ ,  $S = S^+ \cup S^-$ .

Пассивное состояние для коммутирующих устройств  $U^-$  означает состояние «закрыто», тогда как  $U^+$  — «открыто». Текущая конфигурация сети определяется состоянием коммутирующих устройств (открыто/закрыто), находящихся в подстанциях и в распределительных устройствах.

Вершины множества  $P$  можно представить в виде  $P = P^+ \cup P^-$ , где  $P^+$  — подмножество вершин  $P$ , получающих питание от вершин множества  $S$ ,  $P^-$  — подмножество вершин  $P$ , не получающих питание от вершин множества  $S$  из-за наличия в графе вершин  $S$  или  $U$  в состоянии  $S^-$  или  $U^-$ .

**Определение 1.** Граф сети, соответствующий исходному состоянию вершин  $U$  и  $S$ , будем называть исходным графом  $\mathfrak{G}$ . ♦

Будем предполагать, что в исходном графе все вершины-источники активны ( $S = S^+$ ,  $S^- = \emptyset$ ). Все потребители получают питание ( $P^+ = \emptyset$ ). Состояние вершин-коммутаторов из множества  $U$  обеспечивает выполнение указанного ранее свойства: каждая вершина множества  $P$  достигается из единственной вершины множества  $S$ .

**Определение 2.** Граф сети, полученный из исходного графа, переводом всех вершин-коммутаторов в состояние «открыто» назовем условным графом  $\mathfrak{G}^+$ . ♦

Для условного графа все вершины активны  $U = U^+$ ,  $U^- = \emptyset$ ;  $S = S^+$ ,  $S^- = \emptyset$ ;  $P = P^+$ ,  $P^- = \emptyset$ .

Дальнейшие исследования проводятся на условном графе, чтобы исключить влияние коммутаций при резервировании на поиск критических повреждений сети.

Обозначим через  $P_z$  заданное подмножество вершин условного графа, которое требуется перевести в подмножество  $P^-$  путем изменения состояния вершин из множества  $U$  или  $S$ ,  $P_z \subseteq P$ . Каждая вершина этого подмножества  $p_i \in P_z$ ,  $i = 1, \dots, n_z$ , где  $n_z$  — число вершин в подмножестве  $P_z$ .

**Постановка задачи.** Для условного графа сети, описываемого множеством вершин  $\langle S, P, U \rangle$  в состоянии  $P = P^+$ ,  $P^- = \emptyset$ ,  $U = U^+$ ,  $U^- = \emptyset$  и  $S = S^+$ ,  $S^- = \emptyset$ , необходимо определить минимальные подмножества вершин из  $U^+$  и  $S^+$ , при переходе которых в состояние  $U^-$  или  $S^-$  все подмножество вершин из  $P_z$  с состоянием  $P^+$  перейдет в состояние  $P^-$ . ♦

Другими словами, необходимо определить вершины из множеств  $U$  или  $S$  при изменении состояния которых с  $U^+$  или  $S^+$  на  $U^-$  или  $S^-$  нарушается достижимость вершин  $P_z$  из вершин  $S$ . Достижимость вершины подмножества  $P^+$  из вершины подмножества  $S^+$  здесь понимается как существование пути между ними, не содержащего вершин подмножества  $U^-$ .

Решение задачи строится на следующем очевидном утверждении.

**Утверждение 1.** Минимальное подмножество вершин  $U^+$  и  $S^+$ , при переходе которых в состояние  $U^-$  или  $S^-$ , нарушается достижимость из  $S$  вершин  $P_z$ , нарушает достижимость из  $S$  каждой из вершин  $p_i$  в отдельности,  $p_i \in P_z$ ,  $i = 1, \dots, n_z$ . ♦



Это утверждение можно использовать для определения искомым критических повреждений из предварительно вычисленного множества повреждений, нарушающих достижимость из вершин множества  $S$  каждого отдельного объекта заданного множества.

### 2. СХЕМА РЕШЕНИЯ

Схема решения содержит три этапа.

*Этап 1.* Для каждой вершины  $p_i \in P_z, i = 1, \dots, n_z$ , определяются все пути в нее из вершин множества  $S$ .

*Этап 2.* Для каждой вершины  $p_i \in P_z, i = 1, \dots, n_z$ , определяются минимальные множества вершин  $U^+$  и  $S^+$  условного графа, входящих в пути из вершин множества  $S^+$  в вершины  $p_i$ , при переходе которых в состояние  $U^-$  или  $S^-$ , вершина  $p_i \in P_z, i = 1, \dots, n_z$ , перейдет из состояния  $P^+$  в состояние  $P^-$ . Каждое минимальное множество для  $p_i, i = 1, \dots, n_z$ , представляет собой вершину или комбинацию вершин, нарушающих все возможные пути между  $S$  и  $p_i$ .

Обозначим эти минимальные множества как  $f_i, f_i = \{f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{ir}\}$ , где  $r$  — число минимальных множеств, полученных для вершины  $p_i$ . Каждое минимальное множество  $f_{ij}, j = 1, \dots, r$ , представляет собой одиночное или кратное повреждение.

*Этап 3.* Определение минимального множества вершин, нарушающих одновременно достижимость всех вершин  $p_i, i = 1, \dots, n_z$ , из множества  $S$ .

### 3. ПРИМЕР

Для пояснения алгоритма рассмотрим пример решения задачи для фрагмента распределительной сети.

В графе распределительной сети, представленном на рис. 1,  $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}, S = \{s_1, s_2\}, U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$ , где вершины  $u_1, u_2, u_4, u_6$  — соответствуют понижающим трансформаторным подстанциям, питающим потребителей — вершины  $p_1 - p_4$ , вершины  $u_3, u_5$  — соответствуют устройствам коммутации, расположенным либо в подстанциях, либо в распределительных устройствах. Черными кружками обозначены дуги — распределительные линии, связывающие указанные вершины. Для простоты изложения эти элементы сети не рассматриваются, так как они не влияют на схему расчета критических повреждений.

Примем, что исходный граф  $\mathcal{Z}$  определяется состоянием вершин:  $U^- = \{u_3, u_5\}, U^+ = \{u_1, u_2, u_4, u_6\}, P^- = \emptyset, S^- = \emptyset$ . Условный граф  $\mathcal{Z}^+$  определяется как  $U = U^+, U^- = \emptyset; S = S^+, S^- = \emptyset; P = P^+, P^- = \emptyset$ .

Определим заданное подмножество вершин  $P_z$ , которое требуется отключить от питания  $P_z = \{p_1, p_4\}, n_z = 2$ . На рис. 1 вершины  $p_1$  и  $p_4$  помечены крестиками.

Схему формирования события — нарушение достижимости вершин  $p_1$  и  $p_4$  из вершин  $S$  — можно представить в виде деревьев отказов (рис. 2).

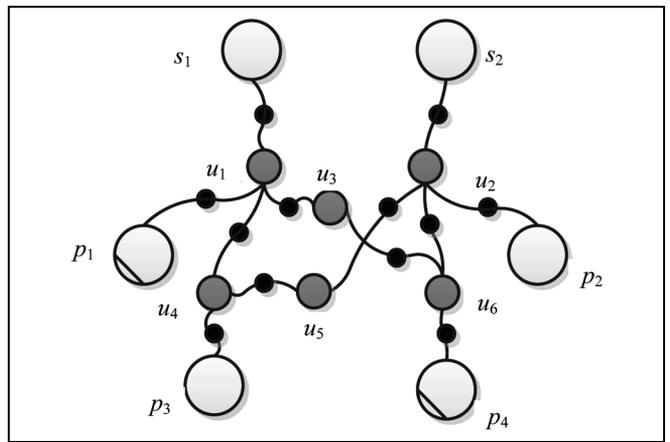


Рис. 1. Граф распределительной сети

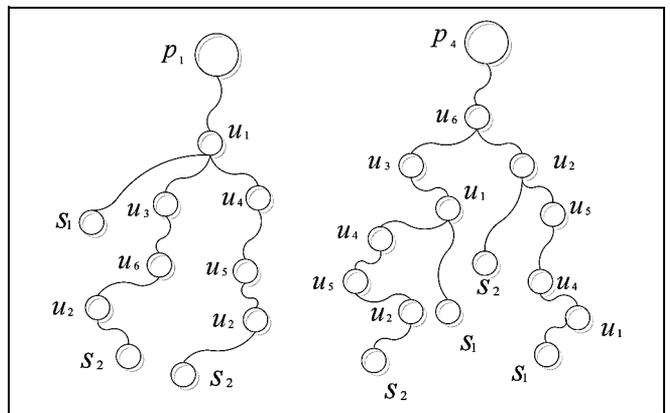


Рис. 2. Деревья отказов для потребителей  $p_1$  и  $p_2$

При заданных вероятностях безотказной работы для вершин сети, входящих в пути из вершин множества  $S$  в вершины  $p_1$  и  $p_4$ , по графу (см. рис. 2) можно рассчитать надежность энергоснабжения потребителей  $p_1$  и  $p_4$ .

*Этап 1.* Для каждой вершины  $p_i \in P_z, i = 1, 2$ , определяются все пути в нее из вершин множества  $S$ .

В соответствии с рис. 2 список всех путей к вершине  $p_1$  от вершин множества  $S$ :

$$\begin{aligned} & s_1, u_1, p_1; \\ & s_2, u_2, u_5, u_4, u_1, p_1; \\ & s_2, u_2, u_6, u_3, u_1, p_1. \end{aligned} \tag{1}$$

Список всех путей к вершине  $p_4$  от вершин множества  $S$ :

$$\begin{aligned} & s_1, u_1, u_3, u_6, p_4; \\ & s_1, u_1, u_4, u_5, u_2, u_6, p_4; \\ & s_2, u_2, u_5, u_4, u_1, u_3, u_6, p_4; \\ & s_2, u_2, u_6, p_4. \end{aligned} \tag{2}$$

*Этап 2.* Для каждой вершины  $p_1$  и  $p_4$  определяются минимальные множества вершин  $U^+$  и  $S^+$ , при переходе которых в состояние  $U^-$  или  $S^-$  вершины  $p_1$  и  $p_4$  перейдут в состояние  $P^-$ .

Алгоритм удобно демонстрировать с помощью табл. 1, в которой представлены пути (1) и (2).

Достижимость вершины  $p_1$  из любой вершины  $s_1$  или  $s_2$  нарушается при одновременном повреждении вершин во всех путях (1), связывающих вершину  $p_1$  с вершинами  $s_1$  и  $s_2$ , а достижимость вершины  $p_4$  — при одновременном повреждении вершин во всех путях (2), связывающих вершину  $p_4$  с вершинами  $s_1$  и  $s_2$ . Таким событиям соответствуют:

- строки, заполненные единицами — одиночное повреждение, присутствующее во всех путях (в части табл. 1, относящейся к  $p_1$ , вершине  $u_1$  соответствует строка, заполненная единицами, это означает, что одиночное повреждение  $u_1$  нарушает достижимость вершины  $p_1$ );
- результат сложения строк, элементы которых при сложении создают строку, заполненную единицами (сложение элементов строк выполняется по правилу  $1 + 1 = 1$ ,  $1 + 0 = 1$ ,  $0 + 0 = 0$ ; таким образом формируются комбинации вершин — кратные повреждения (двойные, тройные и более)).

Таблица 1

 Пути к потребителям  $p_1$  и  $p_4$ 

Вершины	Пути						
	$p_1$	$p_1$	$p_1$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$
$s_1$	1			1	1		
$s_2$		1	1			1	1
$u_1$	1	1	1	1	1	1	
$u_2$		1	1		1	1	1
$u_3$			1	1		1	
$u_4$		1			1	1	
$u_5$		1			1	1	
$u_6$			1	1	1	1	1

Таблица 2

 Минимальные множества повреждений путей доставки энергии к потребителям  $p_1$  и  $p_4$ 

$f_1$	$f_4$
$u_1$	$u_6$
$s_1, s_2$	$s_1, s_2$
$s_1, u_2$	$s_1, u_2$
$s_1, u_5, u_6$	$s_2, u_1$
$s_1, u_4, u_6$	$u_1, u_2$
$s_1, u_3, u_5$	$u_2, u_3$
$s_1, u_3, u_4$	$s_2, u_3, u_4$
—	$s_2, u_3, u_5$

При получении комбинаций удаляются избыточные — те, в которые вложены комбинации меньшей мощности. В результате остаются комбинации — частичные разрезы графа, разделяющие каждого из заданных потребителей  $p_1$  и  $p_4$  от источников. Таким образом, минимальное множество повреждений  $f_1$ , которое в исследуемом графе приводит к нарушению достижимости вершины  $p_1$  из вершин  $s_1$  и  $s_2$  имеют вид

$$f_1 = \{ \langle u_1 \rangle, \langle s_1, s_2 \rangle, \langle s_1, u_2 \rangle, \langle s_1, u_5, u_6 \rangle, \langle s_1, u_4, u_6 \rangle, \langle s_1, u_3, u_5 \rangle, \langle s_1, u_3, u_4 \rangle \},$$

где компоненты  $f_{1j}$  определяются как  $f_{11} = \langle u_1 \rangle$ ,  $f_{12} = \langle s_1, s_2 \rangle$ , ...,  $f_{17} = \langle s_1, u_3, u_4 \rangle$ .

Аналогично формируется минимальное множество повреждений  $f_4$ , которое приводит к нарушению достижимости вершины  $p_4$  из вершин  $s_1$  и  $s_2$ :

$$f_4 = \{ \langle u_6 \rangle, \langle s_1, s_1 \rangle, \langle s_1, u_2 \rangle, \langle s_2, u_1 \rangle, \langle u_1, u_2 \rangle, \langle u_2, u_3 \rangle, \langle s_2, u_3, u_4 \rangle, \langle s_2, u_3, u_5 \rangle \},$$

где компоненты  $f_{4j}$  определяются как  $f_{41} = \langle u_6 \rangle$ ,  $f_{42} = \langle s_2, s_2 \rangle$ , ...,  $f_{48} = \langle s_1, u_3, u_5 \rangle$ .

В табл. 2 представлены минимальные множества повреждений путей доставки энергии из вершин  $s_1$  и  $s_2$  в вершины  $p_1$  и  $p_4$ .

*Этап 3.* Определение минимального множества вершин  $F$ , одновременно нарушающих достижимость вершин  $p_1$  и  $p_4$  из вершин  $s_1$  и  $s_2$ .

Достижимость вершин  $p_1$  и  $p_4$  из множества вершин  $S$  нарушается, если множество повреждений образуется комбинацией подмножеств  $f_1$  и  $f_4$  в соответствии со следующим алгоритмом.

1. Построение комбинаций каждого компонента из подмножества  $f_1$  с каждым компонентом из множества  $f_4$ . Например, комбинация из 5-й строки 1-го столбца и 6-й строки 2-го столбца (см. табл. 2):  $\langle s_1, u_4, u_6, u_2, u_3 \rangle$ . Число полученных комбинаций равно произведению числа строк 1-го столбца на число строк 2-го столбца.

2. Удаление повторяющихся вершин из комбинаций и удаление повторяющихся комбинаций.

Обозначим полученное множество комбинаций через  $\bar{F} = \{ \bar{F}_1, \bar{F}_2, \dots, \bar{F}_l \}$ , где  $l$  — число комбинаций в множестве  $\bar{F}$ .

Последовательное сравнение комбинаций между собой. При сравнении удаляются те комбинации, в которые вложены другие комбинации меньшей мощности. Например, комбинация  $\langle s_1, u_4, u_6, u_2, u_3 \rangle$  удаляется в силу наличия комбинации меньшей мощности, полученной из 5-й строки 1-го столбца ( $\langle s_1, u_4, u_6 \rangle$ ) и 1-й строки 2-го столбца ( $u_6$ ).

В результате остаются частичные разрезы, разделяющие заданное множество потребителей  $p_1$  и



$p_4$  от источников. Эти разрезы образуют минимальное множество повреждений  $F$ , которое в исследуемом графе приводит к одновременному нарушению достижимости вершин  $p_1$  и  $p_4$  из вершин множества  $S$ :

$$F = \{\langle s_1, s_2 \rangle, \langle u_1, u_6 \rangle, \langle u_1, u_2 \rangle, \langle s_1, u_4, u_6 \rangle, \langle s_1, u_5, u_6 \rangle, \langle s_1, u_2 \rangle, \langle s_2, u_1 \rangle\}.$$

#### 4. УЧЕТ ВЛИЯНИЯ СОСТОЯНИЯ ВЕРШИН ИСХОДНОГО ГРАФА НА ДОСТИЖИМОСТЬ ЗАДАННОГО МНОЖЕСТВА ОБЪЕКТОВ СЕТИ

Реальное состояние электрической сети отражает исходный граф  $\mathfrak{Z}$ , состояние вершин-коммутаторов которого обеспечивает выполнение указанного ранее свойства: каждая вершина множества  $P$  достигается из единственной вершины множества  $S$ . Возникает вопрос: может ли состояние вершин исходного графа повлиять на достижимость заданного множества объектов сети при воздействии любой комбинации повреждений из множества  $F$ , полученной в соответствии с алгоритмами, разработанными для условного графа? Справедливо

**Утверждение 2.** Независимо от состояния вершин  $U$  и  $S$  исходного графа  $\mathfrak{Z}$  любая комбинация повреждений из множества  $F$ , полученная в соответствии с алгоритмами, разработанными для условного графа, нарушает достижимость заданного множества объектов сети. ♦

В соответствии с утверждением 1 комбинации критических повреждений  $F$ , нарушающие достижимость заданного множества объектов сети, обязательно будут нарушать достижимость из  $S$  каждого отдельного объекта этого заданного множества. Действительно, пути из  $S$  в заданное подмножество вершин  $P_z$  исходного графа являются частью путей из  $S$  в  $P_z$  условного графа, полученных на этапе 1. Поэтому критическое множество повреждений, определенное для условного графа, также будет критическим для исходного графа. Это означает, что в исходном графе не существует путей из  $S$ , достижимость по которым заданного множества объектов сети не нарушается любой комбинацией повреждений из  $F$ .

В случае исходного графа для нарушения энергоснабжения заданного множества объектов сети, определенном для условного графа минимальным множеством повреждений  $F$ , достаточно:

- выбрать в исходном графе вершины с состоянием  $U^-$  или  $S^-$ ;
- при выборе комбинации повреждений из множества  $F$  учесть наличие вершин с состоянием  $U^-$  или  $S^-$ .

Например, для исходного графа (см. рис. 1) состояние вершин-коммутаторов определено как  $U^- = \{u_3, u_5\}$ . Вершина  $u_5$  входит в комбинацию повреждений  $\langle s_1, u_5, u_6 \rangle$  из множества  $F$ . Так как вершина  $u_5$  уже находится в состоянии  $U^-$ , то достаточно вершины  $s_1$  и  $u_6$  перевести в состояние соответственно  $S^-$  и  $U^-$ , чтобы нарушилась достижимость вершин  $p_1$  и  $p_4$  из вершин множества  $S$ .

#### 5. ОЦЕНКА ВАРИАНТОВ ПОВРЕЖДЕНИЙ

Полученные множества повреждений имеют различные последствия, так как приводят к нарушению достижимости вершин не только входящих в подмножество  $P_z$ , но и некоторых других. Ущерб от повреждений оценим числом вершин  $p_i$ , отключаемых от источников электроснабжения. Для условий рассмотренной задачи ущерб не может быть меньше двух (вершины  $p_1$  и  $p_4$ ) и больше четырех (вершины  $p_1 - p_4$ ). Интересно определить синергетические эффекты от каждого повреждения. Синергетические эффекты оценим, применив подход, изложенный в работе [5], в которой решалась прямая задача уязвимости и выполнен анализ ущерба и синергетических эффектов от множеств повреждений электрической распределительной сети. Выражение для оценки негативных последствий синергетического эффекта от множества повреждений имеет вид [5]:

$$C_{syn}(F) = C(F) - \max_{V_i} \left( \sum_{j=1}^m C(S_j^i) \right),$$

где  $F$  — множество повреждений, которое содержит  $n$  комбинаций  $F_1, \dots, F_n$ ,  $F = \{F_1, \dots, F_n\}$ , (для нашей задачи  $F = \{\langle s_1, s_2 \rangle, \langle u_1, u_6 \rangle, \langle u_1, u_2 \rangle, \langle s_1, u_4, u_6 \rangle, \langle s_1, u_5, u_6 \rangle, \langle s_1, u_2, \langle s_2, u_1 \rangle\}$ ),  $n$  — число комбинаций;  $C(F)$  — негативные последствия от повреждений  $F$ ,  $V_i = \{S_1^i, S_1^i, \dots, S_m^i\}$ ;  $V_i$  — подмножество фракций разделения любой из комбинаций  $F_k$ ;  $k = 1, \dots, n$ ;

Таблица 3

Последствия  $C_0(F)$  от действия множеств повреждений и доли синергетических последствий  $f_{syn}$ , соответствующие этим повреждениям

Множества повреждений	$C_0(F)$	$f_{syn}$
$\langle s_1, s_2 \rangle$	1	1
$\langle u_1, u_6 \rangle$	0,5	0
$\langle u_1, u_2 \rangle$	1	0,5
$\langle s_1, u_2 \rangle$	1	0,75
$\langle s_2, u_1 \rangle$	1	0,75
$\langle s_1, u_4, u_6 \rangle$	0,75	0,33

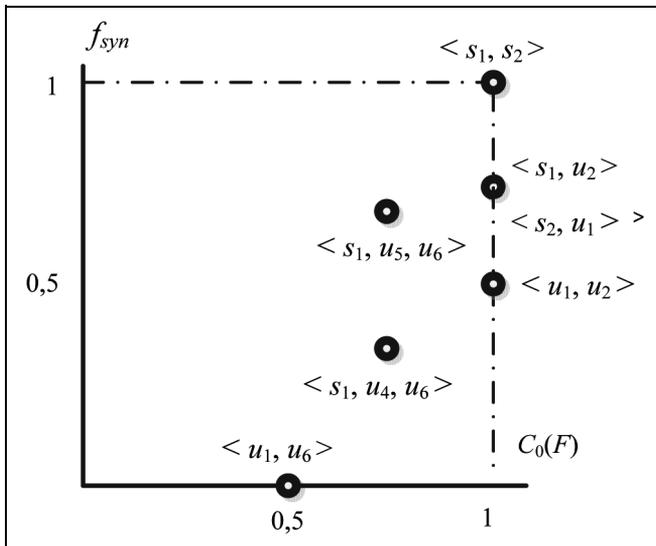


Рис. 3. Графическое представление доли синергетических последствий  $f_{syn}$  и последствий  $C_0(F)$  от воздействия множеств повреждений

$i$  — вариант разделения комбинации  $F_k$ ;  $S_j^i$  —  $j$ -я фракция подмножества  $V_j$ ;  $m$  — число фракций разделения в подмножестве  $V_j$ ;  $C(S_j^i)$  — негативные последствия от повреждений  $S_j^i$ .

Например,  $F_4 = \langle s_1, u_4, u_6 \rangle$ . Эту комбинацию можно разделить на фракции тремя вариантами

$$\begin{aligned} V_1 &= (\langle s_1 \rangle, \langle u_4, u_6 \rangle), m = 2; \\ V_2 &= (\langle u_4 \rangle, \langle s_1, u_6 \rangle), m = 2; \\ V_3 &= (\langle u_6 \rangle, \langle s_1, u_4 \rangle), m = 2. \end{aligned}$$

Для первого варианта  $i = 1$  имеем  $S_1^1 = \langle s_1 \rangle$ ,  $S_2^1 = \langle u_4, u_6 \rangle$ .

В относительных единицах оценка негативных последствий синергетического эффекта от множества повреждений записывается в виде  $f_{syn} = C_{syn}(F)/C(F)$ .

Последствия от действия множеств повреждений в относительных единицах  $C_0(F)$  (по отношению к максимально возможному числу отключенных потребителей, равному 4) и доля синергетических последствий  $f_{syn}$  для решаемой задачи представлены в табл. 3.

Данные табл. 3 графически представлены на рис. 3.

Видно, что при равных негативных последствиях доля синергетических последствий тем выше, чем слабее последствия от действия отдельной фракции. Это означает, что компоненты, малозаметные по своему одиночному воздействию на систему, при их совместном повреждении могут принести значительный ущерб.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При анализе уязвимости распределительных электрических сетей исследуемое множество повреждений, как правило, содержит одиночные и все возможные комбинации повреждений различной кратности (двойные, тройные и более). Так, в работе [5] при анализе уязвимости сети напряжением 11 кВ, содержащей 803 компонента (352 узла и 451 линию связи), исследованию подлежало 322 003 двойных отказов и 85 974 801 тройных отказов. В то же время на практике часто необходимо определить уязвимость не всех, а заданного множества наиболее ответственных объектов сети и требуется найти повреждения, которые оставляют объекты этого множества (как правило, потребителей) без энергии.

Разработанный метод построения минимального множества вершин в графе, нарушающих достижимость заданного множества вершин — потребителей из вершин — источников энергии, позволяет осуществить поиск вершин-узлов сети, повреждение которых нарушает энергоснабжение наиболее ответственных объектов сети и, соответственно, принять меры к повышению надежности их энергоснабжения.

Приведенные оценки влияния повреждений на негативные последствия и синергетические эффекты в распределительной электрической сети позволяют выявить компоненты, малозаметные по своему одиночному воздействию на систему, но приносящие значительный ущерб при их совместном повреждении.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Хенли Э.Дж., Кумамото Х. Надежность технических систем и оценка риска. — М.: Машиностроение, 1984. — 528 с.
2. Рябинин И.А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем. — СПб.: Изд-во СПбГУ, 2007. — С. 276.
3. Назарова И.А. Анализ переборных алгоритмов для задачи оценки уязвимости многопродуктовых сетей // Сообщения по прикладной математике ВЦ РАН. — М., 2006.
4. Гребенюк Г.Г. Метод диагностики непрерывных объектов на графах // Автоматика и телемеханика. — № 5. — 1995. — С. 137—146.
5. Jonsson H., Johansson J., Ohansson H. Identifying Critical Components in Technical Infrastructure Networks // Journal of Risk and Reliability. — 2008. — Vol. 222, part O. — P. 235—243.

Статья представлена к публикации руководителем РРС В.Ю. Столбовым.

Гребенюк Георгий Григорьевич — д-р техн. наук, зав. лабораторией, ✉ grebenuk@lab49.ru,

Никишов Сергей Максимович — ст. науч. сотрудник, ✉\_nikishov@lab49.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-87-39.