УДК 519.95

СТРУКТУРА ОСТОРОЖНОЙ ЗАЯВКИ НА АУКЦИОНЕ АМЕРИКАНСКОГО ТИПА

М.А. Горелов

Определена структура осторожной заявки инвестора на аукционе американского типа при неточно известном критерии оперирующей стороны. Построена модель, представляющая собой пример из нового класса игр с неточно известными критериями игроков.

Ключевые слова: многокритериальная задача, игра с неточно известными критериями, модель, финансовый рынок.

ВВЕДЕНИЕ

Обсуждаемая в настоящей статье проблема была сформулирована заказчиком во время сотрудничества автора с одним из коммерческих банков. Речь шла о рациональном поведении инвестора на аукционах по первичному размещению Государственных краткосрочных облигаций (ГКО). Суть ее заключается в следующем.

Правила проведения аукциона предоставляют инвестору право подать заявку на приобретение ценных бумаг, состоящую из нескольких конкурентных предложений. Каждое предложение характеризуется ценой покупки и количеством бумаг, которые инвестор готов по этой цене купить. Вопрос заключался в том, сколько предложений должна содержать «оптимальная» заявка.

Анализ простейших моделей приводил к выводу о том, что целесообразно подавать заявку, содержащую одно конкурентное предложение. Однако такой ответ явно не устраивал заказчика. Основной аргумент сводился к тому, что «не следует класть все яйца в одну корзину». Хотя этот аргумент и не слишком убедителен, стала понятной необходимость более детального анализа гипотез, которые приводят к данному выводу.

Довольно скоро стало ясно, что основные проблемы связаны с неопределенностью целей заказчика. Он довольно уверенно формулировал три критерия, характеризующие качество заявки. А вот с определением на их основе единой цели возникали большие проблемы.

Формализация этих представлений привела к игре с неточно известным критерием одного из игроков, которая будет описана и исследована далее. Такие модели активно исследовались с начала 1970-х гг. [1—4] (дальнейшие ссылки см. в монографиях [5—7]). Однако понятно, что если о критерии игрока ничего неизвестно, то вряд ли можно сделать какие-либо нетривиальные выводы. Поэтому нужно как-то зафиксировать имеющиеся знания о неточно известном критерии. В модели, обсуждающейся далее, этот способ оказался новым.

Есть определенные основания полагать, что этот новый класс задач может представлять значительный интерес и для совершенно других предметных областей.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Правила проведения аукционов американского типа предусматривают следующее. Вначале на специальном счете на бирже каждый инвестор резервирует сумму денег V, предназначенную для участия в аукционе. После этого он подает заявку, состоящую из нескольких конкурентных предложений. Любое предложение характеризуется ценой p и количеством бумаг, которые инвестор готов купить по этой цене. Нам будет удобно вместо этого количества пользоваться суммой денег v_p, затрачиваемых на покупку данного количества по данной цене. Правила проведения аукциона задают конечное множество значений П, которые могут принимать цены конкурентных предложений (в случае ГКО цена не могла быть больше

1 млн. руб. и должна была быть кратной 100 руб.). Таким образом, каждую заявку можно характеризовать конечным набором чисел $v = \{v_p,\ p \in \Pi\}$ (в реальных заявках большая часть этих чисел равна нулю, но для нас это не принципиально). Суммарное количество денег во всех предложениях не должно превышать V.

После этого эмитентом определяется цена отсечения P. Если цена p конкурентного предложения больше или равна P, то заключается сделка о продаже ценных бумаг по цене p на сумму v_p. В противном случае предложение не удовлетворяется, и соответствующая сумма денег возвращается инвестору.

Все сказанное до сих пор в этом параграфе представляет собой просто краткую переформулировку официального положения об обращении ГКО. Далее делаются некоторые упрощающие предположения. При этом учитываются два важных методологических принципа.

- Всякое исследование операций должно проводиться в интересах конкретного лица, принимающего решения. В литературе его принято называть оперирующей стороной [8]. В данном случае ею и будет рассматриваемый заказчик, который на рынке выступает в качестве инвестора.
- Всякая модель строится для ответа на конкретный вопрос. Она должна быть адекватной, т. е. давать правильный ответ на этот вопрос, и максимально простой. В данном случае стоит вопрос о целесообразности диверсификации заявки одного инвестора (оперирующей стороны). Поэтому этот инвестор в дальнейшем описывается подробно, а описание всех остальных участников торгов (эмитента и других инвесторов) дается в агрегированной форме, как действие некого «рынка», который «выбирает» цену отсечения.

Дальнейшее в значительной степени характеризует конкретного инвестора, хотя такой инвестор, видимо, достаточно типичен. Общение с заказчиком позволило выделить следующие три критерия, по которым он оценивал качество принятого решения.

Сумма затраченных на аукционе денег. Согласно правилам проведения аукциона эта сумма равна

$$f_1(v,\ P) = \sum_{p \geq P} v_p.$$

Количество купленных бумаг. Если цена p больше или равна цене отсечения P, то по соответствующему конкурентному предложению инвестор купит бумаги в количестве v_p/p. Если цена конкурентного предложения ниже цены отсечения, то конкурентное предложение не удовлетворяется. Поэтому общее количество купленных на аукционе бумаг будет равно

$$f_2(v,\ P) = \sum_{p \geq P} \frac{v_p}{p}.$$

Количество направленных на аукцион денег. Ранее эту сумму мы обозначили буквой V. Условия проведения аукционов предусматривают резервирование на торговом счету биржи денег для всех конкурентных предложений в заявке. Поэтому направляемая на аукцион сумма денег должна быть больше или равна

$$f_3(v) = \sum_{p \geq 0} v_p.$$

Разумеется, можно придумать еще очень много показателей, характеризующих качество аукционной заявки. Однако содержательные представления о решаемой задаче позволяют нам сделать следующее важное предположение о виде таких показателей.

Предположение 1. Любой критерий оценки качества заявки $F(v,\ P)$ может быть представлен в виде $F(v,\ P) = \Phi(f_1(v,\ P), f_2(v,\ P),\ V)$.

В самом деле, если для двух заявок количества купленных бумаг, затраченных на покупку средств и заранее резервируемых ресурсов совпадают, то все остальное — детали, на которые не стоит обращать внимание. Поэтому и оценки двух таких заявок должны совпадать. Это и позволяет сформулировать предположение 1.

Более того, функция Ф может быть далеко не произвольной. О ее виде могут быть сделаны следующие естественные предположения.

Предположение 2. Функция Ф убывает по f_1 при фиксированных f_2 и V[1].

Предположение 3. Функция Ф возрастает по f_2 при фиксированных f_1 и V.

Предположение 4. Функция Ф убывает по V при фиксированных f_1 и f_2.

В самом деле, если количество купленных бумаг и размер зарезервированных средств заданы, то чем меньше денег затрачено на покупку, тем лучше (предположение 2). Если заданы размер зарезервированных средств и сумма, потраченная на покупку бумаг, то чем больше бумаг куплено, тем лучше (предположение 3). Наконец, если заданы количество купленных бумаг и затраченная на их покупку сумма, то чем меньше объем заранее зарезервированных средств, тем лучше, хотя бы по-

[1] Мы считаем, что чем больше значение $F(v,\ P)$, тем заявка v лучше.

тому, что эти средства можно использовать на другие цели (предположение 4).

В силу предположения 4 можно считать, что $V = f_3(v) = \sum_{p \geq 0} v_p$, и переменную V можно исключить. Тем самым, качество заявки будет определяться функцией

$$F(v,\ P) = \Phi(f_1(v,\ P), f_2(v,\ P), f_3(v)).$$

Наконец, незначительные изменения каждого из показателей f_1, f_2 или f_3 не должны кардинально менять общую оценку качества заявки, поэтому можно сделать еще и следующее предположение.

Предположение 5. Функция Ф непрерывна.

Пожалуй, это все, что можно сказать о виде критерия оценки заявки $F(v,\ P)$ заранее. Конкретный вид этого критерия должна выбирать оперирующая сторона.

В качестве примера можно рассмотреть следующую функцию выигрыша, имеющую наиболее естественную содержательную интерпретацию.

Пусть на аукцион привлекаются средства в объеме V. Обозначим $A(V)$ сумму, которую придется заплатить за привлеченные ресурсы. Далее, пусть W — объем средств, которые останутся не вложенными после подведения итогов аукциона. Обозначим $D(W)$ прибыль, которую эти средства могут принести при иных способах вложения, после того, как они «не сыграли» на аукционе.

Рассмотрим функцию

$$f_4(v,\ P) = Nf_2(v,\ P) - f_1(v,\ P) - A(f_3(v)) + \\ + D(f_3(v) - f_1(v,\ P)),$$

где N — цена, по которой инвестор рассчитывает продать ценные бумаги (в случае дисконтных облигаций, каковыми являются ГКО, можно считать, что N — номинальная цена облигации). Эта функция имеет ясный экономический смысл. Она представляет собой прибыль от средств, привлеченных на аукцион. В самом деле, первое слагаемое есть выручка от продажи купленных на аукционе бумаг. Второе — затраты на покупку этих бумаг. Третье — плата за привлекаемые ресурсы, а четвертое — прибыль от тех средств, которые были зарезервированы для участия в аукционе, но оказались не вложенными в ценные бумаги.

Предположения 1—5 в этом случае сведутся к условию возрастания функций A и D. Ситуации, когда эти условия выполняются, вполне типичны. В самом деле, в нормальной ситуации, чем больше привлекаешь средств, тем больше за них приходится платить, и наоборот, чем больше средств можешь вложить, тем большую прибыль от вложений можно получить.

Заметим, что критерий f_4 заведомо неточно выражал интересы лиц, принимающих решения, по следующей причине. Решения по подаче заявки принимались сотрудниками подразделения, занимающимися операциями с ценными бумагами. Они, разумеется, были заинтересованы в увеличении прибыли банка в целом, но и стремились увеличить объем средств, находящихся «в ведении» своего подразделения.

В общем случае показатели f_1 и f_2, а с ними и F зависят от цены отсечения P. Эта цена инвестору заранее не известна, поэтому должна рассматриваться как неопределенный фактор. Следовательно, для конкретизации задачи оперирующая сторона должна сформулировать свое отношение к этой неопределенности.

Формально это означает, что должен быть указан некоторый оператор, позволяющий по заданной функции $F(v,\ P)$ найти другую функцию $G(v)$, зависящую только от v, которая и будет характеризовать качество заявки.

По-видимому, все сделанные далее выводы останутся справедливыми при достаточно общих предположениях о виде этого оператора. Однако мы не станем рассматривать общую постановку задачи, дабы не завязнуть в трясине формально-аксиоматических рассуждений. Вместо этого мы рассмотрим один вариант, который явно формулировался заказчиком, и, кроме того, наиболее предпочтителен с методологической точки зрения [8].

На практике значение цены отсечения никогда не бывает известно точно (в момент подачи заявки). Однако всегда удавалось указать более или менее узкие границы, в которых эта цена могла оказаться. Поэтому можно считать, что $P_* \leqslant P \leqslant P^*$.

Рассматриваемая в данной статье проблема формулировалась несколькими сотрудниками банка-заказчика, стоявшими на разных ступенях иерархической лестницы. Но все они уверенно говорили, что их интересует в первую очередь надежность принятого решения. Ориентируясь на самый плохой случай, мы должны выбирать заявку, стремясь максимизировать функцию

$$G(v) = \min_{P_* \leq P \leq P^*} F(v,\ P).$$

Заявку, доставляющую максимум этой функции, в данной статье будем называть оптимальной.

Таким образом, задача полностью формализована. Построенную модель можно рассматривать как игру двух лиц с неточно известным критерием одного из игроков. Один игрок ассоциируется с оперирующей стороной. Он выбирает заявку $v = \{v_p,\ p \in \Pi\}$, а его интересы описываются стремлением к максимизации функции F, которая в модели описана не точно, но известно, что она удовлетворяет предположениям 2—4. А другой игрок — это «рынок», который выбирает цену отсечения P и интересы которого описываются постоянной функцией.

2. СТРУКТУРА ОПТИМАЛЬНОЙ ЗАЯВКИ

Найдем структуру заявки v, реализующей максимум

$$\max_v G(v) = \max_v \min_{P_* \le P \le P^*} F(v, P).$$

Лемма. *Среди оптимальных непременно найдется такая заявка* $w = \{w_p,\ p \in \Pi\}$, *что* $w_p = 0$ *для всех* $p > P^*$.

Доказательство. Рассмотрим наряду с произвольной заявкой v заявку $w = \{w_p\}$ такую, что:

- $w_p = 0$, если $p > P^*$;
- $w_p = \sum_{q \ge P^*} v_q$, если $p = P^*$;
- $w_p = v_p$, если $p < P^*$.

Непосредственно проверяется, что для всякого $P \in [P_*, P^*]$ выполняются условия:

- $f_1(v, P) = f_1(w, P)$;
- $f_2(v, P) \leqslant f_2(w, P)$;
- $f_3(v) = f_3(w)$.

Поэтому в силу предположения 3 для любого $P \in [P_*, P^*]$ справедливо неравенство $F(v, P) \leqslant F(w, P)$. Это означает, что хотя бы одна оптимальная заявка содержится в множестве

$$\Omega = \{v \mid v_p = 0,\ p > P^*\}^2.$$

Лемма доказана. ♦

Содержательно это понятно: неразумно включать в заявку конкурентные предложения по цене более высокой, чем самое большое значение цены отсечения.

Таким образом,

$$\max_v G(v) = \max_{v \in \Omega} G(v). \qquad (1)$$

Теорема. *Среди оптимальных заявок непременно найдется заявка, содержащая не более одного конкурентного предложения.*

Доказательство. Пусть Σ — множество всех заявок, которые содержат всего одно конкурентное предложение по цене P^* (такие заявки различаются только объемами направляемых на аукцион средств). Выберем заявку $w \in \Sigma$ так, что

$$G(w) = \max_{v \in \Sigma} G(v).$$

Очевидно, что при $v \in \Sigma$ функции f_1 и f_2 на самом деле не зависят от $P \in [P_*, P^*]$. Вместе с ними при таких v не зависит от $P \in [P_*, P^*]$ и функция F. Поэтому

$$F(w, P^*) = \min_{P_* \le P \le P^*} F(w, P). \qquad (2)$$

Наряду с произвольной заявкой $v \in \Omega$ рассмотрим заявку $u = \{u_p\}$ такую, что:

- $u_p = 0$, если $p \ne P^*$;
- $u_p = v_p$, если $p = P^*$.

Непосредственно проверяется, что для таких заявок

- $f_1(u, P^*) = f_1(v, P^*)$;
- $f_2(u, P^*) = f_2(v, P^*)$;
- $f_3(u) \leqslant f_3(v)$.

Поэтому в силу предположения 4 выполняется неравенство $F(u, P^*) \geqslant F(v, P^*)$. Но заявка u принадлежит множеству Σ, поэтому

$$\max_{u \in \Sigma} F(u, P^*) \geqslant \max_{v \in \Omega} F(v, P^*).$$

С другой стороны, множество Ω содержит множество Σ, поэтому

$$\max_{u \in \Sigma} F(u, P^*) \leqslant \max_{v \in \Omega} F(u, P^*) = F(w, P^*).$$

Следовательно, на самом деле

$$\max_{v \in \Omega} F(v, P^*) = \max_{u \in \Sigma} F(u, P^*) = F(w, P^*).$$

Сравнивая с выражением (2), получаем

$$\min_{P_* \le P \le P^*} F(w, P^*) = F(w, P^*) = \max_{v \in \Omega} F(v, P^*).$$

В силу определения максимума и минимума отсюда

$$\max_{v \in \Omega} \min_{P_* \le P \le P^*} F(v, P) \geqslant \min_{P_* \le P \le P^*} F(w, P) = F(w, P^*) =$$
$$= \max_{v \in \Omega} F(v, P^*) \geqslant \min_{P_* \le P \le P^*} \max_{v \in \Omega} F(v, P). \qquad (3)$$

Но всегда справедливо обратное неравенство

$$\max_{v \in \Omega} \min_{P_* \le P \le P^*} F(v, P) \leqslant \min_{P_* \le P \le P^*} \max_{v \in \Omega} F(v, P).$$

Значит, на самом деле оба неравенства в формуле (3) обращаются в равенства. В частности,

$$\max_{v \in \Omega} \min_{P_* \le P \le P^*} F(v, P) = \min_{P_* \le P \le P^*} F(w, P).$$

И, наконец, с учетом равенства (1)

$$\max_{v} \min_{P_* \le P \le P^*} F(v, P) = \min_{P_* \le P \le P^*} F(w, P),$$

что и требовалось доказать. ♦

Утверждение теоремы на первый взгляд кажется почти очевидным. Но только на первый взгляд. Действительно, очевидно, что не для всякой цены

[2] Чуть более аккуратный анализ показывает, что этому множеству на самом деле принадлежат все оптимальные заявки, однако для нас это несущественно.

отсечения заявка, состоящая из одного конкурентного предложения по цене P^*, является наилучшей. Однако не для всякой заявки цена отсечения P^* является наихудшей (см. пример в § 3). Именно поэтому потребовались достаточно длинные рассуждения, чтобы установить «очевидный» факт.

3. ПРИМЕР

Найти конкретную оптимальную заявку, не имея дополнительной информации о виде функции F, по-видимому, нельзя. Для полноты изложения мы рассмотрим пример, показав, как находится оптимальная заявка для критерия f_4.

Чтобы избежать некоторых длиннот, сделаем некоторые дополнительные предположения о виде функций A и D. Естественно предположить, что средства привлекаются на аукцион разумным образом, т. е. в первую очередь привлекаются самые «дешевые», а затем уж более дорогие. Таким образом, каждый следующий привлеченный рубль обходится не дешевле, чем предыдущие, т. е. функция A выпуклая. Точно так же предположим, что оставшиеся после аукциона средства вкладываются разумным образом, т. е. в первую очередь используются наиболее доходные способы вложения. Следовательно, каждый следующий вкладываемый рубль приносит не большую прибыль, чем предыдущие, т. е. функция D вогнутая. Эти предположения вполне оправданы экономически, хотя они могут быть и опущены. Кроме того, сделаем еще предположения, носящие чисто технический характер. А именно, будем считать функции A и D дифференцируемыми.

С учетом полученного качественного вывода о структуре оптимальной заявки стоящую перед нами задачу можно переформулировать следующим образом. Обозначим $x = f_3(v) = \sum_{p \geq 0} v_p$ — объем привлекаемых на аукцион средств, $y = \sum_{p \geq P} v_p$ — объем средств, вкладываемых на аукционе, и z — средства, оставшиеся после аукциона. Поскольку, как установлено в § 2, в оптимальной заявке содержится всего одно конкурентное предложение по цене P^*, задача максимизации гарантированного значения критерия f_4 сведется к задаче максимизации функции трех скалярных переменных

$$(N/P^* - 1)y - A(x) + D(z)$$

при естественном ограничении $x = y + z$.

Если x_*, y_*, z_* — решение этой задачи, то в соответствии с правилом множителей Лагранжа найдется такое значение λ, что набор x_*, y_*, z_* будет доставлять максимум функции

$$(N/P^* - 1 - \lambda)y - (A(x) - \lambda x) + (D(z) - \lambda z).$$

При сделанных нами предположениях необходимым и достаточным условием максимума является равенство нулю частных производных, что дает условия $\lambda = N/P^* - 1$, $A'(x_*) = \lambda$ и $D'(z_*) = \lambda$.

Равенства $A'(x_*) = N/P^* - 1$ и $D'(z_*) = N/P^* - 1$ позволяют найти x_* и z_*. После этого объем оптимальной заявки y_* находится из условия $y_* = x_* - z_*$.

Обсудим экономический смысл найденного решения. Привлекать следует все средства, «стоимость» которых не превышает наименьшую возможную доходность на аукционе $N/P^* - 1$. Ту часть этих средств, которую можно вложить на других секторах с доходностью, большей $N/P^* - 1$, и следует вложить на альтернативных секторах. А оставшуюся часть средств следует включить в заявку по цене P^*.

Применение данного способа свертки критериев позволяет понять, почему существуют заявки, для которых цена отсечения P^* не самая плохая. Пусть заявка состоит из одного конкурентного предложения с ценой $p < P^*$ и объемом y такими, что $(N/p - 1)y < D(y)$. Тогда

$$f_4(v,\ P_*) = (N/p - 1)y - A(y) < D(y) - A(y) = f_4(v,\ P^*).$$

4. ИГРЫ С НЕТОЧНО ИЗВЕСТНЫМИ КРИТЕРИЯМИ

Обсудим характер рассмотренной модели. Далее будем употреблять терминологию из работы [8].

По сути нами рассмотрена игра с неточно известным критерием одного из игроков. Два класса моделей такого типа рассматривались и ранее. Чтобы выяснить, что появилось нового, опишем все три класса моделей.

Во всех трех случаях имеется одинаковое объективное описание конфликта, которое можно описать четверкой $\langle X,\ Y,\ g,\ h\rangle$. Здесь X — множество стратегий первого игрока, Y — множество стратегий второго игрока, а $g : X \times Y \to \mathbb{R}$ и $h : X \times Y \to \mathbb{R}$ — их функции выигрыша. Но поскольку речь идет об играх с неточно известными критериями, в каждом случае имеется еще субъективное описание конфликта (с точки зрения оперирующей стороны).

В моделях из работ [1, 2] это субъективное описание можно отождествить с пятеркой $\langle X, Y, g, h_*, h^*\rangle$, где X, Y и g те же, что и в объективном описании, а h_* и h^* — такие функции из $X \times Y$ в $\mathbb{R}$, что $h_*(x,\ y) \leqslant h(x,\ y) \leqslant h^*(x,\ y)$ для всех $x \in X$ и $y \in Y$.

Содержательно это означает, что оперирующая сторона (первый игрок) не знает точно, какой выигрыш получит его партнер при выборе стратегий x и y, а знает только интервал $[h_*(x,\ y),\ h^*(x,\ y)]$, которому принадлежит выигрыш $h(x,\ y)$.

В моделях из работ [3, 4] субъективное описание можно задать пятеркой $\langle X,\ Y,\ g,\ H,\ A\rangle$, где X, Y и g — элементы объективного описания, A — некоторое множество, а H — функция из $X \times Y \times A$ в $\mathbb{R}$, причем предполагается выполненным условие непротиворечивости: существует $a \in A$ для которого $H(x,\ y,\ a) \equiv h(x,\ y)$.

Содержательно это значит, что первому игроку известна функция выигрыша противника лишь с точностью до некоторого параметра.

В рассмотренной выше модели объективное описание конфликта такое же. Множество X — это множество всех заявок, множество Y — это интервал $[P_*, P^*]$, функция g — это критерий качества заявки, обозначавшийся выше буквой F, а функция h — константа.

А субъективное описание конфликта, теперь уже с точки зрения исследователя операции, можно отождествить с набором $\langle X, Y, f_1, f_2, f_3, \Phi\rangle$, где f_1, f_2 и f_3 — использованные в модели частные критерии, а Φ — класс функций из $\mathbb{R}^3$ в $\mathbb{R}$, удовлетворяющих предположениям 1—5.

Два отличия сразу бросаются в глаза.

Прежде всего, в модели предполагается, что неточно известны интересы оперирующей стороны, а не противника. С такой ситуацией, видимо, сталкивается в практической работе любой исследователь операции, по крайней мере, если говорить об исследовании социально-экономических систем.

Далее информация исследователя операции о неточно известном ему критерии задается в виде списка аксиом (предположений). Такая ситуация, вероятно, встречается тоже достаточно часто.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Видно, что новый класс моделей представляет определенный теоретический интерес. При его исследовании, видимо, придется обратиться к технике, развитой в математической логике.

Однако понятно, что аксиомы могут быть очень разными, поэтому маловероятно, что удастся получить достаточно содержательные результаты, не делая каких-то уточняющих предположений об их природе, для чего придется обращаться к практике.

Приведенный пример практической задачи, в которой удалось получить нужный качественный вывод, опираясь только на простые и естественные аксиомы, показывает, что задачи нового класса могут оказаться вполне разрешимыми.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кукушкин Н.С.* Об одной игре с неполной информацией // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. — 1973. — Т. 13, № 1. — С. 210—216.
2. *Ерешко Ф.И., Кононенко А.Ф.* Решение игры с правом первого хода при неточной информации о цели партнера // Там же. — С. 217—221.
3. *Ватель И.А., Кукушкин Н.С.* Оптимальное поведение игрока, обладающего правом первого хода, при неточном знании интересов партнера // Там же. — № 2. — С. 303—310.
4. *Кононенко А.Ф.* Роль информации о функции цели противника в игре двух лиц с фиксированной последовательностью ходов // Там же. — С. 311—317.
5. *Кукушкин Н.С., Морозов В.В.* Теория неантагонистических игр. — М.: Изд-во МГУ, 1984. — 104 с.
6. *Горелик В.А., Горелов М.А., Кононенко А.Ф.* Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. — М.: Радио и связь, 1991. — 288 с.
7. *Кононенко А.Ф., Халезов А.Д., Чумаков В.В.* Принятие решений в условиях неопределенности. — М.: Вычислительный центр АН СССР, 1991. — 197 с.
8. *Гермейер Ю.Б.* Введение в теорию исследования операций. — М.: Наука, 1971. — 383 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

Горелов Михаил Александрович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник,
Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН,
г. Москва, ☎(499) 135-62-07, ✉ griefer@ccas.ru.