

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ НА КОГНИТИВНЫХ МОДЕЛЯХ¹

О.И. Горбанёва, А.Д. Мурзин, Г.А. Угольницкий

Аннотация. Рассмотрена методология когнитивного моделирования при различных типах управления. Приведён краткий обзор работ в указанной области. Уточнено формальное описание когнитивной модели как имитационной модели на основе взвешенного ориентированного графа (когнитивной карты). Развита математическая постановка задач оптимального, конфликтного и иерархического управления для когнитивных моделей для случая импульсных процессов и в общем случае. Методология иллюстрирована на примерах моделей «хищник – жертва» и агрегированной модели национальной экономики. Указанные методологические положения детально рассмотрены на примере построения и исследования задачи оптимального управления на когнитивной модели университета. Университет распоряжается числом коммерческих мест и стоимостью коммерческого обучения по направлениям подготовки. Описана идентификация модели по реальным данным о трёх крупнейших вузах Ростовской области. Сформулированы выводы и рекомендации по результатам модельного анализа.

Ключевые слова: задачи управления, дискретные динамические модели, когнитивное моделирование, управление социально-экономическими системами.

ВВЕДЕНИЕ

Построение и исследование когнитивных моделей сложных систем представляет собой обширную и активно развивающуюся на протяжении нескольких десятилетий область исследований. В широком смысле под когнитивным моделированием понимают применение различных моделей искусственного интеллекта, например, нейронных сетей [1]. Более конкретная методология принятия решений в слабоструктурированных системах на основе когнитивных карт предложена Р. Аксельродом [2]. Когнитивная карта – это знаковый или взвешенный ориентированный граф, вершины которого соответствуют элементам моделируемой системы, а дуги – связям между ними. Одна из первых публикаций этого направления – статья [3], более подробно подход описан в монографии [4].

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке ЮФУ в рамках проекта «Цифровой атлас политических и социально-экономических угроз и рисков развития Южнороссийского приграничья: национальный и региональный контекст («Цифровой Юг») № СП-14-22-06.

Обзоры моделей нечётких когнитивных карт даны в работах [5–7].

Развитие методологии когнитивного моделирования как имитационного моделирования сложных систем на основе когнитивных карт выполнено в работах Н.А. Абрамовой, З.К. Авдеевой с соавторами (ИПУ РАН) и Г.В. Гореловой с соавторами (ЮФУ) [8–15]. В статье [8] подробно анализируется проблема верификации когнитивных моделей, даётся поучительный разбор примера конкретной модели с этой точки зрения. Перспективы развития данной области исследований намечаются в докладах [9, 13].

В работах С.В. Ковриги, Е.К. Корноушенко, В.И. Максимова (ИПУ РАН) в русле этого же направления когнитивное моделирование рассматривается как инструмент структурно-целевого анализа [16–19], обсуждается его применение для решения задач развития российских регионов, ставятся и решаются задачи управления.

Опыт когнитивного моделирования региональных социально-экономических процессов представлен в работе [20]. Влияние региональной системы высшего образования на инновационное

развитие региона изучено в статье [21]. Описание современных подходов к когнитивному моделированию можно найти в работах [22–24].

Итак, работы [8–19] указывают на управленческий аспект когнитивного моделирования. По мнению авторов настоящей статьи, этот аспект должен играть ключевую роль в силу активности сложных социально-экономических и иных слабоструктурированных систем [25–30]. При этом целесообразно различать динамические модели оптимального управления с единственным субъектом [31, 32], конфликтного управления с несколькими конкурирующими субъектами [33] и иерархического управления при упорядоченном множестве субъектов управления [34]. Авторский подход к решению сложных динамических задач управления с помощью имитационного моделирования изложен в работе [35]. Наличие когнитивной карты в виде ориентированного графа как основы когнитивного моделирования связывает его с тематикой сетевых моделей управления [36, 37]. Большой интерес представляет статья Д.А. Новикова [38], в которой автор анализирует возможности сочетания когнитивного и теоретико-игрового подходов, предлагает классификацию когнитивных игр и приводит пример линейной импульсной когнитивной игры.

Вклад настоящей статьи состоит в следующем:

- уточнено формальное описание когнитивной модели как имитационной модели на основе взвешенного ориентированного графа (когнитивной карты);
- развиты математические постановки задач оптимального, конфликтного и иерархического управления для когнитивных моделей;
- указанные методологические положения детально рассмотрены на примере построения и исследования задачи оптимального управления на когнитивной модели университета.

В § 1 описывается построение базовой когнитивной модели. В § 2 рассматриваются задачи управления различного типа. В § 3 анализируется конкретная модель оптимального управления в системе высшего образования. Итоги и перспективы обсуждаются в заключении.

1. ПОСТРОЕНИЕ БАЗОВОЙ КОГНИТИВНОЙ МОДЕЛИ

Основой базовой когнитивной модели служит ориентированный граф (когнитивная карта), каждой вершине которого приписано некоторое вещественное значение как функция времени, а каждой дуге – некоторый постоянный вес (вещественное число). В частности, наиболее распространены

знаковые орграфы, в которых веса дуг принимают значения ± 1 . Вершины орграфа представляют элементы моделируемой сложной системы, а дуги – связи между ними. Каждый элемент имеет некую количественную характеристику, которая может меняться со временем, а каждая связь – постоянную количественную характеристику.

Смысл исследования базовой когнитивной модели состоит в описании и прогнозе динамики значений вершин, которая определяется их начальными значениями и структурой связей с учётом весов дуг. Для прогноза используется ряд правил, отражающих различные гипотезы относительно динамики значений вершин.

1.1. Множество вершин и их значения

Вершины базовой когнитивной модели представляют элементы моделируемой системы. В зависимости от природы системы это могут быть сотрудники или подразделения организации, фирмы или корпорации, биологические популяции, социальные группы, страны или их регионы и т. д. Важно подчеркнуть, что в список вершин (фактически переменных когнитивной модели) включаются те и только те элементы моделируемой системы, которые играют принципиальную роль с точки зрения целей исследования. Состав списка вершин отражает компромисс между желанием включить в модель как можно больше показателей функционирования системы и реальными возможностями исследования. Формально список вершин есть конечное множество $V = \{u_1, \dots, u_n\}$, где n – число вершин.

Каждой вершине $u_i \in V$ приписывается вещественное значение x_i , которое считается функцией дискретного времени: $x_i: \{0, 1, \dots, T\} \rightarrow \mathbb{R}$. Таким образом, $x_i(t)$ есть значение вершины u_i в момент времени t . Конечно, гипотеза скалярности величины x_i – это сильное ограничение, поскольку в действительности каждый элемент системы характеризуется рядом показателей. Однако она существенно упрощает исследование, позволяя при этом получать довольно содержательные модели. В совокупности вектор $x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$ полностью характеризует состояние системы в момент времени t .

Наконец, важно определить начальные значения всех вершин $x_0 = (x_{10}, \dots, x_{n0})$, задающие исходное состояние системы. Это делается на основе изучения литературы, консультаций со специалистами, экспертных оценок и т. п.



1.2. Множество дуг и их веса

Дуги когнитивной модели отражают причинно-следственные связи между элементами моделируемой системы. Если дуга положительна, то увеличение значения входной вершины влечёт за собой увеличение значения выходной вершины, т. е. связь прямая. Если дуга отрицательна, то увеличение значения входной вершины влечёт за собой уменьшение значения выходной вершины, т. е. связь обратная. Вес дуги показывает силу связи (коэффициент увеличения/уменьшения).

Заметим, что при наличии n вершин общее число возможных связей между ними равно C_n^2 (числу сочетаний). Величина C_n^2 быстро растёт с ростом n , поэтому при построении когнитивной карты следует учитывать только наиболее существенные связи.

Иногда знак дуги (а тем более её вес) трудно определить однозначно. Например, при определении влияния длительности поездки на стоимость автобусного билета можно использовать знак плюс (пропорциональная зависимость стоимости от длины пути). Однако возможен и знак минус, поощряющий длительные поездки на общественном транспорте вместо личного. В таком случае целесообразно рассмотреть оба сценария и сравнить последствия их воздействия на моделируемую систему.

Вообще, проблема идентификации когнитивной модели имеет огромное значение. Принято различать структурную идентификацию (выбор множеств вершин и дуг) и числовую идентификацию (выбор начальных значений вершин и весов дуг). К сожалению, формализовать задачу идентификации (особенно структурной) крайне сложно, что ведёт к неизбежным ошибкам при её экспертном решении [8].

1.3. Правила изменения значений вершин

Когнитивное моделирование целесообразно трактовать как осуществление имитационного моделирования по когнитивным картам. Базовая имитационная модель имеет вид

$$\begin{aligned} x_j(t+1) &= x_j(t) + f(x(t)), \\ x_j(0) &= x_{j0}, \quad j=1, \dots, n. \end{aligned} \quad (1)$$

Формула (1) описывает закон сохранения значения в вершине u_j в виде балансового соотношения. Специфика конкретной когнитивной модели определяется видом функции f . Наиболее распространено так называемое правило импульсного процесса [4]

$$x_j(t+1) = x_j(t) + \sum_{i=1}^n a_{ij} p_i(t), \quad x_j(0) = x_{j0}, \quad j=1, \dots, n, \quad (2)$$

где разность

$$p_i(t+1) = x_i(t+1) - x_i(t) \quad (3)$$

есть импульс в вершине u_i в момент t . С учётом формулы (3) правило (2) можно переписать в виде

$$p_j(t+1) = \sum_{i=1}^n a_{ij} p_i(t), \quad x_j(0) = x_{j0}, \quad j=1, \dots, n, \quad (4)$$

или в векторной форме

$$p(t+1) = A^T p(t), \quad t=0, 1, \dots, \quad (5)$$

где $p(t) = (p_1(t), \dots, p_n(t))^T$. Тогда легко показать по индукции, что

$$p(t) = A^T p(0), \quad t=0, 1, \dots \quad (6)$$

Чтобы подчеркнуть роль когнитивной карты (V, A) , задающей структуру моделируемой системы, можно переписать правило (2) в виде

$$\begin{aligned} x_j(t+1) &= x_j(t) + \sum_{i \in I(j)} a_{ij} p_i(t), \\ x_j(0) &= x_{j0}, \quad j=1, \dots, n, \end{aligned} \quad (7)$$

где $I(j)$ – множество всех вершин, из которых выходят дуги в вершину j . Выражения (2) и (7) эквивалентны, поскольку при отсутствии входной дуги (u_i, u_j) имеем $a_{ij} = 0$.

Таким образом, зная матрицу весов A и начальный вектор импульсов $p(0)$, можно предсказать значения всех импульсов $p(t)$ в любой момент времени t , а зная также начальный вектор значений x_0 , можно с помощью формулы (3) вычислить значения всех вершин в любой момент времени t , т. е. полностью решить задачу прогноза [4].

Итак, базовую когнитивную модель можно записать в виде

$$\langle V, A, x_0, f \rangle, \quad (8)$$

где $V = \{u_1, \dots, u_n\}$ – конечное множество вершин; $A = \|a_{ij}\|$, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, n$, – матрица смежности; если $a_{ij} \neq 0$, то имеется дуга (u_i, u_j) с весом a_{ij} ; $x_0 = (x_{10}, \dots, x_{n0})$ – вектор начальных значений вершин; функция f задаёт правило изменения значений, которое в общем случае имеет вид (1). При рассмотрении импульсного процесса также предполагается известным начальный вектор импульсов $p_0 = (p_{10}, \dots, p_{n0})$.

2. ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ

Базовая когнитивная модель предполагает, что значения вершин изменяются только в силу естественной динамики типа (1), например динамики импульсного процесса (2). В этом случае изменение значений всех вершин (динамика состояния системы) на всём периоде прогноза полностью определяется матрицей весов и начальным распределением импульсов и значений. Если возможно произвольное задание начальных значений импульсов, то оно и выполняет функцию управления. Однако в реальности практически всегда система испытывает некоторое внешнее воздействие. Если это воздействие целенаправленное, то в модели возникает собственно управление и задача его оптимизации. С определённой долей условности в зависимости от множества субъектов управления и его структуры будем различать три типа управления: оптимальное, конфликтное и иерархическое.

2.1. Оптимальное управление

В этой постановке имеется единственный субъект управления, воздействующий на динамическую систему (1) с критерием оптимальности

$$J = \sum_{t=1}^T \delta^t g(x(t), u(t)) + \delta^T G(x(T)) \rightarrow \max \quad (9)$$

при ограничениях на управление

$$u(t) \in U(t), \quad t=1, \dots, T. \quad (10)$$

Здесь $\delta \in (0, 1]$ – коэффициент дисконтирования; $g(\cdot), G(\cdot)$ – мгновенная и терминальная целевые функции (при бесконечном периоде $T = \infty$ член $G(x(T))$ отсутствует). Управление u может быть программной $u(t)$ или позиционной $u(t, x(t))$ стратегией. Можно также ввести ограничения вида

$$x(t) \in X^*, \quad t=1, \dots, T, \quad (11)$$

или

$$x(T) \in X^*, \quad (12)$$

которые в теории управления устойчивым развитием активных систем [30] называются условиями жизнеспособности (гомеостаза). Выполнение этих условий в сильной форме (11) означает, что значение переменной состояния управляемой динамической системы находится в заданной области X^* в любой момент времени, а в слабой форме (12) – только в конечный момент. Эти условия можно трактовать как цель управления.

Учёт управляющего воздействия приводит уравнение динамики (1) к виду

$$\begin{aligned} x_j(t+1) &= x_j(t) + f(x(t), u(t)), \\ x_j(0) &= x_{j0}, \quad j=1, \dots, n, \end{aligned} \quad (13)$$

что даёт модель оптимального управления (9), (10), (13) с возможными фазовыми ограничениями (11) или (12).

Введение в когнитивную модель управления, т. е. выбор вида функции $f(x, u)$ в формуле (13), может осуществляться самыми различными способами. Будем считать, что множество V вершин когнитивной карты дополняется управляющей вершиной v , а множество дуг A – дугами (v, u_i) с весами b_j . Если $b_j \neq 0$, то вершина u_j управляемая.

Тогда правило управляемого импульсного процесса принимает вид

$$\begin{aligned} x_j(t+1) &= x_j(t) + b_j h_j(u_j(t)) + \\ &+ \sum_{i=1}^n a_{ij} p_i(t), \quad x_j(0) = x_{j0}, \quad j=1, \dots, n, \end{aligned} \quad (14)$$

где функция управляющего воздействия $h_j(u_j)$

есть, к примеру, $h_j(u_j) = u_j^{p_j}$, $p_j > 0$.

2.2. Конфликтное управление

При этой постановке имеется несколько субъектов управления, которые одновременно и независимо воздействуют на динамическую систему (1) с критериями оптимальности

$$J_k = \sum_{t=1}^T \delta^t g_k(x(t), u(t)) + \quad (15)$$

$$+ \delta^T G_k(x(T)) \rightarrow \max, \quad k=1, \dots, m,$$

при ограничениях на управление (10), $u(t) = (u_1(t), \dots, u_m(t))$, m – число субъектов управления. Решением дифференциальной игры (10), (13), (15) с возможными фазовыми ограничениями (11) или (12) считается равновесие Нэша [33].

Множество V вершин когнитивной карты дополняется управляющими вершинами v_1, \dots, v_m , а множество дуг A – дугами (v_k, u_i) с весами b_{kj} , $k=1, \dots, m, j=1, \dots, n$. Если $b_{kj} \neq 0$, то вершина u_j управляется вершиной v_k .

Правило конфликтно управляемого импульсного процесса принимает вид

$$\begin{aligned} x_j(t+1) &= x_j(t) + \sum_{k=1}^m b_{kj} h_{kj}(u_{kj}(t)) + \sum_{i=1}^n a_{ij} p_i(t), \\ x_j(0) &= x_{j0}, \quad j=1, \dots, n. \end{aligned} \quad (16)$$



Согласно работе [38], для классификации когнитивных игр целесообразно использовать ряд признаков. В предлагаемом подходе можно фиксировать следующие значения: как правило, это нелинейные игры, наличие общего знания, отсутствие неопределённости, дискретное время, зависимость функций выигрыша от действий всех игроков и от траектории (позиционные стратегии), конечный интервал времени, индивидуальные ограничения, выбор решений в каждый момент времени, одновременное (в следующем параграфе – последовательное) принятие решений, отсутствие коалиций.

2.3. Иерархическое управление

В данном случае множество субъектов управления имеет иерархическую структуру и включает в себя несколько агентов влияния и координирующий их Центр. Центр делает ход первым, выбирая и сообщая всем агентам влияния своё управление

$$u_0(t) \in U_0(t), \quad t = 1, \dots, T, \quad (17)$$

руководствуясь при этом критерием оптимальности

$$J_0 = \sum_{t=1}^T \delta^t g_0(x(t), u(t)) + \delta^T G_0(x(T)) \rightarrow \max. \quad (18)$$

Зная значение u_0 , агенты влияния одновременно и независимо выбирают свои управления

$$u_k(t) \in U_k(t), \quad t = 1, \dots, T, \quad (19)$$

руководствуясь критериями оптимальности (15), $u(t) = (u_0(t), u_1(t), \dots, u_m(t))$, m – число агентов влияния. Будем считать оптимальным ответом агентов влияния на управление Центра одно из равновесий Нэша в игре агентов влияния. Решением иерархической игры (13), (15), (17)–(19) с возможными фазовыми ограничениями (11) или (12) будем считать равновесие Штакельберга [33].

Множество V вершин когнитивной карты дополняется управляющими вершинами v_0, v_1, \dots, v_m , а множество дуг A – дугами (v_k, u_i) с весами $b_{kj}, k = 0, 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$. Если $b_{kj} \neq 0$, то вершина u_j управляется вершиной v_k .

Правило иерархически управляемого импульсного процесса принимает вид

$$x_j(t+1) = x_j(t) + \sum_{k=0}^m b_{kj} h_{kj}(u_{kj}(t)) + \sum_{i=1}^n a_{ij} p_i(t), \quad (20)$$

$$x_j(0) = x_{j0}, \quad j = 1, \dots, n.$$

Итак, практически во всех интересных с точки зрения приложений случаях базовая когнитивная модель (8) дополняется задачами оптимального, конфликтного или иерархического управления. Тогда целью исследования становится прогноз динамики управляемой системы при различных сценариях воздействия и оптимизация управления в некотором смысле.

Кратко когнитивную модель можно определить как имитационную модель сложной системы, структура которой задаётся ориентированным графом (знаковым или взвешенным) и детерминирует динамику состояния управляемой системы при различных целенаправленных управляющих воздействиях и воздействиях внешних факторов.

Для импульсных процессов сценарии имитационного моделирования для управления любого типа включают в себя две составляющие: начальное распределение импульсов $p_0 = (p_{10}, \dots, p_{n0})$ и управляющую траекторию, которая для названных типов управления имеет соответствующий вид:

- $\{u_j(t), j = 1, \dots, n, t = 0, 1, \dots, T - 1\}$ для оптимального управления,
- $\{u_{kj}(t), k = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n, t = 0, 1, \dots, T - 1\}$ для конфликтного управления,
- $\{u_{kj}(t), k = 0, 1, \dots, m, j = 1, \dots, n, t = 0, 1, \dots, T - 1\}$ для иерархического управления.

Для дальнейшего исследования целесообразно применить метод качественно репрезентативных сценариев имитационного моделирования [35].

Пример 1. Управляемая модель «хищник – жертва».

Когнитивная карта для этой модели приведена на рис. 1.

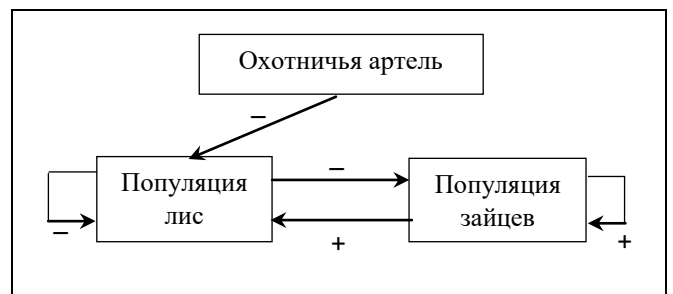


Рис. 1. Когнитивная карта для модели «хищник – жертва»

Модель на основе этой когнитивной карты имеет вид

$$x_F(t+1) = [1 - s(t)]x_F(t) - a_F x_F(t) + b_F x_F(t)x_H(t), \quad (21)$$

$$x_F(0) = x_{F0};$$

$$x_H(t+1) = x_F(t) + a_H x_H(t) - b_H x_F(t)x_H(t), \quad (22)$$

$$x_H(0) = x_{H0}.$$

Здесь $x_F(t)$, $x_H(t)$ – численности популяций лис (хищников) и зайцев (жертв) соответственно в году t ; $a_F > 0$, $a_H > 0$ – коэффициенты воспроизводства популяций лис и зайцев; $b_F > 0$, $b_H > 0$ – коэффициенты трофического взаимодействия популяций; x_{F0} , x_{H0} – начальные значения численности популяций; $s(t)$ – доля отстрела лис в году t .

Задачу оптимальной эксплуатации популяции лис можно поставить в виде

$$J = \sum_{t=1}^T [cs(t)x_F(t) - ds^2(t)] \rightarrow \max, 0 \leq s(t) \leq 1, \quad (23)$$

$$x_F(T) \geq x_F^*, x_H(T) \geq x_H^*, \quad (24)$$

где $c > 0$ – удельная полезность от охоты; $d > 0$ – коэффициент охотничьих затрат; x_F^* , x_H^* – критические численности популяций.

Задачу оптимальной эксплуатации (23) легко обобщить на случай нескольких конкурирующих артелей. Поскольку условие устойчивого развития (24) на самом деле внешнее для охоты, то для его реализации нужно ввести природоохранный орган с возможностью воздействия на охотников, что приводит к задаче иерархического управления. ♦

Пример 2. Модель агрегированной национальной экономики Рамсея – Солоу.

Когнитивная карта для этой модели приведена на рис. 2.

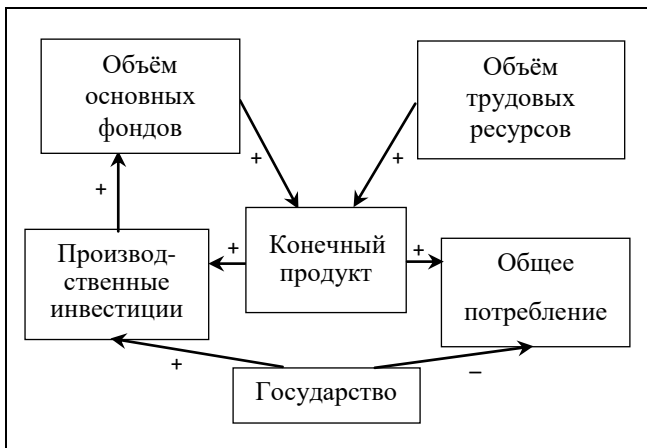


Рис. 2. Когнитивная карта для модели агрегированной национальной экономики

Модель на основе этой когнитивной карты имеет вид

$$K(t+1) = (1-\mu)K(t) + I(t), K(0) = K_0; \quad (25)$$

$$L(t+1) = (1+\eta)L(t), L(0) = L_0; \quad (26)$$

$$Y(t+1) = AK^\alpha(t+1)L^{1-\alpha}(t+1), 0 \leq \alpha \leq 1; \quad (27)$$

$$I(t+1) = s(t+1)Y(t+1), \quad (28)$$

$$C(t+1) = (1-s(t+1))Y(t+1); \quad (29)$$

$$0 \leq s(t+1) \leq 1, t = 0, 1, \dots, T-1.$$

Здесь $K(t)$ – объём основных производственных фондов; $L(t)$ – объём трудовых ресурсов; $Y(t)$ – конечный продукт экономики; $I(t)$ – объём производственных инвестиций; $C(t)$ – объём потребления; $s(t)$ – доля инвестиций в конечном продукте (всё – в году t); $\mu > 0$ – коэффициент амортизации производственных фондов; $\eta > 0$ – коэффициент воспроизводства трудовых ресурсов; K_0, L_0 – начальные значения переменных K, L .

Задача оптимального управления имеет вид

$$J = \sum_{t=1}^T c(t) \rightarrow \max, 0 \leq s(t) \leq 1, \quad (30)$$

$$K(T) \geq K^*, L(T) \geq L^*, \quad (31)$$

где $c(t) = C(t)/L(t)$ – удельное потребление (на одного работающего); K^*, L^* – целевые значения показателей. Здесь условие устойчивого развития (31) можно считать целью управления государства. ♦

3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НА КОГНИТИВНОЙ МОДЕЛИ УНИВЕРСИТЕТА

Рассмотрим в качестве развёрнутого примера когнитивную модель оптимального управления для отдельного университета.

Имеется вуз, осуществляющий подготовку специалистов по M специальностям. Студенты могут обучаться в вузе как на бюджетных местах, так и на коммерческих. Бюджетные места в вузе выделяются государством, их количество от решения руководства вуза не зависит. А вот количество коммерческих мест на конкретные специальности может выбирать вуз, он же определяет стоимость коммерческого обучения студентов по каждой специальности, а также несёт расходы на обучение определённого числа студентов. Не все заявленные вузом коммерческие места могут быть востребованы абитуриентами. Спрос на коммерческие места специальности вуза прямо пропорционален будущей зарплате выпускника вуза, если он пойдёт работать по данной специальности, и обратно пропорционален цене обучения. Также специальность тем привлекательнее для абитуриентов, чем больше выпускников, получивших её, уже работает по специальности. Тогда при выбранном периоде прогнозирования T получим оптимизационную модель

$$J = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^M \left(a_j^C x_j^C(t) - c_j(x_j(t))^2 \right) \rightarrow \max; \quad (32)$$

$$x_j^C(t) \geq 0, a_j^C(t) \geq 0; \quad (33)$$

$$x_j(t+1) = x_j^B(t+1) + \min\{x_j^C(t+1),$$

$$(\gamma_j - a_j^C(t)/4)^{\alpha_j} y_j(t)\}, x_j(0) = x_{j0};$$

$$y_j(t+1) = (1 - \kappa_j)x_j(t), y_j(0) = y_{j0},$$

$$j=1, \dots, M, t=1, \dots, T-1.$$

Здесь M – число направлений подготовки; T – период планирования; $x_j^B(t)$ – число бюджетных мест по j -му направлению в году t (экзогенная переменная); $x_j^C(t)$ – число коммерческих мест по j -му направлению в году t (первая переменная управления); $x_j(t)$ – общее число мест по j -му направлению в году t ; $a_j^C(t)$ – стоимость коммерческого обучения по j -му направлению в году t (вторая переменная управления); γ_j – коэффициент влияния перспектив трудоустройства на желание поступления по j -му направлению; κ_j – доля нетрудоустроенных выпускников по j -му направлению; c_j – коэффициент затрат организации на обучение j -й специальности в зависимости от общего числа студентов в году t ; $y_j(t)$ – число трудоустроенных выпускников, получивших j -ю специальность в году t ; α_j – параметр эластичности спроса на коммерческие места j -й специальности. Указанные зависимости отражены в когнитивной карте, изображённой на рис. 3.

Спрос абитуриентов на коммерческие места по специальности в функции (34) определяется формулой

$$(\gamma_j - a_j^C(t)/4)^{\alpha_j} y_j(t).$$

Выражение в скобках выбрано именно таким по следующим соображениям. По некоторым оценкам [39], средний срок окупаемости долгосрочных инвестиций в высшее образование в России составляет 10 лет, т. е. затраты на обучение должны покрываться доходами из будущей заработной платы по специальности минимум 10% ежегодно. По данным портала «Табитуриент» (<https://tabiturient.ru/vuzcost/>), средняя стоимость обучения в вузах России в 2022 г. составляет 174 533 руб. в год, или около 17 453 руб. в месяц. При этом в исследовании аналитического центра университета «Синергия» (<https://ria.ru/20210914/zarplata1749940260.html>) озвучен средний желаемый размер заработной платы в 50–70 тыс. руб. в месяц, что соответствует достаточному уровню комфортной жизни. Таким образом, для эффектив-

ной окупаемости инвестиций в высшее образование в России в настоящее время будущая заработная плата дипломированного специалиста должна быть минимум в три раза больше, чем ежемесячные траты на учёбу.

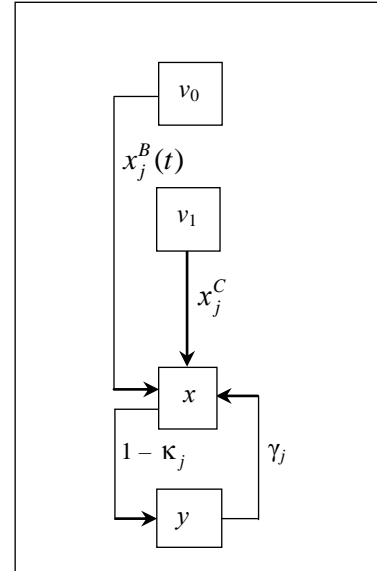


Рис. 3. Когнитивная карта для модели университета

Введём два упрощающих предположения:

- число выделенных бюджетных мест заполняется полностью;
- нет отчисления, т. е. выпускниками вуза являются все поступившие в него абитуриенты.

Таким образом, в каждый момент времени вуз получает от государства информацию о количестве бюджетных мест, выделенных ему на каждую специальность. Для вуза это имеет значение, так как затраты на обучение студентов зависят от общего количества студентов. После получения информации о бюджетных местах вуз принимает решение о максимально возможном наборе коммерческих студентов, а также определяет стоимость обучения коммерческих студентов на каждой специальности.

Исследование ведется в имитационном режиме [40]. Проводится идентификация неуправляемых параметров модели, после чего исследуются различные сценарии управления. Каждый сценарий состоит из задания:

- вектора экзогенных переменных

$$\{x_j^B(t)\}, j=1, \dots, M, t=0, \dots, T-1;$$

- вектора управляющих воздействий для вуза

$$\{a_j^C(t), x_j^C(t)\}, j=1, \dots, M, t=0, \dots, T-1.$$

Исследование проводилось на вузах Ростовской области. Были выбраны шесть ключевых укрупнённых групп специальностей: педагогические, медицинские, экономические, технические, строительные и сельскохозяйственные. Далее были выбраны вузы Ростовской области, которые осуществляют подготовку по соответствующим специальностям: Ростовский государственный медицинский университет (РостГМУ), Донской государственный технический университет (ДГТУ), Южный федеральный университет (ЮФУ).

Ростовский государственный медицинский университет – специализированный региональный вуз, включающий 11 факультетов, ведущих подготовку специалистов в области медицины, фармакологии и психологии. Донской государственный технический университет – региональный опорный многопрофильный университет Ростовской области, имеющий в структуре 24 факультета, ведущих подготовку специалистов по техническому, аграрному и социально-гуманитарному направлениям. Южный федеральный университет – крупнейший научно-образовательный центр Юга России, включающий в себя 29 структурных научно-образовательных подразделений, ведущих подготовку специалистов по естественно-научному, инженерному и социально-гуманитарному профилю.

Далее в табл. 1 приведено соответствие перечисленных выше вузов и специальностей.

Таблица 1

Профили подготовки специалистов в выборке исходных данных по вузам Ростовской области

Специальности	РостГМУ	ДГТУ	ЮФУ
Педагогические		+	+
Медицинские	+		
Экономические		+	+
Технические		+	+
Строительные		+	+
Аграрные		+	

Опишем процесс идентификации параметров модели. Идентификации подлежали компоненты вектора $\left(\left\{ \gamma_j \right\}_{j=1}^M, \left\{ \kappa_j \right\}_{j=1}^M, \left\{ c_j \right\}_{j=1}^M, \left\{ x_{j0} \right\}_{j=1}^M, \left\{ y_{j0} \right\}_{j=1}^M, \left\{ \alpha_j \right\}_{j=1}^M \right)$, которые образуют неуправляемые параметры модели. Остановимся подробнее на каждом из них.

Параметр γ_j – коэффициент влияния перспектив трудоустройства на желание поступления по

j -му направлению. В качестве него была выбрана средняя зарплата работников каждой профессии по Ростовской области. Отметим, что она не зависит от конкретного вуза. Данные взяты с портала территориального органа Федеральной службы государственной статистики по Ростовской области (Ростовстат, <https://rostov.gks.ru>). Для каждой отрасли и специальности были вычислены средние зарплаты за несколько лет. В качестве значения параметра γ_j взяты соответствующие данные за 2020 г.

Таблица 2

Коэффициент перспектив трудоустройства по направлениям подготовки

Специальности	Параметр	Значение, руб.
Педагогические	γ_1	28 550
Медицинские	γ_2	35 849
Экономические	γ_3	35 000
Технические	γ_4	53 000
Строительные	γ_5	47 000
Аграрные	γ_6	23 726

Параметр x_{j0} – число выпускников по j -й специальности в начальный год прогнозирования. Данные взяты из опубликованных документов (отчёты о самообследовании, приказы о зачислении, статистика приёма по годам), размещённых на официальных порталах РостГМУ, ДГТУ, ЮФУ; учитывались число выпускников и поступивших студентов за 2020 г. (табл. 3).

Параметр κ_j – доля нетрудоустроенных выпускников по j -му направлению, рассчитан на основе опубликованных документов на официальных сайтах университетов. Доля нетрудоустроенных выпускников определялась путём вычитания из единицы доли трудоустроенных выпускников. В качестве данного параметра для несоответствующих друг другу вузу и специальности бралась единица. Полученные значения приведены в табл. 4.

Параметр y_{j0} – количество трудоустроенных выпускников по каждой специальности в начальный год прогнозирования. Его значения были рассчитаны через значения параметров x_{j0} и κ_j по формуле

$$y_{j0} = (1 - \kappa_j) x_{j0}$$

и приведены в табл. 5.



Таблица 3

Начальные данные по числу выпускников

Специальности	Параметр	РостГМУ	ДГТУ	ЮФУ
Педагогические	x_{10}	–	40	666
Медицинские	x_{20}	165	–	–
Экономические	x_{30}	–	319	296
Технические	x_{40}	–	675	895
Строительные	x_{50}	–	586	150
Аграрные	x_{60}	–	138	–

Таблица 4

Доля нетрудоустроенных выпускников по специальностям вузов Ростовской области

Специальности	Параметр	РостГМУ	ДГТУ	ЮФУ
Педагогические	κ_1	–	0,45	0,45
Медицинские	κ_2	0,16	–	–
Экономические	κ_3	–	0,45	0,18
Технические	κ_4	–	0,45	0,18
Строительные	κ_5	–	0,45	0,07
Аграрные	κ_6	–	0,45	–

Таблица 5

Число трудоустроенных выпускников по каждой специальности в начальный год прогнозирования

Специальности	Параметр	РостГМУ	ДГТУ	ЮФУ
Педагогические	y_{10}	–	22	366
Медицинские	y_{20}	139	–	–
Экономические	y_{30}	–	171	213
Технические	y_{40}	–	371	644
Строительные	y_{50}	–	323	144
Аграрные	y_{60}	–	76	–

Параметр c_j – коэффициент затрат организации на обучение по j -й специальности в зависимости от общего числа студентов в году t . Он связан с себестоимостью обучения студентов по данной специальности. В качестве значения себестоимости обучения взято 80 % от стоимости коммерческого места обучения, которая есть в открытых данных. Источники: официальный сайт ЮФУ (<https://sfedu.ru>), официальный сайт ДГТУ (<https://donstu.ru>), официальный сайт РОСТГМУ (<http://rostgmu.ru>).

Приведённые в табл. 6 значения себестоимости – ещё не значения параметра c_j . С учётом гипотезы квадратичности затрат значение параметра c_j можно вычислить по формуле

$$c_j = \frac{c}{x_{j0}},$$

где c – себестоимость.

Таблица 6

Себестоимость обучения по специальностям вузов Ростовской области (руб.)

Специальности	РостГМУ	ДГТУ	ЮФУ
Педагогические	–	86 000	88 000
Медицинские	125 000	–	–
Экономические	–	86 000	107 000
Технические	–	100 000	104 000
Строительные	–	100 000	113 000
Аграрные	–	100 000	–

Итоговые значения параметра c_j приведены в табл. 7. Для расчётов в качестве данного параметра для несоответствующих друг другу вуза и специальности брались значения, близкие к машинной бесконечности.

Параметр α_j – эластичность спроса на коммерческие места по данной специальности, а точнее параметр, характеризующий, как сильно меняется спрос с уменьшением или увеличением будущего дохода или стоимости обучения. Данные взяты с Научно-образовательного портала IQНИУ ВШЭ (<https://iq.hse.ru/news/177671083.html>), где сообщается о том, на сколько процентов (Pov) увеличится спрос абитуриентов на специальность при повышении зарплаты на 40 %. Этот параметр также не зависит от вуза (табл. 8).

Соответствующий коэффициент вычисляется по формуле

$$\alpha_j = \log_{1,4} \left(1 + \frac{Pov}{100} \right),$$

его значения приведены в табл. 8.

Уже на этапе идентификации можно сделать

вывод о том, что привлекательность бюджетного обучения по медицинским и аграрным специальностям гораздо выше коммерческого, так как выражение $\gamma_j - a_j^C(t)/4$, являющееся основой для вычисления спроса, отрицательно даже при себестоимости. На аграрных специальностях такой феномен можно объяснить низким размером ожидаемой заработной платы, а по медицинским специальностям – высоким затратами (себестоимостью) обучения. На технических и строительных специальностях проявляется ощутимая выгода обучения на коммерческой основе ввиду высокой ожидаемой заработной платы. Экономические и педагогические профили обучения характеризуются пограничными выводами, так как будущий доход дипломированного специалиста соразмерен со стоимостью обучения на этих специальностях.

При стоимости обучения $a_j^C(t) > 4\gamma_j$ спроса на коммерческое обучение нет, что и происходит с медицинскими и аграрными специальностями. В связи с этим задача для РостГМУ имеет тривиальное решение и дальше рассматриваться не будет.

Таблица 7

Значения коэффициента затрат на обучение по специальностям вузов Ростовской области

Специальности	Параметр	РостГМУ	ДГТУ	ЮФУ
Педагогические	c_1	–	2150	132
Медицинские	c_2	758	–	–
Экономические	c_3	–	270	361
Технические	c_4	–	148	116
Строительные	c_5	–	171	753
Аграрные	c_6	–	725	–

Таблица 8

Эластичность спроса на коммерческие места по специальностям вузов РО

Специальности	Значение показателя увеличения спроса (Pov)	Значение эластичности спроса (α_j)
Педагогические	76	$\alpha_1 = \log_{1,4} 1,76 = 1,68$
Медицинские	131	$\alpha_2 = \log_{1,4} 2,31 = 2,48$
Экономические	77	$\alpha_3 = \log_{1,4} 1,77 = 1,70$
Технические	42	$\alpha_4 = \log_{1,4} 1,42 = 1,04$
Строительные	51	$\alpha_5 = \log_{1,4} 1,51 = 1,22$
Аграрные	41	$\alpha_6 = \log_{1,4} 1,41 = 1,02$



Из формулы (34) следует, что вузу нет необходимости объявлять набор на коммерческие места, превышающий спрос на них $(\gamma_j - a_j^C(t)/4)^{\alpha_j} y_j(t)$, хотя убытков от избыточно объявленного коммерческого набора вуз не несёт. Так как с ростом числа студентов затраты растут быстрее дохода (32), то существует конечное число студентов коммерческого отделения, оптимальное для вуза, при котором его целевая функция (32) максимальна. Именно это количество вуз и может объявлять в коммерческий набор.

Задача оптимального управления для вуза решалась в два этапа.

- Сначала подбирается максимальное число студентов коммерческого отделения на каждую специальность $\{x_j^C(t)\}$, $j=1, \dots, M$, $t=0, \dots, T-1$, которое выгодно для вуза с учётом его целевой функции (32) и спроса на коммерческие места (34).

- Затем подбирается максимальная цена на коммерческое обучение по каждой специально-

сти $\{a_j^C(t)\}$, $j=1, \dots, M$, $t=0, \dots, T-1$, приводящая функцию (32) к наибольшему значению. Цена определяется как добавка к себестоимости.

Если вуз не получает бюджетные места совсем, то модель приобретает вид

$$J = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^M \left(a_j^C x_j(t) - c_j(x_j(t))^2 \right) \rightarrow \max;$$

$$x_j^C(t) \geq 0, a_j^C(t) \geq 0;$$

$$x_j(t+1) = \min\{x_j^C(t+1), (\gamma_j - a_j^C(t)/4)^{\alpha_j} y_j(t)\},$$

$$x_j(0) = x_{j0};$$

$$y_j(t+1) = (1 - \kappa_j)x_j(t), y_j(0) = y_{j0},$$

$$j=1, \dots, M, t=1, \dots, T-1.$$

Результаты вычислений по модели для ДГТУ и ЮФУ представлены в табл. 9 и 10 соответственно.

Таблица 9

Результаты вычислений для специальностей ДГТУ

Специальности*	Год обучения					
	Первый		Второй		Третий	
	Число коммерческих мест	Наценка, %	Число коммерческих мест	Наценка, %	Число коммерческих мест	Наценка, %
Педагогические	100	3	38	3	95	3
Технические	56	30	63	30	5	30
Строительные	67	19	65	19	8	19
Экономические	130	9	85	9	35	9

*Сведения об аграрных специальностях отсутствуют, так как на них нет спроса.

Таблица 10

Результаты вычислений для специальностей ЮФУ

Специальности*	Год обучения					
	Первый		Второй		Третий	
	Число коммерческих мест	Наценка, %	Число коммерческих мест	Наценка, %	Число коммерческих мест	Наценка, %
Педагогические	250	11	250	11	250	11
Технические	86	18	98	18	9	18
Строительные	28	1	27	1	5	1
Экономические	250	8	250	8	250	8

*Сведения об аграрных специальностях отсутствуют, так как на них нет спроса.

В ЮФУ приём на педагогические и экономические направления ограничен возможностями вуза и не превышает 250 мест. Спрос на коммерческие места по этим специальностям превышает 250 мест. В целом можно заметить, что спрос на коммерческие места с течением времени снижается, что объясняется рациональным поиском бюджетных возможностей. В этой ситуации вузы вынуждены снижать стоимость коммерческих мест. Новые значения стоимости показаны в табл. 11.

Таблица 11

Дополнительные бюджетные места по специальностям ДГТУ

Специальность	$x_j^B(t)$
Педагогические	1988
Экономические	816
Технические	459
Строительные	331
Аграрные	331

В этом случае результаты расчётов показали, что самому вузу невыгодно осуществлять коммерческий набор, так как при большой стоимости нет спроса на коммерческие места, а при маленькой вуз уходит в убыток из-за квадратичных расходов.

Отметим, что в исследовании учитывалась только первая ступень обучения – бакалавриат. В случае учёта магистратуры и аспирантуры все качественные выводы сохраняются, а количественные выводы будут упираться в идентификацию параметров модели. Для обеспечения спроса на коммерческие места в магистратуру:

- Работодатель должен ясно понимать прирост квалификации специалиста со степенью магистра и осознавать потенциальную полезность его привлечения на соответствующий более высокий уровень оплаты труда по сравнению с работником с дипломом бакалавра. Разница в уровне заработной платы должна иметь мотивирующий и обусловливающий характер для принятия решения о целесообразности инвестиций в обучение в магистратуре.

Иначе говоря, скачок зарплат должен удовлетворять условию

$$\gamma_j^{\text{маг}} - \gamma_j^{\text{бак}} > \frac{a_j^c(t)}{4}.$$

Должен иметь место большой рыночный спрос на привлечение специалистов более высокой квалификации – выпускников магистратуры, облада-

ющих отсутствующими у выпускников бакалавриата компетенциями и большей потенциальной полезностью для работодателя. Это утверждение находит свое подтверждение особенно во время системной экономической рецессии, характеризующейся сокращением предложения рабочих мест и ростом безработицы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена методология когнитивного моделирования при различных типах управления: оптимальном, конфликтном и иерархическом.

Исследована оптимизационная когнитивная модель вуза, благодаря чему можно сделать следующие выводы. Если вузу выделено много бюджетных мест по направлению подготовки, то коммерческие места недостаточно востребованы. Предложение коммерческих мест сверх бюджетных в этом случае приводит к убыткам (в модели не рассматривается возможность отказа вуза от выделенных бюджетных мест). Экономическая целесообразность предложения большого количества коммерческих мест сохраняется только в случае отсутствия бюджетного набора (ЮФУ). Ситуация с выделением небольшого количества бюджетных мест показывает экономические преимущества, позволяя вузу объявлять максимум коммерческих мест в пределах ресурсного потенциала и, соответственно, получать больший доход.

Рекомендации для вуза (и государства): определить приоритет набора – бюджетный или коммерческий. В случае бюджетного приоритета постановка задачи управления изменится, что приведёт к другим выводам. Возможны также изменения в случае учёта магистратуры и рейтинга университетов.

Чрезвычайно перспективным представляется объединение технологии когнитивного имитационного моделирования с математическим аппаратом сетевых игр, интенсивно развиваемым в последнее время [41].

Принципиальных теоретических ограничений применимости описанной методологии авторы не видят. Моделировать можно любые сколь угодно сложные динамические активные системы. Однако могут возникать естественные ограничения технического характера, связанные с размерностью модели, необходимостью сбора и обработки соответствующих данных. Как обычно в прикладном системном анализе, здесь придётся искать компромисс между желаемой точностью и возможностями исследования.



Оценку адекватности модели следует проводить в первую очередь путём содержательного анализа полученных результатов на основе мнения экспертов. Конечно, можно применять традиционные методы прикладной статистики (например, проверки гипотез), но их полезность представляется ограниченной в силу трудностей обеспечения формальных требований к доступным данным. Кроме того, при моделировании сложных социально-экономических систем выводы и рекомендации носят преимущественно качественный характер, поэтому экспертная оценка их валидности приоритетна.

Ещё более полезно мнение экспертного сообщества при интерпретации полученных результатов. Авторы пока подробно не рассматривали известные методики агрегирования и обработки экспертной информации [42], это остаётся предметом для дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Cognitive Modeling*. Ed. by Thad A. Polk and Colleen M. Seifert. – MIT Press, 2002. – 1291 p.
2. *Axelrod, R.* The Structure of Decision: Cognitive Maps of Political Elites. – Princeton: University Press, 1976.
3. *Maruyama, M.* The Second Cybernetics: Deviation-Amplifying Mutual Causal Processes // *American Scientist*. – 1963. – Vol. 51, no. 2. – P. 164–179.
4. *Робертс Ф.* Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. – М.: Наука, 1986. – 497 с. [*Roberts, F.* Diskretnye-matematicheskie modeli s prilozheniyami k social'nym, biologicheskim i ekologicheskim zadacham. – М.: Nauka, 1986. – 497 s. (In Russian)]
5. *Papageorgiou, E.* Review Study on Fuzzy Cognitive Maps and Their Applications during the Last Decade // *M. Glykas (ed.), Business Process Management, SCI444*. – Springer, 2013. – P. 281–298.
6. *Groumpos, P.* Modelling and Analyzing Manufacturing Systems Using Advanced Methods of Fuzzy Cognitive Maps // *J. of Computational Intelligence and Electronic Systems*. – 2014. – Vol. 3, no. 2. – P. 143–150.
7. *Benjamin, G., Nápoles, G., Falcon, R., et al.* A Review on Methods and Software for Fuzzy Cognitive Maps // *Artificial Intelligence Review*. – 2017. – DOI: 10.1007/s10462-017-9575-1.
8. *Абрамова Н.А.* Экспертная верификация при использовании формальных когнитивных карт. Подходы и практика // *Управление большими системами*. – 2010. – № 30-1. – С. 371–410. [*Abramova, N.A.* Expert Verification in Formal Cognitive Map Application. Approaches and Practices // *Large-scale Systems Control*. – 2010. – No. 30-1. – P. 371–410. (In Russian)]
9. *Абрамова Н.А.* О перспективах современной парадигмы когнитивного моделирования // *Сборник трудов XIII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2019*. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. – 2019. – С. 1858–1863. [*Abramova, N.A.* O perspektivah sovremennoj paradigmy kognitivnogo modelirovaniya // *Sbornik trudov XIII Vserossijskogo soveshchaniya po problemam upravleniya VSPU-2019*. Institut problem upravleniya im. V.A. Trapeznikova RAN. – 2019. – S. 1858–1863. (In Russian)]
10. *Абрамова Н.А., Авдеева З.К.* Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций: проблемы методологии, теории и практики // *Проблемы управления*. – 2008. – № 3. – С. 85–87. [*Abramova, N.A., Avdeeva, Z.K.* Cognitive Analysis and Situation Control: Methodology, Theory and Practice Problems // *Control Sciences*. – 2008. – No. 3. – P. 85–87. (In Russian)]
11. *Авдеева З.К., Коврига С.В.* О постановке задач управления ситуацией со многими активными субъектами с использованием когнитивных карт // *Управление большими системами*. – 2017. – Вып. 68. – С. 74–99. [*Avdeeva, Z.K., Kovriga, S.V.* On the Statement of Control Problems of the Situation with Many Active Stakeholders with Use of Cognitive Maps // *Large-scale Systems Control*. – 2017. – Iss. 68. – P. 74–99. (In Russian)]
12. *Авдеева З.К., Коврига С.В.* О некоторых принципах и подходах к построению коллективных когнитивных карт ситуаций // *Управление большими системами*. – 2014. – Вып. 52. – С. 37–68. [*Avdeeva, Z.K., Kovriga, S.V.* Some Principles and Approaches to Construction of Group Cognitive Maps // *Large-scale Systems Control*. – 2014. – Iss. 52. – P. 37–68. (In Russian)]
13. *Горелова Г.В.* Когнитивное моделирование сложных систем: состояние и перспективы // *Сборник научных трудов XXV Международной научной и учебно-практической конференции*. В 3-х частях. – Санкт-Петербург, 2021. – С. 224–248. [*Gorelova, G.V.* Kognitivnoe modelirovanie slozhnyh sistem: sostojanie i perspektivy // *Sbornik nauchnyh trudov XXV Mezhdunarodnoj nauchnoj i uchebno-prakticheskoj konferencii*. V 3-h chastyah. – Sankt-Peterburg, 2021. – S. 224–248. (In Russian)]
14. *Горелова Г.В.* Когнитивный подход к имитационному моделированию сложных систем // *Известия ЮФУ. Технические науки*. – 2013. – № 103 (40). – С. 239–250. [*Gorelova, G.V.* Kognitivnyj podhod k imitacionnomu modelirovaniyu slozhnyh sistem // *Izvestiya YUFU. Tekhnicheskienauki*. – 2013. – No. 103 (40). – S. 239–250. (In Russian)]
15. *Горелова Г.В., Захарова Е.Н., Радченко С.А.* Исследование слабоструктурированных проблем социально-экономических систем: когнитивный подход. – Ростов-на-Дону: РГУ, 2006. – 332 с. [*Gorelova, G.V., Zaharova, E.N., Radchenko, S.A.* Issledovanie slabostrukturirovannyh problem social'no-ekonomicheskikh sistem: kognitivnyj podhod. – Rostov-na-Donu: RGU, 2006. – 332 s. (In Russian)]
16. *Корноушенко Е.К., Максимов В.И.* Управление ситуацией с использованием структурных свойств её когнитивной карты // *Тр. Ин-та проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН*. – М., 2000. – Т. XI. – С. 85–90. [*Kornoushenko, E.K., Maksimov, V.I.* Upravlenie situaciej s ispol'zovaniem strukturnyh svojstv eyo kognitivnoj karty // *Tr. In-ta problem upravleniya im. V.A. Trapeznikova RAN*. – М., 2000. – Т. XI. – С. 85–90.

17. Коврига С.В., Максимов В.И. Технология когнитивного моделирования целенаправленного развития регионов РФ // Тр. Ин-та проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. – 2011. – Т. 11 – С. 91–103. [Kovriga, S.V., Maksimov, V.I. Tekhnologiya kognitivnogo modelirovaniya celenapravlenno razvitiya regionov RF // Tr. In-ta problem upravleniya im. V.A. Trapeznikova RAN. – 2011. – Vol. 11 – S. 91–103. (In Russian)]
18. Максимов В.И. Структурно-целевой анализ развития социально-экономических ситуаций // Проблемы управления. – 2005. – № 3. – С. 30–38. [Maximov, V.I. Structure-Objective Analysis of Socio-Economic Situations Development // Control Sciences. – 2005. – No. 3. – P. 30–38. (In Russian)]
19. Максимов В.И., Коврига С.В. Применение структурно-целевого анализа развития социально-экономических ситуаций // Проблемы управления. – С. 39–44. [Maximov, V.I., Kovriga, S.V. Application of Structure-Objective Analysis of Socio-Economic Situations Development // Control Sciences. – 2005. – No. 3. – P. 39–44. (In Russian)]
20. Арженовский И.В., Дахин А.В. Когнитивная регионология: опыт моделирования региональных социально-экономических процессов // Регионология. – 2020. – Т. 28. – № 3. – С. 470–489. [Arzhenovskiy, I.V., Dakhin, A.V. Cognitive Regionology: The Experience of Modeling Regional Socio-Economic Processes // Regionology. – 2020. – Vol. 28, no. 3. – P. 470–489/ (In Russian)]
21. Макарова Е.Л., Фирсова А.А. Когнитивное моделирование влияния региональной системы образования на инновационное развитие региона // Изв. Саратовского университета. Новая серия. Экономика. Управление. Право. – 2015. – Т. 5. – Вып. 4. – С. 411–416. [Makarova, E.L., Firsova, A.A. Kognitivnoe modelirovanie vliyaniya regional'noj sistemy obrazovaniya na innovacionnoe razvitie regiona // Izv. Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Ekonomika. Upravlenie. Pravo. – 2015. – Vol. 5. – Vyp. 4. – S. 411–416. (In Russian)]
22. Arzy, S., Kaplan, R. Transforming social perspectives with cognitive maps // Social Cognitive and Affective Neuroscience. – 2022. – Vol. 17, iss. 10. – P. 939–955.
23. Napoles, G., Grau, I., Conception, L., et al. Modeling Implicit Bias with Fuzzy Cognitive Maps // Neurocomputing. – 2022. – Vol. 481. – P. 33–45.
24. Whittington, J.C.R., McCaffary, D., Bakermans, J.J.W., Behrens, T.E.J. How to Build a Cognitive Map: Insights from Models of the Hippocampal Formation // arXiv: 2202.01682 [q-bio.NC] <https://doi.org/10.48550/arXiv.2202.01682>
25. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. – М.: СИНТЕГ, 1999. – 128 с. [Burkov, V.N., Novikov, D.A. Teoriya aktivnyh sistem: sostoyaniye i perspektivy. – M.: SINTEG, 1999. – 128 s. (In Russian)]
26. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. – М.: Изд-во физ.-мат. лит., 2007. – 584 с. [Novikov, D.A. Teoriya upravleniya organizatsionnymi sistemami. – M.: Izd-vo fiz.-mat. lit., 2007. – 584 s. (In Russian)]
27. Горелик В.А., Кононенко А.Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. – М.: Радио и связь, 1982. – 144 с. [Gorelik, V.A., Kononenko, A.F. Teoretiko-igrovye modeli prinyatiya reshenij v ekologo-ekonomicheskikh sistemah. – M.: Radio i svyaz', 1982. – 144 s. (In Russian)]
28. Горелик В.А., Горелов М.А., Кононенко А.Ф. Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. – М.: Радио и связь, 1991. – 288 с. [Gorelik, V.A., Gorelov, M.A., Kononenko, A.F. Analiz konfliktnykh situacij v sistemah upravleniya. – M.: Radio i svyaz', 1991. – 288 s. (In Russian)]
29. Laffont, J.-J., Martimort, D. The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model. – Princeton University Press, 2002. – 421 p.
30. Угольницкий Г.А. Управление устойчивым развитием активных систем. – Ростов-на-Дону: Изд-во Южного федерального ун-та, 2016. – 940 с. [Ugol'nitskij, G.A. Upravlenie ustojchivym razvitiem aktivnyh sistem. – Rostov-na-Donu: Izd-vo Yuzhnogo federal'nogo un-ta, 2016. – 940 s. (In Russian)]
31. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1983. – 393 с. [Pontryagin, L.S., Boltyanskij, V.G., Gamkrelidze, R.V., Mishchenko, E.F. Matematicheskaya teoriya optimal'nyh processov. – M.: Nauka, 1983. – 393 s. (In Russian)]
32. Optimal Control of Nonlinear Processes (with Applications to Drugs, Corruption, and Terror) / Grass D., Caulkins, J.P., Feichtinger, G., Tragler, G., Behrens, D.A. – Springer, 2008. – 529 p.
33. Differential Games in Economics and Management Science / Dockner E., Jorgensen S., Long N.V., Sorger G. – Cambridge: Cambridge University Press, 2000. – 382 p.
34. Gorelov, M.A., Kononenko, A.F. Dynamic Models of Conflicts. III. Hierarchical Games // Automation and Remote Control. – 2015. – Vol. 76, no. 2. – P. 264–277.
35. Ougolnitsky, G.A., Usov, A.B. Computer Simulations as a Solution Method for Differential Games // Computer Simulations: Advances in Research and Applications. Eds. M.D. Pfeffer and E. Bachmaier. – N.Y.: Nova Science Publishers, 2018. – P. 63–106.
36. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартушвили А.Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. – М.: Физматлит, 2010. – 228 с. [Gubanov, D.A., Novikov, D.A., Chkhartishvili, A.G. Social'nyeseti: modeli informacionnogo vliyaniya, upravleniya i protivoborstva. – M.: Fizmatlit, 2010. – 228 s. (In Russian)]
37. Белов М.В., Новиков Д.А. Сетевые активные системы: модели планирования и стимулирования // Проблемы управления. – 2018. – № 1. – С. 47–57. [Belov, M.V., Novikov, D.A. Network Active Systems: Planning and Stimulation Models // Control Sciences. – 2018. – No. 1. – P. 47–57. (In Russian)]
38. Новиков Д.А. «Когнитивные» игры: линейная импульсная модель // Проблемы управления. – 2008. – № 3. – С. 14–22. [Novikov, D.A. Cognitive Games: A Linear Step-Function Model // Control Sciences. – 2008. – No. 3. – P. 14–22. (In Russian)]
39. Антоненко В.В., Караулова Н.М. К вопросу о сроках окупаемости инвестиций в образование // Финансы и кредит. – 2015. – № 40 (644). – С. 10–21. [Antonenko, V.V., Karaulova, N.M. On Payback Period of Investment in Education // FINANCE and CREDIT. – 2015. – No. 40 (644). P. – 10–21. (In Russian)]
40. Горбанёва О.И., Мурзин А.Д., Угольницкий Г.А. Управление социально-экономическими системами на основе когнитивного моделирования. Свидетельство о государственной реги-



страции программы для ЭВМ № 2022611893. Зарег. 04.02.2022. [Gorbaneva, O.I., Murzin, A.D., Ugol'nitskiy, G.A. Upravlenie socio-ekonomicheskimi sistemami na osnove kognitivnogo modelirovaniya. Svidetel'stvo o gosudarstvennoj registracii programmy dlya EVM № 2022611893. Reg.04.02.2022. (In Russian)]

41. Новиков Д.А. Игры и сети // Математическая теория игр и её приложения. – 2010. – № 2(1). – С 107–124. [Novikov, D.A. Games and Networks // Matematicheskaya teoriya igr i ee prilozheniya. – 2010. – No. 2(1). – P. 107–124 (In Russian)]
42. Павлов А.Н., Соколов Б.В. Методы обработки экспертной информации. – СПб.: ГУАП, 2005. – 42 с. [Pavlov, A.N., Sokolov, B.V. Metody obrabotki ekspertnoj informacii. – SPb.: GUAP, 2005. – 42 s. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.П. Кузнецовым

Поступила в редакцию 8.08.2022,
после доработки 15.11.2022.
Принята к публикации 15.11.2022.

Горбанёва Ольга Ивановна - д-р техн. наук,
✉ oigorbaneva@sfedu.ru,

Мурзин Антон Дмитриевич - д-р техн. наук,
✉ admurzin@sfedu.ru,

Угольницкий Геннадий Анатольевич – д-р физ.-мат. наук,
✉ gaugolnickiy@sfedu.ru,

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону.

A MATHEMATICAL FORMULATION OF CONTROL PROBLEMS ON COGNITIVE MODELS¹

O.I. Gorbaneva¹, A.D. Murzin², and G.A. Ougolnitskiy³

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

¹✉ oigorbaneva@sfedu.ru, ²✉ admurzin@sfedu.ru, ³✉ gaugolnickiy@sfedu.ru

Abstract. This paper considers cognitive modeling methods under different types of control. Relevant publications are briefly surveyed. The cognitive model is formally described as a simulation model based on a directed graph (signed or weighted digraph). Mathematical formulations of the optimal, conflict, and hierarchical control problems are proposed for cognitive models in the case of pulse processes and in the general case as well. The methodology is applied to the predator-prey model and the aggregative model of a national economy. The methodological assumptions are detailed for another control problem on a cognitive map (the optimal management of a university). In this model, a university determines the number of commercial places and the price of commercial education. The model is identified on real data for the three largest universities of the Rostov region (the Russian Federation). Some conclusions and recommendations are formulated based on model analysis.

Keywords: control problems, discrete dynamic models, cognitive modeling, control in social and economic systems.

Funding. This work was supported by Southern Federal University within the project “The Digital Atlas of Political and Socio-economic Threats and Risks to the Development of Russia’s Southern Border Area: The National and Regional Context (The Digital South),” no. SP-14-22-06.