



СИНТЕЗ И АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ БОКОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С ДВУМЯ УПРАВЛЯЮЩИМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

В.М. Глумов, А.М. Пучков, А.Е. Селезнев

Рассмотрено управление беспилотным летательным аппаратом с двумя горизонтальными управляющими аэродинамическими поверхностями в режимах угловой стабилизации и координированного разворота. Дан анализ качества линейных алгоритмов управления углом рыскания путем изменения угла крена. Предложен алгоритм, обеспечивающий требуемое качество управления по курсу. Приведены результаты математического моделирования.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, математическая модель, угловая стабилизация, алгоритм управления, системы управления и стабилизации, область устойчивости, корневой годограф.

ВВЕДЕНИЕ

В классе современных многорежимных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), запускаемых с подвижного объекта-носителя, имеются аппараты, у которых отсутствует вертикальный руль направления. Причины такой особенности конструкции самые разнообразные. Например, невозможность установки на летательном аппарате (ЛА) руля направления или отказ от его установки по соображениям полетного задания. В результате возникает необходимость в адекватном построении структуры бортовой системы управления, синтезе алгоритмов функционирования и определении их параметров. Необходимость анализа такого рода динамических объектов связана с их новизной и постоянно возрастающими требованиями, предъявляемыми к современным БПЛА при разработке конструкции, систем управления и обеспечении надежности функционирования.

В статье рассматриваются и решаются проблемы угловой стабилизации и управления угловым положением при боковом движении БПЛА, у которых число управляющих аэродинамических поверхностей ограничено двумя, расположенными в горизонтальной плоскости с левой и правой сторон корпуса аппарата. Такое размещение управ-

ляющих поверхностей диктует необходимость управления по курсу исключительно через канал управления углом крена. Это обуславливает невозможность прямого (путем отклонения управляющей поверхности) создания управляющего момента рыскания и, как следствие, определяет также отсутствие достаточной степени демпфирования движения рыскания. Стабилизация и управление углом тангажа в продольном движении рассматриваемых БПЛА осуществляются традиционным способом — путем синхронного отклонения правой и левой поверхностей — и не представляют собой новой проблемы.

Траектория полета БПЛА после отделения его от носителя в верхних слоях атмосферы имеет вид пространственной кривой с большим перепадом высот и содержит криволинейные участки маневрирования в горизонтальной плоскости. При движении по заданной траектории система автоматического управления (САУ) БПЛА должна обеспечивать высокие требования на динамические характеристики движения и точность реализации траектории. Следовательно, отсутствие руля направления требует дополнительного анализа возможностей САУ и модернизации традиционных алгоритмов управления [1, 2].

Частично задача построения подобного автопилота стабилизации углового положения ЛА в

аспекте возможной практической реализации алгоритмов системы стабилизации отражена в литературе [3, 4], где представлены подходы к формированию адаптивных алгоритмов стабилизации бокового движения БПЛА с двумя управляющими поверхностями. Однако анализ данных подходов не проводился вследствие новизны задачи. В современных доступных публикациях отсутствуют материалы по решению задачи управления боковым движением БПЛА рассматриваемого типа.

Указанные особенности конструкции БПЛА и траектории его полета определяют его как динамический объект, движение которого описывается нестационарной нелинейной математической моделью. Проблемы автоматического управления нестационарными ЛА и методы их решения на основе теории синтеза адаптивных систем хорошо известны [1, 5, 6].

Синтез САУ традиционно осуществляется в несколько этапов. На первом из них используются линеаризованные математические модели движения БПЛА и предполагается, что управляющие сигналы и изменяющиеся во времени координаты системы остаются в линейной зоне статических характеристик. В результате синтеза получается предельная структура САУ, которая на следующем этапе проектирования уточняется, дорабатывается с учетом нелинейностей в математической модели объекта и системы управления. В настоящей статье рассматривается основная задача первого этапа синтеза: качественный анализ возможных линейных алгоритмов стабилизации и управления угловым положением при боковом движении БПЛА.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Линеаризованные уравнения, описывающие изменение угловых координат в боковом движении БПЛА при полете на постоянной высоте при малом угле атаки, имеют вид [2]:

$$\begin{aligned} \frac{d\beta(t)}{dt} &= \omega_y - a_{10}[\beta(t) + \beta_w(t)] + c_{10}\gamma(t), \\ \frac{d\omega_x(t)}{dt} &= -c_{21}\omega_x(t) - a_{20}[\beta(t) + \beta_w(t)] - \\ &\quad - b_{21}\omega_y(t) - d_{20}\gamma(t), \\ \frac{d\gamma(t)}{dt} &= \omega_x(t), \\ \frac{d\omega_y(t)}{dt} &= -b_{31}\omega_y(t) - a_{30}[\beta(t) + \beta_w(t)] - \\ &\quad - c_{31}\omega_x(t) - d_{30}\delta_3(t), \\ \frac{dy(t)}{dt} &= \omega_y(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где β — угол скольжения, β_w — приращение угла скольжения, возникающее при действии ветра на корпус аппарата, γ — угол крена, ψ — угол рыскания; ω_x и ω_y — проекции вектора угловой скорости на оси, соответственно, Ox и Oy связанной с корпусом системы координат; a_{10} , c_{10} , c_{21} , a_{20} , b_{21} , d_{20} , b_{31} , a_{30} , c_{31} и d_{30} — динамические коэффициенты, характеризующие эффективность управляющих органов, аэродинамическое демпфирование, флюгерную устойчивость, поперечную статическую устойчивость (их значения зависят от аэродинамических характеристик БПЛА, его геометрических, центровочных параметров и массы, от скорости и высоты полета [2, 6]); δ_3 — воздействие, управляющее изменением угла крена. В БПЛА с двумя управляющими поверхностями воздействие δ_3 формируется посредством их отклонения в соответствии с выражением $\delta_3 = 0,5(\delta_{\text{п}} - \delta_{\text{л}})$, где $\delta_{\text{п}}$ и $\delta_{\text{л}}$ — отклонения правой и левой поверхностей, согласно которому сигнал управления углом крена подается на приводы.

В рассматриваемом варианте БПЛА управление углом рыскания осуществляется исключительно через управление углом крена. В общем случае традиционный алгоритм управления углом крена ЛА с математической моделью (1) имеет вид [1, 2]

$$\sigma_\gamma(t) = k_\gamma[\gamma_{\text{упр}}(t) - \gamma(t)] + k_{\omega_x}\omega_x(t), \quad (2)$$

где k_γ и k_{ω_x} — передаточные коэффициенты; $\gamma_{\text{упр}}$ — сигнал управления по крену, формируемый на основе информации о требуемом движении по углу рыскания.

Передаточные коэффициенты в алгоритме (2) выбираются на основе изолированного рассмотрения углового движения в канале крена, исходя из уравнений (1). Существует немало подходов к выбору значений коэффициентов k_γ и k_{ω_x} [2, 7]. В дальнейшем изложении предполагается, что передаточные коэффициенты в алгоритме (2) выбраны в соответствии с заданными требованиями.

В данной работе на основе анализа типовых линейных алгоритмов управления выбирается алгоритм формирования сигнала управления $\gamma_{\text{упр}}$, который должен обеспечивать требуемое качество:

- процессов стабилизации угла рыскания при действии возмущений β_w , вызывающих изменение угла скольжения;

- переходных процессов при координированном управлении БПЛА.

Предполагается, что динамика исполнительных органов (приводов) описывается линейными дифференциальными уравнениями и их быстродействие достаточно высокое, чтобы считать данные приводы безынерционными звеньями.



2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ БПЛА ПО УГЛУ РЫСКАНИЯ

Для качественного аналитического исследования математической модели (1) приняты допущения:

— $b_{21} = 0$, $a_{20} = 0$, т. е. ненулевой угол скольжения и изменения угла рыскания не влияют на изменение угла крена;

— $d_{30} = 0$, т. е. управляющее воздействие δ_3 не влияет непосредственно на изменение угла рыскания.

При принятых допущениях справедливо утверждение, что с помощью воздействия δ_3 осуществляется обособленное управление изменением угла крена, который, в свою очередь, полностью определяет изменение углов скольжения и рыскания. В этом случае при анализе и синтезе системы стабилизации угла рыскания оказывается возможным рассматривать математическую модель бокового движения БПЛА в виде последовательного соединения системы стабилизации угла крена, реализующей алгоритм (2), и динамического звена, которое описывает динамику изменения угла рыскания при изменении угла крена. Тогда математическая модель движения БПЛА по координате ψ описывается передаточной функцией $W_\psi(s) = \psi(s)/\gamma_{\text{упр}}(s)$, которая получается из системы уравнений (1) при алгоритме (2) в виде

$$W_\psi(s) = \frac{K_\gamma}{B_\gamma(s)} \cdot \frac{A_\psi(s)}{sB_\psi(s)}, \quad (3)$$

где $K_\gamma = d_{20}k_\gamma$ — коэффициент передачи в системе стабилизации угла крена; $B_\gamma(s) = s^2 + (c_{21} + k_{\text{ох}}d_{20})s + K_\gamma$ — характеристический полином системы стабилизации угла крена; $A_\psi(s) = c_{31}s^2 + a_{10}c_{31}s + a_{30}c_{10}$; $B_\psi(s) = s^2 + (b_{31} + a_{10})s + a_{30} + b_{31}a_{10}$.

При условиях, когда справедливы уравнения (1), всегда выполняются неравенства $c_{10} > 0$ и $c_{31} < 0$, так как $c_{31} = -k_{31}m_y^{\text{оз}}$, $k_{31} = \text{const} > 0$, $m_y^{\text{оз}}$ — спиральный момент рыскания, который традиционно положителен [2]. Для рассматриваемого случая $a_{30} > 0$, так как БПЛА обладает флюгерной устойчивостью, и $a_{10} = -k_{10}c_z^\beta$, $k_{10} = \text{const} > 0$, $c_z^\beta < 0$ [2]. Следовательно, справедливо неравенство $a_{30}c_{10}/c_{31} < 0$, которое определяет два действительных нуля разных знаков в передаточной функции $W_\psi(s)$. Если учесть, что обычно $|a_{30}c_{10}/c_{31}| \gg |a_{10}|$,

то нули функции $W_\psi(s)$ с достаточной точностью вычисляются по приближенной формуле

$$N_{1,2} \approx \pm \sqrt{-a_{30}c_{10}/c_{31}}. \quad (4)$$

При большой степени флюгерной устойчивости справедливы неравенства $a_{30} \gg b_{31}$, $a_{30} > a_{10}$, что позволяет считать $a_{30} + b_{31}a_{10} \approx a_{30}$. Тогда корни уравнения $B_\psi(s) = 0$ определяются выражением

$$P_{1,4} \approx -\frac{b_{31} + a_{10}}{2} \pm i\sqrt{a_{30}}. \quad (5)$$

Корни уравнения $B_\gamma(s) = 0$ определяются параметрами системы стабилизации угла крена:

$$P_{3,4} \approx \frac{c_{21} + k_{\text{ох}}d_{30}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(c_{21} + k_{\text{ох}}d_{30})^2 - 4K_\gamma}. \quad (6)$$

Коэффициенты k_γ и $k_{\text{ох}}$ выбираются из условия, чтобы корни $P_{3,4}$ были действительными, отрицательными и различными.

Таким образом, для БПЛА с рассматриваемой конфигурацией расположения двух управляющих поверхностей характерно наличие у передаточной функции отрицательного нуля и, в соответствии с выражением (5), двух комплексно сопряженных полюсов P_1 и P_2 , расположенных близко к мнимой оси плоскости корней. Эти полюсы обуславливают нежелательную большую колебательность переходных процессов в канале управления углом рыскания.

3. АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ СТАБИЛИЗАЦИИ УГЛА РЫСКАНИЯ

Наличие нулевого полюса в передаточной функции (3) объекта управления позволяет обеспечить астатизм первого порядка в САУ и делает целесообразным применение пропорционального или пропорционально-дифференциального алгоритма стабилизации угла рыскания.

3.1. Пропорциональный алгоритм стабилизации

Пропорциональный алгоритм стабилизации угла рыскания формирует сигнал управления по крену в виде

$$\gamma_{\text{упр}} = i_n(\psi - \psi_{\text{упр}}), \quad (7)$$

где i_n — коэффициент передачи, $\psi_{\text{упр}}$ — управляющий сигнал по углу рыскания.

В динамической системе, которая описывается передаточной функцией (3) и алгоритмом (7), из-

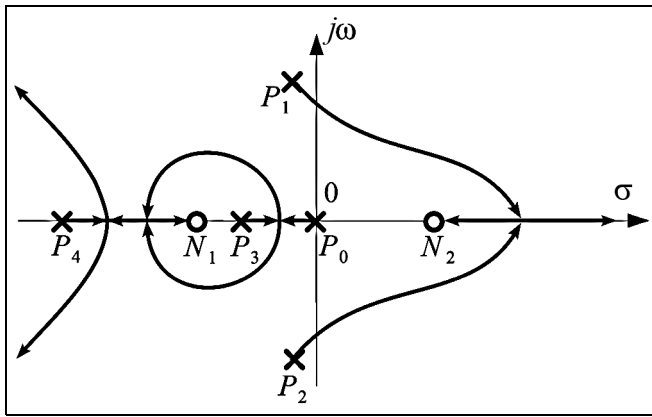


Рис. 1. Корневой годограф при пропорциональном алгоритме (7)

менение коэффициента i_n определяет изменение корней ее характеристического уравнения

$$\prod_{l=0}^4 (s + P_l) + i_n \frac{K_\gamma}{c_{31}} \prod_{j=1}^2 (s + N_j) = 0, \quad (8)$$

где $P_0 = 0$; P_l ($l = \overline{1, 4}$) — полюсы и N_j , $j = 1, 2$ — нули передаточной функции (3), вычисляемые по формулам (4)—(6). Траектории изменения корней уравнения (8) на комплексной плоскости корней целесообразно и удобно проанализировать с помощью метода корневого годографа [8].

Возможный вид корневого годографа, иллюстрирующий изменение корней уравнения (8) при изменении i_n от 0 до ∞ , приведен на рис. 1.

Отметим, что при $i_n = 0$ корни характеристического уравнения (8) совпадают с полюсами P_l , $l = \overline{0, 4}$, а при $i_n \rightarrow \infty$ они совпадают с нулями N_j , $j = 1, 2$. В рассматриваемом случае три траектории корневого годографа уравнения (8) стремятся в бесконечность, а две траектории — к нулям N_j , $j = 1, 2$. Представляет интерес поведение пары комплексных полюсов $P_{1,2}$, расположенных близко к мнимой оси. Для определения угла выхода траектории корневого годографа из полюса P_1 составим уравнение фазовых углов для точек, близких к полюсу P_1 :

$$\theta_1^0 + \theta_2^0 - \theta_0 - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 = 0, \quad (9)$$

где $\theta_{1,2}^0$ — фазовые углы векторов, проведенных к полюсу P_1 из нулей N_j , $j = 1, 2$; θ_0, θ_p , $l = 2, 4$, — фазовые углы векторов, проведенных к полюсу P_1 из полюсов P_0 и P_p , $l = \overline{2, 4}$. Если учесть условия, при

которых справедливы формулы (4)—(6), то можно считать, что $\theta_1^0 + \theta_2^0 \approx 0$; $\theta_0 \approx 90^\circ$; $\theta_2 \approx 90^\circ$; $\theta_4 \approx 0$. Тогда $\theta_1 \approx -\theta_3$, и поскольку $|\theta_3| \leq 90^\circ$, то и $|\theta_1| \leq 90^\circ$. Из этого следует, что при увеличении i_n комплексно сопряженные полюса $P_{1,2}$ устремляются в сторону правой полуплоскости к положительному полю N_2 , что обуславливает большую колебательность переходных процессов в динамической системе с передаточной функцией (3) и алгоритмом (7) даже при тех значениях i_n , при которых еще имеет место устойчивость.

3.2. Пропорционально-дифференциальный алгоритм стабилизации

В соответствии с пропорционально-дифференциальным алгоритмом стабилизации угла рыскания сигнал управления по крену формируется в виде

$$\gamma_{\text{упр}} = i_n(\psi - \psi_{\text{упр}}) + \rho_n \omega_y, \quad (10)$$

где ρ_n — коэффициент передачи по угловой скорости рыскания.

Для анализа динамической системы с передаточной функцией (3) с алгоритмом (10) рассмотрим ее характеристическое уравнение в виде

$$\sum_{l=0}^4 B_l s^l + (\rho_n s + i_n) \sum_{j=0}^2 A_j s^j = 0, \quad (11)$$

где $\sum_{l=0}^4 B_l s^l = s B_\gamma(s) B_\psi(s)$; $\sum_{j=0}^2 A_j s^j = K_\gamma A_\psi(s)$.

Уравнение (12) преобразуем к виду

$$B_4 s^5 + B_3 s^4 + (B_2 + A_2 \rho_n) s^3 + (B_1 + A_2 i_n + A_1 \rho_n) s^2 + (B_0 + A_1 i_n + A_0 \rho_n) s + A_0 i_n = 0.$$

Рассмотрим особенности области устойчивости для коэффициентов i_n и ρ_n , применяя метод D -разбиения [9]. Заменой s на $j\omega$ получаем параметрическое уравнение границы D -разбиения:

$$\begin{bmatrix} \rho_n \\ i_n \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta(\omega)} \begin{bmatrix} (-A_2 \omega^2 + A_0) & -A_1 \\ A_1 \omega^2 & -A_2 \omega^2 + A_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -B_4 \omega^4 + B_2 \omega^2 - B_0 \\ -B_3 \omega^4 + B_1 \omega^2 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где $\Delta(\omega) = (-A_2 \omega^2 + A_0)(-A_2 \omega^2 + A_0) - A_1(-A_1 \omega^2)$.

Отметим, что в данном случае на плоскости (i_n, ρ_n) имеется особая прямая $i_n = 0$. Для определения точек пересечения границы области устойчи-



чивости, определяемой уравнением (12), с осью ρ_n положим $i_n = 0$. Тогда для определения соответствующих значений ρ_n получим из уравнения (12) систему уравнений

$$\begin{cases} B_4\omega^4 - B_2\omega^2 + B_0 = (A_2\omega^2 - A_0)\rho_n, \\ B_3\omega^2 - B_1 = A_1\rho_n. \end{cases} \quad (13)$$

Система уравнений (13) преобразуется в квадратное уравнение относительно коэффициента ρ_n . Если учесть условия, при которых определялись нули и полюсы передаточной функции (3), то это квадратное уравнение имеет два действительных корня разных знаков.

Для определения точек пересечения с осью i_n положим $\rho_n = 0$. Тогда для определения соответствующих значений i_n получим систему уравнений

$$\begin{cases} B_4\omega^4 - B_2\omega^2 + B_0 = A_1i_n, \\ B_3\omega^4 - B_1\omega^2 = -(A_2\omega^2 + A_0)i_n. \end{cases} \quad (14)$$

При решении системы уравнений (14) получается одно кубическое уравнение относительно ω^2 . Поэтому граница области устойчивости с осью i_n может иметь одну или три точки пересечения. Отметим, что на практике в диапазоне частот, наиболее интересном в смысле построения области устойчивости, имеет место одно действительное решение.

Из решений уравнений (13) и (14) следует, что область устойчивости на плоскости (i_n, ρ_n) расположена справа от оси ρ_n в левой нижней части I квадранта и в левой верхней части IV квадранта. Таким образом, в алгоритме (10) могут быть использованы как положительные, так и нулевые или отрицательные значения ρ_n .

Рассмотрим, как выглядит корневой годограф для полюсов замкнутой системы при различных знаках коэффициента ρ_n .

Алгоритм (10) добавляет в разомкнутой системе третий нуль $N_3 = -i_n\rho_n^{-1}$. Рассмотрим корневой годограф при изменении i_n от 0 до $+\infty$ при условии фиксированного отношения i_n/ρ_n , т. е. при неподвижном нуле N_3 . Если $\rho_n > 0$, то нуль N_3 лежит в левой полуплоскости, и в уравнении фазовых углов (9) добавится член $\theta_3^0 \in [0^\circ; 90^\circ]$. Очевидно, $\theta_1 \in [-90^\circ; 90^\circ]$. Это означает, что при увеличении i_n ветви корневой годографа из полюсов $P_{1,2}$ будут

направлены в сторону правой полуплоскости. По этой причине добиться требуемого качества стабилизации при законе (10) с $\rho_n > 0$ не представляется возможным.

В случае, если $\rho_n < 0$, уравнение фазовых углов будет иметь вид

$$\theta_1^0 + \theta_2^0 + \theta_3^0 - \theta_0 - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 = \pi.$$

При этом $\theta_3^0 \in [90^\circ; 180^\circ]$. Рассуждая так же, как и в случае уравнения (9) при пропорциональном алгоритме (7), получаем: $\theta_1 \approx -\theta_3 + \theta_3^0 - \pi$. Таким образом, чем ближе мы будем приближать нуль N_3 к началу координат, тем на больший угол повернутся в отрицательном направлении ветви корневой годографа при выходе из полюсов $P_{1,2}$. Это означает, что при увеличении i_n при фиксированном отношении i_n/ρ_n , обеспечивающем близкое к началу координат расположение нуля N_3 , комплексно сопряженные полюса $P_{1,2}$ будут двигаться вглубь левой полуплоскости.

Отметим, что при фиксированном отношении i_n/ρ_n значение коэффициента i_n должна выбираться из условия $0 < i_n < i_n^{\text{гп}}$, где $i_n^{\text{гп}}$ — значение i_n , при котором система (3), (10) находится на границе устойчивости. Значение $i_n^{\text{гп}}$ определяется из совместного решения уравнения границы области устойчивости (12) и уравнения $\rho_n = -N_3^{-1}i_n$.

Таким образом, при $\rho_n < 0$ существует возможность уменьшить степень колебательности системы (3), (10) путем сдвига комплексно сопряженных полюсов влево от мнимой оси.

3.3. Выбор постоянной времени устройства согласования каналов рыскания и крена

Для согласования динамики сигнала управления, формируемого в канале рыскания по алгоритму (7) или (10), с сигналом управления по крену введем специальное устройство, которое на практике представляет собой динамическое звено — апериодический фильтр первого порядка [3]. При этом для обеспечения требуемого качества переходных процессов в системе управления рассматриваемого типа БПЛА с двумя аэродинамическими рулями необходимо выбрать постоянную времени устройства согласования с учетом применяемого алгоритма стабилизации.

Для варианта системы с пропорциональным алгоритмом стабилизации (7) и устройством со-

гласования сигнал управления по крену принимает вид

$$\gamma_{\text{упр}} = \frac{1}{T_n s + 1} i_n (\psi - \psi_{\text{упр}}), \quad (15)$$

где T_n — постоянная времени вводимого инерционного звена.

Введение апериодического (инерционного) звена добавляет дополнительный полюс $P_5 = -T_n^{-1}$ в разомкнутой системе. Угол выхода корневого годографа из полюса P_1 определяется из уравнения фазовых углов, которое получается из уравнения (9) при добавлении в него фазового угла θ_5 полюса P_5 :

$$\theta_1^0 + \theta_2^0 - \theta_0 - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 = 0.$$

При условиях, справедливых для формул (4)–(6), как и для уравнения (9), искомым углом выхода: $\theta_1 \approx -\theta_3 - \theta_5$. Таким образом, введение апериодического звена поворачивает ветви корневого годографа при выходе из полюсов в отрицательном направлении относительно мнимой оси. Выбрав достаточно большую постоянную времени T_n , можно добиться, чтобы при возрастании i_n пара комплексно сопряженных полюсов передаточной функции стала двигаться не в сторону правой полуплоскости, а вглубь левой полуплоскости. Относительный коэффициент затухания, соответствующий этой паре комплексно-сопряженных корней, при росте i_n в формуле (15) будет увеличиваться, что приводит к уменьшению колебательности переходных процессов.

При выборе постоянной времени T_n , чтобы не ухудшить динамические свойства системы, необходимо учитывать, что сопрягающая частота вводимого апериодического фильтра ($\omega_{\text{сопр}} = 1/T_n$) должна в 4–8 раз превышать частоту среза передаточной функции разомкнутой системы (3), которую приближенно можно оценить по формуле: $\omega_{\text{ср}} = a_{30}c_{10}/(a_{30} + b_{31}a_{10})$, откуда получаем условие для выбора значения T_n :

$$T_n \leq (0,125 \div 0,25) \frac{a_{30} + b_{31}a_{10}}{a_{30}c_{10}}. \quad (16)$$

Для варианта системы с пропорционально-дифференциальным алгоритмом стабилизации (10) и устройством согласования сигнал управления по крену принимает вид

$$\gamma_{\text{упр}} = \frac{1}{T_n s + 1} [i_n (\psi - \psi_{\text{упр}}) + \rho_n \omega_y]. \quad (17)$$

Из полученных ранее результатов следует, что при алгоритме (17) (для $\rho_n < 0$) имеет место соотношение: $\theta_1 \approx \theta_3^0 - \theta_3 - \theta_5 - \pi$. Таким образом, ветвь корневого годографа, выходящая из полюса P_1 , будет повернута относительно своего положения на углы $-\theta_5$ (что соответствует введению апериодического звена) и $\theta_3^0 - \pi$ (что соответствует введению угловой скорости в алгоритме (17)). При соответствующем выборе данных углов можно обеспечить требуемое качество переходных процессов в канале управления углом рыскания БПЛА рассматриваемого типа.

Отметим, что для случаев, когда $-\theta_5 = \theta_3^0 - \pi$ (т. е. $1/T_n = -i_n/\rho_n$), корневой годограф будет такой же, как и при алгоритме стабилизации вида

$$\gamma_{\text{упр}} = \frac{-T_n s + 1}{T_n s + 1} i_n (\psi - \psi_{\text{упр}}), \quad (18)$$

Динамическое звено с передаточной функцией $W_c(s) = (-T_n s + 1)/(T_n s + 1)$ представляет собой аппроксимацию первого порядка ряда Паде для звена чистого запаздывания (время запаздывания $\tau = 2T_n$) [10]. Следовательно, если технически возможно и целесообразно, то введение чистого запаздывания в пропорциональный алгоритм (7) может положительно сказаться на динамике переходных процессов. Однако это требует проведения дополнительных исследований.

На основе алгоритмов (2) и (17) рассмотрена задача координированного управления БПЛА с двумя аэродинамическими рулями [3].

4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ СТАБИЛИЗАЦИИ

Качественный анализ алгоритмов стабилизации угла рыскания проводился при соблюдении сформулированных в § 2 допущений на значения коэффициентов математической модели (1), что позволяет выполнить аналитическое исследование устойчивости и качества стабилизации линейного варианта системы управления угловым движением БПЛА рассматриваемого типа.

Для оценки влияния полной математической модели на результаты качественного анализа алгоритмов стабилизации угла рыскания рассмотрим систему стабилизации углового положения при боковом движении самолета «Lockheed Jetstar» [11] при отказе руля направления. В этом случае боковое угловое движение самолета описывается математической моделью (1). Предполагается, что в результате данного отказа автопилот стабилизации



углового положения самолета может перестраиваться на один из рассмотренных алгоритмов стабилизации угла рыскания.

Инерционно-массовые характеристики самолета в рассматриваемой конфигурации: $m = 17\,330$ кг, $I_x = 161\,030$ кг·м², $I_y = 330\,140$ кг·м², $I_z = 184\,210$ кг·м², $I_{xy} = 6861$ кг·м². Характеристика рассматриваемого режима: установившийся полет на уровне моря с постоянной скоростью $V = 178$ м/с с балансировочным углом атаки $\alpha_{\text{бал}} = 2,7^\circ$. Динамические коэффициенты ЛА на рассматриваемом режиме: $a_{10} = 0,241$ с⁻¹, $c_{10} = 0,055$ с⁻¹, $c_{21} = 1,799$ с⁻¹, $a_{20} = 9,2$ с⁻², $b_{21} = 0,178$ с⁻¹, $d_{20} = 5,694$ с⁻², $b_{31} = 0,374$ с⁻¹, $a_{30} = 6,859$ с⁻², $c_{31} = -0,203$ с⁻¹, $d_{30} = 0,088$ с⁻².

В таблице приведены значения полюсов разомкнутой системы, которая описывается уравнениями (1) и (2) при $k_\gamma = 5$, $k_{\omega x} = 2$, для трех вариантов расчета:

- 1) по приближенным формулам (5) и (6) при $a_{20} = 0$, $b_{21} = 0$, $d_{30} = 0$;
- 2) на основе характеристического уравнения при $a_{20} = 0$, $b_{21} = 0$, $d_{30} = 0$;
- 3) на основе характеристического уравнения при $a_{20} \neq 0$, $b_{21} \neq 0$, $d_{30} \neq 0$.

Из результатов расчетов, приведенных в таблице, следует, что положение полюсов разомкнутой системы, определяемые при принятых допущениях на величины коэффициентов математической модели (1), мало отличаются от полюсов, рассчитанных при учете информации обо всех коэффициентах уравнений (1).

Моделирование системы стабилизации угла рыскания, содержащей объект (1) и канал управления углом крена, работающий по алгоритму (2), проводилось с одним из рассмотренных ранее четырех алгоритмов стабилизации:

— пропорциональный (7) с $i_n = 3$, которому соответствуют полюсы замкнутой системы $P_0 = -0,181$; $P_{1,2} = -0,118 \pm 2,369i$; $P_3 = -2,369$; $P_4 = -10,4$;

Расчетные значения полюсов разомкнутой системы

Вариант	$P_{1,2}$	P_3	P_4
1	$-0,3075 \pm 2,619i$	-2,72	-10,467
2	$-0,3075 \pm 2,618i$	-2,72	-10,467
3	$-0,331 \pm 2,616i$	-2,663	-10,471

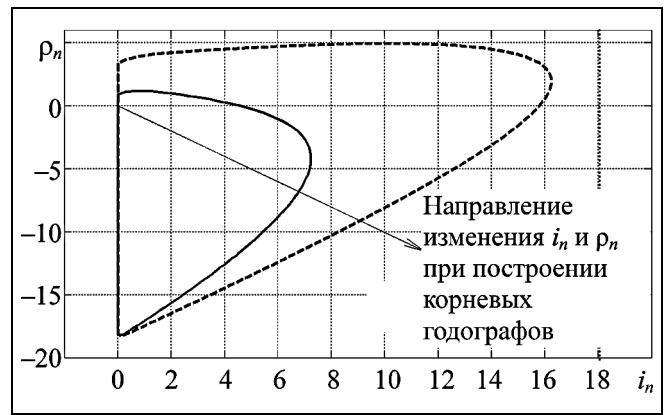


Рис. 2. Области устойчивости: — закон управления без инерционного звена; ---- закон управления с инерционным звеном

— пропорционально-дифференциальный (10) с $i_n = 3$; $\rho_n = -3$, которому соответствуют полюсы замкнутой системы $P_0 = -0,227$; $P_{1,2} = -0,417 \pm 1,73i$; $P_3 = -4,7$; $P_4 = -9,355$;

— пропорционально-дифференциальный (17) с $i_n = 3$; $\rho_n = -3$, в котором значение $T_n = 1$ с выбрано с учетом условия (16); для рассматриваемого объекта $T_n \leq 2,5$ с;

— пропорциональный с чистым запаздыванием $\gamma_{\text{упр}} = 3e^{-0,8s}(\psi - \psi_{\text{упр}})$.

Параметры алгоритмов стабилизации i_n и ρ_n выбраны внутри соответствующих областей устойчивости, которые представлены на рис. 2. Границы областей устойчивости рассчитаны на основе выражений (12)–(14) для принятых значений коэффициентов уравнений (1) и $T_n = 1$ с. Кроме границ областей устойчивости, на рис. 2 показана прямая линия, соответствующая уравнению $\rho_n = -N_3^{-1} i_n$, где $N_3 = 1$ — принятое при моделировании фиксированное положение нуля N_3 (см. п. 3.2). Видно, что введение инерционного звена с достаточно большой постоянной времени значительно расширяет область устойчивости. Это позволяет для алгоритма (17) выбрать большие значения коэффициента i_n , благодаря чему становится возможным повысить быстродействие системы стабилизации. Однако, как видно из рис. 2, диапазон увеличения коэффициента i_n в алгоритме (17) при сохранении фиксированного значения N_3 существенно сокращается по сравнению с вариантом, когда $\rho_n = \text{const}$. Отметим, что максимальная погрешность расчета области устойчивости при $a_{20} = 0$, $b_{21} = 0$, $d_{30} = 0$ составляет около 10 % (например,

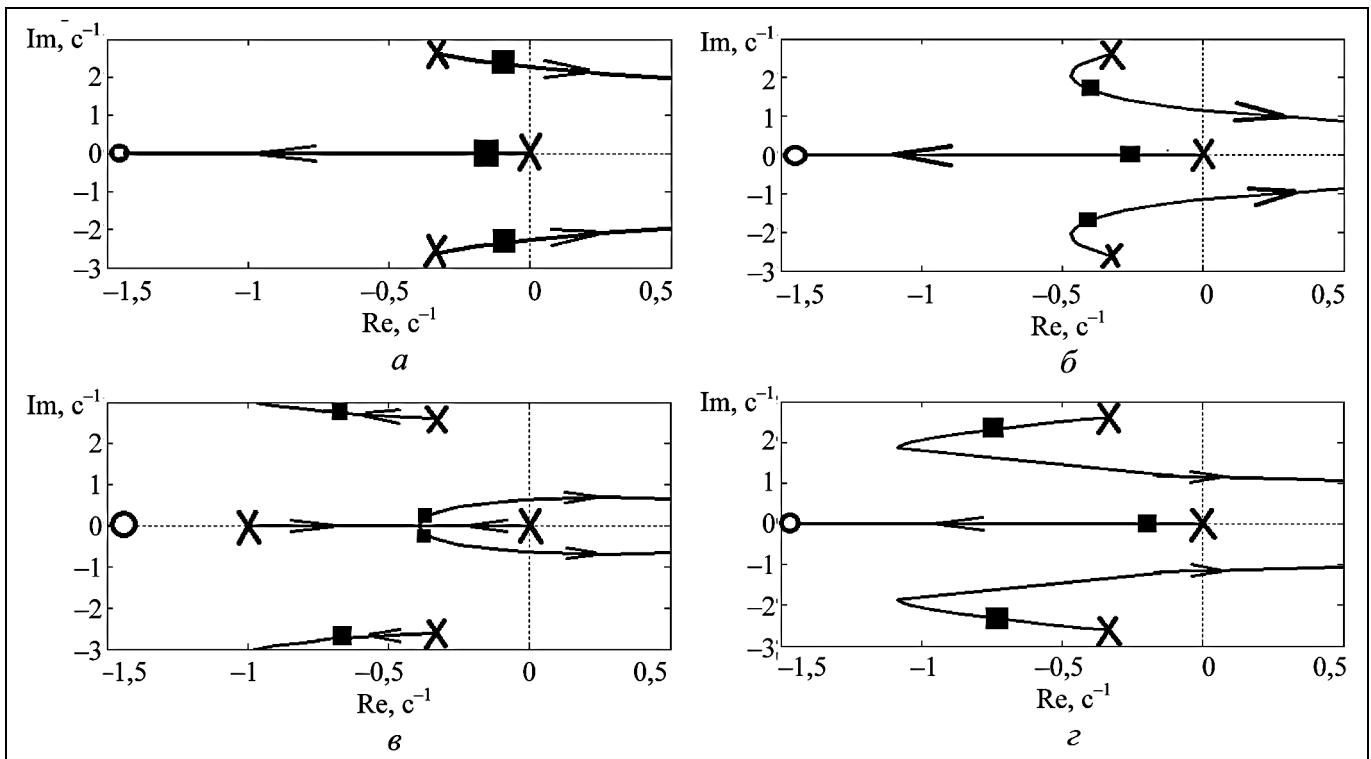


Рис. 3. Корневые годографы для доминирующих полюсов замкнутой системы при различных алгоритмах стабилизации бокового движения: *a* — алгоритм (7); *б* — алгоритм (10); *в* — алгоритм (17) (при $i_n = 3$ полюса: $P_{0,4} = -0,37 \pm 0,19i$; $P_{1,2} = -0,70 \pm 2,76i$); *г* — алгоритм (18) (при $i_n = 3$ полюса: $P_0 = -0,22$; $P_{1,2} = -0,74 \pm 2,31i$)

при $\rho_n = -3$ граничное значение $i_n = 7$ при наличии всех коэффициентов в модели (1) и $i_n = 7,8$ при $a_{20} = 0$, $b_{21} = 0$, v).

На рис. 3 представлены корневые годографы для полюсов, близких к мнимой оси (доминирующих полюсов), моделируемой системы с указанными ранее четырьмя исследуемыми алгоритмами стабилизации. На траекториях корней черными квадратами отмечены полюсы замкнутой системы при $i_n = 3$; $\rho_n = -3$. Корневой годограф на рис. 3, *a* подтверждает отмеченный в п. 3.1 факт, что при увеличении коэффициента i_n в пропорциональном алгоритме (7) пара комплексных полюсов $P_{1,2}$ замкнутой системы перемещается в сторону правой полуплоскости.

Корневой годограф на рис. 3, *б* построен при изменении коэффициента i_n с одновременным изменением ρ_n при условии $\rho_n/i_n = -1$ (направление изменения i_n и ρ_n показано на рисунке стрелкой) и показывает, что введение в алгоритм (10) сигнала угловой скорости при отрицательном ρ_n и фиксированном положении нуля N_3 изменяет первоначальное направление движения комплексно сопряженных полюсов $P_{1,2}$.

Из рис. 3, *в* видно, что применение алгоритма стабилизации (17), который добавляет системе дополнительный полюс, позволяет добиться перемещения комплексно сопряженных полюсов $P_{1,2}$ вглубь левой полуплоскости и обеспечивает наилучшее качество стабилизации (корневой годограф построен при изменении коэффициента i_n с одновременным изменением ρ_n при условии $\rho_n/i_n = -1$).

При введении в пропорциональный закон чистого запаздывания в виде (18) при увеличении коэффициента i_n комплексно-сопряженные полюса $P_{1,2}$ перемещаются вглубь правой полуплоскости (рис. 3, *г*).

На рис. 4 и 5 показаны осциллограммы реакции системы стабилизации на ступенчатое управляющее воздействие $\psi_{упр} = 1^\circ [t]$ и на ступенчатый порыв ветра, которому соответствует эквивалентный скачок угла скольжения $\beta_w = 1^\circ [t]$ соответственно. Из приведенных результатов моделирования видно, что при пропорциональном законе управления наблюдается большая колебательность переходных процессов. Применение алгоритмов стабилизации (10) и (17) позволяет существенно улуч-

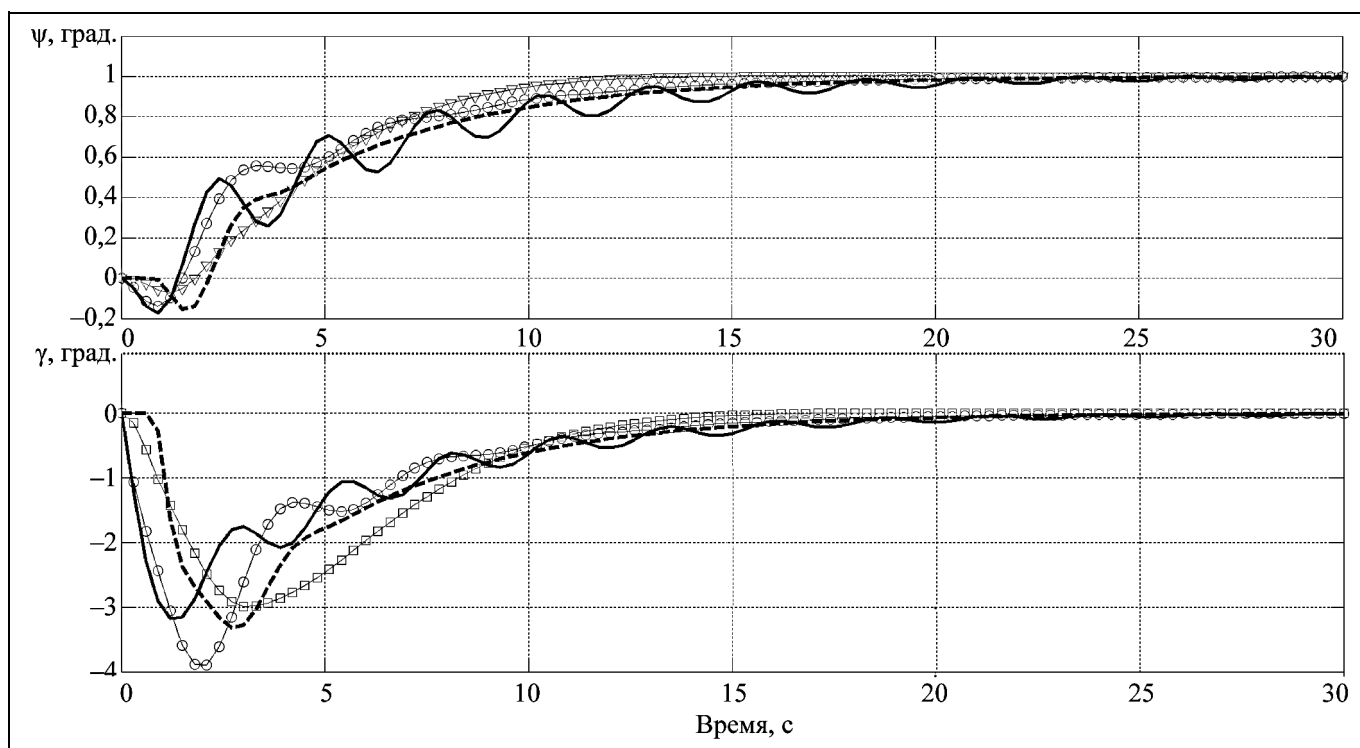


Рис. 4. Обработка ступенчатой команды управления при различных алгоритмах стабилизации угла рыскания: — пропорциональный закон управления; —○— закон управления по рассогласованию и угловой скорости; —□— закон управления по рассогласованию и угловой скорости с инерционным звеном; - - - пропорциональный закон управления с запаздыванием

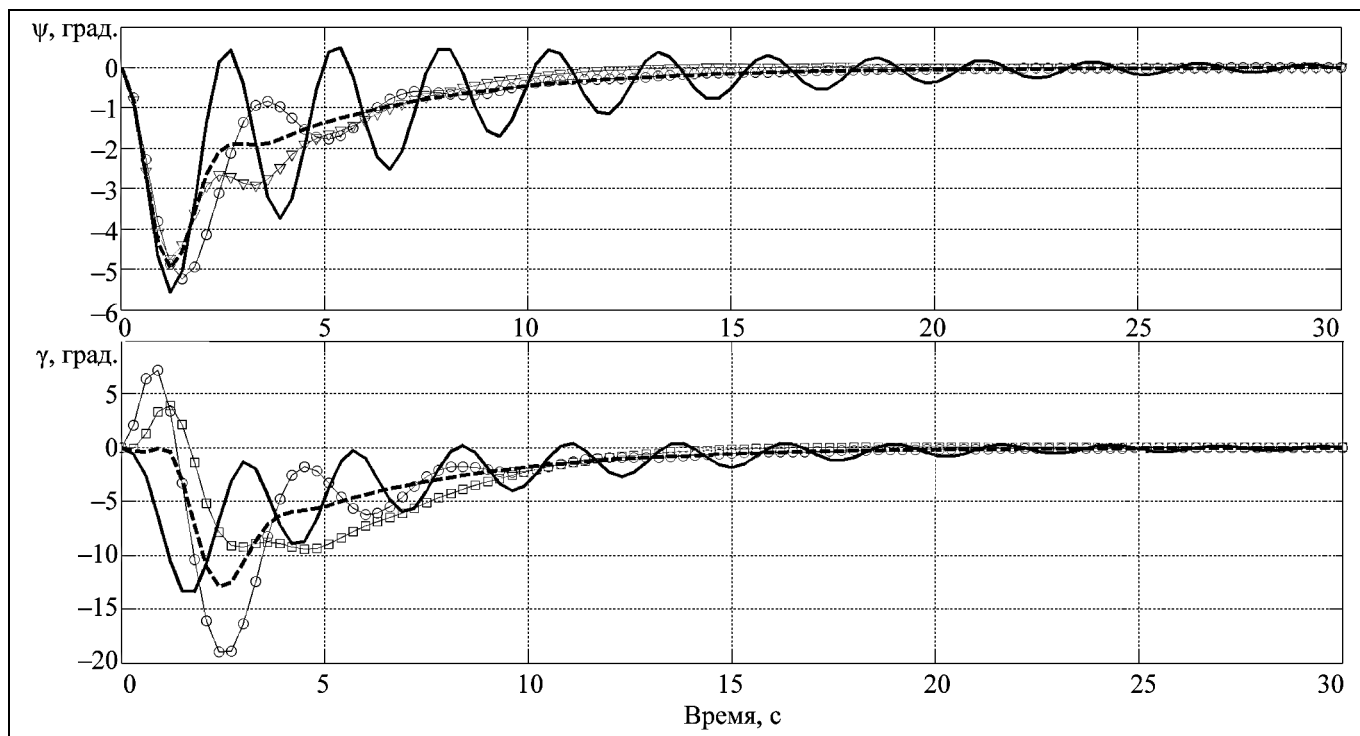


Рис. 5. Обработка ступенчатого порыва ветра при различных алгоритмах стабилизации угла рыскания: — пропорциональный закон управления; —○— закон управления по рассогласованию и угловой скорости; —□— закон управления по рассогласованию и угловой скорости с инерционным звеном; - - - пропорциональный закон с запаздыванием

шить качество переходных процессов. Наилучшее качество переходных процессов получается когда применяется инерционное звено с достаточно большой постоянной времени и выбирается отрицательное значение коэффициента ρ_n .

Отметим, что введение в пропорциональный алгоритм чистого запаздывания, равного 0,8 с, позволило существенно улучшить качество переходного процесса. Этот факт, безусловно, интересен. Однако при непосредственной реализации применение алгоритма (17) представляется оправданным и простым в реализации по сравнению с реализацией чистого запаздывания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведен анализ основных линейных законов формирования управляющих воздействий при отработке сигналов управления по курсу применительно к БПЛА с двумя управляющими поверхностями.

Проведенное исследование следует рассматривать как предварительное, направленное прежде всего на выяснение принципиальной возможности применения линейных алгоритмов управления для обеспечения заданных требований к динамическим характеристикам системы управления угловым положением БПЛА.

Анализ полученных результатов показывает, что среди алгоритмов формирования управляющих углов крена для стабилизации угла рыскания современных БПЛА с двумя управляющими поверхностями наиболее предпочтителен линейный пропорционально-дифференциальный алгоритм вида (17), при реализации которого целесообразно выбирать устройство согласования динамических характеристик каналов рыскания и крена в виде апериодического фильтра первого порядка с большой постоянной времени. Данный алгоритм прост в реализации и позволяет существенно снизить колебательность переходных процессов в системе стабилизации. Интересный результат, заслуживающий внимания, заключается в возможности

улучшения динамики переходного процесса при введении в пропорциональный алгоритм управления вида (7) чистого запаздывания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сыров А.С., Пучков А.М., Рутковский В.Ю., Глузов В.М. Задачи управления движением многорежимных беспилотных летательных аппаратов // Проблемы управления. — 2014. — № 4. — С. 45–52.
2. Боднер В.А. Теория автоматического управления полетом. — М.: Наука, 1964. — 608 с.
3. Сыров А.С., Пучков А.М., Селезнев А.Е., Глузов В.М. Алгоритмы модернизированного координированного управления беспилотным летательным аппаратом // Тр. XII Всероссийского совещания по проблемам управления (16–19 июня 2014 г., Москва, ИПУ РАН). — М., 2014. — С. 3407–3416.
4. Пат. № 2532720 РФ, кл. G05D. Двухканальное устройство координированного управления / А.С. Сыров, А.М. Пучков // Оpubл. 10.11.2014, Бюл. № 31.
5. Основы формирования облика систем управления авиационного ракетного вооружения / Э.М. Абадеев, Ю.П. Балыко, В.В. Ляпунов и др.; под ред. В.В. Трусова. — М.: Изд.-торговая корпорация «Дашков и К°», 2012. — 176 с.
6. Колесников А.А. Новые нелинейные методы управления полетом. — М.: Физматлит, 2013. — 196 с.
7. Боднер В.А., Козлов М.С. Стабилизация летательных аппаратов и автопилоты. — М.: Оборонгиз, 1961. — 508 с.
8. Удерман Э.Г. Метод корневого годографа в теории автоматических систем. — М.: Наука, 1972. — 448 с.
9. Красовский А.А., Поспелов Г.С. Основы автоматики и технической кибернетики. — М.—Л.: ГЭИ, 1962. — 968 с.
10. Титов Н.И., Успенский В.К. Моделирование систем с запаздыванием. — Л.: Энергия, 1969. — 97 с.
11. Heffley R., Jewell W. Aircraft handling qualities data / NASA Contractor Report-2144. December 1972. — P. 166–193.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Глузов Виктор Михайлович — д-р техн. наук, вед. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-87-79, ✉ vglum@ipu.ru,

Пучков Александр Михайлович — д-р техн. наук, нач. лаборатории, Московское опытно-конструкторское бюро «Марс», ☎ (495) 684-44-56, ✉ office@mokb-mars.ru,

Селезнев Антон Евгеньевич — аспирант, инженер 1 кат., Московское опытно-конструкторское бюро «Марс», ☎ (495) 684-44-56, ✉ office@mokb-mars.ru.

Не забудьте подписаться!

Подписку на журнал «Проблемы управления» можно оформить в любом почтовом отделении (подписной индекс 81708 в каталоге Роспечати или 38006 в объединенном каталоге «Пресса России»), а также через редакцию с любого месяца, при этом почтовые расходы редакция берет на себя. Отдельные номера редакция высылает по первому требованию.