

# ОПТИМИЗАЦИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В МУЛЬТИАГЕНТНОЙ СИЛЬНОСВЯЗАННОЙ СИСТЕМЕ «РИТЕЙЛЕР — БАНК — СТРАХОВЩИК»

М.И. Гераськин, В.В. Манахов

Рассмотрена задача согласованного оптимального планирования объемов продаж в мультиагентной сильносвязанной системе «ритейлер — банк — страховщик» при реализации непродовольственных товаров в кредит розничными торговыми сетями. Сформированы модели и механизмы оптимального планирования агентов, на основе которых разработана модель эффекта интеграции и механизм согласования интересов агентов. Проведено моделирование согласованного плана системы на примере реальных организаций розничного, банковского и страхового бизнеса.

**Ключевые слова:** ритейлер, банк, страховщик, степенная функция цены, мультиагентная сильносвязанная система, модель оптимального планирования, механизм согласования.

## ВВЕДЕНИЕ

Рынки товаров и услуг конечного потребления, на которых потребителем является население, в настоящее время преимущественно (за исключением случаев естественных и чистых монополий) представляют собой рынки монополистической конкуренции, где конкурирующие агенты-продавцы соперничают в борьбе за доли совокупного рыночного спроса на неунифицированное, но удовлетворяющее одну и ту же потребность покупателя благо. На пике жизненного цикла своего товара или услуги с учетом исчерпания потенциала роста конкурентных преимуществ, а также при снижении предельной эффективности рекламных инструментов, единственный путь дальнейшего наращивания рыночной ниши агента состоит в использовании потенциала агентов смежных рынков путем формирования комплексного набора товаров и услуг с образованием интегрированной системы агентов. Естественным путем интеграции для розничных торговых сетей (ритейлеров), ориентированных на продажу дорогостоящих товаров длительного пользования и не первой необходимости, является взаимодействие с кредитными организациями, обеспечивающими расширение платежеспособного спроса, которые, в свою очередь, озабочены расширением спроса на долгосрочные и

дорогостоящие кредитные продукты. Поскольку товарные кредиты, как правило, необеспеченные и высокорисковые, в интегрированную систему для снижения кредитного риска вовлекается страховая компания, которая также заинтересована в интенсификации сбыта на услуги, гарантирующие стабильность будущих потоков страховых премий. Таким образом формируется интегрированная мультиагентная система «ритейлер — банк — страховщик», общей особенностью агентов которой являются проблемы со сбытом, обусловленные их рыночным положением монополистических конкурентов и побуждающие к интеграции.

С другой стороны, рынки монополистической конкуренции как продукт монополии характерны наличием убывающей кривой совокупного спроса и, как следствие, демонстрируют понижательную тенденцию равновесной рыночной цены на фоне расширения рынка, что, в свою очередь, обуславливает унимодальный характер функций прибыли агентов по объему продаж. Обладание общей информацией о значениях индивидуальных оптимумов агентов в предположении о наличии координирующего центра (метацентра) мультиагентной системы, которая в этом случае является сильносвязанной, создает предпосылку определения согласованного плана продаж, закрепляющего принципы распределения прибыли между агентами

системы. Отметим, что согласование интересов агентов путем оптимального перераспределения объемов продаж в данном случае невозможно, поскольку общий объем продаж системы определяется оптимумом ритейлера как агента, запускающего механизм системы на основе взаимодействия с конечным покупателем, который вследствие этого становится потребителем услуг банка и страховщика.

Теоретические основы моделирования взаимодействий в мультиагентных системах сформулированы в рамках моделей обменных процессов агентов. Графоаналитические обменные модели [1] позволили сформулировать задачу оптимизации обмена ресурсами в вертикально-интегрированной системе агентов при ограничениях безубыточности из условия максимизации прироста суммарного дохода агентов [2], из условия максимизации суммарного гарантированного относительного дохода (относительно максимума дохода каждого агента) [3], из условия минимума суммарных издержек центра на выполнение контракта [4], для осуществления которого агентам предоставляются ресурсы. Модели обмена с использованием более общего критерия эффективности (совокупной полезности центра) стали основой для исследования механизмов обмена с позиций манипулирования информацией [5]. Рассматривались динамические графовые модели, в которых оптимизировались временные серии обмена ресурсами между фирмами, исходя из условия максимума объемов переданных ресурсов за период времени [6].

Прикладные модели оптимизации взаимодействий в системе «ритейлер — банк — страховщик», как правило, двухагентные и включают в себя в качестве параметра управления либо процентную ставку кредита, либо тариф страховщика, т. е. адаптированы для монополии или олигополии, поскольку не учитывают конкурентное ценообразование. В частности, исследовались: модель «заемщик — банк — страховщик» [7], в которой по критериям агентов определялся компромиссный уровень процентной ставки; модель взаимодействия страховщика и страхователя по выбору согласованного размера страхового тарифа [8]; модель взаимодействия производителя и банка по выбору согласованной процентной ставки [9]; модель оптимизации объема продаж ритейлера при ограничении на кредитные ресурсы [10]; модели взаимодействий страхователя и страховщика и неманипулируемые механизмы выбора согласованного размера страхового тарифа как для одного страхователя, так и для сети страхователей [11].

Расширение состава учитываемых в модели агентов, учет ценовой динамики на реальных потребительских рынках и разработка механизмов

согласования при наличии структурных связей между агентами будет способствовать развитию моделей управления в мультиагентных системах и представляется практически значимой проблемой.

## 1. МОДЕЛИ АГЕНТОВ СИСТЕМЫ

**Модель ритейлера.** Прибыль ритейлера образуется за счет доходов от продажи товаров за наличный расчет и в кредит и расходов на приобретение товаров, а также прочих, не зависящих от торговых операций, расходов. Предполагая тождественность функций цен при реализации товаров в кредит и за наличный расчет, сформируем целевую функцию ритейлера:

$$\pi_1 = \sum_{j=1}^J (p_j - c_{1j}) Q_j - u_1 u_3 \sum_{j=1}^J p_j \alpha_j Q_j - C_{f1}, \quad (1)$$

в которой институциональные параметры системы

$$\begin{aligned} u_1 &= w + h - l, \\ u_3 &= 1 - v, \end{aligned} \quad (2)$$

характеризуют:  $u_1$  — вознаграждение, получаемое банком ( $u_1 > 0$ ) или ритейлером ( $u_1 < 0$ ) за интеграцию в долях от объема оформленных кредитов,  $u_3$  — доля кредита от цены реализации товара. Обозначения в выражениях (1) и (2):  $p_j$ ,  $c_{1j}$  и  $Q_j$  — цена реализации, закупочная цена и объем продаж товаров  $j$ -й ассортиментной группы соответственно;  $\alpha_j$  — доля кредитов в товарообороте ритейлера,  $J$  — число ассортиментных групп;  $v \in [0, 1]$  — доля первоначального взноса от цены реализации товара;  $l \in [0, 1]$  — ставка арендной платы за размещение офиса банка на площадях ритейлера в виде доли от объема оформленных кредитов;  $w \in [0, 1]$  — комиссия, взимаемая банком с ритейлера по низкодходным кредитам в виде доли от объема оформленных кредитов;  $h \in [0, 1]$  — доля (от объема выданных кредитов) вознаграждения ритейлера банку за перевыполнение плана по товарообороту при  $\alpha_j \geq \tilde{\alpha}$ ;  $\tilde{\alpha}$  — относительный показатель плана продажи товаров в кредит от общего объема товарооборота;  $C_{f1}$  — постоянные издержки ритейлера.

Основная задача ритейлера формулируется в виде: определить вектор объемов продаж  $Q_1 = \{Q_j, j = 1, \dots, J\}$  из условия  $\max \pi_1(Q_1)$  при ограничении неотрицательности операционной прибыли (из функции (1)), которое по отдельным товарным позициям имеет вид

$$p_j \geq c_{1j} + u_1 u_3 p_j \alpha_j, \quad j = 1, \dots, J,$$



при условиях связи в виде *степенных* функций цен

$$p_j = a_j Q_j^{b_j}, \quad a_j > 0, \quad b_j < 0, \quad |b_j| < 1, \quad j = 1, \dots, J, \quad (3)$$

определяемых на основе регрессионных моделей, где  $a_j, b_j$  — коэффициенты регрессий, а также ограничения, наложенных в связи с установлением взаимодействий с банком:

$$\begin{aligned} -1 < u_{1\min} \leq u_1 \leq u_{1\max} \leq 1, \\ 0 < u_{3\min} \leq u_3 \leq u_{3\max} < 1, \end{aligned} \quad (4)$$

граничные значения которых, обозначенные индексами «min» и «max» определяются путем совместного анализа системы ограничений неотрицательности операционной прибыли ритейлера и банка. Выражение прибыли ритейлера с учетом условий (3) примет вид:

$$\begin{aligned} \pi_1 = \sum_{j=1}^J (a_j Q_j^{b_j+1} - c_{1j} Q_j) - \\ - u_1 u_3 \sum_{j=1}^J a_j \alpha_j Q_j^{b_j+1} - C_{f1}. \end{aligned} \quad (5)$$

**Модель страховщика.** Прибыль страховой организации по операциям страхования товаров, реализованных ритейлером в кредит, определяется превышением страховых премий над суммами комиссий, уплачиваемых банку за оформление страхования кредитов, суммами страховых выплат и издержками на ведение дела:

$$\pi_2 = u_3 \sum_{j=1}^J p_j Q_j \alpha_j \left( \frac{u_2}{12} s_j \tau_j - f\theta - c_{2j} \right) - C_{f2}, \quad (6)$$

где  $s_j$  — страховая ставка;  $\tau_j \in [1, T]$  — период погашения кредита (в месяцах) на приобретение товара  $j$ -го типа;  $T$  — максимальный срок товарных кредитов (в годах);  $f$  — вероятность возникновения страхового события ( $0 \leq f \leq 1$ );  $\theta \geq 1$  — доля страхового возмещения от суммы кредита;  $c_{2j}$  — издержки на обслуживание страхового полиса по кредиту на приобретение товара  $j$ -го типа;  $C_{f2}$  — постоянные издержки страховщика. Институциональный параметр системы взаимодействий с банком  $u_2 = 1 - \omega$  характеризует долю страховой премии, остающейся в распоряжении страховой компании после расчетов с банком, где  $\omega \in [0, 1]$  — ставка комиссии, уплачиваемой банку, в долях от объема собранных страховых премий.

Объем застрахованного имущества, реализованного ритейлером в кредит,

$$Q_2 = \sum_{j=1}^J Q_{2j} = u_3 \sum_{j=1}^J p_j Q_j \alpha_j. \quad (7)$$

Основная задача страховой компании формулируется в виде: определить вектор объемов страхования  $Q_2 = \{Q_{2j}, j = 1, \dots, J\}$  из условия  $\max_{Q_2}(\pi_2)$  при ограничении неотрицательности операционной прибыли (из выражения (6)) по каждому страховому продукту

$$\frac{u_2}{12} s_j \tau_j - f\theta \geq c_{2j}, \quad j = 1, \dots, J,$$

при условии связи в виде *степенной функции* цены (тарифа) страхового продукта

$$s = A_2 Q_2^{B_2}, \quad A_2 > 0, \quad B_2 < 0, \quad |B_2| < 1, \quad (8)$$

а также ограничении

$$0 < u_{2\min} \leq u_2 \leq u_{2\max} < 1, \quad (9)$$

где  $A_2$  и  $B_2$  — коэффициенты регрессии страхового тарифа,  $u_{2\min}$  и  $u_{2\max}$  определяются, исходя из неотрицательности операционной прибыли страховой компании и банка. С учетом функции страховых тарифов (8) и связи (7) прибыль страховщика определяется по формуле:

$$\pi_2 = \sum_{j=1}^J Q_{2j} \left( \frac{u_2}{12} A_2 Q_{2j}^{B_2} \tau_j - f\theta - c_{2j} \right) - C_{f2}. \quad (10)$$

**Модель банка.** Операционный доход банка, получаемый от товарного кредитования, образуется из потока погашения кредитов, дисконтированного к рассматриваемому периоду, а также упомянутых комиссий от ритейлера и страховщика, за вычетом издержек на привлечение ресурсов и прочих издержек, не зависящих от операций данного вида:

$$\begin{aligned} \pi_3 = \sum_{j=1}^J Q_{3j} \left( \tau_j \Sigma_d K_y(i(Q_{3j})) + u_1 + \right. \\ \left. + \frac{(1-u_2)s_j \tau_j}{12} - \frac{12}{\tau_j} - c_{3j} \right) - C_{f3}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $c_{3j}$  — издержки банка на предоставление кредита на приобретение товара  $j$ -го типа;  $C_{f3}$  — постоянные издержки банка;

$\Sigma_d = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+d)^t}$  — сред-

негодовой коэффициент дисконтирования;  $d$  — ставка дисконтирования;  $k_y$  — коэффициент аннуитетного платежа [12], представляющий собой функцию процентной ставки и объема кредитования:

$$k_y = i + \frac{i}{(1+i)^{\tau_j} - 1}, \quad (12)$$

где  $i$  — процентная ставка (в месяц) по кредиту,  $Q_3$  — объем товарного кредитования банка

$$Q_3 = u_3 \sum_{j=1}^J p_j Q_j \alpha_j. \quad (13)$$

Основная задача банка формулируется в виде: определить вектор объемов кредитования  $Q_3 = \{Q_{3j}, j = 1, \dots, J\}$  из условия  $\max_{Q_3} \pi_3(Q_3)$  при ограничениях (4) и (9), ограничении неотрицательности операционной прибыли (из выражения (11)) по отдельным кредитным позициям

$$\tau_j \sum_d k_y + u_1 + \frac{(1-u_2)s_j \tau_j}{12} - \frac{12}{\tau_j} - c_{3j} \geq 0, \\ j = 1, \dots, J,$$

при условии *степенной функции* цены на кредитный продукт (процентной ставки)

$$i = A_3 Q_3^{B_3}, \quad A_3 > 0, \quad B_3 < 0, \quad |B_3| < 1, \quad (14)$$

где  $A_3$  и  $B_3$  — коэффициенты регрессии процентной ставки.

## 2. ОПТИМАЛЬНЫЕ МЕХАНИЗМЫ АГЕНТОВ СИСТЕМЫ

Определим механизмы оптимального планирования объемов продаж, кредитования и страхования агентов системы в виде утверждений, доказательств которых представлены в Приложении.

**Утверждение 1.** При условиях  $a_j > 0$ ,  $b_j < 0$ ,  $|b_j| < 1$  механизм

$$Q_{1j}^* = c_{1j}^{1/b_j} [a_j(b_j + 1)(1 - u_1 u_3 \alpha_j)]^{-1/b_j}, \\ j = 1, \dots, J, \quad (15)$$

максимизирует прибыль ритейлера.

**Утверждение 2.** При условиях  $A_2 > 0$ ,  $B_2 < 0$ ,  $|B_2| < 1$  механизм

$$Q_{2j}^* = \left[ \frac{12(c_{2j} + f\theta)}{u_2 A_2 (B_2 + 1) \tau_j} \right]^{1/B_2}, \quad j = 1, \dots, J, \quad (16)$$

максимизирует прибыль страховщика.

**Утверждение 3.** При условиях  $A_3 > 0$ ,  $B_3 < 0$ ,  $|B_3| < 1$ ,  $s \ll i$ , механизм

$$Q_{3j}^* = \left[ \frac{12/\tau_j - u_1 + c_{3j} - (1-u_2)s_j \tau_j / 12 - \frac{\sum_d}{\bar{\tau}}}{\tau_j \sum_d A_3 (B_3 (\tau_j - 1) \bar{\tau} + 1)} \right]^{1/B_3}, \\ j = 1, \dots, J, \quad (17)$$

максимизирует прибыль банка, при этом  $\bar{\tau} = 1 + \frac{1 + \frac{\tau_j - 2}{3} \bar{i}}{\tau_j \bar{\tau}^2}$ . ♦

На основе зависимостей (3), (7) и (13) определим взаимосвязь между объемом продаж товаров ритейлером  $Q_{1j}$  и объемом выданных банком и застрахованных страховщиком кредитов  $Q_{2j} = Q_{3j}$ :

$$Q_{kj} = u_3 a_j \alpha_j Q_{1j}^{1+b_j}, \quad j = 1, \dots, J, \quad k = 2, 3, \quad (18)$$

поскольку  $Q_{kj} = u_3 p_j \alpha_j Q_{1j} = u_3 a_j Q_{1j}^{b_j} \alpha_j Q_{1j} = u_3 a_j \alpha_j Q_{1j}^{1+b_j}$ .

Оптимальные механизмы агентов (15)–(17) и условие связи (18) позволяют оценить степень ответственности оптимумов агентов системы и разработать механизмы согласования их интересов.

## 3. АНАЛИЗ ФОРМ СТРУКТУРИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ

Система «ритейлер — банк — страховщик» в зависимости от конкретной экономической ситуации может быть структурирована в разных формах.

Форма *неинтегрированной системы* реализуется в случае отсутствия коммерческих взаимодействий банка и страховой компании с ритейлером по операциям кредитования розничного товарооборота и страхования возникающих при этом кредитных рисков; при этом  $\alpha = 0$ , поэтому долю кредитного товарооборота ритейлера можно считать *показателем интеграции*.

Форма вертикально *интегрированной системы*, образуемой взаимосвязанной последовательностью операций «розничные продажи — кредитование — страхование», формируется в случае участия банка и страховой компании в операциях ритейлера; при этом  $\alpha > 0$ , и система может быть организована следующим образом.

Прежде всего, если в структуре капиталов агентов не представлены одни и те же собственники, образуется (рис. 1) *система слабосвязанных агентов* [13], основанная на неимущественной (мягкой) интеграции [14] в виде контроля над рынками продуктов и взаимозависимого выбора на рынках ресурсов. В этом случае отсутствует общая функция полезности (метакритерий) агентов системы, формализующая взаимосвязь критериев агентов, оптимум продаж всех агентов определяется оптимальным значением объема продаж ритейлера как агента, стратегия которого зависит от конечного покупательского спроса, в то время как стратегии других агентов предопределены производным спросом на услуги кредитования и страхования. Согласование взаимодействий агентов в

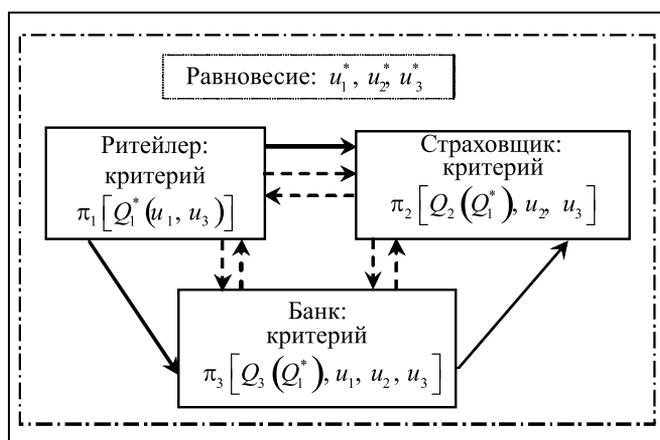


Рис. 1. Схема слабо связанной интегрированной системы: функциональные связи ( $\rightarrow$ ), финансовые потоки ( $-\rightarrow$ ), виртуальный контур управления ( $-\cdot-\cdot-$ )

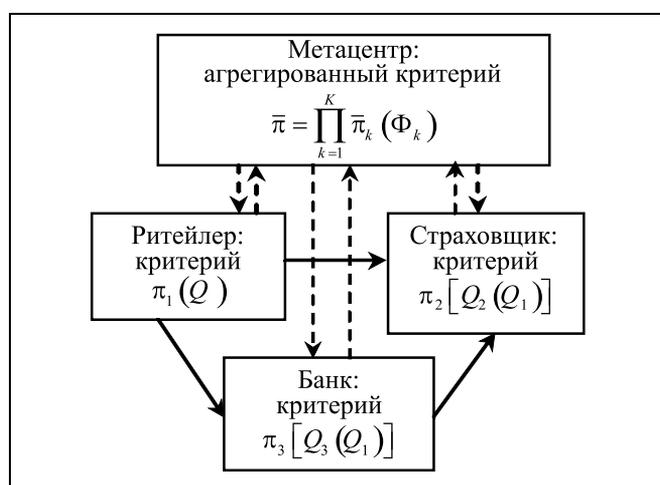


Рис. 2. Схема сильно связанной интегрированной системы: функциональные связи ( $\rightarrow$ ), финансовые потоки ( $-\rightarrow$ )

слабо связанной системе реализуется в виде виртуального управления и основано на взаимовыгодном выборе агентами параметров внутрисистемных взаимодействий  $u_1, u_2, u_3$ .

Далее, если среди учредителей агентов имеются общие собственники, формируется *система сильно связанных агентов* (рис. 2), основанная на имущественной (жесткой) интеграции [14] в виде холдингов с дочерними и зависимыми обществами или распределенных холдингов, имеющих в виде центра корпорацию, и структуры взаимного участия в капитале. В этом случае варьирование параметров внутрисистемных взаимодействий излишне усложняет решение, а стратегии продаж агентов также определяются оптимальным значением объема продаж ритейлера, однако согласование взаи-

модействий агентов достигается благодаря перераспределению соответствующих этим значениям уровней прибыли на основе агрегированного критерия общей полезности [5].

Отметим, что *картель (монопредприятие)* как разновидность системы сильно связанных агентов, при которой система функционирует при оптимуме, определяемом совокупной прибылью агентов, не применим в рассматриваемой экономической ситуации в силу некоторых особенностей. Вовлечение банка в систему предусмотрено необходимостью повышения спроса благодаря кредитному механизму финансирования, однако если у монопредприятия достаточно финансовых ресурсов для кредитования, оно может достичь расширения спроса путем введения системы скидок с эквивалентными финансовыми результатами, следовательно, исчезает потребность в банке как в обособленном агенте. Аналогично, обособление от монопредприятия страховой компании как агента нацелено на понижение кредитных рисков, которые не возникают при элиминировании агента-банка, кроме того, в случае интеграции страховой компании в картель не достигается цель диверсификации кредитных рисков между различными собственниками.

#### 4. МЕХАНИЗМ СОГЛАСОВАНИЯ ИНТЕРЕСОВ В СИСТЕМЕ С СИЛЬНО СВЯЗАННЫМИ АГЕНТАМИ

Рассогласование интересов сильно связанных агентов в системе «ритейлер — банк — страховая компания» возникает вследствие отличия оптимумов  $(K - 1)$ -го агента, определяемых по механизмам (15)–(17) из условия максимума прибыли агента

$$Q_k^* = \operatorname{argmax}_{Q_k} \pi_k(Q_k), \quad k = 1, \dots, K, \quad (19)$$

от системного оптимума  $Q_C^*$ , выбираемого всеми агентами, исходя из максимальной общей прибыли системы

$$Q_C^* = \operatorname{argmax}_k \sum_{k=1}^K \pi_k(Q_k^*).$$

В рассматриваемой экономической ситуации оптимум системы совпадает с оптимумом ритейлера  $Q^* = Q_1^*$  вследствие взаимосвязи (18) между основным и производным спросом на товары и услуги агентов, поскольку ритейлер выступает инициатором интеграции (метаинтеграции).

Согласование интересов агентов основано на сопоставлении суммарных значений прибыли интегрированной системы при оптимуме  $Q_1^*$  и при-

были неинтегрированной системы при отсутствии кредитного товарооборота ( $\alpha = 0$ ). Модель эффекта интеграции имеет вид

$$\Phi = \sum_{k=1}^K \pi_k(Q_C^*) - \sum_{k=1}^K \pi_{k(\alpha=0)}(Q_k^*), \quad (20)$$

а поскольку в рассматриваемой модели при отсутствии интеграции с ритейлером другие агенты не получают дополнительной прибыли, то

$$\sum_{k=1}^K \pi_{k(\alpha=0)}(Q_k^*) = \pi_{1(\alpha=0)}^* = \max_{Q, \alpha=0} \pi_{1(\alpha=0)}(Q_1).$$

Эффект интеграции должен быть распределен между агентами, исходя из условия минимума отклонений прибыли от оптимумов агентов аналогично механизму обратных приоритетов в задаче смешанного проектного финансирования [13]:

$$\begin{cases} \min \bar{\pi}, \\ \bar{\pi} = \prod_{k=1}^K \bar{\pi}(\Phi_k), \\ \bar{\pi}(\Phi_k) = \left( \frac{\pi(\Phi_k) - \pi_k^{\max}}{\pi_k^{\min} - \pi_k^{\max}} \right)^2, \\ \sum_{k=1}^K \Phi_k = \Phi, \end{cases} \quad (21)$$

где  $\bar{\pi}_k(\Phi_k)$  — нормализованное значение прибыли  $k$ -го агента;  $\pi_k^{\max} = \max_Q \pi_k(Q_k)$ ,  $\pi_k^{\min} = \min_k \pi_k(Q_k^*)$ ,  $k = 1, \dots, K$ . Критерий в задаче (21) представляет собой агрегированную функцию полезности системы, причем поскольку компоненты частных критериев агентов входят в эту задачу в нормализованной форме, то удовлетворяющее задаче (21) распределение эффекта обеспечивает максимальную эффективность решения многокритериальной задачи (18) по принципу минимакса [15, 16]

$$\bar{\pi}^*(\Phi^*) = \min_{\Phi_k \in \Phi} \max_{k \in K} \bar{\pi}_k(\Phi_k),$$

что соответствует Парето-эффективности.

Согласованные значения прибыли агентов  $\pi_k^*(\Phi_k)$  определяются по функции распределения эффекта:

$$\pi_k^*(\Phi_k) = \pi_{k(\alpha=0)}^* + (\Phi_k^*), \quad k = 1, \dots, K. \quad (22)$$

Механизм распределения эффекта интеграции, оптимизирующий модель (21), сформулируем в виде утверждения (доказательство см. в Приложении).

**Утверждение 4.** Механизм распределения дополнительного эффекта в сильносвязанной интегрированной системе агентов

$$\Phi_k^* = \frac{1}{K} \left( \Phi - (K-1)(\pi_{k(\alpha=0)}^* - \pi_k^{\max}) + \sum_{i=1, i \neq k}^K (\pi_{k(\alpha=0)}^* - \pi_i^{\max}) \right), \quad k = 1, \dots, K, \quad (23)$$

максимизирует агрегированную функцию полезности в задаче условного экстремума (21) для непрерывно дифференцируемой функции распределения (22). ♦

Модель и механизм распределения эффекта интеграции (20), (22) и (23) позволяют определить сбалансированное распределение прибыли в системе сильносвязанных агентов, обеспечивающее согласование их интересов в смысле наименьшего отклонения от индивидуальных оптимумов. Для реализации механизма (23) агенты сообщают метacentру информацию о значениях прибыли  $\hat{\pi}_{k(\alpha=0)}^*$  при отсутствии интеграции, при оптимуме для интегрированной системы  $\hat{\pi}_k(Q_C^*)$ , и при локальных оптимумах  $\hat{\pi}_k^{\max}$ . Принцип интеграции системы «ритейлер — банк — страховщик» предполагает, что один из агентов (как правило, ритейлер как агент, функционально связанный с конечным потребителем) служит метacentром. Сообщаемые агентами значения прибыли могут совпадать с фактическими  $\hat{\pi}_{k(\alpha=0)}^* = \pi_{k(\alpha=0)}^*$ ,  $\hat{\pi}_k(Q_C^*) = \pi_k(Q_C^*)$ ,  $\hat{\pi}_k^{\max} = \pi_k^{\max}$ , т. е. быть равновесными по Нэшу; в этом случае механизм может быть отнесен к классу неманипулируемых [5], однако эта проблема требует дальнейшего исследования.

Подставим механизм (23) в функцию распределения эффекта (22):

$$\begin{aligned} \pi_k^*(\Phi_k) &= \pi_{k(\alpha=0)}^* + \frac{1}{K} \left( \Phi - (K-1) \times \right. \\ &\times (\pi_{k(\alpha=0)}^* - \pi_k^{\max}) + \left. \sum_{i=1, i \neq k}^K (\pi_{k(\alpha=0)}^* - \pi_i^{\max}) \right) = \\ &= \frac{1}{K} \left( \Phi - \sum_{i=1}^K \pi_{i(\alpha=0)}^* - \sum_{i=1}^K \pi_i^{\max} + K\pi_k^{\max} \right), \end{aligned}$$

откуда, подставив модель эффекта (20), получим

$$\pi_k^*(\Phi_k) = \frac{1}{K} \left( \sum_{i=1}^K \pi_i(Q_C^*) - \sum_{i=1}^K \pi_i^{\max} \right) + \pi_k^{\max}. \quad (24)$$

Анализ выражения (24) показывает, что если  $\pi_k^{\max} \geq 0$ ,  $\pi_k(Q_C^*) \geq 0$ , то предложенные модель и механизм распределения эффекта работоспособ-



ны, т. е. позволяют определить неотрицательный согласованный вектор прибыли, при условии

$$\pi_k^{\max} \geq \Delta\pi_{\text{cp}} = \frac{1}{K} \left( \sum_{i=1}^K \pi_i^{\max} - \sum_{i=1}^K \pi_i(Q_C^*) \right),$$

$$k = 1, \dots, K,$$

где  $\Delta\pi_{\text{cp}}$  — средние потери прибыли всех агентов вследствие интеграции в систему. Невыполнение этого условия означает, что максимум прибыли некоторого агента несопоставимо мал по сравнению с  $\Delta\pi_{\text{cp}}$ ; в этом случае для данного агента согласованное значение прибыли может быть принято равным  $\pi_k^*(\Phi_k) = \pi_k^{\max}$ , что несущественно повлияет на интересы других агентов.

Таким образом, в общем виде модель и механизм распределения эффекта интеграции (20), (22) и (23) можно представить как

$$\pi_k^*(\Phi_k) = \begin{cases} \frac{1}{K} \left( \sum_{i=1}^K \pi_i(Q_C^*) - \sum_{i=1}^K \pi_i^{\max} \right) + \pi_k^{\max} \\ \text{при } \pi_k^{\max} \geq \Delta\pi_{\text{cp}}, \\ \pi_k^{\max} \text{ при } \pi_k^{\max} < \Delta\pi_{\text{cp}}. \end{cases} \quad (25)$$

В результате применения механизма (25) баланс прибыли после ее распределения между агентами может нарушиться не более чем на величину  $\Delta\pi_{\text{cp}}$ , поскольку

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^K \pi_k^*(\Phi_k) - \sum_{k=1}^K \pi_k(Q_C^*) &= \frac{K-1}{K} \left( \sum_{i=1}^K \pi_i(Q_C^*) - \sum_{i=1}^K \pi_i^{\max} \right) + \sum_{i=1, i \neq k}^K \pi_i^{\max} + \pi_k^{\max} - \sum_{k=1}^K \pi_k(Q_C^*) = \\ &= \frac{1}{K} \left( \sum_{i=1}^K \pi_i^{\max} - \sum_{i=1}^K \pi_i(Q_C^*) \right) = \Delta\pi_{\text{cp}}. \end{aligned}$$

## 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ СОГЛАСОВАНИЯ ИНТЕРЕСОВ В СИЛЬНОСВЯЗАННОЙ СИСТЕМЕ

Моделирование системы «ритейлер — банк — страховщик» проведено на примере взаимодействия розничной торговой сети ООО «Эльдорадо», являющейся одним из крупнейших партнеров ООО «Хоум Кредит энд Финанс Банк», который, в свою очередь, на основе агентского договора (соглашения о распространении услуг страхования) сотрудничает с ОАО «Страховая компания «Ренессанс»». Поскольку в структуре товарооборота ритейлера доминирует крупногабаритная бытовая техника, выручка от продажи которой составляет 64 % объема продаж, то регрессии цен (3) определены по этой товарной группе в виде

$$p = 54013 Q_1^{-0,103}, \quad (26)$$

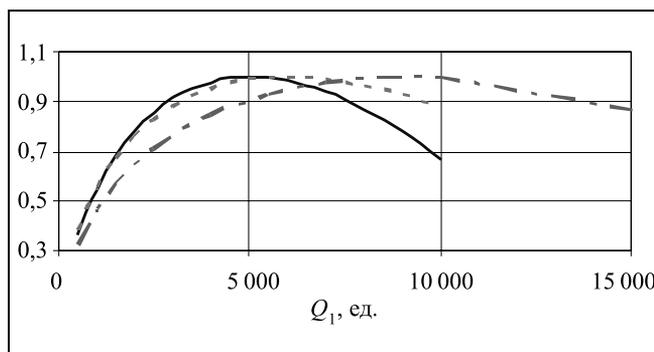


Рис. 3. Расчетные кривые относительных показателей прибыли агентов:  $\pi_1/\pi_{1\max}$  (—);  $\pi/\pi_{\max}$  (-----);  $\pi_3/\pi_{3\max}$  (-·-·-)

а регрессии цен на кредитные и страховые продукты (8) и (14), стандартизированные для товарного кредитования, сформированы в виде

$$s = 0,045 Q_2^{-0,115}, \quad i = 0,9 Q_3^{-0,2}, \quad (27)$$

следовательно, эластичность процентной ставки (модуль показателя степени регрессии) существенно выше эластичности страхового тарифа и цен товаров ритейлера. Статистический анализ цен (26), (27) основывался на ежемесячных показателях продаж ритейлера, соответствующих показателях кредитования банка и объемов услуг страховщика за период с 2012 г. до первого полугодия 2014 г. (30 отчетных периодов), коэффициент детерминации регрессий составил не менее 0,85.

Моделирование проведено при параметрах состояния, установившихся в системе в 2014 г.:  $u_1 = 0,05$  ( $w = 0,1$ ,  $h = 0,05$ ,  $l = 0,1$ ),  $u_2 = 0,96$  ( $\omega = 0,04$ ),  $u_3 = 0,9$  ( $v = 0,1$ ),  $\alpha = 0,15$ ,  $f = 0,01$ ,  $\theta = 1,1$ ,  $\tau = 24$  мес,  $T = 2$  года,  $d = 0,3$ . Переменные издержки ритейлера, банка и страховщика принимались равными:  $c_{1j} = 20$  тыс. руб.,  $c_{2j} = 0,01$ ,  $c_{3j} = 0,44$ . Постоянные, не зависящие от объемов рассматриваемых операций издержки агентов не учитывались  $C_{f1} = C_{f2} = C_{f3} = 0$ .

Оценка погрешности замены точных формул коэффициента аннуитета (12) и его производной на приближенные выражения, приведенные в приложении (формулы (П2), (П4)) проведена в диапазоне изменения месячной процентной ставки  $0,02 \leq i \leq 0,03$  и срока кредитования  $1 \leq \tau \leq 24$ . Анализ показал, что относительные погрешности приближенных формул (П2) и (П4) возрастают с увеличением  $i$  и  $\tau$ , не превышая 5 % на границах диапазона.

На рис. 3 показаны графики изменения относительных (нормированных по максимальному значению) показателей прибыли агентов, рассчи-

**Расчет параметров согласованной интегрированной системы**

Агент	Оптимумы агентов		План интегрированной несогласованной системы		План неинтегрированной системы		Эффект интеграции $\Phi$ , тыс. руб.	Отклонение неинтегрированного плана от оптимумов $\pi_k^*(\alpha=0) - \pi_k^{\max}$ , тыс. руб.	Распределение эффекта интеграции $\Phi_k$ , тыс. руб.	Прибыль согласованной системы, тыс. руб.
	$Q_k^*$ , ед.	$\pi_k(Q_k^*)$ , тыс. руб.	$Q_k^*$ , ед.	$\pi_k(Q_k^*)$ , тыс. руб.	$Q_k^*$ , ед.	$\pi_k(Q_k^*)$ , тыс. руб.				
Ритейлер	5037	11 566,6	5037	11 566,6	5500	10 497,4	1069,1	-1069,1	1061,8	11 559,2
Страховщик	6021	26,0	5037	25,7	0	0,0	25,7	-26,0	18,7	18,7
Банк	15 879	2375,8	5037	2354,1	0	0,0	2354,1	-2375,8	2368,5	2368,5
Итого	—	13 968,4	—	13 946,4	—	10 497,4	3449,0	—	3449,0	13 946,4

танных на основе моделей прибыли (1), (6) и (15), иллюстрирующие несогласование интересов агентов: оптимальный объем продаж ритейлера ниже оптимума страховщика и существенно меньше оптимума банка, что обуславливает значительный уровень недополучаемой банком и страховщиком прибыли при реализации оптимума ритейлера.

Оптимальные значения объемов продаж агентов, максимизирующие их кривые прибыли (см. рис. 3), полученные на основе механизмов (15)—(17) и выраженные в единицах товарооборота ритейлера в соответствии с условием (18), представлены в таблице, где также рассчитаны соответствующие максимумы прибыли агентов. Сопоставление оптимальных планов агентов с планом интегрированной несогласованной системы показывает незначительное снижение максимальной прибыли страховщика и существенную потерю прибыли банка. План неинтегрированной системы, сформированный в предположении нулевого уровня кредитного товарооборота ритейлера ( $\alpha = 0$ ), позволяет рассчитать эффект интеграции  $\Phi$  по формуле (20), сумма которого распределяется между агентами по механизму (23) в виде  $\Phi_k$ . Рассчитанная по формулам (22) или (25) прибыль агентов интегрированной согласованной системы характеризует уровень эффективности агентов, при котором они заинтересованы функционировать в системе в условиях полной информированности и существования общей функции полезности системы, выражающей принцип минимального отклонения прибыли агентов от их индивидуальных оптимумов.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Сформированные модели ритейлера, банка и страховщика позволяют рассчитать значения прибыли агентов, взаимодействующих при товарном кредитовании и реализации ритейлером товаров в кредит. На основе моделей агентов получены оптимальные механизмы планирования объемов продаж и услуг, анализ которых показал отсутствие согласования оптимальных планов агентов в общем случае. Анализ вариантов структурирования системы взаимодействующих агентов показал, что основным условием формирования механизма согласования их интересов является установление сильносвязанных отношений на основе жесткой интеграции, допускающих моделирование процесса выбора общей стратегии системы на основе агрегированной функции полезности. В этом случае метакритерий системы отражает необходимость минимизации относительных отклонений прибыли агентов интегрированной системы от максимальных значений их прибыли в предположении отсутствия интеграции, что способствует достижению согласованного состояния в системе. Механизм согласованного распределения прибыли на основе информации о максимумах прибыли агентов неманипулируемый, поскольку в соответствии с предложенными моделями эта информация обшая и достоверная.

Моделирование оптимальных и согласованных механизмов планирования на основе информации о динамике реальных рынков товаров крупногабаритной бытовой техники, товарных кредитных и страховых продуктов в 2013—2014 гг. в Самарской



области подтвердило работоспособность предложенных моделей и механизмов и позволило выявить следующие характерные черты рассматриваемых рынков. Оптимальный объем кредитования банка в сопоставимых единицах существенно превышает оптимум услуг страховщика и оптимум продаж ритейлера вследствие высокой эластичности процентной ставки по сравнению с эластичностью цен на потребительские товары и страховые продукты; это с учетом понижательных ценовых тенденций обуславливает лидирующее положение ритейлера по уровню прибыли и стратегическую заинтересованность банка в интеграции с ритейлером, поскольку максимальная прибыль банка достигается при объеме рынка, существенно превышающем оптимум ритейлера; для страховщика характерна та же тенденция, хотя и в меньшей степени. Таким образом, подтверждена экономическая целесообразность формирования интегрированной системы «ритейлер — банк — страховщик».

**ПРИЛОЖЕНИЕ**

Доказательство утверждения 1. Запишем необходимые условия максимума прибыли (5) ритейлера

$$\pi'_{1Q_j} = a_j(b_j + 1)Q_j^{b_j} [1 - u_1 u_3 \alpha_j] - c_{1j} = 0, \quad j = 1, \dots, J,$$

откуда выразим оптимальные значения объемов продаж ритейлера в виде механизма (15).

Достаточное условие максимума прибыли ритейлера

$$\pi''_{1Q_j} = a_j(b_j + 1)b_j Q_j^{b_j-1} [1 - u_1 u_3 \alpha_j] < 0, \quad j = 1, \dots, J,$$

выполняется  $\forall Q_{1j}^* > 0$ , поскольку  $a_j > 0$ ,  $b_j < 0$ ,  $|b_j| < 1$ , и  $Q_{1j}^*$  определено по выражению (15) только при  $1 - u_1 u_3 \alpha_j > 0$ .

Доказательство утверждения 2. Запишем необходимые условия максимума прибыли (10) страховщика

$$\pi'_{2Q_{2j}} = \frac{u_2}{12} A_2(B_2 + 1)Q_{2j}^{B_2} \tau_j - f\theta - c_{2j} = 0, \quad j = 1, \dots, J,$$

откуда выразим оптимальные значения объемов страхования в виде механизма (16). Достаточное условие максимума прибыли

$$\pi''_{2Q_{2j}} = \frac{u_2}{12} A_2(B_2 + 1)B_2 Q_{2j}^{B_2-1} \tau_j < 0, \quad j = 1, \dots, J,$$

выполняется  $\forall Q_{2j}^* > 0$ , поскольку  $A_2 > 0$ ,  $B_2 < 0$ ,  $|B_2| < 1$ ,  $u_2 \geq 0$ .

Доказательство утверждения 3. Запишем необходимые условия максимума прибыли (11) банка, пренебрегая влиянием зависимости  $s(Q_3)$  в силу  $s \ll i$ , поскольку из  $u_2 \ll 1$ ,  $\tau_j/12 \approx 1$  следует  $(1 - u_2)\tau_j/12 \approx 1$ ,

$$\pi'_{3Q_{3j}} = \tau_j \sum_d (k'_{Q_{3j}} Q_{3j} + k_y) + u_1 + (1 - u_2)s_j \tau_j / 12 - 12/\tau_j - c_{3j} = 0, \quad j = 1, \dots, J. \quad (П1)$$

Преобразуем формулу коэффициента аннуитета (12), используя первый член разложения бинома в степенной ряд, сходящийся (поскольку  $i \ll 1$ ), а второй член заменим, исходя из среднего значения процентной ставки  $\bar{i}$ :

$$k_y = i + \frac{i}{(1+i)^{\tau_j} - 1} = i + \frac{i}{\tau_j i + \frac{\tau_j(\tau_j-1)}{2!} i^2 + \dots} \approx i + \frac{i}{\tau_j i (1 + \frac{\tau_j-1}{2} \bar{i})} = i + \frac{1}{\tau_j \bar{i}}, \quad (П2)$$

где  $\bar{i} = 1 + \frac{\tau_j-1}{2} \bar{i}$ . Производную  $k'_{yQ_{3j}}$  определим с учетом зависимостей (12)–(14):

$$k'_{yQ_{3j}}(Q_3) = k'_{yi} i'_{Q_{3j}}. \quad (П3)$$

Для нахождения производной  $k'_{yi}$  также воспользуемся разложением бинома в ряд с учетом второго члена, а третий член представим, исходя из  $\bar{i}$ :

$$k'_{yi} = \left( i + \frac{i}{\tau_j i + \frac{\tau_j(\tau_j-1)}{2!} i^2 + \frac{\tau_j(\tau_j-1)(\tau_j-2)}{3!} i^3 + \dots} \right)'_i \approx 1 - \frac{\frac{\tau_j(\tau_j-1)}{2} i + \frac{\tau_j(\tau_j-1)(\tau_j-2)}{3} i}{\left( \tau_j + \frac{\tau_j(\tau_j-1)}{2} i + \frac{\tau_j(\tau_j-1)(\tau_j-2)}{3!} i^2 \right)^2} = 1 - \frac{\tau_j(\tau_j-1) \left( \frac{1}{2} + \frac{\tau_j-2}{3} \bar{i} \right)}{\tau_j^2 \left( 1 + \frac{\tau_j-1}{2} \bar{i} + \frac{(\tau_j-1)(\tau_j-2)}{3!} \bar{i}^2 \right)^2} \approx 1 - (\tau_j - 1) \frac{\frac{1}{2} + \frac{\tau_j-2}{3} \bar{i}}{\tau_j \left( 1 + \frac{\tau_j-1}{2} \bar{i} \right)^2} = 1 - (\tau_j - 1) \bar{\bar{i}}, \quad (П4)$$

$$\text{где } \bar{\bar{i}} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\tau_j-2}{3} \bar{i}}{\tau_j \left( 1 + \frac{\tau_j-1}{2} \bar{i} \right)^2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\tau_j-2}{3} \bar{i}}{\tau_j \bar{i}^2}.$$

Определив производную процентной ставки по объему кредита  $i'_{Q_{3j}} = A_3 B_3 Q_{3j}^{B_3-1}$  и подставив это выражение и формулы (П2)–(П4) в выражение (П1), получим

$$\pi'_{3Q_{3j}} = \tau_j \sum_d \left( (1 - (\tau_j - 1) \bar{\bar{i}}) A_3 B_3 Q_{3j}^{B_3-1} Q_{3j} + A_3 Q_{3j}^{B_3} + \frac{1}{\tau_j \bar{i}} \right) + u_1 + \frac{(1 - u_2)s_j \tau_j}{12} - \frac{12}{\tau_j} - c_{3j} = 0, \quad j = 1, \dots, J,$$

откуда выразим  $Q_3^*$  в виде механизма (17). Достаточное условие максимума прибыли банка

$$\pi''_{3Q_{3j}} = \tau_j \sum_d \left( (1 - (\tau_j - 1) \bar{\bar{i}}) A_3 B_3^2 Q_{3j}^{B_3-1} + A_3 B_3 Q_{3j}^{B_3-1} \right) < 0, \quad j = 1, \dots, J,$$

при  $Q_3^* > 0$ ,  $A_3 > 0$  приводит к неравенству

$$(1 - (\tau_j - 1)\bar{\tau})B_3^2 + B_3 < 0, \quad j = 1, \dots, J. \quad (P5)$$

Покажем, что при  $\tau_j > -1$ , т. е. в практически реализуемых случаях, множитель  $(1 - (\tau_j - 1)\bar{\tau}) > 0$ , для чего в формуле  $\bar{\tau}$  приближенно учтем первый член разложения бинома в ряд  $\bar{\tau} \approx \frac{1}{2\tau_j}$ , тогда  $1 - \frac{\tau_j - 1}{2\tau_j} > 0 \Rightarrow \tau_j > -1$ . Следовательно, для выполнения условия (P5) необходимо, чтобы  $(1 - (\tau_j - 1)\bar{\tau})|B_3| < 1$ , а поскольку  $|B_3| < 1$  и  $(1 - (\tau_j - 1)\bar{\tau}) \approx 1 - \frac{\tau_j - 1}{2\tau_j} < 1 \forall \tau_j \geq 1$ , то достаточное условие максимума выполняется.

Доказательство утверждения 4. Дифференцируя функцию Лагранжа, записанную для задачи (21)

$$\begin{aligned} L &= \bar{\pi} + \lambda \left( \Phi - \sum_{k=1}^K \Phi_k \right) = \\ &= \prod_{k=1}^K \left( \frac{\pi_k(\Phi_k) - \pi_k^{\max}}{\pi_k^{\min} - \pi_k^{\max}} \right)^2 + \lambda \left( \Phi - \sum_{k=1}^K \Phi_k \right), \end{aligned}$$

получим систему необходимых условий оптимальности

$$\begin{aligned} L'_{\Phi_k} &= 2 \frac{\pi_k(\Phi_k) - \pi_k^{\max}}{(\pi_k^{\min} - \pi_k^{\max})^2} \prod_{i=1, i \neq k}^K \frac{(\pi_i(\Phi_i) - \pi_i^{\max})^2}{(\pi_i^{\min} - \pi_i^{\max})^2} - \lambda = 0, \\ &k = 1, \dots, K, \end{aligned} \quad (P6)$$

$$L'_\lambda = \Phi - \sum_{k=1}^K \Phi_k = 0. \quad (P7)$$

Исключая множитель Лагранжа из формулы (P6), имеем

$$\begin{aligned} &\frac{\pi_k(\Phi_k) - \pi_k^{\max}}{(\pi_k^{\min} - \pi_k^{\max})^2} \prod_{i=1, i \neq k}^K \frac{(\pi_i(\Phi_i) - \pi_i^{\max})^2}{(\pi_i^{\min} - \pi_i^{\max})^2} = \\ &= \frac{\pi_n(\Phi_n) - \pi_n^{\max}}{(\pi_n^{\min} - \pi_n^{\max})^2} \prod_{i=1, i \neq k}^K \frac{(\pi_i(\Phi_i) - \pi_i^{\max})^2}{(\pi_i^{\min} - \pi_i^{\max})^2}, \\ &k, n = 1, \dots, K, \quad n \neq k, \end{aligned}$$

а с учетом равенства знаменателей в левой и правой частях этого уравнения приходим к системе

$$\begin{aligned} &(\pi_k(\Phi_k) - \pi_k^{\max}) \prod_{i=1, i \neq k}^K (\pi_i(\Phi_i) - \pi_i^{\max})^2 = \\ &= (\pi_n(\Phi_n) - \pi_n^{\max}) \prod_{i=1, i \neq k}^K (\pi_i(\Phi_i) - \pi_i^{\max})^2, \\ &k, n = 1, \dots, K, \quad n \neq k, \end{aligned}$$

подставив в которую функцию (22) и условие (P7) и решив относительно  $\Phi_k^*$ , получим механизм (23). Дважды дифференцируя функцию Лагранжа (дифференци-

руя (P6) по  $\Phi_k$ ) получим систему достаточных условий оптимальности

$$\begin{aligned} L''_{\Phi_k} &= \frac{2}{(\pi_k^{\min} - \pi_k^{\max})^2} \prod_{i=1, i \neq k}^K \frac{(\pi_i(\Phi_i) - \pi_i^{\max})^2}{(\pi_i^{\min} - \pi_i^{\max})^2} > 0, \\ &k = 1, \dots, K, \end{aligned}$$

которые выполняются при любых значениях  $\pi_k(\Phi_k)$ ,  $\pi_k^{\max}$  и  $\pi_k^{\min}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Теория графов в управлении организационными системами. — М.: СИНТЕГ, 2001. — 124 с.
2. Бурков В.Н., Зинченко В.Н., Соичев С.В., Худан Г.С. Механизмы обмена в экономике переходного периода. — М.: ИПУ РАН, 1999. — 70 с.
3. Новиков Д.А. Управление проектами: организационные механизмы. — М.: ПМСОФТ, 2007. — 140 с.
4. Бурков В.Н., Кузнецов Н.А., Новиков Д.А. Механизмы управления в сетевых структурах // Автоматика и телемеханика. — 2002. — № 12. — С. 96—115.
5. Коргин Н.А. Неманипулируемые механизмы обмена в активных системах. — М.: ИПУ РАН, 2003. — 126 с.
6. Механизмы корпоративного управления / В.Н. Бурков, И.А. Агеев, Е.А. Баранчикова и др. — М.: ИПУ РАН, 2004. — 109 с.
7. Зеленина Т.А. Оптимизация параметров кредитования и страхования с учетом интересов всех участников системы «кредитор — заемщик — страховщик» // Вестник Оренбургского гос. ун-та. — 2011. — № 5. — С. 64—67.
8. Яновский Л.П. Динамическая модель выживания крупного предприятия с рентоориентированным менеджментом // Экономика и мат. методы. — 2000. — Т. 36, № 2. — С. 75—82.
9. Федорова Е.А. Многокритериальная модель экономического роста // Управление экономическими системами: электронный научный журнал. — 2011. — № 33. — С. 67—78.
10. Екатеринославская О.С. Тенденции и пути развития предпринимательства на рынке банковских услуг // Вестник ИНЖЭКОНА, Сер. Экономика. — 2007. — Вып. 4 (17). — С. 406—409.
11. Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Кулик О.С., Новиков Д.А. Механизмы страхования в социально-экономических системах. — М.: ИПУ РАН, 2001. — 109 с.
12. Четыркин Е.М. Финансовая математика ДОС: учеб. 4-е изд. — М.: Дело, 2004. — 400 с.
13. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. — М.: МПСИ. 2005. 584 с.
14. Дементьев В.Е. Интеграция предприятий и экономическое развитие. — М.: ЦЭМИ РАН, 1998. — 245 с.
15. Машулин Ю.К. Методы и модели векторной оптимизации. — М.: Наука, 1986. — 141 с.
16. Хоменюк В.В. Элементы теории многоцелевой оптимизации. — М.: Наука, 1983. — 124 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.С. Манделем.

Гераськин Михаил Иванович — д-р экон. наук, зав. кафедрой,

Манахов Владимир Валерьевич — аспирант,

Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королева, ✉ innovation@ssau.ru.