УДК 338.24.01

ОПТИМАЛЬНЫЙ МЕХАНИЗМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТА В ИНТЕГРИРОВАННОЙ СИЛЬНОСВЯЗАННОЙ СИСТЕМЕ АНОНИМНЫХ АГЕНТОВ С ТРАНСФЕРАБЕЛЬНОЙ ПОЛЕЗНОСТЬЮ

М.И. Гераськин

Рассмотрена проблема разработки оптимального по критерию агрегированной полезности механизма распределения эффекта в сильносвязанной системе агентов, допускающей трансфер полезности в виде прибыли агентов. Для интегрированной системы агентов с комплементарными функциями спроса получены условия положительного агрегированного эффекта и предложен вид оптимального механизма, удовлетворяющий условиям работоспособности, сбалансированности и совместимости со стимулами. Численное моделирование механизма для системы «ритейлер — банк — страховщик» подтвердило его устойчивость к стратегическому поведению агентов.

Ключевые слова: механизм распределения, сильносвязанная система, анонимный агент, агрегированная полезность, комплементарный спрос, трансферабельная полезность, равновесие Нэша, ритейлер, банк, страховщик.

ВВЕДЕНИЕ. ОПИСАНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Сильносвязанные организационно-экономические системы формируются либо под действием субъективных факторов власти и собственности, например, в результате аффилирования одних юридических (физических) лиц с другими в силу распоряжения контрольным пакетом акций либо под действием объективных факторов превалирующей экономической активности одних агентов по сравнению с другими. Типичная микроэкономическая проблема, иллюстрирующая неоднородность агентов по уровню экономической активности, заключается в согласовании интересов агентов в интегрированных системах с *комплементарным (дополняющим) спросом*, возникающим в случае обусловленности потребности покупателя в одном товаре фактом приобретения другого товара.

Агенты, товары которых инициируют спрос на товары других агентов, характеризуются преобладающей экономической активностью, однако для конкретных товаров зачастую наблюдается эффект взаимодополнения спроса, поэтому как любой из агентов, так и ассоциация агентов в случае аффилирования может иметь статус метаагента, которому другие агенты могут делегировать право перераспределения (трансфера) эффекта интеграции в системе. Статус метаагента реализуется в форме обладания информацией об истинных функциях полезности или значениях полезностей других агентов, а также в виде права выбора механизма распределения эффекта интеграции агрегированной полезности системы, вследствие чего полезности агентов в этом случае можно считать *трансферабельными*.

Прикладная модель сильносвязанной системы с комплементарным спросом разработана для системы «ритейлер — банк — страховщик» (рис. 1) [1], образование которой предопределено несколькими факторами. Рынки розничной продажи товаров бытовой техники, кредитных и страховых продуктов представляют собой рынки монополистической конкуренции, на которых конкурирующие агенты-продавцы сталкиваются с убывающими функциями спроса. Розничные торговые сети (ритейлеры), реализующие дорогостоящие товары длительного пользования и не первой необходимости, ориентированы на интеграцию с кредитными ор-

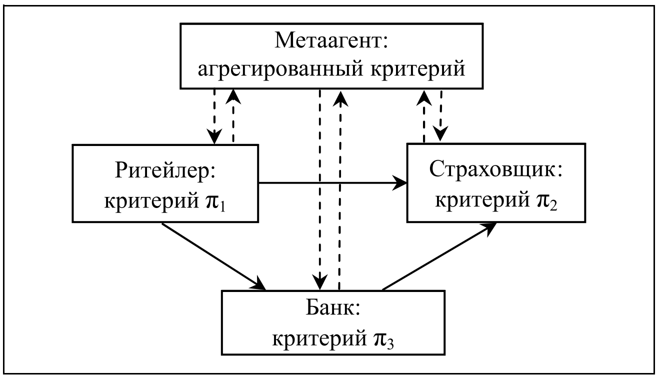

Рис. 1. Схема сильносвязанной интегрированной системы; обозначения: функциональные связи (———→), финансовые потоки (– – →), π_1, π_2, π_3 — прибыли агентов

ганизациями, обеспечивающими расширение платежеспособного спроса, которые, в свою очередь, озабочены расширением спроса на долгосрочные и дорогостоящие кредитные продукты. Поскольку товарные кредиты, как правило, необеспеченные и высокорисковые, в интегрированную систему для снижения кредитного риска вовлекаются страховщики, которые также заинтересованы в интенсификации сбыта на услуги, гарантирующие стабильность будущих потоков страховых премий. Рассматриваемая система сильносвязанная, поскольку полезности (прибыли) агентов функционально связаны одним параметром управления — объемом кредитного товарооборота ритейлера, равном объему кредитования банка и объему страхования страховщика.

Снижение цены товара ритейлера по кривой его рыночного спроса приводит к росту объема продаж и, опосредованно, к повышению объемов кредитования и страхования; в свою очередь, удешевление кредитов и страховых продуктов способствует повышению спроса на товары ритейлера, поэтому проявляется эффект взаимодополнения. Следовательно, агенты мотивированы к интеграции, равновесие в которой достигается путем перераспределения оптимумов их прибыли в виде различных комиссий, скидок и наценок, что подтверждает трасферабельность полезности в данной системе.

Отметим, что согласование интересов агентов путем оптимального перераспределения объемов продаж в данном случае невозможно, поскольку реальный объем кредитного товарооборота ритейлера определяется его оптимумом на кривой спроса конечного покупателя, который вследствие этого становится потребителем услуг банка и страховщика.

Аналогичные модели интеграции адекватны в ряде микроэкономических систем, формирующихся для расширения спроса на рынках монополистической конкуренции: система «ритейлер — поставщик — трансагентство», отражающая взаимодействия сбытовой и логистической сетей розничных продавцов продовольственных и непродовольственных товаров; система «застройщик — риэлтор — банк — страховщик», формализующая экономические отношения на рынке жилья; система «автопроизводитель — автодилер — банк — страховщик», образующаяся в целях развития автомобильного рынка, и др.

Таким образом, рассматриваемые системы экономических агентов характеризуются, прежде всего, взаимозависимостью полезностей агентов, получаемых в результате равновесных действий, поскольку при выходе из системы любого агента спрос на продукты остальных снижается. Следовательно, уменьшается суммарная полезность системы. Далее, как следствие, высокой степенью интеграции, допускающей трансфер полезности путем перераспределения прибыли при выборе равновесного по Нэшу вектора действий (объемов продаж). Наконец, попарной противоречивостью интересов агентов, предопределяющей их некооперативное поведение, поскольку индивидуальные оптимумы агентов в общем случае не совпадают как между собой, так и с равновесным вектором действий. В связи с этим рассмотрим основные результаты теории активных систем (см. обзор [2]) и теории контрактов (см. обзор [3]), касающиеся некооперативных равновесий в мультиагентных системах на основе различных агрегированных критериев.

Основным объектом исследования стала модель, в первую очередь, *иерархической* системы, структурированной по вертикали «центр — агент», в которой механизм распределения оптимизируется по критерию эффективности центра, отождествляемому с критерием системы [4], при условии индивидуальной рациональности агентов[1], соответствующему условию согласованности [5]; а также системы слабо связанных агентов (*слабосвязанной* системы[2]), полезности которых взаимонезависимы, вследствие чего критерием эффективности системы могут быть аддитивная (утилитарная) или максиминная (эгалитарная) функции полезности.

Исследования модели слабосвязанной иерархической системы позволили получить ряд механизмов распределения и выявить их свойства:

[1] Индивидуальная рациональность — это свойство механизма, при котором полезность агента после распределения ресурса в системе не ниже любой альтернативы вне системы.

[2] Слабосвязанная система — это система, в которой функции затрат агентов зависят только от их собственных действий (сепарабельные затраты), следовательно, сепарабельны их функции полезности.

— разработан конкурсный механизм при бескоалиционном [6] и коалиционном [7] взаимодействиях агентов, оптимальный по критерию аддитивной функции полезности;

— для механизма последовательного распределения ресурса (МПРР) [8] доказано [9], что свойства неманипулируемости[3], эффективности по Парето[4] и монотонности в группах[5] присущи совместно только МПРР, который, как показано [10], эквивалентен механизмам прямых и обратных приоритетов;

— показано [11], что существует единственный анонимный[6] МПРР, обобщенно [12] определяющий распределенную полезность как минимум значений типа агента и среднего нераспределенного остатка полезности; в системе агентов с приоритетами[7] разработаны МПРР с учетом приоритетов (прямых, обратных) на основе медианного многокритериального выбора [13], в общем случае не эффективного по Парето, однако разработаны механизмы анонимных симметричных коалиций [14], в частных случаях эффективные по Парето;

— анализ механизмов перераспределения полезности в виде штрафных и стимулирующих функций [15, 16] показал оптимальность компенсаторных механизмов в слабосвязанных иерархических системах;

— в указанных системах для максиминной функции полезности центра решена [17] задача согласованного распределения денежных потоков в двухуровневых региональных системах предприятий; для аддитивной функции полезности центра исследована [18] задача распределения ресурсов между подразделениями банков.

Оптимальные принципы распределения полезности в слабосвязанных системах нашли применение в модели сильно связанных (*strongly connected*) агентов (*сильносвязанная* система). В сильносвязанных системах полезности агентов несепарабельны, следовательно, оптимальный выбор их состояний зависит от действий других агентов, в виду чего агрегат полезности системы может быть представлен в виде какой-либо несепарабельной функции [19].

В общей модели сильносвязанной иерархической системы показана [20, 21] индивидуальная рациональность и эффективность по Парето квазикомпенсаторного механизма стимулирования, согласно которому распределенная между агентами полезность не ниже их индивидуальной полезности, достигаемой в случае выбора действий, оптимальных по критерию центра. Прикладные аспекты для моделей сильносвязанных *неиерархических* систем, организованных по горизонтальному принципу, исследовались в задаче распределения производственной мощности между вертикально интегрированными предприятиями [22], в задаче распределения инвестиционных ресурсов между взаимозависимыми проектами на основе МПРР [23], оптимального по критерию взвешенной аддитивной функции полезности, реализованного в виде модели сетевого планирования [24]; в задаче распределения ресурсов между инновационными проектами исследовались механизмы распределения на основе минимаксной скаляризации вектора критериев агентов [25].

Несепарабельная функция полезности в виде мультипликативной модели была принята в качестве критерия выбора единственного решения кооперативной игры распределения аддитивной полезности с учетом возможности трансфера полезности между агентами [26]. Также при условии трансферабельности полезности мультипликативный критерий полезности применялся для нахождения равновесного вектора цен в товарообмене [27]; исследовалась мультипликация параметров роста агентов как критерий кооперативного распределения суммарного фактора роста агентов [28]. Ограниченность применения мультипликативной полезности в некооперативных моделях сильносвязанных неиерархических систем обусловлена тем, что соответствующие этим моделям рыночные структуры олигополии или монополистической конкуренции приводят к трансферу полезности не прямо, а опосредованно, через изменение действий агентов.

Гипотеза трасферабельности полезности на практике адекватна, в частности, для торговых сетей [29, 30], в которых при этом условии достигается эффективное по Парето и равновесное по Нэшу распределение. В моделях систем с трансферабельной полезностью исследовались аукционные механизмы распределения на основе упорядочения агентов по типу, для которых разработаны итерационные процедуры и экспериментально подтверждена эффективность по Парето [31], а

---

[3] Неманипулируемость (совместимость со стимулами) — это свойство механизма распределения, при котором по критерию индивидуальной рациональности каждый агент сообщает достоверную информацию о своем типе.

[4] Эффективность по Парето в данном случае означает, что при дефиците ресурс должен полностью распределяться между агентами.

[5] Монотонность в группах — это свойство механизма, при котором увеличение ресурса, распределяемого между группой агентов, не приводит к уменьшению ресурса, получаемого каждым агентом группы.

[6] Анонимность — свойство системы, при котором агенты максимизируют индивидуальную полезность, т. е. перестановка агентов не влияет на результат распределения, зависящего только от параметров типа агентов.

[7] Приоритетность агентов — свойство системы, при котором агенты не только максимизируют индивидуальную полезность, но и накладываются ограничения на структуру распределения полезности.

также аналитически показана [32, 33] неединственность равновесия Нэша; рассматривались механизмы распределения, пропорционального типам агентов, для которых на основе скалярной (аддитивной) параметризации вектора критериев агентов показано [34, 35] существование равновесия Нэша и исследована [36] динамическая устойчивость равновесия, не являющегося эффективным по Парето.

Поскольку рассматриваемые системы с комплементарным спросом относятся к классу сильносвязанных неиерархических систем с трансферабельной полезностью, то актуальной представляется проблема разработки оптимальных по критерию мультипликативной полезности механизмов распределения, которые при определенных условиях равновесны по Нэшу (неманипулируемы, совместимы со стимулами) и эффективны по Парето. Перспективным подходом к конструированию механизмов распределения видится представление задачи распределения полезности как задачи многокритериального выбора, исследованной на основе аддитивного агрегирования полезностей агентов для случаев нетрансферабельной полезности [37] и трансферабельной полезности [38].

В настоящей статье применительно к сильносвязанным неиерархическим системам предлагается искать агрегат полезности системы в виде мультипликативной функции полезностей агентов, адекватно отражающей взаимозависимость их действий, поскольку в отличие, например, от аддитивной модели, рост полезности одного агента приводит к росту агрегата только при условии увеличения полезности других агентов, и наоборот. В таком случае, как будет показано далее, эффективным по Парето является квазикомпенсаторный механизм распределения; затем для полученного механизма предполагается показать существование некооперативного равновесия Нэша, обосновывающее его неманипулируемость. В дальнейшем рассматривается модель анонимных агентов, цель которых состоит в максимизации индивидуальной полезности в результате распределения, поскольку статус метаагента как инициатора интеграции не предусматривает специфического приоритета; несоблюдение условия анонимности возможно в случае поведения агентов, основанного на информационной рефлексии, не учитываемой в представленных ниже моделях.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ

Рассмотрим систему анонимных агентов, проиндексированных $k \in K$, в виде двух конфигураций, определяемых наличием или отсутствием интеграции. Первая из них — конфигурация неинтегрированных агентов, из которых k-й агент выбирает оптимальный объем продаж $Q_{k(0)}$ из допустимой области $A_{Q_k} = \{Q_k \in R_+^k,\ k \in K\}$, максимизируя функцию своей прибыли независимо от поведения других агентов, и получает в результате максимальную прибыль, обозначаемую $\pi_{k(0)}$:

$$Q_{k(0)} = \operatorname*{Arg\,max}_{Q_k \in A_{Q_k}} \pi_k(Q_k), \quad k \in K. \qquad (1)$$

В дальнейшем обозначим множество агентов символом K, а число элементов этого множества — символом κ.

Введем предположения, обоснованные в § 2: функции $\pi_k(Q_k)$, $k \in K$ дважды непрерывно-дифференцируемы при $Q_k > 0$, строго вогнуты и унимодальны, причем $\pi_k(0) = 0$. Рассмотрим далее попарное взаимодействие агентов, предполагая, что в каждой паре инициатор спроса совпадает с метаагентом, например, в паре «ритейлер — банк» метаагентом выступает ритейлер, а в паре «банк — страховщих» — банк. Обозначим метаагента символом $l \in K$, окружение символом «$-l$» и положим прибыль окружения при отсутствии интеграции равной нулю: $\pi_{-l(0)} = 0$; другими словами, абстрагируемся от продаж окружения вне интегрированной системы ($Q_{-l(0)} = 0$).

Вторая конфигурация — это система интегрированных агентов, связных единым бизнес-процессом продаж комплементарных товаров. При этом метаагент определяет оптимум по критерию (1), а агенты окружения выбирают условный оптимум продаж, *не превышающий* оптимум l-го агента $Q_{-l} \le Q_l^*$, $l \in K$ в соответствующих измерителях, т. е. из множества $A_{Q_{k\setminus l}} = \{Q_k \in R_+^k,\ Q_k \le Q_l^*,\ k \in K\setminus l\}$ по критерию

$$Q_k^* = \operatorname*{Arg\,max}_{Q_k \in A_{Q_{k\setminus l}}} \pi_k(Q_k), \quad k \in K\setminus l. \qquad (2)$$

Максимальную прибыль агентов во второй конфигурации обозначим $\pi_k^* = \pi_k(Q_k^*)$, $k \in K$, причем оптимум l-го агента определяется из критерия (1), но в общем случае отличен от оптимума $Q_{l(0)}$ и соответствующей прибыли $\pi_{l(0)}$ вне интеграции, $\pi_l^* = \pi_l(Q_l^*) \ne \pi_{l(0)}(Q_{l(0)})$, поскольку в интегрированной системе *функции спроса на все товары сдвигаются вправо* (из положения $p_{(0)}$, показанного на рис. 2 штрихпунктирной линией, в положение $p_{(1)}$).

Концепция взаимодействий агентов в интегрированной системе основана на взаимосвязи действий агентов через комплементарные функции спроса, приводящей к различным взаимным рыночным положениям метаагента и окружения.

Первое положение, которое обозначим $n = 1$ и будем называть *доминированием метаагента*, (показано сплошными линиями на рис. 2). Оно характерно тем, что безусловный оптимум (обозначен точкой $M_{-l(1)}$) окружения по модели (1) больше оптимума метаагента $Q^{\max}_{-l(1)} > Q^{*}_{l(1)}$, поэтому окружение по модели (2) выбирает условный оптимум, следуя стратегии метаагента $Q^{*}_{-l(1)} = Q^{*}_{l(1)}$ (обозначен точкой $L_{-l(1)}$), например, банк кредитует всех покупателей ритейлера, страховщик страхует все кредиты. Это положение реализуется при одновременном соблюдении двух условий:

— эластичность спроса на продукты окружения превышает эластичность спроса на товары метаагента, в частности, при большей эластичности спроса на комплементарные кредитные и страховые продукты, стоящие на низших уровнях иерархии потребностей населения по сравнению с бытовыми товарами;

— предельные издержки агентов окружения относительно невысоки.

Во втором положении, которое обозначим $n = 2$ и будем называть *доминированием окружения* (показано штриховыми линиями), оптимум окружения (обозначен точкой $M_{-l(2)}$) меньше оптимума метаагента $Q^{*}_{-l(2)} > Q^{*}_{l(1)}$, что в силу комплементарности спроса приводит к сдвигу кривой спроса метаагента в положение $p_{l(2)}$, вследствие чего его оптимум сокращается до $Q^{*}_{l(2)}$, а прибыль снижается до $\pi^{*}_{l(2)}$.

Окружение в результате выбирает по критерию (2) условный оптимум $Q^{*}_{-l(2)} \le Q^{*}_{l(2)}$, т. е. его прибыль в случае соответствующей компенсации при распределении эффекта может снизиться до $\pi^{*}_{-l(2)}$ в точке $L_{-l(2)}$. Другой вариант реализуется, если, несмотря на высокоэластичный спрос, издержки агентов окружения относительно высоки, в частности, банки и страховщики могут отклонять некоторые заявки на кредитные и страховые продукты при высоком уровне риска. Более строгий анализ взаимных рыночных положений будет проведен далее (см. утверждение 1).

Определим эффект Φ интеграции агентов как превышение суммарной прибыли интегрированных агентов над их прибылью вне интеграции. В результате взаимозависимости оптимумов агентов в интегрированной системе возникает конфликт интересов метаагента и окружения, экономически проявляющийся либо в потере прибыли окружения, так как в первом положении $\pi^{*}_{-l(1)} \le \pi^{\max}_{-l(1)}$, либо в недополучении полезности всеми агентами из-за снижения эффекта интеграции с уровня $\Phi_{(1)}$

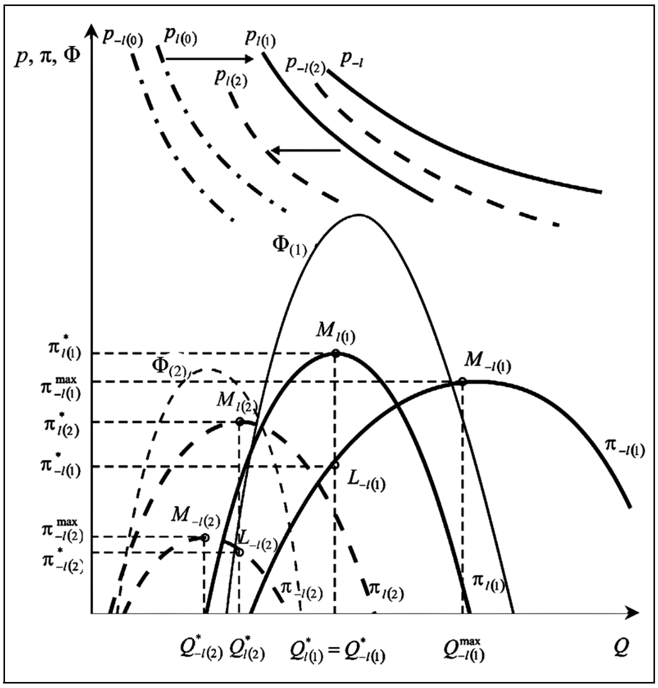

Рис. 2. Концепция взаимодействий в интегрированной системе

до уровня $\Phi_{(2)}$ во втором положении, если окружение придерживается индивидуальных оптимумов, а не оптимума метаагента. Формализуем эту взаимозависимость оптимумов агентов как функцию эффекта интеграции от вектора действий агентов:

$$\Phi(Q^{*}) = \sum_{k \in K} \pi^{*}_{k}(Q^{*}_{k}) - \sum_{k \in K} \pi_{k(0)}. \qquad (3)$$

Полезность агентов в дальнейшем полагается равной сумме прибыли неинтегрированных агентов и распределенного эффекта интеграции:

$$\pi_k(x_k) = \pi_{k(0)} + x_k, \quad k \in K, \qquad (4)$$

где x_k — распределяемая в пользу k-го агента часть эффекта из множества допустимых распределений

$$A_X = \left\{ X = \{x_k,\ k \in K\}\colon \sum_{k \in K} x_k \le \Phi(Q^{*}_{k}),\ X \in R^{k}_{+} \right\}.$$

Сформулируем многокритериальную задачу оптимального распределения эффекта интеграции:

$$X^{*} = \operatorname*{Arg\,max}_{X \in A_X} \{\pi_k(x_k),\ k \in K\}. \qquad (5)$$

Для рассматриваемой сильносвязанной системы при трансферабельной полезности с учетом принципов смешанного проектного финансирования [39] допустима редукция многокритериальной задачи (5) к скалярной оптимизационной задаче путем введения агрегированной функции полезности в виде произведения относительных отклонений полезности агентов от значений прибыли агентов при их индивидуальных оптимумах. Определим относительные отклонения полезности агентов от максимальных значений прибыли в нормализованном виде:

$$\tilde{\pi}(x_k) = \frac{\pi(x_k) - \pi_k^{\max}}{\pi_k^{\min} - \pi_k^{\max}}, \quad k \in K, \tag{6}$$

где $\tilde{\pi}(x_k)$ — нормализованное значение полезности k-го агента; индексами «max» и «min» обозначены соответственно максимальные и минимальные значения прибыли агентов:

$$\pi_k^{\max} = \max_{Q_k \in A_{Q_k}} \pi_k(Q_k), \quad \pi_k^{\min} = \min_{j \in K \setminus k} \pi_k(Q_j^*),$$
$$k \in K. \tag{7}$$

Значение $\pi_k^{\max}$ в выражении (7) соответствует оптимуму (1) для функций спроса в интегрированной системе, а значение $\pi_k^{\min}$ определено как минимальное значение прибыли k-го агента из достигаемых при оптимумах остальных агентов с целью обеспечить единый диапазон изменения $\tilde{\pi}(x_k) \in [0, 1]$, $k \in K$ [40]. С учетом формулы (6) представим задачу (5) в виде:

$$X^* = \operatorname*{Arg\,min}_{X \in A_X} \prod_{k \in K} \tilde{\pi}_k(x_k). \tag{8}$$

Критерий в задаче (8) представляет собой *агрегированную функцию полезности* системы, причем, поскольку компоненты частных критериев агентов входят в нормализованной форме (6), то удовлетворяющее задаче (8) распределение эффекта обеспечивает [40, 41] максимальную эффективность решения многокритериальной задачи (5) по принципу минимакса

$$\tilde{\pi}^*(X^*) = \min_{X \in A_X} \max_{k \in K} \tilde{\pi}_k(x_k),$$

что соответствует, как показано в работе [41], Парето-эффективности.

Механизм распределения

$$x_k^* = \frac{1}{\kappa}\Bigg(\Phi(Q_k^*) - (\kappa - 1)(\pi_{0k} - \pi_k^{\max}) + $$
$$+ \sum_{i \in K \setminus k} (\pi_{0k} - \pi_i^{\max})\Bigg), \quad k \in K, \tag{9}$$

как было показано в работе [1], является решением задачи (8).

Механизм распределения должен удовлетворять, прежде всего, условию работоспособности, при котором в результате распределения эффекта интеграции все агенты получают неотрицательные значения прибыли, а метаагент — неотрицательный прирост прибыли по сравнению с состоянием вне интеграции:

$$\pi_k(x_k^*) \ge \pi_{k(0)}, \quad k \in K. \tag{10}$$

Работоспособность выражает принцип индивидуальной рациональности агентов при переходе от конфигурации неинтегрированной системы к интегрированной конфигурации и обеспечивает практическую реализуемость механизма, поскольку отрицательные значения (или прирост для метаагента) прибыли приведут к дезинтеграции. Далее, должно выполняться условие сбалансированности, при котором эффект интеграции в полном объеме распределяется между агентами:

$$\sum_{k \in K} x_k^* = \Phi(Q_k^*). \tag{11}$$

Условие сбалансированности следует из Парето-эффективности механизма (9), однако при некоторых модернизациях механизма оно может нарушаться, поэтому необходимо контролировать отсутствие нераспределенного остатка эффекта. Наконец, потребуем неманипулируемость [37] как частный случай совместимости механизма со стимулами [42], понимая под неманипулируемостью невозможность для любого агента увеличить полезность путем искажения сообщаемой информации:

$$\overline{\exists}\, k \in K : \pi_k(\hat{\rho}_k, x_k) > \pi_k(\rho_k, x_k^*), \tag{12}$$

где ρ_k и $\hat{\rho}_k$ — истинные и сообщаемые значения параметров типа агентов. Соответствующие (12) сообщения агентов будем искать в виде равновесия Нэша.

2. УСЛОВИЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО ЭФФЕКТА ИНТЕГРАЦИИ

Покажем, что множество допустимых распределений эффекта A_X не пусто, т. е. интегрированная система агентов при определенных условиях генерирует положительный эффект $\Phi(Q_k^*) > 0$. Сделаем предположения относительно функций цен и издержек агентов:

— агенты действуют на рынках монополистической конкуренции, что обусловливает убывающие кривые спроса, моделируемые в виде степенных функций цен («обратных функций спроса»)

$$p_{k(n)} = a_{k(n)} Q_k^{b_{k(n)}}, \quad a_{k(n)} > 0, \quad b_{k(n)} < 0, \quad |b_{k(n)}| < 1,$$
$$k \in K, \quad n = 0, 1, 2, \tag{13}$$

где $p_{k(n)}$ — цена товара k-го агента, $a_{k(n)}$, $b_{k(n)}$ — коэффициенты[8] функций цен для n-го варианта организации системы ($n = 0$ — отсутствие интеграции, $n = 1$ — интегрированная система при $Q^*_{-l(1)} = Q^*_{l(1)}$, $l \in K$, $n = 2$ — интегрированная система при $Q^*_{-l(1)} < Q^*_{l(1)}$, $l \in K$);

— рост продаж происходит при постоянной отдаче от расширения масштаба, т. е. предельные издержки агентов постоянны $c_k = \text{const}$, $k \in K$, а также агенты несут рисковые издержки $\rho_k = \text{const}$, $k \in K$, и издержки на интеграцию $u_k = \text{const}$, $k \in K$; рисковые издержки характеризуют долю вероятных потерь средней выручки агента от цены товара и для ритейлера имеют смысл просроченной задолженности банка по кредитам на проданные товары, для банка соответствуют просроченной задолженности по выданным кредитам, учитываемой коэффициентом дисконтирования, а для страховщика отражают выплаты по страховым случаям, учитываемые вероятностью их наступления; интеграционные издержки при $u_k > 0$, $k \in K$, интерпретируются как ценовые скидки или комиссии в пользу агентов с большей экономической активностью, а в случае $u_k < 0$, $k \in K$, наоборот, представляют собой доход более активного агента как трансфер в виде ценовых надбавок или комиссий от других агентов за участие в интегрированной системе;

— в системе комплементарный спрос, и, считая объемы продаж всех агентов выраженными в одном измерителе, предположим, что объем продаж метаагента через коэффициент его функции спроса зависит от объема продаж окружения в виде (взаимосвязью спроса на товары окружения пренебрегаем):

$$a_l = \alpha_{lk} a_{l0} Q^*_k, \quad k \in K\backslash l, \quad \alpha_{lk} = \begin{cases} \alpha_{lk(1)}, n = 1, \\ \alpha_{lk(2)}, n = 2, \end{cases} \qquad (14)$$

где α_{lk} имеет смысл коэффициента взаимодополнения k-го и l-го товаров, $\alpha_{lk(1)} > \alpha_{lk(2)} > 0$ — постоянные; эффект взаимодополнения выражается в том, что для ритейлера рост объема кредитования при низкой процентной ставке ($n = 1$) приводит к опережающему росту товарооборота, а при высокой процентной ставке ($n = 2$) — к замедленному росту товарооборота; другими словами, в кусочно-постоянной модели α_{lk} упрощенно выражено свойство роста эффекта взаимодополнения при уменьшении цены комплемента.

Базируясь на этих предположениях, представим модели выбора оптимальных действий агентами системы в виде:

$$\begin{cases} Q^*_k = \operatorname{Arg}\max\limits_{Q \in A_{Q_k}} \pi_k(Q_k), \\ \pi_k(Q_k) = \bar{p}_{k(n)} Q_k^{b_{k(n)}+1} - c_k Q_k, k \in K, \end{cases} \qquad (15)$$

где введено обозначение[9] $\bar{p}_k = a_k - u_k - \rho_k > 0$, $k \in K$. Критерии агентов (15), очевидно, строго вогнуты, дважды непрерывно дифференцируемы, и оптимумы агентов конечны, т. е. решения задач (15) являются внутренними. Сформулируем условия эффективности интеграции

Утверждение 1. *При условиях*

$$\bar{p}_{k(n)} > 0, \quad k \in K, \quad n = 1, 2, \qquad (16)$$

$$\varphi_{-l} + \varphi_l > 0, \qquad (17)$$

$$\left\{\varphi_{-l} > 0 \wedge \left[\frac{\bar{p}_k}{c_k} - \frac{\bar{p}_l}{c_l}(b_{l(1)} + 1)\right] > 0\right\} \ \forall b_{k(1)} \approx b_{l(1)}, \quad k \in K\backslash l, \quad n = 1, \qquad (17а)$$

$$\sum_{k \in K\backslash l} (a_{k(2)} - \rho_k) > 0 \ \forall b_{k(2)} \approx b_{l(2)}, \quad k \in K\backslash l, \quad n = 2, \qquad (17б)$$

интегрированная система агентов генерирует положительный эффект

$$\Phi(Q^*) = \sum_{k \in K} \pi^*_k(Q^*_k) - \sum_{k \in K} \pi_{k(0)} > 0, \qquad (18)$$

причем $n = 1$ (в противном случае $n = 2$), если

$$\left[\frac{c_k}{\bar{p}_{k(1)}(b_{k(1)} + 1)}\right]^{1/b_{k(1)}} > \left[\frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{k(1)} + 1)}\right]^{1/b_{l(1)}}, \quad k \in K\backslash l, \qquad (19)$$

$$\frac{\bar{p}_{k(1)}}{c_k} - \frac{\bar{p}_{l(1)}}{c_l} > 0 \ \forall b_{k(1)} \approx b_{l(1)}, \quad k \in K\backslash l, \qquad (19а)$$

[8] Коэффициент $|b_k|^{-1}$ характеризует эластичность спроса; коэффициент a_k имеет смысл мощности спроса, поскольку из функции спроса $Q_k = a_k^{-1/b_k} p_k^{1/b_k}$, обратной функции (13), следует, что a_k равен объему спроса за одну денежную единицу при единичной эластичности.

[9] Параметр $\bar{p}_k$ есть коэффициент фактической цены спроса, в отличие от коэффициента a_k в функции (13), учитывающий издержки на интеграцию и рисковые издержки и численно равный средней выручке агента в случае $|b_k| \ll 1$.

а прибыль агентов окружения при интеграции неотрицательна, если:

$$\frac{\bar{p}_{k(1)}}{c_k} - \left[\frac{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)}+1)}{c_l}\right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} > 0,$$
$$n = 1, \quad k \in K\backslash l, \qquad (20)$$

где φ_l — часть эффекта, изымаемого метаагентом через комиссию $u_l > 0$, $k \in K\backslash k$; φ_{-l} — часть эффекта, получаемая окружением после изъятия комиссии:

$$\varphi_l = -\frac{c_l b_{l(n)}}{\bar{p}_{l(n)}^{1/b_{l(n)}}(b_{l(n)}+1)}\left(\frac{c_l}{b_{l(n)}+1}\right)^{1/b_{l(n)}} \times$$
$$\times\left(1-\left[\frac{\bar{p}_{l(n)}}{a_{l(n)}-u_l}\right]^{1/b_{l(n)}}\right), \quad n = 1, 2, \quad l \in K\backslash k, \ (21)$$

$$\varphi_{-l} = \begin{cases} \left[\dfrac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)}+1)}\right]^{1/b_{l(1)}} \times \\ \times \displaystyle\sum_{k \in k\backslash l}\left(\bar{p}_{k(1)}\left[\frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)}+1)}\right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} - c_k\right), n = 1, \\ -\displaystyle\sum_{k \in k\backslash l}\frac{b_{k(2)}}{b_{k(2)}+1}c_k\left[\frac{c_k}{\bar{p}_{k(2)}(b_{k(2)}+1)}\right]^{1/b_{k(2)}}, \\ n = 2, l \in K\backslash k. \blacklozenge \end{cases} \quad (22)$$

Доказательства утверждений см. в Приложении.

Проанализируем условия эффективности интеграции.

Условие (16) требует, чтобы эффект интеграции фиксировался при максимуме прибыли всех агентов в случае $n = 2$, а в случае $n = 1$ достаточно, чтобы максимума достигала прибыль только метаагента $\bar{p}_l > 0$, $l \in K$, поскольку максимумы прибыли агентов окружения не учитываются в расчете эффекта. Условие (16) позволяет выявить центры формирования эффекта интеграции: если $u_l > 0$, $l \in K$, то некоторый положительный эффект образуется у метаагента, поскольку при этом $\varphi_l > 0$; если $u_l < 0$, $l \in K$, то среди окружения существуют агенты, для которых $u_k > 0$, $k \in K\backslash l$, а центрами образования эффекта являются те из них, для которых выполняется условие неотрицательности прибыли (20). Следовательно, для метаагента параметр интеграционных издержек можно назвать *детерминантом статуса*; другими словами, в реальной экономической системе метаагент определяется по критерию $u_l < 0$, $l \in K$. В случае, если $b_l \approx b_k$, $k, l \in K$ и $n = 1$, условие (17а) позволяет интерпретировать положительный эффект k-го агента окружения как превышение его фактической рентабельности $\bar{p}_k/c_k$ над скорректированной с учетом эластичности спроса рентабельностью метаагента $\frac{\bar{p}_l}{c_l}(b_{l1} + 1)$. Аналогично, для $b_l \approx b_k$, $k, l \in K$ при $n = 2$ условие (17б) показывает, что условие (17) выполняется, если сумма отклонений коэффициентов функций цен (13) от рисковых издержек по всем агентам окружения положительна.

Условие (19) отражает зависимость взаимных рыночных положений метаагента и окружения от соотношения их коэффициентов фактической цены спроса, текущих издержек и коэффициентов эластичностей; при равенстве эластичностей спроса всех агентов по условию (19а) случай $n = 1$ реализуется, если фактическая рентабельность агента окружения превышает соответствующий параметр метаагента.

Анализ условия (20) показывает, что прибыль интегрированных агентов окружения неотрицательна в случае $n = 1$ при условиях, аналогичных условию (17а). Из условия (20) следует, что факторами, способствующими интеграции вне зависимости от механизма распределения эффекта, для окружения служат низкий уровень текущих c_k, интеграционных u_k и рисковых ρ_k издержек, высокая мощность спроса a_k при низкой эластичности функции спроса метаагента $|b_l|^{-1}$. Таким образом, показано, что при достаточно общих предположениях и реалистичных условиях в интегрированной системе образуется положительный синергетический эффект.

3. АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТА

С учетом концепции взаимодействий агентов в интегрированной системе условный максимум прибыли агентов (2), обозначенный π_k^*, не превышает безусловный максимум (1), обозначенный $\pi_k^{\max}$. Следовательно, в среднем окружение несет неотрицательные потери прибыли в связи с интеграцией; предположив, что $\pi_k^{\max} \geq 0$, $\pi_k^* \geq 0$, $k \in K$, введем показатель средних потерь прибыли агентов при интеграции в систему относительно безусловных максимумов:

$$\bar{\pi} = \frac{1}{\kappa}\left(\sum_{k \in K}\pi_k^{\max} - \sum_{k \in K}\pi_k^*\right) = \bar{\pi}^{\max} - \bar{\pi}^* \geq 0, \quad (23)$$

равный превышению среднего значения безусловных максимумов прибыли агентов $\bar{\pi}^{\max} = \frac{1}{\kappa}\sum_{k \in K}\pi_k^{\max}$ над средним значением максимумов прибыли в интегрированной системе $\bar{\pi}^* = \frac{1}{\kappa}\sum_{k \in K}\pi_k^*$.

Будем называть миноритарным агента, безусловный максимум прибыли которого ниже средних потерь прибыли в системе, и обозначим символом $M < \kappa$ число миноритарных агентов; в связи с этим представим множество агентов в виде двух подмножеств:

$$M = \{k \in K : \pi_k^{\max} < \bar{\pi}\},$$

$$K_1 = \{k \in K \backslash M: \pi_k^{\max} \geq \bar{\pi}\}.$$

Поскольку при достаточно большом числе агентов $\lim_{\kappa \to \infty} \bar{\pi} = 0$, то, в соответствии с *гипотезой слабого влияния* [39], предположим, что перераспределения эффекта в пользу миноритарных агентов несущественно исказит оптимальное распределение (9). Поэтому, модифицируя распределение (9), введем следующий механизм распределения эффекта интеграции:

$$\pi_k^*(x_k) = \begin{cases} \pi_k^{\max} - \mu\bar{\pi},\ k \in K_1, \\ \pi_k^{\max},\ k \in M, \end{cases} \tag{24}$$

где $\mu = \frac{\kappa}{\kappa - M} \geq 1$. Для механизма (24) механизм (9) является частным случаем при $M = 0$, когда $\mu = 1$. Согласно механизму (24) миноритарным агентам компенсируется их безусловный максимум прибыли, а для других агентов максимум прибыли уменьшается на средние потери прибыли не миноритарных агентов. В механизме (24) предполагается *стабильность множества миноритарных агентов*[10], вытекающая из существенного отличия безусловного максимума их прибыли от $\bar{\pi}^{\max}$. Смысл механизма (24) для не миноритарных агентов сводится к распределению эффекта по среднему значению максимума прибыли интегрированных агентов, поскольку при $\mu = 1$ ($M = 0$) из выражения (24) следует $\pi_k^*(x_k) = \pi_k^{\max} - \bar{\pi}^{\max} + \bar{\pi}^*$, откуда при большом числе агентов получим $\lim_{\pi_k^{\max} \to \bar{\pi}^{\max}} \pi_k^*(x_k) = \bar{\pi}^*$, поскольку $\lim_{\kappa \to \infty} \pi_k^{\max} = \bar{\pi}^{\max}$. Покажем, что механизм (24) при определенных условиях эквивалентен механизму (9), т. е. также является Парето-эффективным и обладает свойствами (10)—(12).

Утверждение 2. *Отклонение распределения эффекта по механизму* (24) *от распределения по механизму* (4), (9) *не превышает по модулю величины*

$$\Delta\pi_k^*(x_k) = \begin{cases} -\frac{M}{\kappa - M}\bar{\pi},\ k \in K_1, \\ \bar{\pi},\ k \in M, \end{cases} \tag{25}$$

механизм (24) *удовлетворяет условию работоспособности* (10) *при*

$$M < M^{\max} = \kappa\left(1 - \frac{\bar{\pi}}{\pi_l^{\max} - \pi_{l(0)}}\right), \tag{26}$$

и условию сбалансированности (11). ♦

Анализ выражения (25) показывает, что механизм (24) приводит к завышению эффекта, получаемого миноритарными агентами относительно оптимального распределения, на величину $\bar{\pi}$ благодаря соответствующему занижению эффекта остальных агентов; однако в практически важных случаях при достаточно большом числе агентов и при $M \ll \kappa$ потери эффекта не миноритарных агентов малы, поскольку $\Delta\pi_k^*(x_k) \approx -\frac{\bar{\pi}}{\kappa}$, $k \in K_1$. В частности, условие (26) определяет предельное значение $M^{\max}$, при котором интеграция эффективна для метаагента, и это число существенно меньше κ, поскольку средние потери прибыли агентов должны быть меньше прироста эффективности метаагента, чтобы окружение было заинтересовано в интеграции.

Механизм (24), прежде всего, непосредственно определяет оптимальные полезности агентов, что упрощает его анализ, и остается работоспособным, даже если в системе интегрированы агенты, имеющие существенно отличные максимумы прибыли; наконец, он сводит вектор сообщаемой агентами информации к набору π_k^*, $\pi_k^{\max}$, $k \in K$.

Исследуем влияние сообщаемой агентами информации на распределение полезности в системе, т. е. проанализируем условие неманипулируемости (12) для механизма (24). Предположим, что *общим знанием всех агентов являются функции цен* (13) *и модели выбора оптимальных действий агентов* (15), тогда информация о значениях π_k^*, $\pi_k^{\max}$, $k \in K$, может быть искажена путем сообщения не-

[10] С учетом показателя (23) условие отнесения агента к миноритарным $\pi_k^{\max} < \bar{\pi} \Rightarrow \pi_k^{\max} + \bar{\pi}^* < \bar{\pi}^{\max}$ означает, что для него безусловный максимум прибыли ниже среднего значения этого показателя $\bar{\pi}^{\max}$ на величину $\bar{\pi}^*$, сопоставимую с $\bar{\pi}^{\max}$, т. е. существенно ниже. Из этого следует, прежде всего, что $M \ll \kappa$, т. е. $\mu \approx 1$. Распределение эффекта $\pi_k^*(x_k) = \pi_k^{\max} - \mu\bar{\pi}$ по первому механизму (24) не приведет к нарушению работоспособности (10) при условии $\pi_k^{\max}/\bar{\pi} \geqslant \mu\ \forall k \in K_1$, что реалистично, поскольку $\pi_k^{\max} \gg \bar{\pi}\ \forall k \in K_1 \wedge \mu \approx 1$.

достоверных значений издержек. Предположим также, что *недостоверные сообщения могут быть только относительно рисковых издержек* ρ_k, $k \in K$, которые будем считать параметром типа агента, поскольку издержки на интеграцию как взаимные комиссии агентов являются по определению общим знанием, а предельные издержки для конкурентного рынка должны соответствовать среднеотраслевым уровням.

Утверждение 3. *Если общим знанием всех агентов являются функции цен* (13) *и модели выбора* (15), *и при условиях* $\alpha_{lk(1)} > \dfrac{|b_l|\bar{p}_{l(0)}}{a_{l(0)}Q_l^*}$, $0 < \alpha_{lk(2)} < \dfrac{|b_l|\bar{p}_{l(0)}}{a_{l(0)}Q_l^*}$, $k \in K\backslash l$, *механизм* (24) *совместим со стимулами* (12) *по параметрам типа* $\rho_k = \rho_k^N$, $k \in K$, *и равновесное по Нэшу (обозначено индексом «N») состояние системы имеет вид:*

$$\rho_k^N = \arg\min_{\rho_k \geq 0}\{\rho_k\text{: } Q_k^* N(\rho_k^N) = Q_l^{*N}\}. \blacklozenge \qquad (27)$$

Равновесие Нэша (27) означает, что механизм (24) при комплементарном спросе на товары агентов в условиях снижения эффекта взаимодополнения с ростом цен приводит к равенству оптимумов метаагента и окружения, и это устойчивое состояние интегрированной системы относительного стратегического поведения агентов.

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТА

Моделирование проведено на основе параметров интегрированной системы, агенты которой ритейлер бытовой техники и электроники ООО «Эльдорадо», страховщик ОАО «Страховая компания «Ренессанс» и банк ООО «Хоум Кредит энд Финанс Банк», которым присвоены индексы k = 1, 2, 3 соответственно, а метаагентом является ритейлер. Обратные функции спроса (13) определены на основе статистического анализа динамических рядов цен и объемов продаж (для ритейлера по усредненному товарообороту), кредитования и страхования за период 2012—2014 гг. (30 отчетных периодов) в виде: $p_{1(0)} = 49\,000\,Q_1^{-0,09}$, $p_2 = 0,785\,Q_2^{-0,19}$, $p_3 = 0,35\,Q_3^{-0,165}$; коэффициент детерминации регрессий составил не менее 0,85. Постоянные, не зависящие от объемов рассматриваемых операций издержки агентов, не учитывались, а параметры переменных издержек агентов принимались равными: $c_1 = 22\,000$, $c_2 = 0,06$, $c_3 = 0,025$, $\rho_1 = 0$, $\rho_2 = 0,001$, $\rho_3 = 0,077$, $u_1 = -3230$, $u_2 = 0,031$, $u_3 = 0,018$. Эффект взаимодополнения (14) учитывался только для взаимодействий спроса на товары ритейлера и кредиты банка с коэффициентами $\alpha_{13(1)} = 2 \cdot 10^{-6}$, $\alpha_{13(2)} = 7 \cdot 10^{-7}$.

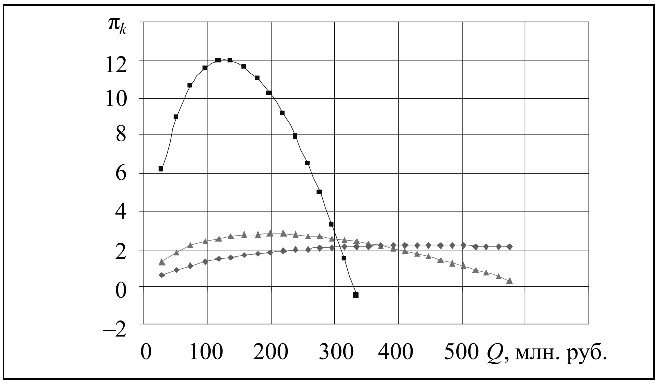

Рис. 3. Функции прибыли агентов системы: —■— π_1, млн руб.; —▲— π_2, тыс. руб.; —◆— π_3, тыс. руб.

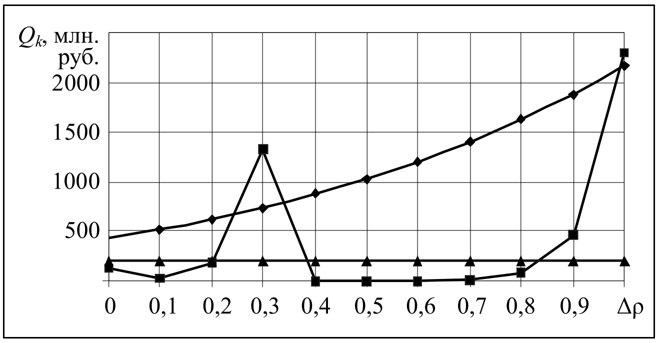

Рис. 4. Процесс установления равновесия Нэша: —■— Q_1^*; —▲— Q_2^*; —◆— Q_3^*

Анализ графиков функций прибыли агентов (рис. 3), рассчитанных по формулам (15), показывает наличие в системе рыночного положения доминирования метаагента (n = 1), поскольку $Q_{3(1)}^{\max} > Q_{2(1)}^{\max} > Q_{1(1)}^{\max} = Q_{1(1)}^*$. В этом случае, как показано в доказательстве утверждения 3 (см. Приложение), агенты окружения заинтересованы в занижении рисковых издержек ρ_2, ρ_3 в целях повышения значений $\pi_{2(1)}^{\max}$, $\pi_{3(1)}^{\max}$, что приводит к росту их полезности по механизму (24).

На рис. 4 показан итерационный процесс последовательного снижения агентами окружения рисковых издержек страховщика и банка ρ_2 и ρ_3 на величину $\Delta\rho$, определенную как долю от их первоначальных значений; оптимумы агентов рассчитаны по формуле (П. 1 — см. Приложение). При $\Delta\rho$ = 0,3 отмечен переход в рыночное положение доминирования окружения (n = 2), в частности, банка (k = 3), после чего изменился эффект взаимодополнения с $\alpha_{13(1)}$ на $\alpha_{13(2)}$, поэтому при $\Delta\rho = 0{,}4$ рынок метаагента резко сократился. Дальнейшее снижение рисковых издержек ρ_2, ρ_3 (отметим, что оптимум страховщика малочувствителен к этому параметру) привело к росту оптимума банка, что через эффект взаимодополнения повлияло на оптимум ритейлера, который при $\Delta\rho = 1$, т. е. снижении рисковых издержек до нуля, несколько превысил оптимум банка. В результате точное равенство оптимумов (27) в равновесии Нэша не достигнуто при данных параметрах системы, однако если бы существовала возможность дальнейшего снижения рисковых издержек, то описанный процесс повторился бы, приведя систему к точному равновесию.

Динамика (рис. 5) индивидуальных оптимумов агентов по шагам итерационного процесса свидетельствует о том, что снижение рисковых издержек агентов окружения стабильно повышает оптимум банка, несущественно, вследствие малой чувствительности, повышает оптимум страховщика

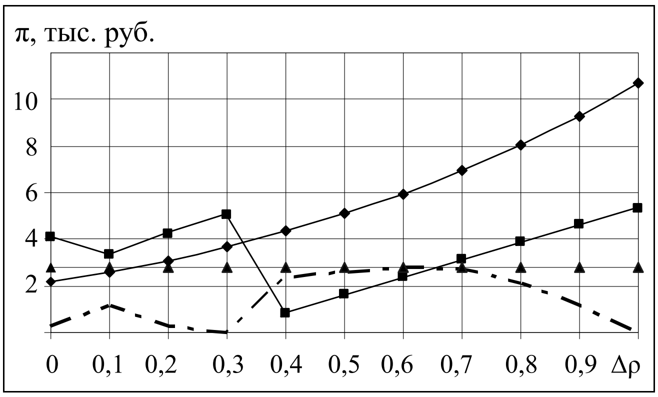

Рис. 5. Процесс изменения индивидуальных оптимумов: —■— $\ln \pi_1^{\max}$; —▲— $\pi_2^{\max}$; —◆— $\pi_3^{\max}$; - - · - - $\bar{\pi}$

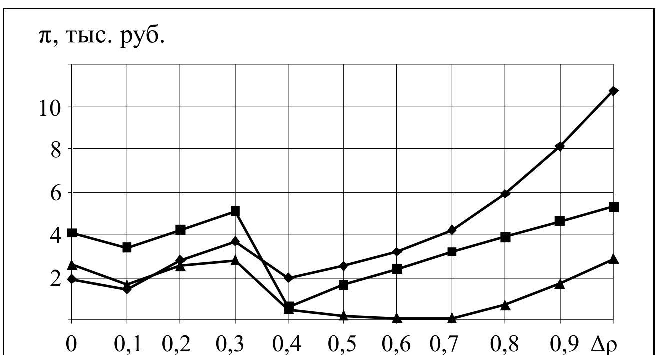

Рис. 6. Процесс равновесного распределения эффекта: —■— $\ln \pi_1^*$; —▲— π_2^*; —◆— π_3^*

и резко снижает оптимум метаагента в силу переключения эффекта взаимодополнения при $\Delta\rho = 0{,}4$. Миноритарные агенты в этих состояниях не возникали, на каждой итерации $\pi_k^{\max} \geq \bar{\pi}$, поскольку оптимальная для всех агентов согласно утверждению 3 стратегия снижения рисковых издержек противоположна стратегии достижения миноритарного статуса. Следовательно, появление миноритарных агентов является скорее исключением в интегрированных системах с комплементарным спросом, что подтверждает гипотезы слабого влияния и стабильности множества миноритарных агентов, положенные в основу механизма (24).

На рис. 6 показана соответствующая описанному итерационному процессу динамика распределяемого по механизму (24) эффекта интеграции, подтверждающая, что установившееся равновесие Нэша при $\Delta\rho = 1$ позволяет всем агентам получить максимальную полезность.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследована концепция антагонистических взаимодействий агентов, реализующих товары на рынках монополистической конкуренции при комплементарном спросе. Показано, что комплементарный спрос приводит к появлению метаагента, запускающего процесс интеграции, а также вызывает эффект взаимодополнения, при котором возможны положения как доминирования метаагента, ограничивающего спрос на товары окружения, так и доминирования окружения, снижающего эффективность системы в целом. Детерминантом статуса метаагента служат отрицательные интеграционные издержки, экономически выражающие его доход как трансфер в виде ценовых надбавок или комиссий от других агентов за участие в интегрированной системе. Условие формирования эффекта в системе интегрированных фирм, имеющих постоянные предельные издержки и действующих на рынках монополистической конкуренции при комплементарном спросе, сводится к положительному значению суммы эффекта, изымаемого метаагентом через комиссии, и эффекта, получаемого окружением после изъятия комиссии. Наличие положительного эффекта интеграции является необходимым условием для работоспособности механизма распределения, когда интегрированное состояние агентов доминирует состояние их индивидуальной рациональности.

Разработан механизм Парето-эффективного распределения эффекта в сильносвязанной системе анонимных агентов при трансферабельной полезности, обеспечивающий распределение, оптимальное по критерию мультипликативной агрегированной полезности (по «арбитражной схеме

Нэша» [26]). Механизм в пределе стремится к распределению эффекта пропорционально среднему значению максимума прибыли интегрированных агентов. Показано, что при незначительной модернизации, несущественно искажающей Парето-эффективное распределение эффекта, разработанный механизм удовлетворяет условиям работоспособности, сбалансированности и совместимости со стимулами. Последнее означает, что механизм обеспечивает равновесие по Нэшу относительно сообщаемых параметров типа агентов. Таким образом, сформулированы условия, при которых интеграция рациональна с точки зрения всех агентов системы при их некооперативном поведении, обусловленным комплементарным спросом. Моделирование механизма для интегрированной системы «ритейлер — банк — страховщик» подтвердило, что в результате итерационного процесса последовательного «нащупывания» в системе устанавливается равновесие Нэша, что показывает устойчивость механизма к стратегическому поведению агентов.

Совершенствование механизма, разработанного применительно к анонимным агентам, возможно в русле учета приоритетов агентов, т. е. перехода к анализу иерархических систем, интегрирующих неравнозначных агентов. Широта сферы потенциального использования полученных результатов предопределена распространенностью монополистических конкурентных рыночных структур в современной экономике, охватывающих рынки продовольственных и непродовольственных товаров, недвижимости, кредитных и страховых продуктов, на которых созревают условия интеграции вследствие феномена взаимодополнения спроса. Перспективным направлением апробации результатов видится также моделирование в форме обучающих и имитационных деловых игр.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство утверждения 1. Из необходимого условия оптимальности, записанного для k-го агента $\pi'_{kQ_k} = \bar p_{k(n)}(b_{k(n)} + 1)\,Q_k^{b_{k(n)}} - c_k = 0$, $k \in K$, получим выражение оптимума агента

$$Q_k^* = \left[\frac{c_k}{\bar p_{k(n)}(b_{k(n)} + 1)}\right]^{1/b_{k(n)}}, \quad k \in K, \quad n = 0, 1, 2, \quad (\text{П}.1)$$

которое при $n = 0$ характеризует индивидуальный оптимум неинтегрированного агента $Q_{k(0)}^*$. Отсюда следует, что чем выше эластичность спроса $|b_k|^{-1}$, тем больше оптимум агента Q_k^*. Сопоставление оптимумов метаагента и окружения, записанных на основе выражения (П.1), позволяет сформулировать условие реализации случая $n = 1$ (в противном случае $n = 2$): $\left[\dfrac{c_k}{\bar p_{k(1)}(b_{k(1)} + 1)}\right]^{1/b_{k(1)}} > \left[\dfrac{c_l}{\bar p_{l(1)}(b_{k(1)} + 1)}\right]^{1/b_{l(1)}}$, $k \in K\backslash l$; это условие при $b_{k(1)} \approx b_{l(1)}$, $k \in K\backslash l$ имеет вид $\bar p_{k(1)}/c_k - \bar p_{l(1)}/c_l > 0$, $k \in K\backslash l$. Анализ достаточного условия максимума

$$\pi''_{kQ_k} = \bar p_{k(n)}(b_{k(n)} + 1)b_{k(n)}\,Q_k^{b_{k(n)}} - 1 < 0,$$
$$k \in K, \quad n = 0, 1, 2, \qquad (\text{П}.2)$$

показывает, что с учетом ограничений на коэффициенты функций цен (13) оно выполняется при условии $\bar p_{k(n)} > 0$, $k \in K$.

Подставив оптимум агента (П.1) в модель (15), найдем выражение максимальной прибыли агента

$$\pi_k^{\max} = \pi_k(Q_k^*) = -\frac{b_{k(n)}}{b_{k(n)} + 1}\,c_k\left[\frac{c_k}{\bar p_{k(n)}(b_{k(n)} + 1)}\right]^{1/b_{k(n)}},$$
$$k \in K, \quad n = 0, 1, 2, \qquad (\text{П}.3)$$

которая при соблюдении достаточного условия максимума $\bar p_{k(n)} > 0$, $k \in K$ неотрицательна. В случае отсутствия интеграции $u_k = 0$, $k \in K$, $n = 0$, поэтому из выражения (П.3) получим

$$\pi_{k(0)} = -\frac{b_{k(0)}}{b_{k(0)} + 1}\,c_k\left[\frac{c_k}{(a_{k(0)} - \rho_k)(b_{k(0)} + 1)}\right]^{1/b_{k(0)}},$$
$$k \in K. \qquad (\text{П}.4)$$

Для интегрированной системы найдем выражение прибыли агентов окружения:

$$\pi_k^* = \begin{cases} \left(\bar p_{k(1)}\left[\dfrac{c_l}{\bar p_{l(1)}(b_{k(1)} + 1)}\right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} - c_k\right) \times \\ \times\left[\dfrac{c_l}{\bar p_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)}\right]^{1/b_{l(1)}}, n = 1, \\ \pi_k^{\max}, n = 2, k \in K\backslash l. \end{cases} \qquad (\text{П}.5)$$

в котором выражение для $n = 1$ получено подстановкой Q_l^* из формулы (П.1) в модель (15).

Анализ выражения (П.5) показывает, что прибыль агентов окружения для $n = 1$ неотрицательна при условии:

$$\bar p_{k(1)}\left[\frac{c_l}{\bar p_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)}\right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} > c_k \text{ или}$$

$$\frac{\bar p_{k(1)}}{c_k} - \left[\frac{\bar p_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)}{c_l}\right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} > 0, \quad k \in K\backslash l.$$

Поскольку в случае неитегрированной совокупности агентов прибыль всех агентов, кроме l-го, равна нулю и прибыль l-го агента определяется по формуле (П.4), а в интегрированной системе прибыль l-го агента соответствует максимуму (П.3) и прибыль окружения определяется по формуле (П.5), то для доказательства справедливости выражения (18) нужно показать, что

$$\sum_{k\in K}\pi_k^* - \pi_{l(0)} = \pi_l^{\max} + \sum_{k\in K\backslash l}\pi_k^* - \pi_{l(0)} > 0.$$

Следовательно, покажем, что в случае $n = 1$

$$\left(\frac{c_l}{b_{l(1)}+1} - c_l\right)\left[\frac{c_l}{\bar p_{l(1)}(b_{l(1)}+1)}\right]^{1/b_{l(1)}} - $$

$$-\left(\frac{c_l}{b_{l(1)}+1} - c_l\right)\left[\frac{c_l}{(a_{l(1)}-\rho_l)(b_{l(1)}+1)}\right]^{1/b_{l(1)}} +$$

$$+\sum_{k\in K\backslash l}\left(\bar p_{k(1)}\left[\frac{c_l}{\bar p_{l(1)}(b_{l(1)}+1)}\right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} - c_k\right)\times$$

$$\times\left[\frac{c_l}{\bar p_{l(1)}(b_{l(1)}+1)}\right]^{1/b_{l(1)}} > 0,$$

откуда после преобразований получим

$$\frac{1}{\bar p_{l(1)}^{\frac{1}{b_{l(1)}}}}\left(\frac{c_l}{b_{l(1)}+1}\right)^{1/b_{l(1)}}\left\{-\frac{c_l b_{l(1)}}{b_{l(1)}+1}\left(1-\left[\frac{\bar p_{l(1)}}{a_{l(1)}-u_l}\right]^{1/b_{l(1)}}\right)+\right.$$

$$\left.+\sum_{k\in K\backslash l}\left(\bar p_{k(1)}\left[\frac{c_l}{\bar p_{l(1)}(b_{l(1)}+1)}\right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} - c_k\right)\right\} > 0. \quad (П.6)$$

Введя обозначения

$\varphi_{-l(1)} = \sum_{k\in K\backslash l}\left(\bar p_{k(1)}\left[\frac{c_l}{\bar p_{l(1)}(b_{l(1)}+1)}\right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} - c_k\right)$,

$\varphi_{l(1)} = -\frac{c_l b_{l(1)}}{b_{l(1)}+1}\left(1-\left[\frac{\bar p_{l(1)}}{a_{l(1)}-u_l}\right]^{1/b_{l(1)}}\right)$, запишем выражение (П.6) в более компактном виде:

$$\frac{1}{\bar p_{l(1)}^{1/b_{l(1)}}}\left(\frac{c_l}{b_{l(1)}+1}\right)^{1/b_{l(1)}}\{\varphi_{l(1)} + \varphi_{-l(1)}\} > 0. \quad (П.7)$$

Неравенство (П.7) с учетом ограничений на коэффициенты функций цен (13), а также при достаточном условии (П.2) выполняется, если

$$\{\varphi_{-l(1)} > |\varphi_{l(1)}| \forall u_l > 0\} \vee \{\varphi_{-l(1)} > 0 \forall u_l < 0\},$$

$$l \in K\backslash k, \quad (П.8)$$

поскольку $\varphi_{l(1)} < 0$ при $u_l > 0$, $l \in K\backslash k$ и $\varphi_{l(1)} > 0$ при $u_l < 0$, $l \in K\backslash k$. В случае $b_{k(1)} \approx b_{l(1)}$, $k \in K\backslash l$ второе условие в выражении (П.8) с учетом упрощения $\varphi_{-l(1)}$ принимает вид $\varphi_{-l(1)} = \sum_{k\in K\backslash l}\left(\frac{\bar p_{k(1)}c_l}{\bar p_{l(1)}(b_{l(1)}+1)} - c_k\right) > 0$ и выполняется при более жестком покомпонентном (достаточном) условии $\frac{\bar p_{k(1)}c_l}{\bar p_{l(1)}(b_{l(1)}+1)} - c_k > 0$, $k \in K\backslash l$, которое запишем в виде $\frac{\bar p_{k(1)}}{c_k} - \frac{\bar p_{l(1)}}{c_l}(b_{l(1)} + 1) > 0$, $k \in K\backslash l$.

В случае $n = 2$ максимумы прибыли всех агентов определяются по формуле (П.3), поэтому для справедливости выражения (18) необходимо, чтобы

$$\varphi_{-l(2)} + \varphi_{l(2)} > 0, \quad (П.9)$$

где $\varphi_{-l(2)} = -\sum_{k\in K}\frac{b_{k(2)}}{b_{k(2)}+1}c_k\left[\frac{c_k}{\bar p_{k(2)}(b_{k(2)}+1)}\right]^{1/b_{k(2)}}$, $\varphi_{l(2)} = \frac{b_{l(2)}}{b_{l(2)}+1}c_l\left[\frac{c_l}{(a_{l(2)}-\rho_l)(b_{l(2)}+1)}\right]^{b_{l(2)}}$. В случае $b_{k(2)} \approx b_{l(2)}$, $k \in K\backslash l$ преобразуем условие (П.9):

$$\sum_{k\in K}c_k\left[\frac{c_k}{a_{k(2)}-u_k-\rho_k}\right]^{-1} > c_l\left[\frac{c_l}{a_{l(2)}-\rho_l}\right]^{-1},$$

$$\sum_{k\in K}(a_{k(2)} - u_k - \rho_k) > a_{l(2)} - \rho_l,$$

$$\sum_{k\in K}(a_{k(2)} - \rho_k) - \sum_{k\in K}u_k > a_{l(2)} - \rho_l,$$

а поскольку для внутрисистемных комиссий $\sum_{k\in K}u_k = 0$, то последнее неравенство приводится к виду $\sum_{k\in K\backslash l}(a_{k(2)} - \rho_k) + a_{l(2)} - \rho_l > a_{l(2)} - \rho_l$, т. е. $\sum_{k\in K\backslash l}(a_{k(2)} - \rho_k) > 0$. Обобщенно, введя обозначения (21) и (22), запишем выражения (П.8) и (П.9) в виде $\varphi_{-l} + \varphi_l > 0$. ♦

Доказательство утверждения 2. Подставим механизм (9) в формулу (4), получим полезность агентов после оптимального распределения эффекта:

$$\pi_k^*(x_k) = \pi_{k(0)} + \frac{1}{\kappa}(\Phi - (\kappa - 1)(\pi_{k(0)} - \pi_k^{\max}) +$$

$$+ \sum_{i\in K\backslash k}(\pi_{k(0)} - \pi_i^{\max})) =$$

$$= \frac{1}{\kappa}\left(\Phi + \sum_{i\in K}\pi_{i(0)} - \sum_{i\in K}\pi_i^{\max} + \kappa\pi_k^{\max}\right),$$

откуда, подставив модель эффекта (3), получим

$$\pi_k^*(x_k) = \frac{1}{\kappa}\left(\sum_{i\in K}\pi_i^* - \sum_{i\in K}\pi_{i(0)} + \sum_{i\in K}\pi_{i(0)} - \sum_{i\in K}\pi_i^{\max} + \kappa\pi_k^{\max}\right) =$$

$$= \frac{1}{\kappa}\left(\sum_{i\in K}\pi_i^* - \sum_{i\in K}\pi_i^{\max}\right) + \pi_k^{\max} = -\bar\pi + \pi_k^{\max}. \quad (П.10)$$

Отклонение распределения по механизму (24) от распределения по механизму (П.10), эквивалентного механизму (9), при $k \in K_1$ равно $\Delta\pi_k^*(x_k) = -\frac{\kappa}{\kappa - M}\bar\pi + \bar\pi = -\frac{M}{\kappa - M}\bar\pi$, $k \in K_1$, а при $k \in M$ равно $\Delta\pi_k^*(x_k) = \pi_k^{\max} + \bar\pi - \pi_k^{\max} = \bar\pi$, $k \in M$.

Условие работоспособности (10) для агентов окружения выполняется в силу механизма вида (24), а для метаагента это условие выполняется при $-\mu\bar\pi + \pi_l^{\max} > \pi_{l(0)}$, $k \in K_1 \cup M$, которое преобразуется к виду $M < \kappa\left(1 - \frac{\bar\pi}{\pi_l^{\max} - \pi_{l(0)}}\right)$. Условие сбалансированности механизма (11) выполняется, поскольку из баланса прибыли

$$\sum_{k\in K}\pi_k^*(x_k) - \sum_{k\in K}\pi_k^* = \sum_{k\in K\setminus M}\left(-\frac{\kappa\bar\pi}{\kappa - M} + \pi_k^{\max}\right) + $$
$$+ \sum_{k\in M}\pi_k^{\max} - \sum_{k\in K}\pi_k^* = -\frac{(\kappa - M)K}{\kappa - M}\bar\pi + \sum_{k\in K}\pi_k^{\max} - $$
$$- \sum_{k\in K}\pi_k^* = -\kappa\bar\pi + \kappa\bar\pi = 0$$

следует полное распределение прибыли системы. ♦

Доказательство утверждения 3. Оценим чувствительность распределения (24) к вариации ρ_k, $k \in K$, в виде

$$\frac{\partial\pi_k^*(x_k)}{\partial\rho_k} = \frac{\partial\pi_k^*(x_k)}{\partial\pi_k^{\max}}\frac{\partial\pi_k^{\max}}{\partial\rho_k} + \frac{\partial\pi_k^*(x_k)}{\partial\pi_k^*}\frac{\partial\pi_k^*}{\partial\rho_k}, \quad k \in K, \qquad (\text{П.11})$$

где

$$\frac{\partial\pi_k^*(x_k)}{\partial\pi_k^{\max}} = \begin{cases} 1 - \frac{\mu}{\kappa}, k \in K_1, \\ 1, k \in M, \end{cases}$$

$$\frac{\partial\pi_k^*(x_k)}{\partial\pi_k^*} = \begin{cases} \frac{\mu}{\kappa}, k \in K_1, \\ 0, k \in M. \end{cases} \qquad (\text{П.12})$$

Дифференцируя выражение (П.3), найдем

$$\frac{\partial\pi_k^{\max}}{\partial\rho_k} = -\left[\frac{c_k}{\bar p_{k(n)}(b_{k(n)}+1)}\right]^{1/b_{k(n)}+1}, \quad k \in K, \qquad (\text{П.13})$$

дифференцируя выражение (П.5) с учетом формулы (П.13), найдем

$$\frac{\partial\pi_k^*}{\partial\rho_k} = \begin{cases} -\left[\frac{c_l}{\bar p_{l(1)}(b_{l(1)}+1)}\right]^{b_{k(1)}+1/b_{l(1)}}, n = 1, \\ -\left[\frac{c_k}{\bar p_{k(n)}(b_{k(n)}+1)}\right]^{1/b_{k(n)}+1}, n = 2, k \in K\setminus l. \end{cases} \qquad (\text{П.14})$$

Подставив выражения (П.12)—(П.14) в формулу (П.11), получим

$$\frac{\partial\pi_k^*(x_k)}{\partial\rho_k} = \begin{cases} -\left(1-\frac{\mu}{\kappa}\right)\left[\frac{c_k}{\bar p_{k(n)}(b_{k(n)}+1)}\right]^{1/b_{k(n)}+1} - \\ \quad -\frac{\mu}{\kappa}\left[\frac{c_l}{\bar p_{l(1)}(b_{l(1)}+1)}\right]^{b_{k(1)}+1/b_{l(1)}}, k \in K_1, \\ -\left[\frac{c_k}{\bar p_{k(n)}(b_{k(n)}+1)}\right]^{1/b_{k(n)}+1}, k \in M, n = 1. \end{cases}$$

$$\frac{\partial\pi_k^*(x_k)}{\partial\rho_k} = -\left[\frac{c_k}{\bar p_{k(n)}(b_{k(n)}+1)}\right]^{1/b_{k(n)}+1}, \quad n = 2,\ k \in K_1 \cup M.$$

Отсюда следует, что при $n = 1, 2$ вариация $\Delta\rho_k < 0$, $k \in K$ повышает полезность k-го агента. Дифференцируя оптимум метаагента (П.1) с учетом формулы (13), получим

$$\frac{\partial Q_l^*}{\partial\rho_k} = \frac{\partial Q_l^*}{\partial Q_k^*}\frac{\partial Q_k^*}{\partial\rho_k}, \quad k \in K\setminus l,$$

где $\frac{\partial Q_l^*}{\partial Q_k^*} = -\frac{1}{b_l}\left[\frac{c_l}{\bar p_{l(0)}(b_l+1)}\right]^{1/b_l+1}\frac{c_l}{\bar p_{l(0)}^2(b_l+1)}\frac{\partial a_l}{\partial Q_k^*} =$

$= -\frac{Q_l^*\alpha_{lk}a_{l(0)}}{b_l\bar p_{l(0)}}$, $k \in K\setminus l$.

Если система в состоянии $n = 1$, то темп роста оптимума метаагента Q_l^* выше темпа роста оптимумов окружения Q_k^* при $\frac{\partial Q_l^*}{\partial Q_k^*} > 1 \Rightarrow \alpha_{lk(1)} > \frac{|b_l|\bar p_{l(0)}}{a_{l(0)}Q_l^*}$; в динамике $\Delta\rho_k < 0$, $k \in K$ приведет к тому, что $Q_{k(1)}^* \le Q_{l(1)}^*$, $k \in K\setminus l$ (где равенство соответствует $n = 2$) и $\rho_k \ge \rho_{k(1)}^{\min}$, где значение $\rho_{k(1)}^{\min}$ определяется из условия $Q_{k(1)}^*(\rho_{k(1)}^{\min}) = Q_{l(1)}^*$, $k \in K\setminus l$, поскольку дальнейшее снижение $\Delta\rho_k < 0$, $k \in K$ приводит к переходу в состояние $n = 2$, что согласно модели цены (13) ограничивает рост продаж метаагента.

Если система в состоянии $n = 2$, то темп роста Q_l^* ниже темпа роста Q_k^* при $\frac{\partial Q_l^*}{\partial Q_k^*} < 1 \Rightarrow \alpha_{lk(2)} < \frac{|b_l|\bar p_{l(0)}}{a_{l(0)}Q_l^*}$; в результате $Q_{k(2)}^* \ge Q_{l(2)}^*$, $k \in K\setminus l$ (где равенство соответствует $n = 1$) и $\rho_k \ge \rho_{k(2)}^{\min}$, где значение $\rho_{k(2)}^{\min}$ определяется из условия $Q_{k(2)}^*(\rho_{k(2)}^{\min}) = Q_{l(2)}^*$, $k \in K\setminus l$, поскольку при $\rho_k < \rho_{k(2)}^{\min}$ модель цены (13) переходит в состояние $n = 1$, когда спрос метаагента ограничивает рост продаж k-го агента.

Поскольку в обоих случаях $n = 1, 2$ объем продаж Q_l^*, $k \in K\setminus l$, ограничен по модели цены (13) либо функцией спроса метаагента p_l^*, либо функциями спроса окружения p_{-l}^*, то условие $Q_k^*(\rho_k^{\min}) = Q_l^*$, $k \in K\setminus l$ определяет нижнюю границу издержек k-го агента $\rho_k^{\min} = \rho_k^N$, которая является равновесием Нэша, т. е. $\rho_k^N = \arg\min_{\rho_k \ge 0}\{\rho_k\colon Q_k^{*N}(\rho_k^N) = Q_l^{*N}\}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гераськин М.И., Манахов В.В.* Оптимизация взаимодействий в мультиагентной сильносвязанной системе «ритейлер — банк — страховщик» // Проблемы управления. — 2015. — № 4. — С. 9—18.
2. *Burkov V.N., Goubko M., Korgin N., Novikov D.* Introduction to Theory of Control in Organizations. — Boca Raton: CRC Press, 2015.

3. *Bolton P., Dewatripont M.* Contract Theory. — Cambridge: MIT Press, 2005.
4. *Бурков В.Н., Буркова И.В., Пузырев С.А.* Принцип согласованного планирования в управлении социальными и эколого-экономическими системами // Управление большими системами. — 2015. — Вып. 55. — С. 55—78.
5. *Бурков В.Н., Еналеев А.К.* Оптимальность принципа открытого управления. Необходимые и достаточные условия достоверности информации в активных системах // Автоматика и телемеханика. — 1985. — № 3. — С. 73—80.
6. *Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К.* и др. Конкурсные механизмы в задачах распределения ограниченных ресурсов // Автоматика и телемеханика. — 1988. — № 11. — С. 142—153.
7. *Бурков В.Н., Еналеев А.К., Каленчук В.Ф.* Коалиции при конкурсном механизме распределения ресурсов // Автоматика и телемеханика. — 1989. — № 12. — С. 81—90.
8. *Бурков В.Н., Еналеев А.К., Лавров Ю.Г.* Синтез оптимальных механизмов планирования и стимулирования в активной системе // Автоматика и телемеханика. — 1992. — № 10. — С. 113—120.
9. *Бурков В.Н., Искаков М.Б., Коргин Н.А.* Применение обобщенных медианных схем для построения неманипулируемого механизма многокритериальной активной экспертизы // Проблемы управления. — 2008. — № 4 — С. 38—47.
10. *Коргин Н.А.* Эквивалентность и неманипулируемость неанонимных приоритетных механизмов распределения ресурсов // Управление большими системами. — 2009. — Вып. 26.1 — С. 319—347.
11. *Бурков В.Н., Горгидзе И.И., Новиков Д.А., Юсупов Б.С.* Модели и механизмы распределения затрат и доходов в рыночной экономике. — М.: ИПУ РАН. — 1997. — 61 с.
12. *Коргин Н.А.* Анализ реализуемости результатов многокритериальной экспертизы — применение «свойства пересечения» // Проблемы управления. — 2009. — № 6 — С. 18—27.
13. *Бурков В.Н., Искаков М.Б., Коргин Н.А.* Применение обобщенных медианных схем для построения неманипулируемого механизма многокритериальной активной экспертизы // Проблемы управления. — 2008. — № 4. — С. 38—47.
14. *Бондарик В.Н., Коргин Н.А.* Механизмы распределения ресурсов на основе неманипулируемых симметричных анонимных процедур голосования с делегированием // Проблемы управления. — 2012. — № 5. — С. 26—32.
15. *Еналеев А.К.* Оптимальный механизм функционирования в активной системе с обменом информацией // Управление большими системами. — 2010. — Вып. 29. — С. 108—127.
16. *Еналеев А.К.* Оптимальные согласованные механизмы в активных системах и задача теории контрактов // Управление большими системами. — 2014. — Вып. 49. — С. 167—182.
17. *Горелик В.А., Золотова Т.В.* Механизмы управления платежами, лимитами и штрафами в иерархических региональных моделях охраны окружающей среды // Управление большими системами. — 2015. — Вып. 55. — С. 119—139.
18. *Болотнов Д.Ю.* Механизм эффективного распределения ресурсов банка в условиях вероятностной неопределенности // Автоматика и телемеханика. — 2000. — № 4. — С. 143—151.
19. *Новиков Д.А., Цветков А.В.* Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах. — М.: Апостроф, 2000.
20. *Новиков Д.А., Цветков А.В.* Декомпозиция игры активных элементов в задачах стимулирования // Автоматика и телемеханика. — 2001. — № 2. — С. 173—180.
21. *Лысаков А.В., Новиков Д.А.* Договорные отношения в управлении проектами. — М.: ИПУ РАН, 2004. — 100 с.
22. *Клочков В.В., Чернер Н.В.* Повышение эффективности управления производственным потенциалом предприятий в составе интегрированных структур // Проблемы управления. — 2016. — № 1. — С. 49—57.
23. *Недовесов М.В., Руденко З.Г.* Формирование оптимального портфеля взаимозависимых проектов и его оптимизация во времени // Проблемы управления. — 2012. — № 4. — С. 26—31.
24. *Бурков В.Н., Буркова И.В.* Метод сетевого программирования // Проблемы управления. — 2005. — № 3. — С. 25—27.
25. *Лавриченко О.В.* Модель адаптивного распределения ограниченных инновационных ресурсов на основе неманипулируемых механизмов // Инженерный вестник Дона. — 2015. — Т. 34, № 1—2.
26. *Nash J.* The Bargaining Problem // Econometrica. — 1950. — № 18 (2). — P. 155—162.
27. *Попов Л.Д.* Итеративные методы нахождения равновесия в частной модели обмена Эрроу-Дебре-Стоуна // Труды Института математики и механики УрО РАН. — 2012. — Т. 18, № 3. — С. 201—207.
28. *Ortmann K.M.* Fair allocation of capital growth // Operational Research. — 2016. — Vol. 6, iss. 2. — P. 181—196.
29. *Hatfield J.W., Kominers S.D., Nichifor A.,* et al. Stability and competitive equilibrium in trading networks // Journal of Political Economy. — 2013. — N 121 (5). — P. 966—1005.
30. *Ostrovsky M.* Information Aggregation in Dynamic Markets With Strategic Traders // Econometrica. — 2012. — N 80 (6). — P. 2595—2647.
31. *Basar T., Maheswaren R.* Social welfare of selfish agents: Motivating efficiency for divisible resources // Proc. Control Decision Conf. (CDC). — 2004. — P. 361—395.
32. *Jain R., Walrand J.* An efficient Nash-implementation mechanism for divisible resource allocation // Automatica. — 2010. — Vol. 46, N 8. — P. 1276—1283.
33. *Kakhbod A., Teneketzis D.* An efficient game form for unicast service provisioning // IEEE Trans. Autom. Control. — 2012. — Vol. 57, N 2. — P. 392—404.
34. *Johary R., Tsitsiklis J.N.* Efficiency of ScalarParameterized Mechanisms // Operations Research. — 2009. — N 57. — P. 823—839.
35. *Подиновская О.В., Подиновский В.В.* Анализ иерархических многокритериальных задач принятия решений методами теории важности критериев // Проблемы управления. — 2014. — № 6. — С. 2—8.
36. *Healy P., Mathevet L.* Designing stable mechanisms for economic environments // Theoretical Economics. — 2012. — N 7 (3). — P. 609—661.
37. *Коргин Н.А.* Представление механизма последовательного распределения ресурсов как неманипулируемого механизма многокритериальной активной экспертизы // Управление большими системами. — 2012. — Вып. 36. — С. 186—208.
38. *Коргин Н.А., Корепанов В.О.* Решение задачи эффективного распределения ресурсов на основе механизма Гровса-Лейдярда при трансферабельной полезности // Управление большими системами. — 2013. — Вып. 46. — С. 216—265.
39. *Новиков Д.А.* Теория управления организационными системами / 3-е изд. — М.: Изд-во физ.-мат. литературы, 2012.
40. *Машунин Ю.К.* Методы и модели векторной оптимизации. — М.: Наука, 1986.
41. *Хоменюк В.В.* Элементы теории многоцелевой оптимизации. — М.: Наука, 1983.
42. *Maskin E.* The Theory of Nash Equilibrium: A Survey / In: L. Hurwicz, D. Schmeidler, H. Sonnenschein. Social Goals and Social Organization. — Cambridge: Cambridge University Press, 1985. — P. 173—204.

Статья представлена к публикации руководителем РРС Г.А. Угольницким.

Гераськин Михаил Иванович — д-р экон. наук, зав. кафедрой, Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева», ✉ innovation@ssau.ru.