

## ЗАДАЧА ПЛАНИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТА ЧЕРЕЗ РАЙОН СЛУЧАЙНОГО ПОИСКА<sup>1</sup>

А.А. Галяев, П.В. Лысенко, В.П. Яхно

Рассмотрена задача планирования оптимальной траектории объекта, проходящей через район случайного поиска. Особенность задачи состоит в том, что район поиска заранее неизвестен, но известны алгоритмические и технические характеристики поисковых средств. Предложены две вариационные постановки задачи минимизации интегрального риска при отсутствии и наличии ограничения на длину траектории. Для их численного решения разработаны программные модули.

**Ключевые слова:** поиск подвижного объекта, планирование движения, оптимальный закон уклонения от обнаружения.

### ВВЕДЕНИЕ

Задачи планирования траектории подвижного объекта (ПО) в конфликтной среде вызывают большой интерес в связи с расширяющейся областью применения различного рода беспилотных летательных и подводных аппаратов. При планировании траектории ПО необходимо учитывать, что противоборствующая сторона решает задачу поиска объектов с выработкой плана и алгоритмов поиска. Термин «конфликтная среда» используется для описания взаимодействия ПО со средой движения, другими ПО и внешними ограничениями и также как реакция ПО на переменные внешние условия. Поскольку зачастую ПО движется в условиях недостатка информации о взаимодействующих объектах и среде, то для описания механизмов поиска подвижных объектов используются вероятностные модели [1].

Существуют два подхода к исследованию задач планирования траектории подвижных объектов при решении задач поиска-уклонения, а именно, экстремальный и теоретико-игровой. Экстремальный подход требует построения детерминированной или стохастической модели конкретной задачи с определением критерия эффективности миссии ПО. В экстремальных моделях критерий определяет целевую функцию при заданных кинематических

связях-ограничениях, а в теоретико-игровых — функцию выигрыша при заданном множестве вариантов действий. В настоящей работе будет применяться экстремальный подход. Несмотря на большое разнообразие управляемых ПО, связанные с ними задачи управления имеют общие характерные черты. Прежде всего, это традиционные задачи планирования миссий, включающие в себя прокладку относительно безопасной траектории с учетом естественных и искусственных ограничений (рельеф местности, гидрологические и погодные условия), а также удержание (стабилизация) на заданном курсе [2—4]. Кроме того, характерными являются задачи оптимального маневрирования при нештатных ситуациях (например, при резко меняющихся погодных условиях и др.) [5]. Как правило, успешность выполнения миссии оценивается значением некоторого функционала (критерия оптимальности), минимизация которого является основной задачей системы управления. Классические критерии оптимальности связаны с минимизацией расхода энергоресурса, времени (задачи быстрогодействия) или промаха [6]. В последнее время проявляется интерес к нетрадиционным критериям, таким как повышение скрытности движения (при движении в конфликтной среде с учетом карты уровня потенциальных рисков-угроз) [5, 7, 8]. Одной из моделей, описывающей поиск подвижного объекта в заданном районе, служит модель случайного поиска [1, 9]. В случае, когда район поиска известен и требуется, чтобы ПО при своем движении не был обнару-

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-08-01076-а).

жен, маршрут движения не должен проходить через район поиска. В общем случае траектория, реализующая такое движение ПО, может быть не единственной. Цель работы — распространить модель случайного поиска на случай неизвестного района поиска, предложить несколько постановок задачи с формализацией критерия и разобрать модельные примеры с исследованием особенностей полученных решений.

## 1. ПОСТРОЕНИЕ КРИТЕРИЯ КАЧЕСТВА — ФУНКЦИОНАЛА РИСКА

Пусть ПО движется на плоскости из заданной начальной в заданную конечную точку таким образом, что траектория его движения может пересечь район случайного поиска  $Q$ , представляющий собой связное, ограниченное и измеримое множество в  $R^2$  с площадью  $\mu(Q)$ . Тогда выполнено равенство

$$1 = \iint_Q \frac{dx dy}{\mu(Q)} = \frac{1}{\mu(Q)} \iint_{R^2} I_Q(x, y) dx dy,$$

где  $I_Q(x, y)$  — индикатор множества  $Q$ .

Предположим, что геометрический центр этого множества, точка  $(\xi, \eta)$ , является двумерной случайной величиной с плотностью распределения  $\rho(\xi, \eta)$ . Тогда справедливо

$$1 = \mathbf{E}1 = \mathbf{E} \frac{1}{\mu(Q)} \iint_{R^2} I_Q dx dy = \frac{1}{\mu(Q)} \iint_{R^2} \mathbf{E} I_Q dx dy. \quad (1)$$

Раскроем математическое ожидание в выражении (1) с учетом, что индикатор множества  $Q$  принимает вид  $I_Q(x - \xi, y - \eta)$ , и получим

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu(Q)} \iint_{R^2} \mathbf{E} I_Q dx dy = \\ & = \frac{1}{\mu(Q)} \iint_{R^2} \left( dx dy \iint_{R^2} I_Q(x - \xi, y - \eta) \rho(\xi, \eta) d\xi d\eta \right). \end{aligned}$$

Обозначим

$$\Gamma(x, y) = \frac{1}{\mu(Q)} \iint_{R^2} I_Q(x - \xi, y - \eta) \rho(\xi, \eta) d\xi d\eta.$$

Функция  $\Gamma(x, y)$  является плотностью распределения, поскольку

$$\iint_{R^2} \Gamma(x, y) dx dy = 1.$$

Эта же функция задает распределение уровней риска при прохождении траектории ПО через область поиска.

Предположим, что задана траектория  $s(x, y)$ , такая, что  $dx dy = dx dh$ , где  $dh$  — инфинитезимальная толщина траектории.

Поисковый потенциал при случайном поиске в случайной области  $Q$  равен произведению вероятности попадания в инфинитезимальную окрестность траектории и вероятности обнаружения  $k(x, y)$  при нахождении в окрестности заданной точки области. Определим  $dh = k(x, y) u dt$ , где  $u$  — скорость поискового средства,  $dt$  — дифференциал времени. Поэтому выражение для поискового потенциала можно записать в виде

$$P_p = \int_0^T \left[ \int_L \Gamma(x, y) dx k(x, y) \right] u dt. \quad (2)$$

Задача оптимизации заключается в нахождении траектории ПО, доставляющей минимум выражению (2) на ней.

Обозначим выражение в квадратных скобках как  $R(x(\cdot), y(\cdot))$  и назовем его функционалом риска. В общем случае вероятность обнаружения  $k(x, y)$  может зависеть не только от координат местоположения объекта, но и от алгоритма обнаружения объекта и особенностей распространения сигнала в среде. Без потери общности можно переобозначить функцию  $\Gamma(x, y) k(x, y) \rightarrow \Gamma(x, y)$ . По этой причине и чтобы упростить постановку задачи, далее будем считать, что  $k(x, y)$  является константой в области поиска  $Q$ . Подвергнем анализу две задачи.

**Задача 1:**

$$R(x(\cdot), y(\cdot)) = \int_s \Gamma(x, y) ds \rightarrow \min_s.$$

**Задача 2:**

$$R(x(\cdot), y(\cdot)) = \int_s \Gamma(x, y) ds \rightarrow \min_s$$

при условии

$$\int_s ds \leq L,$$

которое задает ограничение на длину траектории ПО.

## 2. ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ КАРТЫ УРОВНЕЙ РИСКА

Предположим, что известны размеры прямоугольника — области  $Q$  случайного поиска, а координаты точки пересечения диагоналей прямоугольника являются случайными величинами  $(\xi, \eta)$ . На рис. 1 показана функция  $I_Q(x, y)$ , отложенная по вертикальной оси и задающая детерминированную область случайного поиска.



Пусть независимые случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  равномерно распределены на отрезках  $[-l_x, l_x]$  и  $[-l_y, l_y]$  соответственно. Предположим, что линейные размеры прямоугольника равны  $2L_x, 2L_y$ , а точка пересечения диагоналей прямоугольника есть точка с координатами  $(0, 0)$ . Это означает, что

$$I_Q(x - \xi, y - \eta) = \begin{cases} 1, & x - \xi \in [-L_x, L_x], y - \eta \in [-L_y, L_y]; \\ 0, & x - \xi \notin [-L_x, L_x], y - \eta \notin [-L_y, L_y], \end{cases}$$

$$\Gamma(x, y)\mu(Q) = \frac{1}{4l_x l_y} \int_{-l_x}^{l_x} \int_{-l_y}^{l_y} I_Q(x - \xi, y - \eta) d\eta d\xi. \quad (3)$$

Вычислим

$$\Gamma(x, y)\mu(Q) = \begin{cases} 1, & x \in [-L_x + l_x, L_x - l_x], y \in [-L_y + l_y, L_y - l_y]; \\ (L_x + l_x - x)/(2l_x), & x \in [L_x - l_x, L_x + l_x], \\ & y \in [-L_y + l_y, L_y - l_y]; \\ (L_x + l_x + x)/(2l_x), & x \in [-L_x - l_x, -L_x + l_x], \\ & y \in [-L_y + l_y, L_y - l_y]; \\ (L_y + l_y - y)/(2l_y), & x \in [-L_x + l_x, L_x - l_x], \\ & y \in [L_y - l_y, L_y + l_y]; \\ (L_y + l_y + y)/(2l_y), & x \in [-L_x + l_x, L_x - l_x], \\ & y \in [-L_y - l_y, -L_y + l_y]; \\ (L_x + l_x - x)(L_y + l_y - y)/(4l_x l_y), & x \in [L_x - l_x, L_x + l_x], y \in [L_y - l_y, L_y + l_y]; \\ (L_x + l_x + x)(L_y + l_y - y)/(4l_x l_y), & x \in [-L_x - l_x, -L_x + l_x], y \in [L_y - l_y, L_y + l_y]; \\ (L_x + l_x - x)(L_y + l_y + y)/(4l_x l_y), & x \in [L_x - l_x, L_x + l_x], y \in [-L_y - l_y, -L_y + l_y]; \\ (L_x + l_x + x)(L_y + l_y + y)/(4l_x l_y), & x \in [-L_x - l_x, -L_x + l_x], y \in [-L_y - l_y, -L_y + l_y]; \\ 0, & x \notin [-L_x - l_x, L_x + l_x] \text{ или} \\ & y \notin [-L_y - l_y, L_y + l_y]. \end{cases} \quad (4)$$

На рис. 1 приведена функция  $I_Q$  в случае  $L_x = 10, L_y = 1$ , а на рис. 2 — функция  $\Gamma(x, y)\mu(Q)$  в случае  $L_x = 10, L_y = 1, l_x = 2, l_y = 0,2$ . Заданное распределение случайных величин ( $\xi$  и  $\eta$ ) приведет к формированию функции распределения уровней риска. Например, на рис. 3 приведена функция  $\Gamma(x, y)\mu(Q)$  в случае гауссовского распределения

этих случайных величин при  $L_x = 10, L_y = 1, \sigma_x = 2, \sigma_y = 0,4$ , т. е. результат вычисления интеграла

$$\Gamma(x, y)\mu(Q) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_Q(x - \xi, y - \eta) \times \exp(-\xi^2/(2\sigma_x^2) - \eta^2/(2\sigma_y^2)) d\eta d\xi. \quad (5)$$

Другими словами, формулы (3)–(5) задают карты уровня рисков-угроз, а на рис. 1–3 показаны непосредственно значения функции распределения уровней риска. Полученные зависимости за-

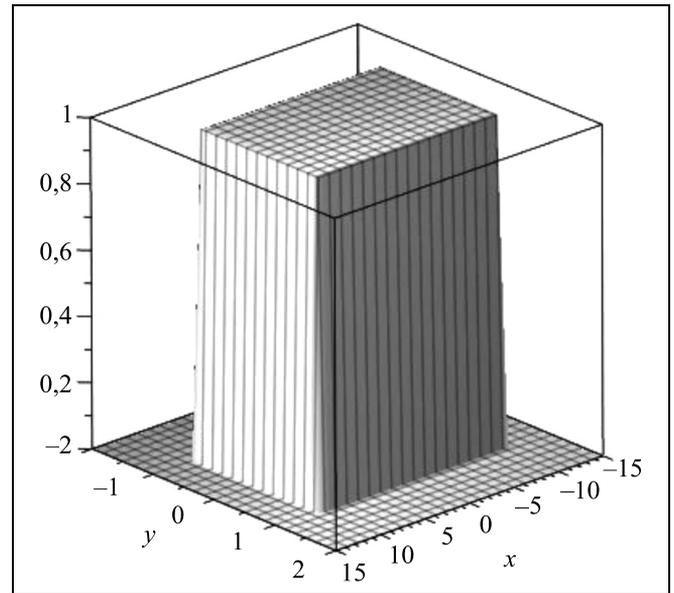


Рис. 1. Детерминированная область случайного поиска

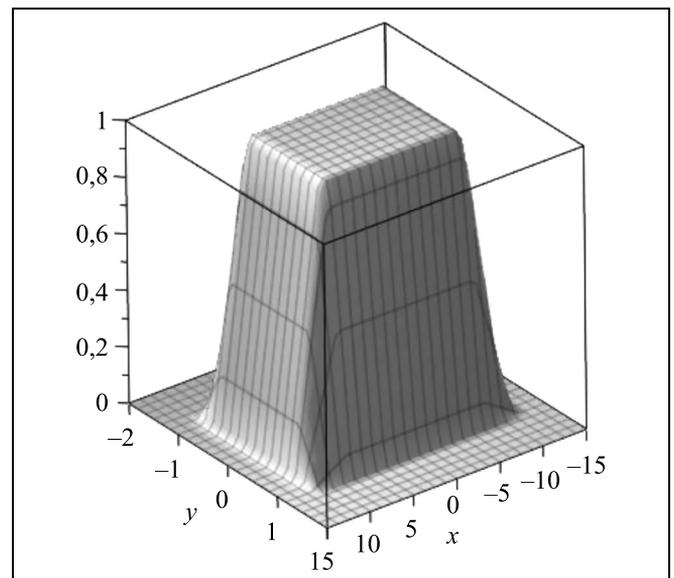


Рис. 2. Область случайного поиска в случае равномерного распределения координат точки пересечения диагоналей

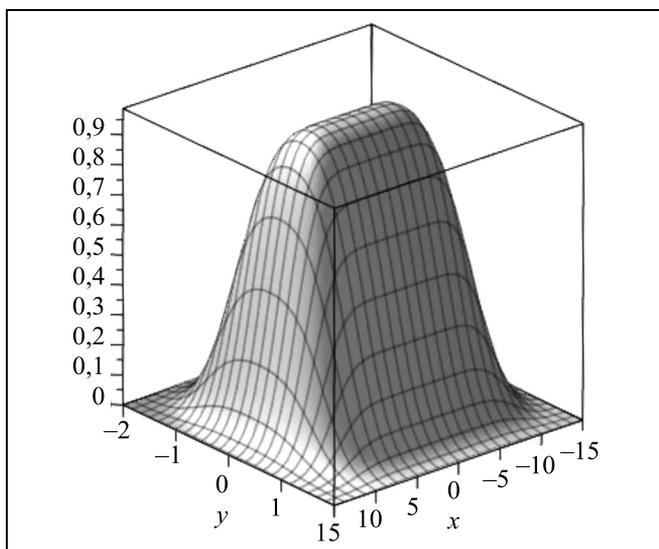


Рис. 3. Распределенная область случайного поиска в случае гауссовского распределения координат точки пересечения диагоналей

частую не могут быть описаны аналитически, поэтому для дальнейшего аналитического описания модели будем пользоваться специальным видом функции  $\Gamma(x, y)$ .

### 3. ЗАДАЧА 1

В задаче 1 карта распределения уровней рисков задает функцию распределения уровней риска  $\Gamma(x, y)$  как функцию двух переменных в некоторой неподвижной декартовой системе координат  $XOY$ , в которой движется ПО, например, беспилотный летательный аппарат. Перед планировщиком миссии стоит задача минимизации интегрального риска при движении ПО.

Поскольку в постановке задачи 1 для ее непосредственного решения требуется задать функцию  $\Gamma(x, y)$ , предположим, что объект движется от точки  $A$  к точке  $B$  по некоторой траектории  $s$  и  $\Gamma(x, y): \exp(-\alpha r)$ . Тогда с точностью до постоянного множителя

$$R(x(\cdot), y(\cdot)) = \int_s \exp(-\alpha r) ds \rightarrow \min, \quad (6)$$

где  $\alpha$  — константа,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  — радиус,  $dl = \sqrt{dx^2 + dy^2}$  — элемент длины траектории.

В полярных координатах функционал (6) и задача оптимизации принимают вид

$$R(r(\cdot), \varphi(\cdot)) = \int_{\varphi_A}^{\varphi_B} \exp(-\alpha r) \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi \rightarrow \min, \quad (7)$$

где  $r'$  — производная  $r$  по  $\varphi$ . Получили простейшую задачу вариационного исчисления. Чтобы применить принцип максимума [10], нужно проверить соответствие подынтегральной функции его условиям. Сделаем замену переменной  $z = \ln r$ ,  $z \in (-\infty, +\infty)$ , так как  $r \in (0, +\infty)$ . Тогда функционал (7) перепишется в виде

$$R(z(\cdot), \varphi(\cdot)) = \int_{\varphi_A}^{\varphi_B} \exp(-\alpha(\exp z) + z) \sqrt{1 + z'^2} d\varphi.$$

Подынтегральное выражение в формуле (8) является непрерывной функцией и имеет непрерывные частные производные по своим аргументам  $(z, z')$ . Поэтому для задачи вариационного исчисления вида (7) необходимо выполнены уравнения Эйлера, которые запишем в исходных переменных  $(r, \varphi)$ :

$$\frac{d}{d\varphi} \left( \frac{\exp(-\alpha r) r'}{\sqrt{r^2 + r'^2}} \right) - \frac{d}{dr} (\exp(-\alpha r) \sqrt{r^2 + r'^2}) = 0.$$

Поскольку функционал задачи явно не зависит от переменной  $\varphi$ , то для уравнений Эйлера — Лагранжа существует первый интеграл вида

$$\begin{aligned} C_1 &= -r' \frac{\exp(-\alpha r) r'}{\sqrt{r^2 + r'^2}} + \exp(-\alpha r) \sqrt{r^2 + r'^2} = \\ &= \exp(-\alpha r) \frac{r^2}{\sqrt{r^2 + r'^2}}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $C_1 > 0$  — константа.

Обозначим  $C = 1/C_1$ . Интегрирование уравнения (8) дает квадратуру

$$\varphi - \varphi_A = \int_{r_A}^r \frac{dr}{\sqrt{C^2 \exp(-2\alpha r) r^4 - r^2}}. \quad (9)$$

Подынтегральное выражение имеет особенность, когда на траектории движения выполнено равенство

$$C^2 \exp(-2\alpha r) r^2 = 1. \quad (10)$$

Не для всех начальных и конечных точек траектории уравнение (9) может быть разрешимо. При выполнении равенства (10) справедливо

$$dr/d\varphi = 0.$$

Это означает, что каждой паре значений  $(r_A, r_B)$  ставится в соответствие максимальное значение  $(\varphi_B - \varphi_A)_{\max}$ , которое теоретически может быть получено при решении уравнения (9) и фиксирован-

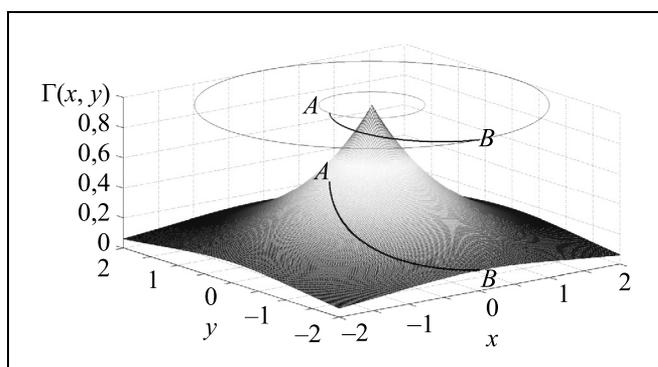


Рис. 4. Траектория движения подвижного объекта при  $\varphi_B - \varphi_A = 90^\circ$

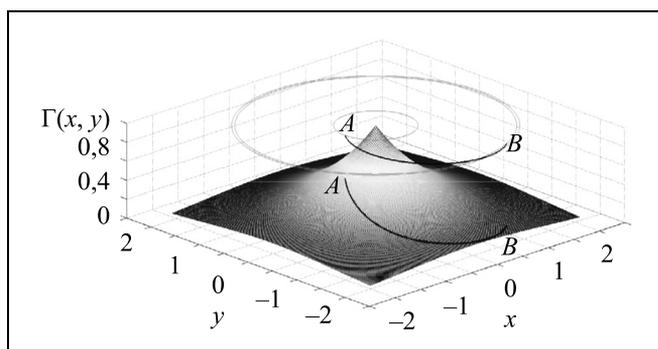


Рис. 5. Траектория движения подвижного объекта при  $\varphi_B - \varphi_A = 115^\circ$

ном  $C$ , если оно разрешимо. С другой стороны, если константа  $C_1 = 0$ , то как следствие выполняется

$$d\varphi/dr = 0$$

вдоль траектории ПО. Из-за того, что на подобной траектории полярный угол не меняется, а расстояние до центра системы координат изменяется, объект движется вдоль радиус-вектора. Далее, поскольку на бесконечности экспонента убывает быстрее любой степенной функции, то подынтегральное выражение в формуле (6) и само выражение (6) можно сделать сколь угодно малыми. Поэтому траектория, которая состоит из двух радиальных ветвей и перехода между ветвями на бесконечности, может быть кандидатом на оптимальную.

Проиллюстрируем приведенные выводы результатами компьютерного моделирования при  $\alpha = 1$ . При других значениях  $\alpha$  можно произвести замену переменных  $\alpha r \rightarrow r$ , что приведет к изменению константы  $C$  в формулах (9) и (10). В среде Matlab был разработан программный модуль, позволяющий для заданных граничных условий строить опти-

мальную траекторию и вычислять значение функционала. На рис. 4 и 5 сверху показаны траектории движения ПО на плоскости, внизу — те же траектории, а по вертикальной оси отложены уровни риска. Тонкими линиями показаны окружности, на которых находятся начальная и конечная точки маршрута. На рис. 4 начальной точке маршрута движения ПО соответствуют координаты  $\varphi_A = 180^\circ$ ,  $\rho_A = 0,6$ , конечной точке —  $\varphi_B = 270^\circ$ ,  $\rho_B = 2,0$ . В этом случае угол, под которым видна вся траектория,  $\varphi_B - \varphi_A = 90^\circ$ , а его максимальное значение  $(\varphi_B - \varphi_A)_{\max} = 105,92^\circ$ .

Значения критерия качества: на оптимальной траектории  $R_{opt} = 0,6754$ ; на отрезке прямой, соединяющем точки  $A$  и  $B$ ,  $R_{line} = 0,7512$ ; на траектории, состоящей из двух радиальных ветвей и перехода между ними на бесконечности,  $R_\infty = 0,6842$ . Длина траектории  $s = 2,4578$ .

На рис. 5 теперь начальной точке маршрута движения ПО соответствуют координаты  $\varphi_A = 180^\circ$ ,  $\rho_A = 0,6$ , конечной точке —  $\varphi_B = 295^\circ$ ,  $\rho_B = 2,0$ . В этом случае угол, под которым видна вся траектория,  $\varphi_B - \varphi_A = 115^\circ$ . Значения критерия качества: на локально оптимальной траектории  $R_{opt} = 0,7925$ ; на отрезке прямой  $R_{line} = 0,9287$ ; на траектории, состоящей из двух радиальных ветвей и перехода между ними на бесконечности,  $R_\infty = 0,6842$ . Длина траектории равна  $s = 3,3313$ .

Из примеров видно, что оптимальной может быть траектория, которая проходит через бесконечность, поскольку значение критерия на ней наименьшее, что на практике не может быть реализовано из-за ресурсных и/или временных ограничений. Поэтому длина траектории служит существенным фактором, который может быть учтен в постановке и соответственно в решении задачи планирования траектории ПО.

#### 4. ЗАДАЧА 2

Далее рассмотрим задачу 2 — задачу построения оптимальной траектории ПО при ограничении на длину траектории. Подобное интегральное ограничение может быть связано с ограничением на максимальную скорость движения ПО и полное время нахождения на траектории, или быть завязанным на ресурсные ограничения, выделенные на выполнение задачи, и др. Также, как и в задаче 1, предположим, что объект движется от точки  $A$  к точке  $B$  по некоторой траектории  $s$  и  $\Gamma(x, y) \sim \exp(-\alpha r)$ . Тогда вариационная задача нахождения условного экстремума может быть сведена к вариационной задаче на безусловный экс-

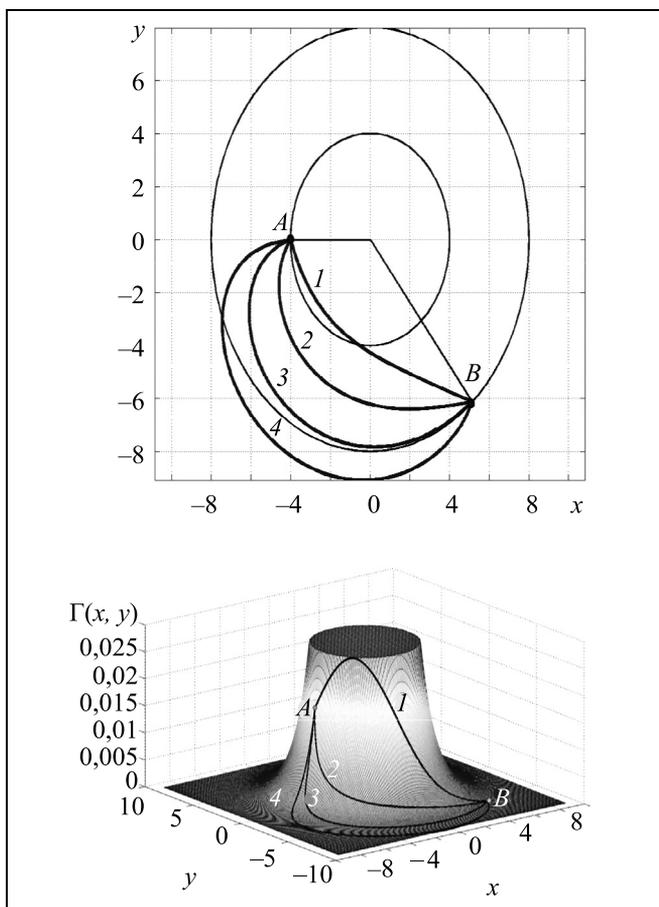


Рис. 6. Оптимальные траектории движения подвижного объекта при ограничении на их длину

тремум с неизвестным множителем Лагранжа  $\lambda \geq 0$ , см., например, работу [10],

$$R(r(\cdot), \varphi(\cdot)) = \int_s (\exp(-\alpha r) + \lambda) ds \rightarrow \min.$$

Также, как и в задаче 1, выпишем уравнения Эйлера — Лагранжа в виде

$$\frac{d}{d\varphi} \left( \frac{(\exp(-\alpha r) + \lambda)r'}{\sqrt{r^2 + r'^2}} \right) - \frac{d}{dr} ((\exp(-\alpha r) + \lambda)\sqrt{r^2 + r'^2}) = 0.$$

Снова, поскольку функционал задачи явно не зависит от переменной  $\varphi$ , для уравнений Эйлера — Лагранжа существует первый интеграл вида

$$C_1 = -r' \frac{(\exp(-\alpha r) + \lambda)r'}{\sqrt{r^2 + r'^2}} + (\exp(-\alpha r) + \lambda)\sqrt{r^2 + r'^2} = (\exp(-\alpha r) + \lambda) \frac{r^2}{\sqrt{r^2 + r'^2}}, \quad (11)$$

где  $C_1 > 0$  — константа.

Обозначим  $C = 1/C_1$ . Интегрирование уравнения (11) дает квадратуру

$$\varphi - \varphi_A = \int_{r_A}^r \frac{dr}{\sqrt{C^2 (\exp(-\alpha r) + \lambda)^2 r^4 - r^2}}.$$

Решение уравнений Эйлера — Лагранжа с заданными краевыми условиями дает оптимальную траекторию ПО. Выберем  $\alpha = 1$  и зададим набор длин траекторий. В среде Matlab был разработан программный модуль, позволяющий для заданных условий строить оптимальную траекторию и вычислять значение функционала. Пусть начальной точке маршрута движения подвижного объекта соответствуют координаты  $\varphi_A = 180^\circ$ ,  $\rho_A = 4$ , конечной точке —  $\varphi_B = 310^\circ$ ,  $\rho_B = 8$ . В этом случае имеем, что угол, под которым видна вся траектория,  $\varphi_B - \varphi_A = 130^\circ$ . Выбор начальной и конечной точек маршрута обусловлен тем, что при отсутствии ограничения на длину траектории оптимальная траектория проходила бы через бесконечность.

На рис. 6 вверху показаны траектории ПО на плоскости, внизу — те же траектории, а по вертикальной оси отложены уровни риска. Траектории пронумерованы от 1 до 4 в зависимости от ограничения на длину, от меньшей длины к большей. Тонкими линиями показаны окружности, на которых находятся начальная и конечная точки маршрута, а также угол между начальным и конечным положением ПО. В таблице приведены значения ограничений на длину  $L$  траектории, найденные по решению задачи на условный экстремум значения  $\lambda$  и значения критерия.

Длина отрезка  $AB$ , соединяющего точки  $A$  и  $B$ ,  $s \cong 11$ , а значение критерия на нем  $R_{line} = 0,4431$ . По сравнению со значением критерия  $R_{line}$  уже на траектории, длина которой всего на 5 % больше длины отрезка  $AB$ , значение критерия на такой траектории в 2,6 раза меньше. Это означает, что в данной задаче оптимизация траектории приводит к значительному увеличению возможности для ПО оставаться незаметным для средств обнаружения при выполнении им своей миссии.

Зависимость критерия от длины траектории

Номер траектории	$L$	$\lambda$	$R + \lambda L$	$R$
1	11,5	0,1492	1,8827	0,1668
2	14	0,0144	0,2540	0,0530
3	18	0,0026	0,0740	0,0274
4	22	0,00075	0,0381	0,0216

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Рассмотрены задачи планирования оптимальной траектории движения подвижного объекта на плоскости в случае, когда карта уровня рисков угроз формируется на основе данных о неопределенном месторасположении района случайного поиска. В результате формализации предложен интегральный критерий и сформулированы две вариационные постановки задачи оптимизации при отсутствии и наличии ограничения на длину траектории. Обе двухточечные вариационные задачи решены в квадратурах, а для их численного решения разработаны программные модули, позволяющие находить решения для различных начальных и конечных условий, а также произвольных ограничений на длину траектории. Отметим, что полученные решения отражают геометрию задачи. Действительно, поскольку зону поиска по возможности следует обходить, то в качестве кандидатов на оптимальную также были получены траектории, проходящие на бесконечно удаленном от нее расстоянии. В общем случае для конкретного вида функции распределения уровней риска  $\Gamma(x, y)$  локально оптимальная траектория не единственна, поэтому наилучшую траекторию нужно выбирать из набора траекторий — кандидатов на экстремальную. Дальнейшая работа будет посвящена исследованию функций  $\Gamma(x, y)$ , имеющих несколько локальных максимумов.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. *Абчук В.А., Суздаль В.Г.* Поиск объектов. — М.: Советское радио, 1977. — 334 с.

2. *Cacceta L., Loosen I., Rehbock V.* Computational aspects of the optimal path problem // Journal of industrial and management optimization. — 2008. — Vol. 4, N 1. — P. 1—11.
3. *Галеев А.А., Маслов Е.П.* Оптимизация законов уклонения подвижного объекта от обнаружения // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2010. — № 4. — С. 52—62.
4. *Zabarankin M., Uryasev S., Murphey R.* Aircraft Routing under the Risk of Detection // Naval Research Logistics. — 2006. — Vol. 53, N 8. — P. 728—747.
5. *Dogan A., Zengin U.* Unmanned Aerial Vehicle Dynamic-Target Pursuit by Using Probabilistic Threat Exposure Map // Journal of Guidance, Control and Dynamics. — 2006. — Vol. 29, N 4. — P. 723—732.
6. *Андреев К.В., Рубинович Е.Я.* Траекторное управление наблюдателем за мобильной целью по угломерной информации // Автоматика и телемеханика. — 2016. — № 1. — С. 134—162.
7. *Галеев А.А., Маслов Е.П.* Оптимизация закона уклонения подвижного объекта от обнаружения при наличии ограничений // Автоматика и телемеханика. — 2012. — № 6. — С. 83—94.
8. *Галеев А.А.* Задача уклонения от подвижного одиночного наблюдателя на плоскости в конфликтной среде // Автоматика и телемеханика. — 2014. — № 6. — С. 28—37.
9. *Абрамянц Т.Г., Маслов Е.П., Яхно В.П., Галеев А.А.* Уклонение подвижного объекта от обнаружения системой наблюдателей: сенсор — маневренное средство // Автоматика и телемеханика. — 2017. — № 8. — С. 113—126.
10. *Гирсанов И.В.* Лекции по математической теории экстремальных задач. — Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2003.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.*

**Галеев Андрей Алексеевич** — чл.-корр. РАН, зав. лабораторией, ✉ galaev@ipu.ru,

**Лысенко Павел Владимирович** — математик,

**Яхно Виктор Павлович** — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.



**Содержание журнала Advances  
in Systems Science and Applications,  
2017, Vol. 17, N 2**

New Analytics of International Relations: System Forecast of Cold War's Outcomes

**Victor Svetlov, Nikolay Sidorov**

P. 1—13

Economic Security under Disturbances of Foreign Capital

**Kurt Schimmel, Sifeng Liu, Jeananne Nicholls, Nicholas A. Nechval, Professor, Jeffrey Yi-Lin Forrest**

P. 14—28

Attitude to Entrepreneurship in Russia: Three-Dimensional Institutional Approach

**Irina Petrovskaya, Sergey Zaverskiy, Elena Kiseleva**

P. 29—43

Reconfigurable Architecture for Image Feature Detection

**Saroja devi Hande, Rajesh Nandalike**

P. 43—51

A System Approach to the Regional Sustainable Management

**Gennady A. Ougolnitsky**

P. 52—62

*Тексты статей в свободном доступе на сайте <http://ijassa.ipu.ru/ojs/ijassa>*