



КОМБИНИРОВАННАЯ АДАПТИВНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ СТРУКТУРНО И ПАРАМЕТРИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛЕННЫМ НЕЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ

Е.Л. Еремин, Е.А. Шеленок

Рассмотрена задача построения системы комбинированного адаптивного управления структурно и параметрически неопределенным нелинейным динамическим объектом периодического действия с недоступными измерению переменными состояниями. Для решения задачи применен критерий гиперустойчивости В.М. Попова и учтены условия L -диссипативности систем управления.

Ключевые слова: периодический режим, адаптивное управление, комбинированный регулятор, нелинейный динамический объект, априорная неопределенность, критерий гиперустойчивости, L -диссипативность.

ВВЕДЕНИЕ

Разработка систем управления периодически-ми режимами различных динамических объектов по-прежнему представляет собой одну из актуальных задач современной теории управления [1–6]. Главная особенность подобных систем заключается в наличии в контуре управления специализированного блока — генератора периодических сигналов [1], позволяющего адаптироваться к внешним и внутренним циклическим изменяющимся сигналам. Периодические системы управления нашли применение в строительстве, робототехнике, серийном производстве различных деталей. Задачи проектирования таких систем, как правило, сводятся к поиску различных способов построения систем для объектов, работающих в условиях неопределенности, зависящей от конструктивных особенностей управляемых объектов и внешних условий их функционирования. Наличие неопределенности может означать как изменение внутренних параметров объекта (параметрическая неопределенность), так изменение его структуры (структурная неопределенность) [6–8]. В последнем случае математическое описание объекта не постоянное и может «переключаться» с одной системы дифференциальных уравнений на другую. При этом определить порядок математической модели объекта оказывается весьма затруднительно или вовсе невозможно [8]. Помимо априорной параметрической и структурной неопределенности

проектирование систем управления осложняется наличием постоянно действующих внешних возмущений и невозможностью непосредственного измерения параметров внутренних состояний объекта, которые используются при построении управляющих контуров. Известно, что построение систем управления (в том числе периодических) при таких условиях целесообразно осуществлять с помощью методов адаптивного и робастного управления [2–4, 9–11].

В работах [2, 3] с помощью критерия гиперустойчивости были синтезированы комбинированные, адаптивные и робастные алгоритмы систем управления, позволяющие обеспечить поддержание требуемого циклического режима работы нелинейных и нестационарных динамических объектов. В работе [4] рассмотрена возможность использования полученных результатов для решения задачи активного виброгашения вынужденных колебаний виброопоры. Рассмотрено применение адаптивного контура для управления динамическим объектом с множеством состояний работы [9], решена аналогичная задача и предложен комбинированный адаптивно-периодический регулятор для управления циклическими режимами нелинейного динамического объекта [10]. Синтез комбинированной адаптивной системы управления с дополнительным контуром наблюдения рассмотрен в работе [11]. С помощью адаптивного подхода построена система управления одним классом структурно-параметрически неопределенных линейных объектов, подверженных воздействию

внешних помех [12]. Отметим, что проектирование алгоритмов систем управления в работах [4, 9, 10, 12] проводилось с помощью последовательного динамического корректора, позволяющего благодаря выполнению условий L -диссипативности [13], обеспечить устойчивый режим работы систем при управлении объектами с относительным порядком больше единицы.

В настоящей статье с учетом результатов работ [4, 9–15] рассматривается один из возможных вариантов построения комбинированной системы адаптивного управления нелинейным динамическим объектом периодического действия, функционирующим в условиях структурной и параметрической неопределенности при действии внешних неконтролируемых ограниченных возмущений. Относительный порядок и максимальная степень объекта полагаются известными.

1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ИСХОДНОЙ СИСТЕМЫ

Рассматривается динамический объект управления (ОУ), относящийся к классу априорно неопределенных нелинейных объектов, с динамическими свойствами, описываемыми в пространстве состояний моделью

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= A(x, t)x(t) + b_0[(1 + \beta(x, t))u(t) + f(t)], \\ y(t) &= L^T x(t), \quad x(0) = x_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ — вектор переменных состояния; $A(x, t) = A + b_0\rho(x, t)$ — матрица в форме Фробениуса; A — некоторая стационарная матрица; $b_0 = [0, \dots, 0, 1]^T$ — вектор размерности n ; $\rho(x, t)$ — периодически изменяющаяся нелинейная вектор-функция, представимая в виде

$$\rho^T(x, t) = [\rho_1(x, t), \rho_2(x, t), \dots, \rho_n(x, t)],$$

$$|\rho_i(x, t)| \leq \rho_0, \quad \rho_0 = \text{const} > 0, \quad i = \overline{1, n}; \quad (2)$$

$\beta(x, t)$ — некоторая нелинейная функция; $u(t) \in R$ — скалярный сигнал управления (вход объекта); $f(t)$ — внешнее постоянно действующее возмущение, удовлетворяющее соотношению

$$|f(t)| = |f(t + T)| \leq f_0, \quad f_0 = \text{const} > 0; \quad (3)$$

L — стационарный вектор, формирующий $y(t) \in R$ — скалярный выход ОУ; $x(0)$ — вектор начальных условий.

Выделяя в ОУ (1)–(3) линейную стационарную и нелинейную нестационарную части, урав-

нения его динамики можно записать в эквивалентном виде

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + b_0\bar{\mu}(t), \quad y(t) = L^T x(t),$$

$$\bar{\mu}(t) = \rho^T(x, t)x(t) + (1 + \beta(x, t))u(t) + f(t),$$

которому соответствует математическая модель в операторной форме записи:

$$a(p)y(t) = b(p)\bar{\mu}(t), \quad p^i y(0) = y_{i0}, \quad (4)$$

где $p = d/dt$ — оператор дифференцирования; $a(p)$ и $b(p)$ — нормированные полиномы

$$a(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1p + a_0,$$

$$b(p) = p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \dots + b_1p + b_0;$$

$\bar{\mu}(t) \in R$ — входной сигнал; y_{i0} — начальные условия.

Работа объекта (4) протекает при допущениях:

— корни полинома $a(p)$ расположены произвольно;

— полином $b(p)$ — гурвицев;

— непосредственному измерению доступен только выходной сигнал $y(t)$;

— значения параметра f_0 , а также коэффициентов $a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$ и $b_{m-1}, \dots, b_1, b_0$ априорно не известны и зависят от заданного набора значений $\xi \in \Xi$, Ξ — известное ограниченное числовое множество (параметрическая неопределенность);

— степени полиномов $n = \deg a(p)$ и $m = \deg b(p)$ — не известны (структурная неопределенность);

— относительный порядок объекта управления $k = n - m > 1$ и максимальная степень полинома $n_{\max} = \max(n)$ известны.

Структурная неопределенность объекта (4) имеет место при условии $n < n_{\max}$ [12]. В этом случае с помощью дополнительного полинома $(p + \lambda_0)^{n_{\max} - n}$, $\lambda_0 = \text{const} > 0$, можно получить нормированные полиномы

$$\begin{aligned} c(p) &= a(p)(p + \lambda_0)^{n_{\max} - n} = \\ &= p^{n_{\max}} + c_{n_{\max}-1}p^{n_{\max}-1} + \dots + c_1p + c_0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d(p) &= b(p)(p + \lambda_0)^{n_{\max} - n} = \\ &= p^{n_{\max} - k} + d_{n_{\max} - k - 1}p^{n_{\max} - k - 1} + \dots + d_1p + d_0 \end{aligned}$$

с известными степенями $n_{\max}$ и $(n_{\max} - k)$ соответственно. С учетом выполненного преобразования



динамика объекта управления запишется в виде, эквивалентном виду (4):

$$c(p)y(t) = d(p)\bar{\mu}(t), \quad (5)$$

в котором структурная неопределенность будет отсутствовать.

При этом математическая модель (5) запишется в пространстве состояний в виде, аналогичном виду (1), но с размерностью вектора состояния, равной $n_{\max}$.

Для задания желаемого качества переходных процессов ОУ (5) воспользуемся, аналогично работам [2–4], неявным периодическим эталоном (НПЭ), модель «вход — выход» которого имеет вид

$$a_M(p)y_M(t) = b_M(p)\vartheta_M(t), \quad (6)$$

где $a_M(p)$, $b_M(p)$ — гурвицевы полиномы; $y_M(t)$ — скалярный выход эталонной модели, совпадающий с периодическим задающим воздействием $r(t) = r(t+T)$; $\vartheta_M(t) = \vartheta_M(t+T)$ — некоторый неявный T -периодический сигнал (требуемое управление).

В пространстве состояний модели (6) соответствует запись

$$\begin{aligned} \frac{dx_M(t)}{dt} &= A_M x_M(t) + b_0 \vartheta_M(t), \\ y_M(t) &= \tilde{L}^T x_M(t) = r(t), \\ A_M &= A - b_0 \chi_0^T, \end{aligned} \quad (7)$$

где $x_M(t) \in R^{n_{\max}}$ — требуемое поведение; A_M — гурвицева матрица соответствующего размера; $b_0 = [0, \dots, 0, 1]^T$, $\tilde{L}$ — стационарные векторы размерности $n_{\max}$; χ_0^T — некоторый стационарный вектор, позволяющий сместить собственные числа матрицы A к отрицательным значениям.

Структуру регулятора определим в виде адаптивно-периодической комбинации

$$\begin{aligned} u(t) &= h\theta(t) - \chi^T(t)x(t), \quad \theta(t) = \theta(t - \bar{T}) + z(t), \\ \theta(s) &= 0, \quad s \in [-\bar{T}; 0], \quad \chi(t) = \chi_{\text{инт}}(t) + \chi_{\text{пер}}(t), \end{aligned} \quad (8)$$

где $h = \text{const} > 0$; $\theta(t)$ — выход генератора периодических сигналов; $\bar{T} = \text{const} > 0$; $z(t)$ — сигнал рассогласования выходов НПЭ (7) и ОУ (1); $\chi(t)$ — настраиваемый параметр контура адаптации, состоящий из интегральной $\chi_{\text{инт}}(t)$ и периодической $\chi_{\text{пер}}(t)$ компонент.

Очевидно, что техническая реализация контура управления (8) невозможна в силу наличия в

его структуре недоступных непосредственному измерению переменных состояния $x(t)$. Для получения оценок требуемых переменных объекта (5) подключим к его выходу фильтр-корректор (ФК) [12, 13, ч. IV] вида

$$(p + q_0)^{n_{\max}-1} y_{\text{ФК}}(t) = q_0^{n_{\max}-1} \delta_0^{-1} \delta(p)y(t), \quad (9)$$

где q_0 , δ_0 — некоторые положительные константы, причем значение q_0 достаточно велико; $y_{\text{ФК}}(t)$ — выход фильтр-корректора; $\delta(p)$ — гурвицев полином степени $(k-1)$

$$\delta(p) = p^{k-1} + \delta_{k-2}p^{k-2} + \dots + \delta_1 p + \delta_0.$$

Векторно-матричный аналог модели (9) после соответствующих преобразований примет вид

$$\begin{aligned} \frac{dx_{\text{ФК}}(t)}{dt} &= A_{\text{ФК}} x_{\text{ФК}}(t) + b_{\text{ФК}} y(t), \\ y_{\text{ФК}}(t) &= L_{\text{ФК}}^T x_{\text{ФК}}(t), \quad x_{\text{ФК}} = 0, \end{aligned}$$

где $x_{\text{ФК}}(t) \in R^{n_{\max}-1}$ — вектор состояния; $b_{\text{ФК}}$, $L_{\text{ФК}}$ — стационарные векторы размерностью $(n_{\max}-1)$; $A_{\text{ФК}}$ — матрица в форме Фробениуса, значения собственных чисел которой определяются значением параметра q_0 ($\lambda_i = -q_0$, $i = 1, 2, \dots, n_{\max}-1$), при этом значения переменных состояния фильтра будут соответствовать оценкам внутренних состояний объекта управления ($x_{\text{ФК}}(t) \equiv x(t)$).

2. ВИДОИЗМЕНЕННАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Последовательное соединение ОУ (5) и ФК (9) можно представить моделью

$$\begin{aligned} c(p)(p + q_0)^{n_{\max}-1} y_{\text{ФК}}(t) &= \\ &= q_0^{n_{\max}-1} \delta_0^{-1} \delta(p)d(p)\bar{\mu}(p). \end{aligned} \quad (10)$$

Перейдем от реального соединения объекта и корректора (10) к рассмотрению их некоторого виртуального соединения, состоящего из видоизмененного объекта управления (ВОУ)

$$c(p)\tilde{y}(t) = q_0^{n_{\max}-1} \delta_0^{-1} \delta(p)d(p)\bar{\mu}(t) \quad (11)$$

и видоизмененного фильтр-корректора (ВФК)

$$(T_0 p + 1)^{n_{\max}-1} y_{\text{ФК}}(t) = \tilde{y}(t), \quad (12)$$

где $\tilde{y}(t)$ — видоизмененный выходной сигнал ОУ, $T_0 = q_0^{-1}$.

В соответствии с работами [12, 13] будем строить систему следующим образом:

— считая ВФК (12) блоком структурного возмущения и, исключив его из рассмотрения, перейдем к так называемой упрощенной системе, для которой синтезируем алгоритмы контура управления с помощью критерия гиперустойчивости;

— далее, при наличии структурного возмущения (12) обеспечим свойство L -диссипативности синтезированной на первом этапе системы.

Отметим одно важное обстоятельство. Выходной сигнал ФК (9) и ВФК (12) будет соответствовать выходному сигналу основного контура системы ($y_{\text{ФК}}(t) = y_{\text{ОК}}(t)$), при этом его динамика будет задаваться НПЭ (6) ($y_M(t) = y_{M_{\text{ОК}}}(t)$). В силу того, что математические модели ОУ (5) и ВОУ (11) отличаются наличием полинома $\delta(p)$, желаемое движение ОУ в данной ситуации будет формироваться благодаря НПЭ и дополнительной неявной эталонной модели (НЭМ). Другими словами, задав требуемое распределение корней полинома $\delta(p)$ для ФК (9), сформируем математическое описание НЭМ. Тогда требуемая динамика исходного ОУ ($y_{M_{\text{ОУ}}}(t)$) будет задаваться моделью

$$a_M(p)\delta(p)y_{M_{\text{ОУ}}}(t) = b_M(p)y_M(t). \quad (13)$$

Положим $(T_0 + 1)^{n_{\text{max}} - 1} \cong 1$, $x(t) \cong x_{\text{ФК}}(t)$, $y_{\text{ФК}}(t) \cong \tilde{y}(t)$ и перейдем к математическому описанию упрощенной системы управления в пространстве состояний

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(x, t)x(t) + b_0[(1 + \beta(x, t))u(t) + f(t)],$$

$$\tilde{y}(t) = G^T x(t), \quad x(0) = x_0, \quad (14)$$

$$u(t) = h\theta(t) - \chi^T(t)x_{\text{ФК}}(t), \quad \theta(t) = \theta(t - \bar{T}) + z(t),$$

$$\theta(s) = 0, \quad s \in [-\bar{T}, 0], \quad \chi(t) = \chi_{\text{инт}}(t) + \chi_{\text{пер}}(t), \quad (15)$$

где G — вектор соответствующего размера, компоненты которого совпадают с коэффициентами полинома $g(p) = q_0^{n_{\text{max}} - 1} \delta_0^{-1} \delta(p)d(p)$ размерности $(n_{\text{max}} - 1)$.

Постановка задачи. Для упрощенной системы управления (14), (15) при любых начальных условиях $x(0)$, любых ограниченных внешних возмущениях $f(t)$, любых изменениях функций $\rho(x, t)$, $\beta(x, t)$, а также при любом уровне априорной неопределенности $\xi \in \Xi$ требуется синтезировать явный вид алгоритмов самонастройки параметров

$\chi_{\text{инт}}(t)$ и $\chi_{\text{пер}}(t)$ обеспечивающих выполнение цели управления

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_{M_{\text{ОК}}}(t) - y_{\text{ФК}}(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} |y_{M_{\text{ОК}}}(t) - \tilde{y}(t)| \leq \Delta_y = \text{const} > 0 \quad (16)$$

и целей адаптации

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\chi_{i, \text{инт}}(t)| \leq \chi_{i, 0} = \text{const} > 0,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \chi_{i, \text{пер}}(t) = \chi_{i, \text{пер}}(t + T), \quad (17)$$

где Δ_y , $\chi_{i, 0}$ — некоторые достаточно малые числа.

3. АЛГОРИТМЫ КОНТУРА УПРАВЛЕНИЯ УПРОЩЕННОЙ СИСТЕМЫ

В соответствии с методикой критерия гиперустойчивости, пользуясь понятием отклонения $\varepsilon(t) = x_M(t) - x_{\text{ФК}}(t)$, получим эквивалентное математическое описание системы управления ВОУ (14):

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = A_M \varepsilon(t) + b_M \mu(t),$$

$$z(t) = G^T \varepsilon(t) = y_{M_{\text{ОК}}}(t) - \tilde{y}(t),$$

$$\mu(t) = (1 + \beta(x, t)) \left\{ -h[\theta(t) - \tilde{\theta}(x, t)] + \sum_{i=1}^{n_{\text{max}}} [\chi_{i, \text{инт}}(t) - \chi_{i0}] x_{i, \text{ФК}}(t) + \sum_{i=1}^{n_{\text{max}}} [\chi_{i, \text{пер}}(t) - \tilde{\rho}_i(x, t)] x_{i, \text{ФК}}(t) \right\}, \quad (18)$$

$$\tilde{\theta}(x, t) = \frac{\vartheta_M(t) + f(t)}{h(1 + \beta(x, t))}, \quad \tilde{\rho}_i(x, t) = \frac{\rho_i(x, t) - \chi_{i0}\beta(x, t)}{1 + \beta(x, t)} — \text{периодические сигналы.}$$

Исходя из результатов работ [10, 14], можно показать, что выполнить условие вещественности и строгой положительности для линейной части системы (18)

$$\text{Re}(W_{\text{BOY}}(j\omega)) = \left(\frac{G^T(j\omega E - A_M)^+ b_M}{\det(j\omega E - A_M)} \right) > 0, \quad \forall \omega \geq 0, \quad (19)$$

где $(\cdot)^+$ — присоединенная матрица, а также обеспечить для нелинейной нестационарной части

(18) справедливость интегрального неравенства В.М. Попова

$$\begin{aligned} \eta(0, t) = & - \int_0^t \mu(\varsigma) z(\varsigma) d\varsigma = h \int_0^t (1 + \beta(x, \varsigma)) \times \\ & \times [\theta(\varsigma) - \tilde{\theta}(x, \varsigma)] [y_{M_{OK}}(\varsigma) - \tilde{y}(\varsigma)] d\varsigma - \\ & - \sum_{i=1}^{n_{\max}} \int_0^t (1 + \beta(x, \varsigma)) [\chi_{i, \text{инт}}(\varsigma) - \chi_{0i}] x_{i, \text{ФК}}(\varsigma) \times \\ & \times [y_{M_{OK}}(\varsigma) - \tilde{y}(\varsigma)] d\varsigma - \sum_{i=1}^{n_{\max}} \int_0^t (1 + \beta(x, \varsigma)) \times \\ & \times [\chi_{i, \text{пер}}(\varsigma) - \tilde{\rho}_i(t, \varsigma)] x_{i, \text{ФК}}(\varsigma) \times \\ & \times [y_{M_{OK}}(\varsigma) - \tilde{y}(\varsigma)] d\varsigma \geq \gamma_0^2, \quad \forall t > 0, \quad (20) \end{aligned}$$

$\gamma_0 = \text{const} > 0$, можно путем синтеза алгоритмов самонастройки комбинированного регулятора (15) в виде

$$\frac{d\chi_{i, \text{инт}}(t)}{dt} = \begin{cases} -\alpha_{1i} x_{i, \text{ФК}}(t) [y_{M_{OK}}(t) - \tilde{y}(t)], \\ \forall |y_{M_{OK}}(t) - \tilde{y}(t)| > \Delta, \\ 0, \forall |\tilde{y}_{M_{OK}}(t) - y(t)| < \Delta, \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \chi_{i, \text{пер}}(t) = & \chi_{i, \text{пер}}(t + \bar{T}) - \alpha_{2i} x_{i, \text{ФК}}(t) \times \\ & \times [y_{M_{OK}}(t) - \tilde{y}(t)], \quad (22) \end{aligned}$$

где α_{1i}, α_{2i} — произвольные положительные константы; $\Delta = \text{const} > 0$ — размер зоны нечувствительности.

Тогда из выполнения требований (19) и (20) будет следовать, что упрощенная система управления (14), (15) с алгоритмами (21), (22) окажется гиперустойчивой в заданном классе неопределенности $\xi \in \Xi$, и для нее с течением времени будут выполнены целевые условия (16), (17).

4. L-ДИССИПАТИВНОСТЬ ИСХОДНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Покажем, что применение комбинированного контура управления (15), (21), (22) при выполнении дополнительных условий обеспечивает устойчивую работу исходной структурно возмущенной системы.

Установившейся режим системы (6), (14), (15), (21), (22) описывается уравнением

$$(c(p) + \chi_0(p))z(t) = g(p)\mu(t),$$

в котором $c(p) + \chi_0(p) = c_M(p)$ — гурвицев полином; $\chi_0(p)$ — полином, коэффициенты которого совпадают с установившимися значениями компонент вектора $\chi_{\text{инт}}(t)$. Возвращая в рассмотрение блок структурного возмущения (12), уравнение установившегося режима рассматриваемой системы преобразуем к виду

$$[(T_0 p + 1)^{n_{\max} - 1} c(p) + \chi_0(p)]z(t) = g(p)\mu(t). \quad (23)$$

Очевидно, что в данной ситуации система управления теряет свойство гиперустойчивости, поскольку уравнению (23) соответствует передаточная функция

$$W(s) = \frac{g(s)}{(T_0 s + 1)^{n_{\max} - 1} c(s) + \chi_0(s)}$$

с относительным порядком, большим единицы. Если в этой ситуации, следуя результатам работы [12], выбрать значение параметра T_0 ФК (9) в соответствии с условиями

$$T_0 < T_1 = \frac{0,93}{(n_{\max} - 2)c_{M(n_{\max} - 1)}},$$

$$T_0 < T_2 = \frac{0,465 c_{M(n_{\max} - 1)}}{(n_{\max} - 1)c_{M(n_{\max} - 2)}},$$

где $c_{M(n_{\max} - 1)}$ и $c_{M(n_{\max} - 2)}$ — коэффициенты полинома $c_M(p)$, то можно гарантировать L -диссипативность рассматриваемой структурно возмущенной системы (11), (12), (15), (21), (22).

При этом исходная система управления (1)–(3), (7), (8), (21), (22) также окажется адаптивной и L -диссипативной в заданном классе $\xi \in \Xi$, для которой будут выполнены цели адаптации (17) и управления

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_{M_{OK}}(t) - y_{\text{ФК}}(t)| \leq \Delta_{y_{\text{ФК}}} = \text{const} > 0,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_{M_{OY}}(t) - y(t)| \leq \Delta_{y_{\text{OY}}} = \text{const} > 0.$$

5. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

В целях оценки качества работы и подбора параметров контура управления и последовательного ФК разработанной системы управления (1)–(3), (7), (8), (21), (22) рассмотрим задачу управления нелинейным динамическим объектом с относи-

тельным порядком $k = 2$ и структурой матриц и векторов в виде

$$A(x, t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_1(x, t) & a_2(x, t) & a_3(x, t) & a_4(x, t) \end{pmatrix};$$

$$b_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad L = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$a_1(x, t) = a_1 + \zeta_1 \gamma_1(t) \varphi_1[x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)];$$

$$a_2(x, t) = a_2 + \zeta_2 \gamma_2(t) \varphi_2[x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)];$$

$$a_3(x, t) = a_3 + \zeta_3 \gamma_3(t) \varphi_3[x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)];$$

$$a_4(x, t) = a_4 + \zeta_4 \gamma_4(t) \varphi_4[x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)];$$

$$\gamma_i(t) = c_i \sin(p\pi t), \quad c_i = \text{const} > 0, \quad p = \text{const} > 0,$$

$$i = 1, \dots, 4;$$

$$\varphi_i(x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)) = x_1^{j_{1i}}(t) x_2^{j_{2i}}(t) x_3^{j_{3i}}(t) x_4^{j_{4i}}(t);$$

$$j_{bi} = \text{const} > 0; \quad b = 1, 2, 3, 4.$$

Условия априорной параметрической неопределенности объекта управления зададим с помощью соотношений

$$-10,5 \leq a_1 \leq 7,2; \quad -3,2 \leq a_2 \leq 12;$$

$$0,5 \leq a_3 \leq 15; \quad -5,1 \leq a_4 \leq 2;$$

$$1 \leq l_1 \leq 25; \quad 3 \leq l_2 \leq 10;$$

$$0,1 \leq l_3 \leq 4; \quad 100 \leq h_i \leq 720;$$

$$10 \leq c_1 \leq 20; \quad 5 \leq c_2 \leq 15;$$

$$17 \leq c_3 \leq 32; \quad 8 \leq c_4 \leq 25; \quad 0,1 \leq p_1 \leq 5,2.$$

С учетом относительного порядка объекта управления передаточная функция ФК (9) примет вид

$$W_{\text{ФК}}(s) = \frac{l_{2, \text{ФК}} s + l_{1, \text{ФК}}}{(T_0 s + 1)^3}. \quad (24)$$

Требуемую динамику объекта управления зададим в неявном виде посредством НПЭ (7), на вход которого будем подавать периодическое задающее воздействие

$$r(t) = 0,2(e^{0,4(1 - \cos(4\pi t))} - 1) - 0,2(1 - \cos(\pi t));$$

и НЭМ с ФК (24). Эталонное уравнение движения объекта при этом примет вид

$$y_{M_{\text{ОУ}}}(s) = \frac{1}{(l_{2, \text{ФК}} s + l_{1, \text{ФК}})} r(s). \quad (25)$$

Вычислительные эксперименты проводились для двух наборов параметров рассматриваемого объекта. При наборе

$$a_1 = -4,84; \quad a_2 = -0,25; \quad a_3 = 8,97; \quad a_4 = -1,81;$$

$$l_1 = 2; \quad l_2 = 4; \quad l_3 = 0,7;$$

$$\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = \zeta_4 = 500; \quad p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 0,5;$$

$$c_1 = 30; \quad c_2 = 15; \quad c_3 = 25; \quad c_4 = 10; \quad (26)$$

$$j_{11} = 2; \quad j_{21} = 1; \quad j_{31} = 3; \quad j_{41} = 1; \quad j_{12} = 2;$$

$$j_{22} = 1; \quad j_{32} = 4; \quad j_{42} = 5;$$

$$j_{13} = 1; \quad j_{23} = 3; \quad j_{33} = 1; \quad j_{43} = 4; \quad j_{14} = 2;$$

$$j_{24} = 7; \quad j_{34} = 5; \quad j_{44} = 1$$

имеет место $n = 4, m = 2$; второй набор

$$a_1 = 3,03; \quad a_2 = 9,16; \quad a_3 = 5,14; \quad a_4 = -3,24;$$

$$l_1 = 2; \quad l_2 = 4; \quad l_3 = 0,7;$$

$$\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = \zeta_4 = 500; \quad p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 0,5;$$

$$c_1 = 30; \quad c_2 = 15; \quad c_3 = 25; \quad c_4 = 10; \quad (27)$$

$$j_{11} = 2; \quad j_{21} = 1; \quad j_{31} = 3; \quad j_{41} = 1; \quad j_{12} = 2;$$

$$j_{22} = 1; \quad j_{32} = 4; \quad j_{42} = 5;$$

$$j_{13} = 1; \quad j_{23} = 3; \quad j_{33} = 1; \quad j_{43} = 4; \quad j_{14} = 2;$$

$$j_{24} = 7; \quad j_{34} = 5; \quad j_{44} = 1$$

соответствует случаю $n = 3, m = 1$.

В ходе имитационного моделирования для увеличения быстродействия системы управления были подобраны следующие значения параметров комбинированного регулятора (8), (21), (22) и ФК (24):

$$h = 150; \quad \bar{T} = 2; \quad \phi = 0,001;$$

$$\alpha_{11} = 400; \quad \alpha_{12} = 300; \quad \alpha_{13} = 200; \quad \alpha_{14} = 0,1;$$

$$\alpha_{21} = 20; \quad \alpha_{22} = 40; \quad \alpha_{23} = 30; \quad \alpha_{24} = 0,3;$$

$$l_{1, \text{ФК}} = 1; \quad l_{2, \text{ФК}} = 2; \quad T_0 = 0,001.$$

Результаты вычислительных экспериментов при внешнем возмущении $f(t) = 0,1 \sin(6t)$ представлены на рис. 1–6.

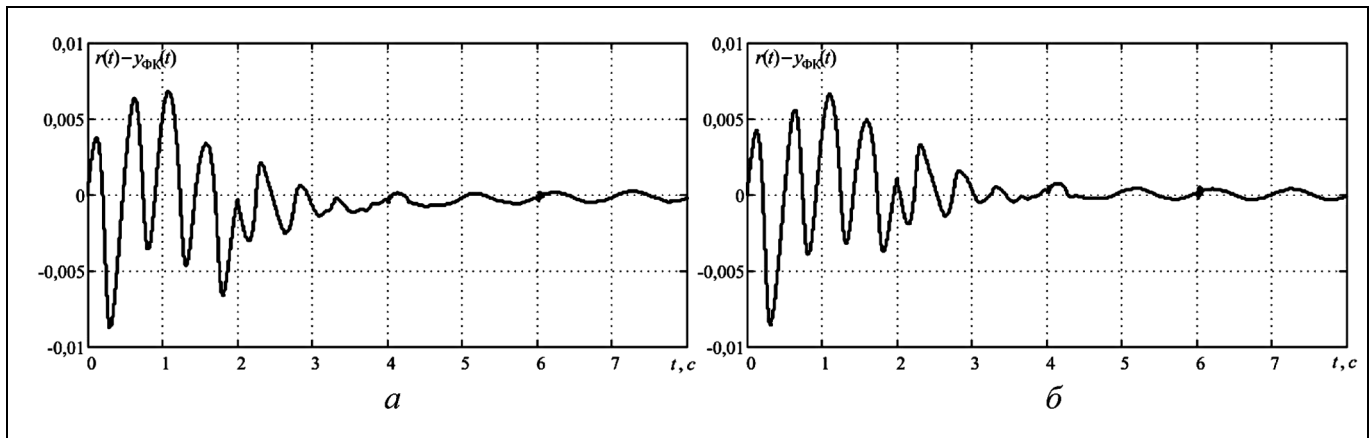


Рис. 1. Сигнал рассогласования по основному контуру системы управления: a — значения параметров (26); b — значения параметров (27)

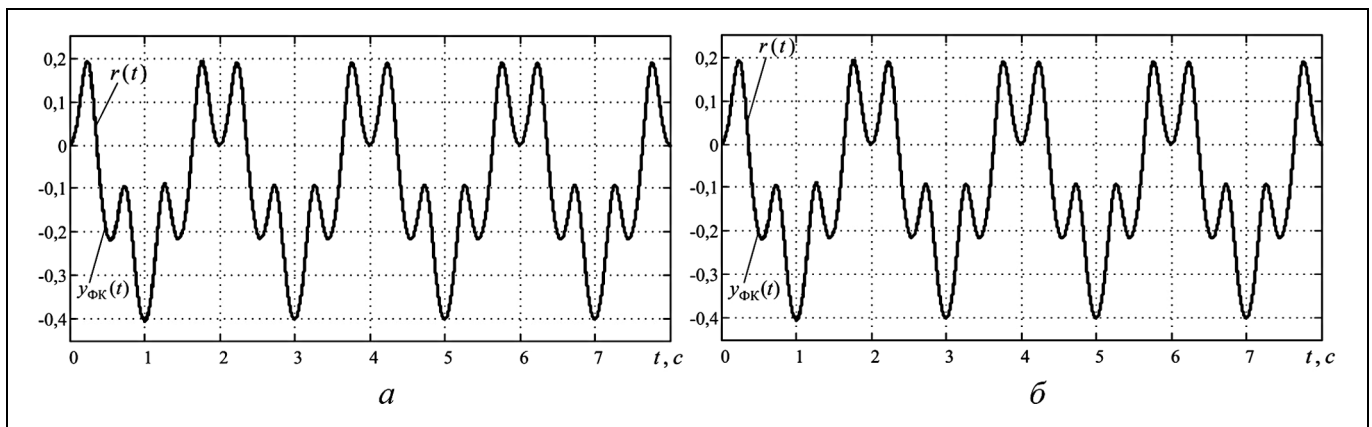


Рис. 2. Задающее воздействие и выход основного контура системы: a — значения параметров (26); b — значения параметров (27)

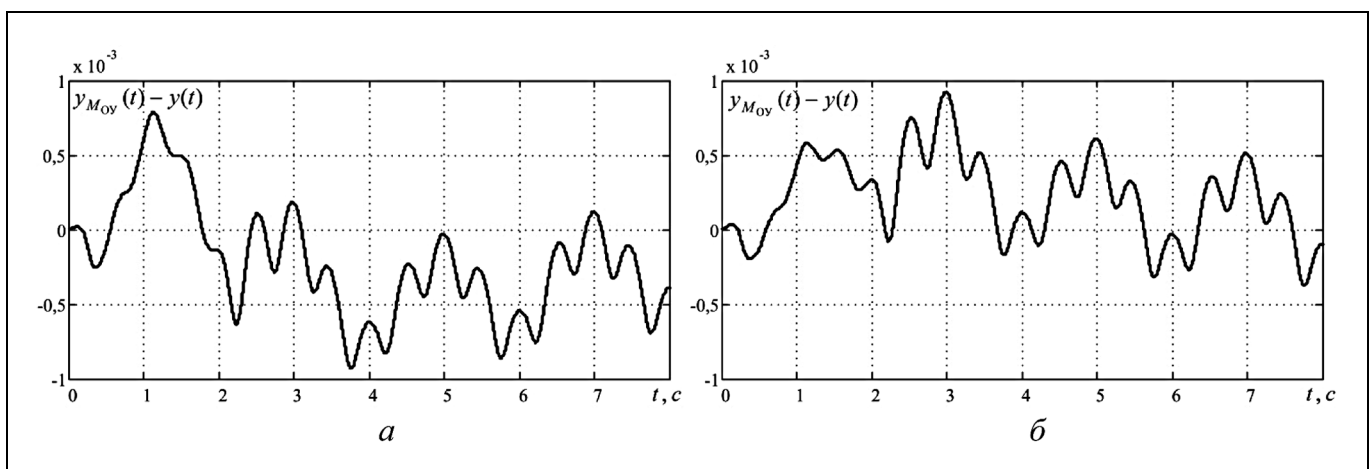


Рис. 3. Сигнал рассогласования выходов эталона (27) и объекта управления: a — значения параметров (26); b — значения параметров (27)

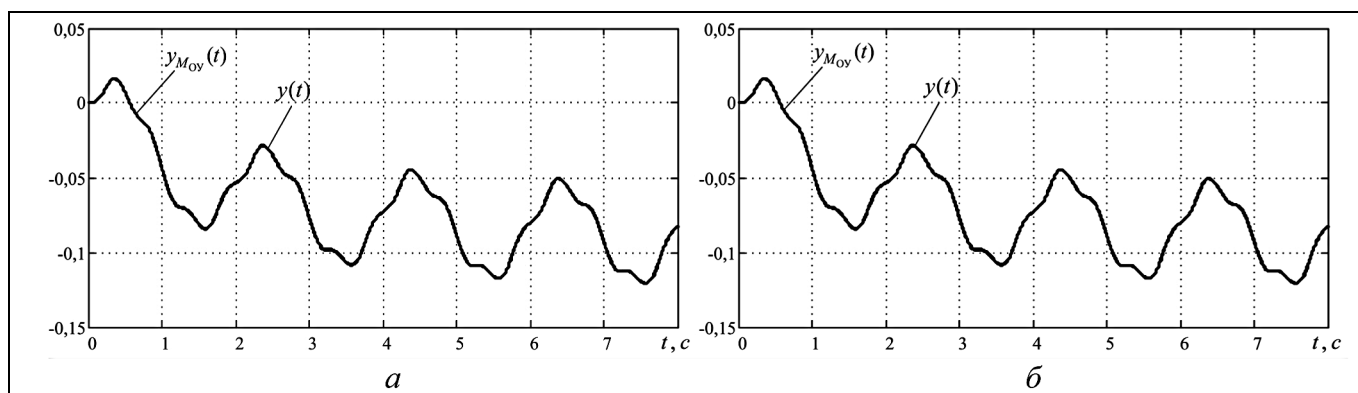


Рис. 4. Выходные сигналы эталона (27) и объекта управления: a — значения параметров (26); b — значения параметров (27)

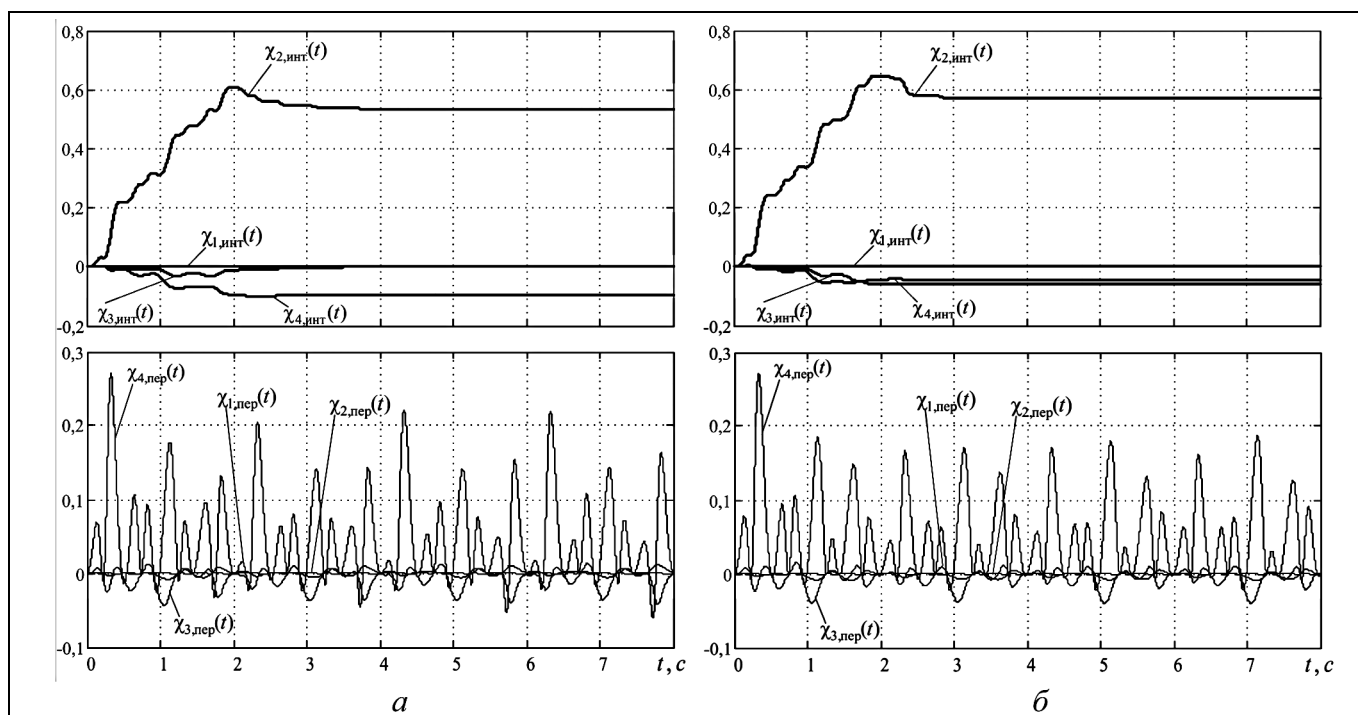


Рис. 5. Динамика настройки интегрального и периодического коэффициента комбинированного регулятора (8): a — значения параметров (26); b — значения параметров (27)

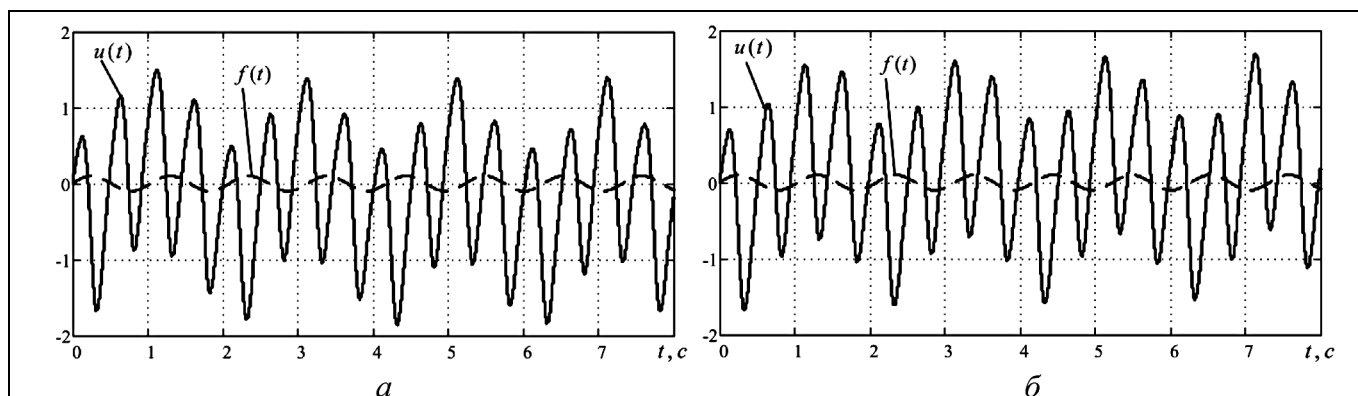


Рис. 6. Управляющее воздействие $u(t)$ и внешнее возмущение $f(t)$: a — значения параметров (26); b — значения параметров (27)



Представленные временные характеристики свидетельствуют о том, что при различных параметрах объекта предложенная система управления обладает достаточно высоким качеством. В частности, ошибка рассогласования по основному контуру системы по завершению переходных процессов не превышает 0,4 % (см. рис. 1, 2), а рассогласование эталонного сигнала $y_{\text{Мод}}(t)$ и выхода объекта $y(t)$ в установившемся режиме составляет приблизительно 0,8 % (см. рис. 3, 4). При этом в системе выполняются цели адаптации (см. рис. 5) и формируется качественный сигнал управления (см. рис. 6).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании критерия гиперустойчивости и выполнения условий L -диссипативности предложена комбинированная адаптивная система управления нелинейным динамическим объектом периодического действия, функционирующим в условиях априорной параметрической и структурной неопределенности при постоянно действующих внешних возмущениях. С помощью имитационного моделирования продемонстрировано достаточно высокое качество работы системы. Отличительная особенность разработанной системы управления — наличие в схеме фильтр-корректора и двух неявных эталонных моделей.

Полученные результаты могут быть полезны при построении периодических систем управления априорно неопределенными объектами с запаздыванием по состоянию.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Repetitive Control System: A New Type Servo System for Periodic Exogenous Signals* / S. Hara, et al. // IEEE Trans. on Automatic Control. — 1988. — Vol. 33, № 7. — P. 659–668.
2. Еремин Е.Л., Теличенко Д.А., Шеленок Е.А. Комбинированные алгоритмы системы робастно-периодического управления нелинейным объектом с запаздыванием // Информатика и системы управления. — 2009. — № 3 (21). — С. 125–135.
3. Еремин Е.Л., Теличенко Д.А., Шеленок Е.А. Периодические режимы в схемах децентрализованного адаптивного и робастного управления // Вестник Рязанского гос. радиотехнического ун-та. — 2011. — № 1 (Вып. 35). — С. 108–116.

4. Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Система адаптивного виброгашения вынужденных колебаний // Датчики и системы. — 2014. — № 5. — С. 16–22.
5. Zhou L., She J., Zhou S., Chen Q. H_∞ Controller Design for an Observer-Based Modified Repetitive-Control System // Intern. Journal of Engineering Mathematics. — 2014. — Vol. 2014. — P. 1–9.
6. *Comparison of Iterative Learning and Repetitive Control Applied to a Compressor Stator Cascade* / S.J. Steinberg, et al. // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. — 2015. — Vol. 127. — P. 39–53.
7. Куржанский А.Б. О синтезе систем с оптимальным управлением // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2007. — № 4. — С. 2–12.
8. Бобцов А.А., Никифоров В.О. Адаптивное управление по выходу: проблематика, прикладные задачи и решения // Науч.-техн. вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2013. — № 1 (83). — С. 1–14.
9. Еремин Е.Л. Адаптивное управление динамическим объектом на множестве состояний функционирования // Информатика и системы управления. — 2012. — № 4 (34). — С. 107–118.
10. Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Адаптивно-периодическая система управления нелинейным объектом с изменяющимися режимами функционирования // Тр. X междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'15. Москва, 26–29 янв. 2015 г. / ИПУ РАН. — М., 2015. — С. 539–547.
11. Eremine E.L., Chepak L.V., Shelenok E.A. Combined Adaptive Control System for Nonlinear Periodic Action Plant // 2015 Intern. Siberian Conf. on Control and Communications (SIBCON). Proceedings / Omsk State Technical University, May 21–23, 2015. — Omsk, 2015.
12. Еремин Е.Л., Пикун З.Д., Теличенко Д.А. Адаптивная система управления одним классом структурно-параметрически неопределенных объектов в схеме с явной и неявной эталонными моделями // Информатика и системы управления. — 2015. — № 1 (43). — С. 105–115.
13. Еремин Е.Л. L -диссипативность гиперустойчивой системы при структурном возмущении // Информатика и системы управления. — 2006. — № 2 (12), ч. I. — С. 94–101; 2007. — № 1 (13), ч. II. — С. 130–139; № 2 (14), ч. III. — С. 153–165; 2013. — № 2 (36), ч. IV. — С. 100–106.
14. Еремин Е.Л., Капитанова М.С. Адаптивная система управления T -периодическим нелинейным объектом // Проблемы управления. — 2007. — № 1. — С. 2–7.
15. Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Адаптивно-периодическая следящая система для нелинейного объекта, аффинного по управлению // Автоматика. — 2015. — Т. 51, № 5. — С. 113–119.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Афанасьевым.

Еремин Евгений Леонидович — д-р техн. наук, профессор, Амурский государственный университет, г. Благовещенск, ✉ ereminel@mail.ru,

Шеленок Евгений Анатольевич — канд. техн. наук, доцент, Тихоокеанский государственный университет, г. Хабаровск, ✉ cidshell@mail.ru.