

КОМПОЗИЦИИ ДВУХ РАВНОВЕСНЫХ КОДОВ С ОРТОГОНАЛЬНЫМИ ПО ВСЕМ РАЗРЯДАМ КОМБИНАЦИЯМИ ДЛЯ СИНТЕЗА САМОПРОВЕРЯЕМЫХ ДИСКРЕТНЫХ УСТРОЙСТВ

Д. В. Ефанов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, г. Санкт-Петербург,
Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва

✉ TrES-4b@yandex.ru

Аннотация. Предложено при синтезе контролепригодных и самопроверяемых дискретных устройств использовать композиции двух равновесных кодов с ортогональными по всем разрядам комбинациями. Использование таких кодов позволяет осуществлять контроль вычислений на выходах дискретных устройств по признаку принадлежности не только к кодовым словам равновесных кодов, но и по признаку принадлежности каждой функции, описывающей символы кодовых слов, к классу самодвойственных булевых функций. Показано, за счет чего возможно построение помехозащищенных кодов на основе композиции двух равновесных кодов с ортогональными по всем разрядам комбинациями. Получены формулы, позволяющие определить число ошибок, не обнаруживаемых композициями равновесных кодов по видам (по количеству искажаемых нулей и единиц в кодовых словах) и кратностям. Дана краткая характеристика свойств рассматриваемых кодов. Представлена структура организации схем встроенного контроля для дискретных устройств на основе композиции двух равновесных кодов с ортогональными по всем разрядам комбинациями с контролем вычислений по двум диагностическим признакам. Использование композиции двух равновесных кодов с ортогональными по всем разрядам комбинациями может оказаться эффективным при построении высоконадежных дискретных устройств на различных видах элементной базы.

Ключевые слова: контролепригодные и самопроверяемые устройства, контроль вычислений по двум диагностическим признакам, композиции равновесных кодов, обнаружение ошибок на выходах дискретных устройств.

ВВЕДЕНИЕ

Равновесные коды, или коды « r из n » (r/n -коды), строятся путем выделения из множества кодовых слов с числом символов, равным n (с длиной кодовых слов, равной n), тех кодовых слов, которые имеют один и тот же вес, равный r . Число кодовых слов r/n -кода определяется биномиальным коэффициентом C_n^r . Данные коды описаны в работе [1] и нашли широкое применение в практике обработки и передачи данных [2, 3], а также при синтезе контролепригодных и самопроверяемых

дискретных устройств [4–7]. Теория синтеза детекторов и тестеров равновесных кодов достаточно глубоко проработана [8–12], а особые свойства и характеристики этих кодов исследованы в большом количестве работ, например, в статье [13]. Отметим также, что равновесные коды тесно связаны с теорией комбинаторного блок-дизайна и системами Штайнера [14, 15].

Остановим внимание читателя на применении равновесных кодов при построении устройств с обнаружением неисправностей [16, 17]. При синтезе подобных устройств с использованием равновесных кодов отталкиваются от следующих их

преимуществ. Прежде всего, поскольку кодовые слова данных кодов имеют один и тот же вес, они обнаруживают любые ошибки в кодовых словах, кроме разнонаправленных ошибок с четной кратностью, содержащих группу искажений $\{0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0\}$ – это так называемые симметричные ошибки. Любые несимметричные ошибки, которые классифицируются на монотонные (связанные с искажениями исключительно нулевых или исключительно единичных значений) и асимметричные (содержащие неравное количество искажений нулей и единиц), они обнаруживают. Эту особенность при синтезе самопроверяемых устройств используют, осуществляя поиск групп монотонно независимых выходов устройства [18, 19] либо монотонно и асимметрично независимых групп выходов [20, 21] и организуя контроль вычислений на них с помощью равновесных кодов. Альтернативным вариантом является модификация структуры контролируемого устройства в структуру с единой группой монотонно независимых выходов либо монотонно и асимметрично независимых выходов [22]. Еще одним свойством равновесных кодов является то, что ими не обнаруживается малое количество ошибок с четной кратностью, что также способствует покрытию большого количества реальных искажений на выходах контролируемых устройств. Третьим важным преимуществом равновесных кодов перед другими является простота контрольного оборудования для них (тестеров, детекторов и блоков контрольной логики) и понятные принципы обеспечения свойства самопроверяемости [9].

При построении самопроверяемых дискретных устройств с использованием равновесных кодов можно применять различные подходы. Интересным является контроль вычислений с использованием не только равновесных кодов, но и свойств булевых функций, описывающих разряды кодовых слов данных кодов, а именно свойств самодвойственных булевых функций. При таком способе организации контроля вычислений существенно увеличиваются показатели контролепригодности в части наблюдаемости [23]. При построении дискретных устройств с контролем вычислений по двум диагностическим признакам можно применить только коды вида $\frac{n}{2} / n$ [24]. В настоящей статье предложено при организации самопроверяемых дискретных устройств использовать композиции пар равновесных кодов с ортогональными

по всем разрядам комбинациями, что существенно расширяет теорию синтеза самопроверяемых дискретных устройств.

1. КОМПОЗИЦИИ ДВУХ РАВНОВЕСНЫХ КОДОВ С ОРТОГОНАЛЬНЫМИ ПО ВСЕМ РАЗРЯДАМ КОМБИНАЦИЯМИ

Среди множества равновесных кодов могут быть выделены такие коды, которые обладают следующим интересным свойством – множество их кодовых слов содержит исключительно пары ортогональных по всем разрядам кодовых слов. Такие коды существуют только для четных значений n , причем для каждого четного n существует

ровно один такой код со значением $r = \frac{n}{2}$. Всё

многообразие равновесных кодов может для наглядности быть показано на треугольнике Паскаля, где каждое число характеризует мощность множества кодовых слов r/n -кодов. Фрагмент треугольника Паскаля изображен на рис. 1. На рис. 1, а показан треугольник с выделенными числами, соответствующими мощностям множеств кодовых слов равновесных кодов с отмеченным выше свойством. Например, равновесный $1/2$ -код содержит две комбинации $\{01, 10\}$ и используется при кодировании информации для обнаружения ошибок, к примеру, в пространственном парафазном представлении сигналов [25]. Равновесный $2/4$ -код содержит шесть комбинаций $\{0011, 0101, 0110, 1001, 1010, 1100\}$ и используется при организации схем встроенного контроля для комбинационных составляющих дискретных устройств [26].

В работе [24] предложено использовать равновесные коды вида $\frac{n}{2} / n$ при синтезе самопроверяемых дискретных устройств с контролем вычислений по двум диагностическим признакам – по принадлежности кодовых слов заданному равновесному коду и по принадлежности каждой функции, описывающей символы кодовых слов, к классу самодвойственных булевых функций. Для этого необходимо в процессе синтеза схемы встроенного контроля (СВК) обеспечить следующее свойство: на ортогональных по всем разрядам наборах значений аргументов требуется формировать в СВК ортогональные по всем разрядам кодовые слова равновесных кодов.

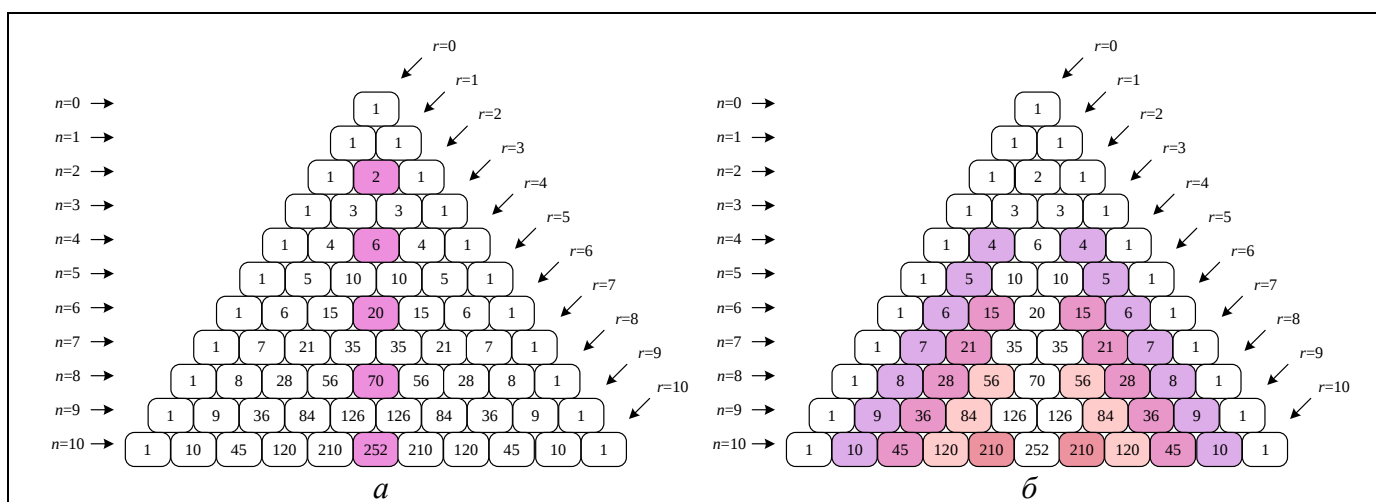


Рис. 1. Варианты выделения на треугольнике Паскаля а) одного и б) двух равновесных кодов с ортогональными по всем разрядам кодовыми словами

Исследования возможностей применения равновесных кодов при контроле вычислений на выходах дискретных устройств по двум диагностическим признакам привели к задаче определения возможностей применения групп иных равновесных кодов для организации СВК. Это позволило бы иметь большую вариативность в выборе способов синтеза СВК и влияния на ключевые показатели эффективности реализации самопроверяемых дискретных устройств.

Если объединить множества кодовых слов равновесных кодов r/n и $(n-r)/n$, где $r \in \left\{1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right\}$ – вес кодового слова, то получим

композицию пары равновесных кодов, кодовые слова которой обладают искомым свойством. На треугольнике Паскаля, расположенном на рис. 1, б, соответствующие таким парам равновесных кодов биномиальные коэффициенты выделены одним цветом. Не выделены на рисунке коды с $r=0$, вырожденные пары, для которых при четном n вес равен $r = \frac{n}{2}$, а также пары кодов, для которых вес различается на единицу.

Утверждение 1. Композицией из пар кодов r/n и $(n-r)/n$ будут обнаруживаться любые одиночные ошибки в кодовых словах при выполнении следующего условия:

$$n - 2r \geq 2. \quad (1)$$

Доказательство. Вес кодовых слов кода r/n равен r , а вес кодовых слов кода $(n-r)/n$ равен $n-r$. Коды r/n , также как и кодами $(n-r)/n$, будут обнаруживаться любые одиночные ошибки, переводящие кодовые слова, принадлежащие данному коду, в кодовые слова этого же кода. Не обнаруживаться могут только

одиночные ошибки, переводящие кодовые слова кода r/n в кодовые слова кода $(n-r)/n$. Это возможно только в том случае, если вес кодовых слов кода $(n-r)/n$ больше веса кода r/n на единицу. Иными словами, $(n-r) - r = 1$, или же $n - 2r = 1$. Отсюда становится ясной справедливость неравенства (1) для обнаружения любых одиночных ошибок. ♦

Таким образом, получается целая группа модифицированных кодов, основанных на использовании пар равновесных кодов. Их применение позволяет решать некоторые задачи синтеза контролепригодных и самопроверяемых дискретных устройств, а также их диагностического обеспечения.

2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБНАРУЖЕНИЯ ОШИБОК КОМПОЗИЦИЯМИ ДВУХ РАВНОВЕСНЫХ КОДОВ

Определим, какое количество ошибок не будет обнаруживаться композициями двух равновесных кодов, а также дадим их характеристику.

Утверждение 2. Общее количество необнаруживаемых выбранной композицией из пар кодов r/n и $(n-r)/n$ ошибок в кодовых словах определяется по формуле

$$N_{ND} = 2C_n^r (2C_n^r - 1). \quad (2)$$

Доказательство. Мощность множества кодовых слов кода r/n равна C_n^r . Мощность множества кодовых слов кода $(n-r)/n$ равна $C_n^{n-r} = C_n^r$. Отсюда следует, что композиция образована $2C_n^r$ кодовыми словами. Ошибка не будет обнаружена тогда и только тогда, когда она переведет кодовое слово данной композиции кодов в кодовое слово, принадлежащее кодам из данной композиции. Всего таких переходов для каждо-



го кодового слова $2C_n^r - 1$. Отсюда становится очевидной справедливость выражения (2). ♦

Обозначим далее композицию пар равновесных кодов как $(r/n + (n - r)/n)$ -коды. Например, для первых значений n они приведены в табл. 1. Цветом в ней обозначены равновесные коды вида

$\frac{n}{2} / n$, также обладающие свойством присутствия во множестве кодовых слов пар ортогональных по всем разрядам комбинаций.

В табл. 2 дается характеристика необнаруживаемых $(r/n + (n - r)/n)$ -кодами ошибок. Для каждого

Таблица 1

Композиции пар равновесных кодов

n	r					
	1	2	3	4	5	6
4	1/4+3/4	2/4	—	—	—	—
5	1/5+4/5	—	—	—	—	—
6	1/6+5/6	2/6+4/6	3/6	—	—	—
7	1/7+6/7	2/7+5/7	—	—	—	—
8	1/8+7/8	2/8+6/8	3/8+5/8	4/8	—	—
9	1/9+8/9	2/9+7/9	3/9+6/9	—	—	—
10	1/10+9/10	2/10+8/10	3/10+7/10	4/10+6/10	5/10	—
11	1/11+10/11	2/11+9/11	3/11+8/11	4/11+7/11	—	—
12	1/12+11/12	2/12+10/12	3/12+9/12	4/12+8/12	5/12+7/12	6/12
13	1/13+12/13	2/13+11/13	3/13+10/13	4/13+9/13	5/13+8/13	—
14	1/14+13/14	2/14+12/14	3/14+11/14	4/14+10/14	5/14+9/14	6/14+8/14
15	1/15+14/15	2/15+13/15	3/15+12/15	4/15+11/15	5/15+10/15	6/15+9/15

Таблица 2

Характеристика не обнаруживаемых $(r/n + (n - r)/n)$ -кодами ошибок

n	Число необнаруживаемых ошибок и их доля от общего количества ошибок в кодовых словах					
	$r = 1$	$r = 2$	$r = 3$	$r = 4$	$r = 5$	$r = 6$
4	56 23,33333 %	30 12,5 %	—	—	—	—
5	90 9,07258 %	—	—	—	—	—
6	132 3,27381 %	870 21,57738 %	380 9,4246 %	—	—	—
7	182 1,11959 %	1722 10,59301 %	—	—	—	—
8	240 0,36765 %	3080 4,71814 %	12432 19,04412 %	4830 7,3989 %	—	—
9	306 0,11696 %	5112 1,95389 %	28056 10,72346 %	—	—	—
10	380 0,03628 %	8010 0,76464 %	57360 5,47562 %	175980 16,79917 %	63252 6,03808 %	—
11	462 0,01102 %	11990 0,286 %	108570 2,58978 %	434940 10,37484 %	—	—
12	552 0,00329 %	17292 0,10309 %	193160 1,1516 %	979110 5,83738 %	2507472 14,94935 %	852852 5,08464 %
13	650 0,00097 %	24180 0,03604 %	326612 0,48675 %	2043470 3,04538 %	6622902 9,8701 %	—
14	756 0,00028 %	32942 0,01227 %	529256 0,19718 %	4006002 1,49244 %	16028012 5,97126 %	36066030 13,43646 %
15	870 0,00008 %	43890 0,00409 %	827190 0,07704 %	7450170 0,69387 %	36066030 3,35901 %	100190090 9,33121 %



кода указаны два числа (сверху и снизу в графе) – число необнаруживаемых ошибок, а также доля необнаруживаемых ошибок от общего их количества в кодовых словах (γ_n , %). Композиции двух равновесных кодов обнаруживают существенное количество ошибок. С ростом значения n для каждого r доля необнаруживаемых ошибок постепенно снижается (рис. 2).

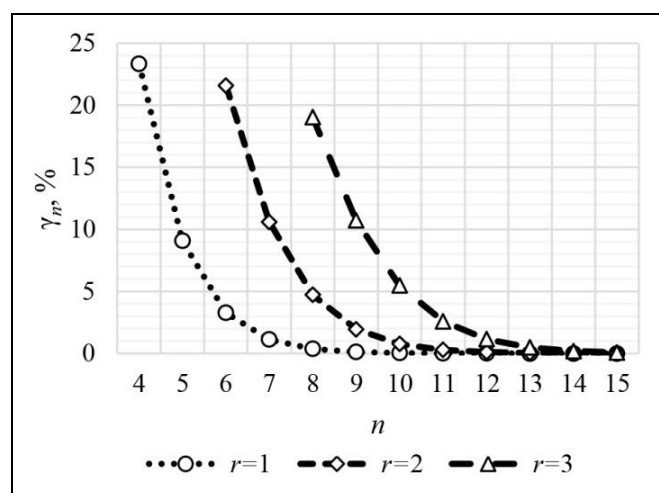


Рис. 2. Зависимости γ_n от n для различных $(r/n + (n-r)/n)$ -кодов

Дадим характеристику не обнаруживаемых различными $(r/n + (n-r)/n)$ -кодами ошибок по видам (монотонные, симметричные и асимметричные) и кратностям d .

Для начала рассмотрим коды вида $(1/n + (n-1)/n)$.

Возьмем первый код $(1/4 + 3/4)$. Выберем произвольное кодовое слово 1/4-кода, например, $\langle 0001 \rangle$. Оно может исказиться в кодовые слова, принадлежащие композиции данных кодов, $2C_4^1 - 1 = 7$ способами. Количество искажений кодового слова $\langle 0001 \rangle$ в кодовые слова, принадлежащие коду 1/4, равно $C_4^1 - 1 = 3$. Все эти искажения в силу того, что сохраняется вес кодового слова, будут двукратными симметричными искажениями. Исказиться в кодовые слова, принадлежащие коду 3/4, кодовое слово $\langle 0001 \rangle$ может $C_4^3 = 4$ способами. Причем если искажение произойдет так, что единственная единица в кодовом слове сохранит свое значение, то ошибка будет монотонной. Так как вес кодовых слов 3/4-кода равен $n - r = 3$, то возможно $C_{4-1}^{3-1} = C_3^2 = 3$ способа таких искажений. Кратность монотонных необнаруживаемых ошибок будет равна двум. Остается единственное слово 3/4-кода $\langle 1110 \rangle$, ортогональное по всем раз-

рядам по отношению к кодовому слову $\langle 0001 \rangle$. Последнее может перейти в первое только при четырехкратной асимметричной ошибке.

Аналогичное обстоятельство имеет место при рассмотрении и всех оставшихся кодовых слов $(1/4 + 3/4)$ -кодов.

Возьмем второй код $(1/5 + 4/5)$. Выберем произвольное кодовое слово 1/5-кода, например, $\langle 00001 \rangle$. Оно может исказиться в кодовые слова, принадлежащие композиции данных кодов, $2C_5^1 - 1 = 9$ способами. Количество искажений кодового слова $\langle 00001 \rangle$ в кодовые слова, принадлежащие коду 1/5, равно $C_5^1 - 1 = 4$. Все эти искажения в силу того, что сохраняется вес кодового слова, будут двукратными симметричными искажениями. Исказиться в кодовые слова, принадлежащие коду 4/5, кодовое слово $\langle 00001 \rangle$ может $C_5^4 = 5$ способами. Причем если искажение произойдет так, что единственная единица в кодовом слове сохранит свое значение, то ошибка будет монотонной. Так как вес кодовых слов 4/5-кода равен $n - r = 4$, то возможны $C_{5-1}^{4-1} = C_4^3 = 4$ способа таких искажений. Кратность монотонных необнаруживаемых ошибок будет равна трем. Остается единственное слово 4/5-кода $\langle 11110 \rangle$, ортогональное по всем разрядам по отношению к кодовому слову $\langle 00001 \rangle$. Последнее может перейти в первое только при пятикратной асимметричной ошибке. Аналогично рассматриваются и все оставшиеся кодовые слова $(1/5 + 4/5)$ -кодов.

Можно продолжить ряд рассуждений и прийти к следующим положениям, справедливым для кодов вида $(1/n + (n-1)/n)$:

- для каждого кодового слова существует $n - 1$ вариант перехода в кодовое слово, принадлежащее только этому коду, характеризующего двукратной симметричной ошибкой;
- для каждого кодового слова существует $n - 1$ вариант перехода в кодовое слово, принадлежащее второму коду в композиции, характеризующего $(n - 2r) = (n - 2)$ -кратной монотонной ошибкой;
- для каждого кодового слова существует один вариант перехода в кодовое слово, принадлежащее второму коду в композиции, характеризующего n -кратной асимметричной ошибкой.

Так как всего имеется $2C_n^1 = 2n$ кодовых слов, то каждое из полученных чисел по каждому виду и кратности ошибки следует умножить на это число, что даст общее количество необнаруживаемых ошибок по видам и кратностям.

Введем следующие обозначения. Будем общее количество необнаруживаемых ошибок представлять в виде формулы

$$N_{ND} = N_{v,d} v_d + N_{\sigma,d} \sigma_d + N_{\alpha,d} \alpha_d, \quad (3)$$

где $N_{v,d}$, $N_{\sigma,d}$, $N_{\alpha,d}$ – количество необнаруживаемых монотонных, симметричных и асимметричных ошибок с кратностью d ; символом v_d обозначим принадлежность числа необнаруживаемых ошибок к классу монотонных с кратностью d , σ_d – принадлежность необнаруживаемых ошибок к классу симметричных с кратностью d , α_d – принадлежность необнаруживаемых ошибок к классу асимметричных с кратностью d .

Используя выражение (3) и проведенные выше рассуждения, запишем формулу необнаруживаемых ошибок для кодов вида $(1/n + (n-1)/n)$:

$$\begin{aligned} N_{ND}^{1/n+(n-1)/n} &= 2n((n-1)v_{n-2} + (n-1)\sigma_2 + 1\alpha_n) = \\ &= 2n(n-1)(v_{n-2} + \sigma_2) + 2n\alpha_n. \end{aligned} \quad (4)$$

Например, для $(1/4 + 3/4)$ -кодов формула (4) дает следующий результат:

$$\begin{aligned} N_{ND}^{1/4+3/4} &= 2 \cdot 4 \cdot (4-1)(v_2 + \sigma_2) + \\ &+ 2 \cdot 4 \alpha_4 = 24v_2 + 24\sigma_2 + 8\alpha_4. \end{aligned}$$

Обобщим полученный результат и рассмотрим далее композицию кодов вида $(2/n + (n-2)/n)$.

Возьмем в качестве примера $(2/6 + 4/6)$ -код. Выберем произвольное кодовое слово $2/6$ -кода, например, $\langle 000011 \rangle$. Существует $2C_6^2 - 1 = 29$ переходов его в кодовые слова, принадлежащие этой композиции. Среди них $C_6^2 - 1 = 14$ переходов в кодовые слова $2/6$ -кода, вызванные двукратными симметричными ошибками. Также имеется $C_6^2 = 15$ переходов в кодовые слова $4/6$ -кода. Структура таких ошибок следующая. Имеется один переход в кодовое слово $4/6$ -кода, ортогональное по всем разрядам к рассматриваемому слову $\langle 111100 \rangle$, вызванный шестикратной асимметричной ошибкой. Имеется $C_{6-2}^2 = C_4^2 = 6$ переходов, при которых единицы в кодовом слове $\langle 000011 \rangle$ сохраняют свои позиции и искажаются два нуля. Такие переходы вызваны двукратными монотонными ошибками. Также имеются переходы, при которых одна единица сохраняет свое значение в кодовом слове $\langle 000011 \rangle$, одна искажается, а также искажаются еще три нулевых разряда. Число вариантов искажений единиц равно C_2^1 , число вариантов искажений нулей – C_4^3 . Итого

имеем $C_4^3 C_2^1 = 8$ четырехкратных асимметричных искажений.

Такая структура ошибок присуща всем кодовым словам в рассматриваемой композиции.

Нетрудно обобщить полученное для $(2/n + (n-2)/n)$ -кодов:

– для каждого кодового слова существует $C_n^2 - 1$ вариант перехода в кодовое слово, принадлежащее только этому коду, характеризуемого двукратной симметричной ошибкой;

– для каждого кодового слова существует C_{n-2}^2 вариант перехода в кодовое слово, принадлежащее второму коду в композиции, характеризуемого $(n-2r) = (n-4)$ -кратной монотонной ошибкой;

– для каждого кодового слова существует $2C_{n-2}^{n-3}$ вариант перехода в кодовое слово, принадлежащее второму коду в композиции, характеризуемого четырехкратной асимметричной ошибкой;

– для каждого кодового слова существует один вариант перехода в кодовое слово, принадлежащее второму коду в композиции, характеризуемого n -кратной асимметричной ошибкой.

Так как всего имеется $2C_n^2$ кодовых слов, то каждое из полученных чисел по каждому виду и кратности ошибки следует умножить на это число, что даст общее количество необнаруживаемых ошибок по видам и кратностям:

$$\begin{aligned} N_{ND}^{2/n+(n-2)/n} &= 2C_n^2 (C_{n-2}^2 v_2 + (C_n^2 - 1)\sigma_2 + \\ &+ 2C_{n-2}^{n-3} \alpha_4 + 1\alpha_n) = 2C_n^2 C_{n-2}^2 v_2 + \\ &+ 2C_n^2 (C_n^2 - 1)\sigma_2 + 4C_n^2 C_{n-2}^{n-3} \alpha_4 + 2C_n^2 \alpha_n. \end{aligned} \quad (5)$$

Например, для $(2/6 + 4/6)$ -кодов формула (5) дает следующий результат:

$$\begin{aligned} N_{ND}^{2/6+4/6} &= 2C_6^2 C_4^2 v_2 + 2C_6^2 (C_6^2 - 1)\sigma_2 + \\ &+ 4C_6^2 C_4^3 \alpha_4 + 2C_6^2 \alpha_6 = 180v_2 + \\ &+ 420\sigma_2 + 240\alpha_4 + 30\alpha_6. \end{aligned}$$

Для обобщения и рассмотрения $(r/n + (n-r)/n)$ -кодов характерно следующее:

– для каждого кодового слова существует $C_n^r - 1$ вариант перехода в кодовое слово, принадлежащее только этому коду, характеризуемого двукратной симметричной ошибкой;

– для каждого кодового слова существует C_{n-r}^{r-r} вариант перехода в кодовое слово, принадлежащее второму коду в композиции, характеризуемого $(n-2r)$ -кратной монотонной ошибкой;



– для каждого кодового слова существует

$$\begin{aligned}
 & C_r^1 C_{n-r}^{(n-r)-(r-1)} + C_r^2 C_{n-r}^{(n-r)-(r-2)} + \dots + \\
 & + C_r^{r-1} C_{n-r}^{n-r-(r-(r-1))} + C_r^r C_{n-r}^{n-r-(r-r)} = \\
 & = C_r^1 C_{n-r}^{n-2r+1} + C_r^2 C_{n-r}^{n-2r+2} + \dots + C_r^{r-1} C_{n-r}^{n-r-1} + \\
 & + C_r^r C_{n-r}^{n-r} = \sum_{i=1}^r C_r^i C_{n-r}^{(n-r)-(r-i)}
 \end{aligned}$$

вариантов перехода в кодовое слово, принадлежащее второму коду в композиции, характеризуемого асимметричными ошибками, причем первое слагаемое характеризует количество асимметричных ошибок кратности $n-2r+2$, второе – количество асимметричных ошибок кратности $n-2r+4$, ..., $r-1$ -е слагаемое – количество асимметричных ошибок кратности $((n-r)-(r-(r-1)) + (r-1)) = (n-2)$, r -е слагаемое – количество асимметричных ошибок кратности n .

Общее количество кодовых слов в рассматриваемой композиции равно $2C_n^r$.

Отсюда приходим к общей формуле, описывающей количество необнаруживаемых ошибок различных видов и кратностей $(r/n + (n-r)/n)$ -кодах:

$$\begin{aligned}
 N_{ND}^{r/n+(n-r)/n} &= 2C_n^r \left(C_{n-r}^r v_{n-2r} + (C_n^r - 1) \sigma_2 + \right. \\
 &+ C_r^1 C_{n-r}^{n-2r+1} \alpha_{n-2r+2} + C_r^2 C_{n-r}^{n-2r+2} \alpha_{n-2r+4} + \dots \\
 &+ C_r^{r-1} C_{n-r}^{n-r-1} \alpha_{n-2} + C_r^r C_{n-r}^{n-r} \alpha_n \left. \right) = \\
 &= 2C_n^r C_{n-r}^r v_{n-2r} + 2C_n^r (C_n^r - 1) \sigma_2 + \\
 &+ 2C_n^r C_r^1 C_{n-r}^{n-2r+1} \alpha_{n-2r+2} + 2C_n^r C_r^2 C_{n-r}^{n-2r+2} \alpha_{n-2r+4} + \dots \\
 &+ 2C_n^r C_r^{r-1} C_{n-r}^{n-r-1} \alpha_{n-2} + 2C_n^r C_r^r C_{n-r}^{n-r} \alpha_n.
 \end{aligned} \quad (6)$$

Формулы (4) и (5) являются частными случаями формулы (6).

Полный учет характеристик обнаружения ошибок в кодовых словах композиций равновесных кодов позволяет на практике выработать алгоритмы их использования при построении дискретных устройств с обнаружением неисправностей.

3. КОМПОЗИЦИИ ЧЕТНОГО ЧИСЛА РАВНОВЕСНЫХ КОДОВ

Для $n \geq 8$ могут быть построены композиции не двух, а большего числа равновесных кодов, которые будут обладать свойством содержания во множестве кодовых слов исключительно пар ортогональных по всем разрядам кодовых слов. Такие коды строятся при четных значениях $n \geq 8$. На рис. 3 на треугольнике Паскаля выделены четверки равновесных кодов, объединения множеств кодовых слов которых позволяет сформировать искомого композицию.

В табл. 3 приведен состав композиций четверок равновесных кодов, а в табл. 4 дана характеристика не обнаруживаемых ими ошибок. Композиции четверок равновесных кодов при $n > 8$ не обнаруживают сотые и тысячные доли процента от общего числа ошибок, возникающих в кодовых словах с соответствующей длиной кодовых слов.

Следуя за рассуждениями по определению характеристик обнаружения ошибок по видам и кратностям для пар композиций равновесных кодов, можно дать более детальную характеристику ошибок, не обнаруживаемых рассматриваемыми композициями четверок равновесных кодов.

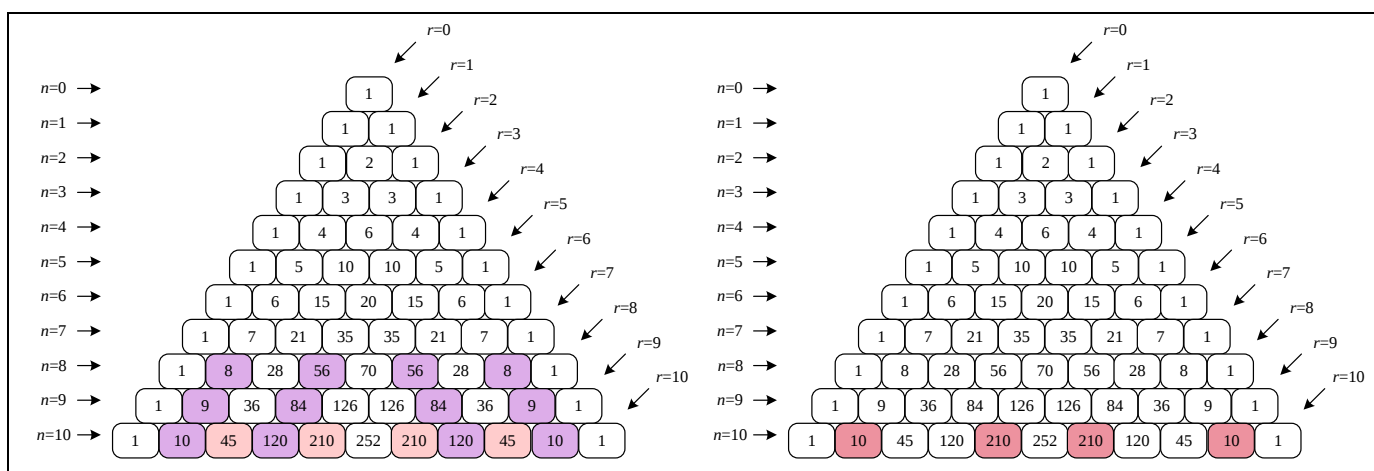


Рис. 3. Варианты выделения на треугольнике Паскаля четырех равновесных кодов с ортогональными по всем разрядам комбинациями

Таблица 3

Композиции четверок равновесных кодов

n	r_1, r_2									
	$r_1=1, r_2=3$	$r_1=1, r_2=4$	$r_1=1, r_2=5$	$r_1=1, r_2=6$	$r_1=2, r_2=4$	$r_1=2, r_2=5$	$r_1=2, r_2=6$	$r_1=3, r_2=5$	$r_1=3, r_2=6$	$r_1=4, r_2=6$
8	1/8+7/8, 3/8+5/8	–	–	–	–	–	–	–	–	–
9	1/9+8/9, 3/9+6/9	–	–	–	–	–	–	–	–	–
10	1/10+9/10, 3/10+7/10	1/10+9/10, 4/10+6/10	–	–	2/10+8/10, 4/10+6/10	–	–	–	–	–
11	1/11+10/11, 3/11+8/11	1/11+10/11, 4/11+7/11	–	–	2/11+9/11, 4/11+7/11	–	–	–	–	–
12	1/12+11/12, 3/12+9/12	1/12+11/12, 4/12+8/12	1/12+11/12, 5/12+7/12	–	2/12+10/12, 4/12+8/12	2/12+10/12, 5/12+7/12	–	3/12+9/12, 5/12+7/12	–	–
13	1/13+12/13, 3/13+10/13	1/13+12/13, 4/13+9/13	1/13+12/13, 5/13+8/13	–	2/13+11/13, 4/13+9/13	2/13+11/13, 5/13+8/13	–	3/13+10/13, 5/13+8/13	–	–
14	1/14+13/14, 3/14+11/14	1/14+13/14, 4/14+10/14	1/14+13/14, 5/14+9/14	1/14+13/14, 6/14+8/14	2/14+12/14, 4/14+10/14	2/14+12/14, 5/14+9/14	2/14+12/14, 6/14+8/14	3/14+11/14, 6/14+8/14	3/14+11/14, 6/14+8/14	4/14+10/14, 6/14+8/14
15	1/15+14/15, 3/15+12/15	1/15+14/15, 4/15+11/15	1/15+14/15, 5/15+10/15	1/15+14/15, 6/15+9/15	2/15+13/15, 4/15+11/15	2/15+13/15, 5/15+10/15	2/15+13/15, 6/15+9/15	3/15+12/15, 6/15+9/15	3/15+12/15, 6/15+9/15	4/15+11/15, 6/15+9/15

Таблица 4

Характеристика ошибок, не обнаруживаемых композициями из четырех равновесных кодов

n	Число необнаруживаемых ошибок и их доля от общего количества ошибок в кодовых словах									
	$r_1=1, r_2=3$	$r_1=1, r_2=4$	$r_1=1, r_2=5$	$r_1=1, r_2=6$	$r_1=2, r_2=4$	$r_1=2, r_2=5$	$r_1=2, r_2=6$	$r_1=3, r_2=5$	$r_1=3, r_2=6$	$r_1=4, r_2=6$
8	128 0,19608 %	–	–	–	–	–	–	–	–	–
9	186 0,07109 %	–	–	–	–	–	–	–	–	–
10	260 0,02482 %	440 0,042 %	–	–	510 0,04868 %	–	–	–	–	–
11	352 0,0084 %	682 0,01627 %	–	–	770 0,01837 %	–	–	–	–	–
12	464 0,00277 %	1014 0,00605 %	1608 0,00959 %	–	1122 0,00669 %	1716 0,01023 %	–	2024 0,01207 %	–	–
13	598 0,00089 %	1456 0,00217 %	2600 0,00387 %	–	1586 0,00236 %	2730 0,00407 %	–	3146 0,00469 %	–	–
14	756 0,00028 %	2030 0,00076 %	4032 0,0015 %	6034 0,00225 %	2184 0,00081 %	4186 0,00156 %	6188 0,00231 %	4732 0,00176 %	6734 0,00251 %	8008 0,00298 %
15	940 0,00009 %	2760 0,00026 %	6036 0,00056 %	10040 0,00094 %	2940 0,00027 %	6216 0,00058 %	10220 0,00095 %	6916 0,00064 %	10920 0,00102 %	12740 0,00119 %

4. ПРИМЕНЕНИЕ КОМПОЗИЦИЙ ДВУХ РАВНОВЕСНЫХ КОДОВ В ЗАДАЧАХ СИНТЕЗА САМОПРОВЕРЯЕМЫХ ДИСКРЕТНЫХ УСТРОЙСТВ

На рис. 4 изображена структура организации самопроверяемого дискретного устройства со схемой встроенного контроля, реализованной на основе $(r/n + (n-r)/n)$ -кода. Она позволяет учесть два диагностических признака при контроле вычислений: принадлежность формируемых кодовых слов заданному $(r/n + (n-r)/n)$ -коду и принадлежность каждой функции, описывающей проверочные символы, к классу самодвойственных функций.

Объектом диагностирования является комбинационное дискретное устройство $F(X)$, вычисляющее значения булевых функций $f_1(X), f_2(X), \dots, f_{n-1}(X), f_n(X)$ при подаче на входы наборов значений аргументов $\langle x_t, x_{t-1}, \dots, x_2, x_1 \rangle = \langle X \rangle$. Для контроля вычислений устройство $F(X)$ дополняется специализированной СВК. Кроме того, работа схемы настраивается специальным образом [27].

Выходы устройства $F(X)$ подключены к входам блока коррекции сигналов (БКС) в СВК. Этот блок предназначен для преобразования сигналов, формируемых на выходах устройства $F(X)$, в сигналы $h_1(X), h_2(X), \dots, h_{n-1}(X), h_n(X)$ на каждом наборе значений аргументов. Блок коррекции сигналов образован каскадом двухвходовых элементов сложения по модулю $M=2$ (XOR), на первые входы каждого из которых подаются сигналы $f_1(X), f_2(X), \dots, f_{n-1}(X), f_n(X)$, а на вторые – сигналы $g_1(X), g_2(X), \dots, g_{n-1}(X), g_n(X)$ с такими же нижними индексами,

формируемые блоком $G(X)$ вычисления функций логической коррекции:

$$h_i(X) = f_i(X) \oplus g_i(X), i = \overline{1, n}. \quad (7)$$

Преобразование (7) осуществляется на каждом наборе значений аргументов и позволяет наделить функции $h_1(X), h_2(X), \dots, h_{n-1}(X), h_n(X)$ следующими двумя свойствами. Первое состоит в том, что кодовое слово $\langle h_n(X) h_{n-1}(X) \dots h_2(X) h_1(X) \rangle$ должно принадлежать выбранному $(r/n + (n-r)/n)$ -коду. Второе свойство заключается в том, что значения каждой функции $h_1(X), h_2(X), \dots, h_{n-1}(X), h_n(X)$ на каждом наборе значений аргументов формируются таким образом, чтобы сами функции оказались самодвойственными. Как отмечалось выше, это требует только того, чтобы на ортогональных наборах значений аргументов формировались ортогональные по всем разрядам комбинации, принадлежащие $(r/n + (n-r)/n)$ -коду. Необходимо доопределение значений векторов $\langle h_n(X) h_{n-1}(X) \dots h_2(X) h_1(X) \rangle$ на всех наборах значений аргументов таким образом, чтобы хотя бы единожды были сформированы все кодовые слова, принадлежащие r/n -коду и $(n-r)/n$ -коду. Эта особенность требует выполнения ограничения

$$t \geq \lceil \log_2 2C_n^r \rceil.$$

Контроль принадлежности кодовых слов $\langle h_n(X) h_{n-1}(X) \dots h_2(X) h_1(X) \rangle$ выбранному $(r/n + (n-r)/n)$ -коду осуществляется с помощью самопроверяемого тестера данного кода – устройства TSC (totally self-checking checker). Такие тестеры могут синтезироваться различными способами, например, с выделением двух функций

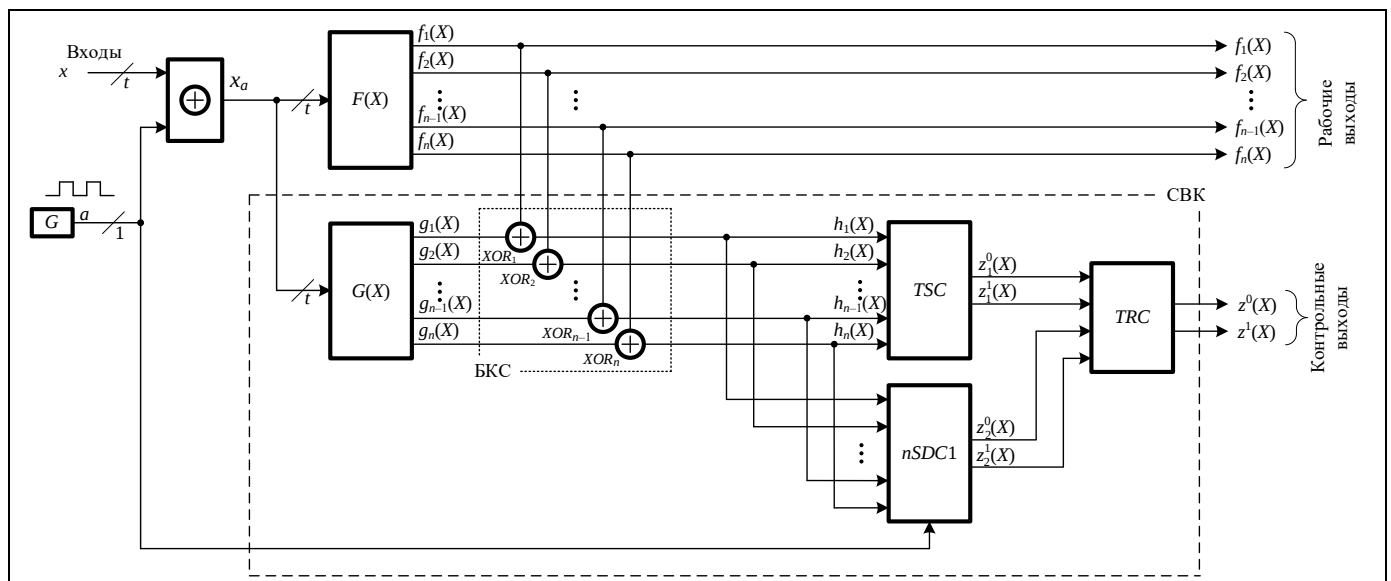


Рис. 4. Структура организации самопроверяемого дискретного устройства

$z_1^0(X)$ и $z_1^1(X)$, каждая из которых является дизъюнкцией конъюнкций, соответствующих кодовым словам r/n и $(n-r)/n$ кода (они, к слову, могут входить в каждую из функций, но только единожды!). Можно использовать скобочные формы для упрощения структур тестеров. Методы же синтеза тестеров равновесных кодов, изложенные в работах [9, 10], напрямую не применимы для синтеза тестеров их композиций.

Контроль принадлежности каждой функции $h_1(X)$, $h_2(X)$, ..., $h_{n-1}(X)$, $h_n(X)$ к классу самодвойственных булевых функций осуществляется с использованием устройства $nSDC1$, на входы которого поступают n самодвойственных сигналов, а на выходах формируются значения двух функций $z_2^0(X)$ и $z_2^1(X)$. Такое устройство может быть реализовано двумя способами. Первый из них предполагает установку n элементарных самопроверяемых тестеров самодвойственных сигналов SDC (*self-dual checker*) [27] и $n-1$ элементарного модуля сжатия парафазных сигналов TRC (*two-rail checker*) [28]. Второй способ основан на использовании предварительного сжатия n самодвойственных сигналов в один с использованием трехвходовых элементов XOR по схеме из работы [29] и контроль полученного сигнала с использованием одного устройства SDC .

Выходы $z_1^0(X)$ и $z_1^1(X)$, а также $z_2^0(X)$ и $z_2^1(X)$ функционируют в парафазной логике. Нарушение парафазности свидетельствует о наличии ошибки в вычислениях и косвенно говорит о наличии неисправностей в одном из блоков. Выходы $z_1^0(X)$ и $z_1^1(X)$, а также $z_2^0(X)$ и $z_2^1(X)$ подключаются ко входам одного модуля TRC для получения единственного контрольного сигнала $Z^0(X)$ и $Z^1(X)$.

Принципы организации контроля самодвойственных сигналов требуют последовательного сравнения значения на прямой подаваемой комбинации и на ортогональной по всем разрядам, что требует снижения быстродействия вдвое [30]. Тогда первая подаваемая комбинация является рабочей, а вторая – контрольной. Таким образом, требуется подача на входы устройства пар наборов значений аргументов, составленных из рабочих комбинаций и ортогональных по всем переменным к ним контрольных комбинаций. Удобным образом это организуется при импульсном режиме работы структуры, приведенной на рис. 4. Для такого режима работы устанавливается генератор G прямоугольных импульсов со скважностью $S = 2$, на выходе которого формируется последовательность

а 0101...01. Она подается на вторые входы двухвходовых элементов XOR , устанавливаемых для каждого входа $x_1, x_2, \dots, x_{t-1}, x_t$. На первые входы элементов XOR подаются значения самих входных переменных. Такая структура схемы позволяет преобразовать сигнал логического нуля в последовательность 0101...01, а сигнал логической единицы – в последовательность 1010...10. Таким образом, наборы значений аргументов поступают на входы блока $F(X)$ парами – рабочий и контрольный, ортогональный по всем разрядам к рабочему. Также сигнал от генератора прямоугольных импульсов необходим для работы тестеров самодвойственных сигналов SDC в СВК.

Отдельные примеры синтеза СВК по приведенному здесь методу оставим за рамками настоящей статьи. Отметим лишь, что использование при синтезе СВК по представленной на рис. 4 структуре $(r/n + (n-r)/n)$ -кодов позволяет на практике организовывать полностью самопроверяемые дискретные устройства с различными показателями эффективности. Прежде всего, здесь важны покрытие ошибок на выходах устройства $F(X)$, достижение свойства самопроверяемости СВК, а также получение наиболее простой реализации СВК, позволяющей синтезировать менее избыточные структуры, чем при использовании метода дублирования. Учитывая высокую вариативность в получении значений функций $g_1(X)$, $g_2(X)$, ..., $g_{n-1}(X)$, $g_n(X)$ на каждом наборе значений аргументов, можно формировать значительное их количество и выбирать среди них наиболее простые по сложности. Этот показатель определяет сложность реализуемого устройства [31]. Так, количество способов доопределения значений функций существенно зависит от числа t входов объекта диагностирования $F(X)$. Достаточно доопределить значения функций на первой половине наборов, число которых равно 2^{t-1} . На каждом из данных наборов можно осуществить доопределение $2C_n^r$ способами. На второй половине наборов значений аргументов значения функций получаются, исходя из свойств самодвойственных функций: требуется на ортогональных по всем разрядам наборах доопределить функции до противоположных значений. Итого имеется $2^t C_n^r$ способов доопределения значений функций, реализуемых на выходах блока $G(X)$. Имея большое количество способов построения блоков $G(X)$, можно выбирать наиболее простые их реализации, обеспечивая при этом и тестируемость компонентов СВК. Во многих практических случаях можно добиться более простой реализации блока $G(X)$, чем блока $F(X)$, что в су-



существенной мере влияет на аппаратную избыточность СВК и позволяет строить самопроверяемые устройства, менее избыточные в сравнении с использованием дублирования, обладающие к тому же улучшенными показателями контролепригодности [23]. Тем не менее, более простую реализацию, чем при использовании дублирования, применяя рассматриваемую структуру, построить удастся не для любых блоков $F(X)$, что является недостатком применения СВК с коррекцией всех сигналов от объекта диагностирования [32]. Исследования показывают, что при определенных условиях можно сокращать количество выходов блока $G(X)$ путем использования одинаковых функций для коррекции различных сигналов от блока $F(X)$. Такой подход работает только в частных случаях и до конца не исследован, но также может рассматриваться с точки зрения перспективы совершенствования алгоритмов синтеза СВК по структуре, приведенной на рис. 4.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование композиций двух равновесных кодов r/n и $(n-r)/n$ при $r \in \left\{1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right\}$ с учетом выполнения условия (1) позволяет существенно расширить число способов организации контролепригодных и самопроверяемых дискретных устройств с контролем вычислений по двум диагностическим признакам по сравнению с использованием в этих целях исключительно кодов $\frac{n}{2}/n$ с четными значениями n . Композиции равновесных кодов с ортогональными по всем разрядам комбинациями могут быть выделены при $n \geq 4$. С ростом значения n растет и число кодовых слов в таких кодах, а число способов выделения именно двух равновесных кодов увеличивается всякий раз на единицу для каждого четного n , начиная с $n = 4$. При $n \geq 8$ возможно построение композиции четного числа равновесных кодов с ортогональными по всем разрядам комбинациями.

Применение широкого класса композиций равновесных кодов с ортогональными по всем разрядам комбинациями позволяет как подбирать композицию под заданное число выходов объекта диагностирования, так и выбирать композицию с учетом возможного выделения групп выходов с меньшим их количеством для организации отдельных подсистем контроля вычислений. Интерес может вызывать применение композиций равновесных кодов с малыми значениями n , так как для них

будут более простыми тестеры и условия обеспечения их полной самопроверяемости.

Дальнейшие исследования могут быть связаны с разработкой методов синтеза СВК на основе композиций равновесных кодов с учетом минимизации различных показателей – структурной избыточности, контролепригодности, энергопотребления и т. д. Интересными могут оказаться практические приложения данных кодов, в особенности в тех областях науки и техники, где входные данные меняются редко (такие системы распространены на практике – к ним можно отнести комплексы противовоздушной обороны, системы электрической централизации стрелок и сигналов на железных дорогах, управляющие комплексы в атомной промышленности и др.). В них особо актуальными являются задачи рабочего диагностирования и обеспечения свойства готовности устройств [33, 34].

Описанные в настоящей статье принципы выделения композиций равновесных кодов, а также их свойства могут оказаться востребованными при построении высоконадежных дискретных систем на современной и перспективной элементной базе [35, 36].

ЛИТЕРАТУРА

1. Freiman, C.V. Optimal Error Detection Codes for Completely Asymmetric Binary Channels // *Information and Control*. – 1962. – Vol. 5, iss. 1. – P. 64–71. – DOI: 10.1016/S0019-9958(62)90223-1
2. Tallini, L.G., Bose, B. Design of Balanced and Constant Weight Codes for VLSI systems // *IEEE Transactions on Computers*. – 1998. – Vol. 47, no. 5. – P. 556–572. – DOI: 10.1109/12.677239
3. Butler, J.T., Sasao, T. Index to Constant Weight Codeword Converter // *Proceedings of 2011 IEEE 54th International Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS)*. – Seoul, South Korea, 2011. – DOI: 10.1109/MWSCAS.2011.6026312
4. Самофалов К.Г., Романкевич А.М., Валуцкий В.Н. и др. Прикладная теория цифровых автоматов / Под ред. К.Г. Самофалова. – Киев: «Вища школа», 1987. – 375 с. [Samofalov, K.G., Romankevich, A.M., Valujskij, V.N., et al. *Prikladnaya teoriya cifrovyyh avtomatov* / Pod red. K.G. Samofalova. – Kiev: «Vishcha shkola», 1987. – 375 s. (In Russian)].
5. Согомонян Е.С., Слабаков Е.В. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. – М.: Радио и связь, 1989. – 208 с. [Sogomonyan, E.S., Slabakov, E.V. *Samoproveryaemye ustroystva i otkazoustoichivye sistemy*. – M.: Radio i svyaz', 1989. – 208 s. (In Russian)].
6. Gössel, M., Ocheretny, V., Sogomonyan, E., Marienfeld, D. New Methods of Concurrent Checking: Edition 1. – Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V., 2008. – 184 p.
7. Das, D.K., Roy, S.S., Dmitiriev, A., et al. Constraint Don't Cares for Optimizing Designs for Concurrent Checking by 1-

- out-of-3 Codes // Proceedings of the 10th International Workshops on Boolean Problems. – Freiberg, Germany, 2012. – P. 33–40.
8. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. Самопроверяемые тестеры для равновесных кодов // Автоматика и телемеханика. – 1992. – № 3. – С. 3–35. [Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I. Samoproveryaemye testery dlya ravnovesnykh kodov // Avtomatika i Telemekhanika. – 1992. – No. 3. – P. 3–35. (In Russian)].
 9. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. Самопроверяемые дискретные устройства. – СПб: Энергоатомиздат, 1992. – 224 с. [Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I. Samoproveryaemye diskretnye ustrojstva. – SPb: Energoatomizdat, 1992. – 224 s. (In Russian)].
 10. Pietrak, S.J. Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. – Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995. – 111 p.
 11. Tarnik, M. Design of Embedded Constant Weight Code Checkers Based on Averaging Operations // Proceedings of 2010 IEEE 16th International On-Line Testing Symposium. – Corfu, Greece, 2010. – DOI: 10.1109/IOLTS.2010.5560193
 12. Матросова А.Ю., Буторина Н.Б., Якимова Н.О. Синтез детекторов равновесных кодов с использованием монотонных функций // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2013. – Т. 56, № 9-2. – С. 171–173. [Matrosova, A.Yu., Butorina, N.B., Yakimova, N.O. Sintez detektorov ravnovesnykh kodov s ispol'zovaniem monotonnykh funktsij // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij. Fizika. – 2013. – Vol. 56, no. 9-2. – P. 171–173. (In Russian)].
 13. Ефанов Д.В. Некоторые особенности обнаружения ошибок равномерными неразделимыми кодами // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2019. – Т. 62, № 7. – С. 621–631. – DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-7-621-631. [Efanov, D.V. Nekotorye osobennosti obnaruzheniya oshibok ravnomernymi nerazdelimymi kodami // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij. Priborostroenie. – 2019. – Vol. 62, no. 7. – P. 621–631. – DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-7-621-631. (In Russian)].
 14. Кориунов А.Д. Некоторые нерешенные задачи дискретной математики и математической кибернетики // Успехи математических наук. – 2009. – Т. 64, № 5. – С. 3–20. – DOI: 10.4213/rm9322. [Korshunov, A.D. Nekotorye nereshennyye zadachi diskretnoy matematiki i matematicheskoy kibernetiki // Uspekhi matematicheskikh nauk. – 2009. – Vol. 64, no. 5. – P. 3–20. – DOI: 10.4213/rm9322. (In Russian)].
 15. Можаров Г.П. Отказоустойчивые компьютерные сети, построенные на основе комбинаторных блок-дизайнов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2016. – № 6. – С. 41–53. – DOI: 10.18698/0236-3933-2016-6-41-53. [Mozharov G.P. Otkazoustojchivye komp'yuternye seti, postroennyye na osnove kombinatornykh blok-dizajnov // Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Priborostroenie. – 2016. – No. 6. – P. 41–53. – DOI: 10.18698/0236-3933-2016-6-41-53. (In Russian)].
 16. Chioktour, V., Kakarountas, A. Adaptive BIST for Concurrent On-Line Testing on Combinational Circuits // Electronics. – 2022. – Vol. 19. – Art. no. 3193. – DOI: 10.3390/electronics11193193
 17. Sahana A.R., Chiraag V., Suresh G., et al. Application of Error Detection and Correction Techniques to Self-Checking VLSI Systems: An Overview // Proceedings of 2023 IEEE Guwahati Subsection Conference (GCON). – Guwahati, 2023. – DOI: 10.1109/GCON58516.2023.10183449
 18. Слабаков Е.В., Согомонян Е.С. Построение полностью самопроверяемых комбинационных устройств с использованием равновесных кодов // Автоматика и телемеханика. – 1980. – № 9. – С. 173–181. [Slabakov, E.V., Sogomonyan, E.S. Postroenie polnost'yu samoproveryaemykh kombinatsionnykh ustrojstv s ispol'zovaniem ravnovesnykh kodov // Avtomatika i Telemekhanika. – 1980. – No. 9. – P. 173–181 (In Russian)].
 19. Sapozhnikov, V.V., Morosov, A., Sapozhnikov, V.I., Gössel, M. A New Design Method for Self-Checking Unidirectional Combinational Circuits // Journal of Electronic Testing: Theory and Applications. – 1998. – Vol. 12, iss. 1-2. – P. 41–53. – DOI: 10.1023/A:1008257118423
 20. Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. Условия обнаружения неисправности логического элемента в комбинационном устройстве при функциональном контроле на основе кода Бергера // Автоматика и телемеханика. – 2017. – № 5. – С. 152–165. [Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I. Conditions for detecting a logical element fault in a combination device under concurrent checking based on Berger's code // Automation and Remote Control. – 2017. – Vol. 78, no. 5. – P. 891–901.]
 21. Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. Синтез самопроверяемых комбинационных устройств на основе выделения специальных групп выходов // Автоматика и телемеханика. – 2018. – № 9. – С. 79–94. [Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I. Sintez samoproveryaemykh kombinatsionnykh ustrojstv na osnove vydeleniya special'nykh grupp vyhodov // Avtomation and Remote Control. – 2018. – No. 9. – P. 79–94. (In Russian)].
 22. Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I. Organization of a Fully Self-Checking Structure of a Combinational Device Based on Searching for Groups of Symmetrically Independent Outputs // Automatic Control and Computer Sciences. – 2020. – Vol. 54, iss. 4. – P. 279–290. – DOI: 10.3103/S0146411620040045.
 23. Ефанов Д.В., Погодина Т.С. Исследование свойств самодвойственных комбинационных устройств с контролем вычислений на основе кодов Хэмминга // Информатика и автоматизация. – 2023. – Т. 22, № 2. – С. 349–392. – DOI: 10.15622/ia.22.2.5. [Efanov D.V., Pogodina T.S. Properties investigation of self-dual combinational devices with calculation control based on Hamming codes // Informatics and Automation. – 2023. – Vol. 22, no. 2. – P. 349–392. – DOI: 10.15622/ia.22.2.5]
 24. Efanov, D., Sapozhnikov, V., Sapozhnikov, V.I., et al. Self-Dual Complement Method up to Constant-Weight Codes for Arrangement of Combinational Logical Circuits Concurrent Error-Detection Systems // Proceedings of 17th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2019). – Batumi, Georgia, 2019. – P. 136–143. – DOI: 10.1109/EWDTS.2019.8884398.
 25. Lala, P.K. Self-Checking and Fault-Tolerant Digital Design. – San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2001. – 216 p.
 26. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В. Построение самопроверяемых структур систем функционального контроля на основе равновесного кода «2 из 4» // Проблемы управления. – 2017. – № 1. – С. 57–64. [Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I., Efanov, D.V. Design of Self-Checking Concurrent Error Detection Systems Based on «2-



- out-of-4» Constant-Weight Code // Control Sciences. – 2017. – No. 1. – P. 57–64. (In Russian)].
- 27.Ефанов Д.В., Пивоваров Д.В. Тестеры самодвойственных и «близких» к ним сигналов // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2024. – Т. 67, № 1. – С. 5–19. – DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-1-5-19. [Efanov, D.V., Pivovarov, D.V. Testery samodvoystvennyh i «blizkih» k nim signalov // Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Priborostroenie. – 2024. – Vol. 67, no. 1. – P. 5–19. – DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-1-5-19 (In Russian)].
 - 28.Nikolos, D. Self-Testing Embedded Two-Rail Checkers // Journal of Electronic Testing: Theory and Applications. – 1998. – Vol. 12, iss. 1-2. – P. 69–79. – DOI: 10.1023/A:1008281822966
 - 29.Dmitriev, A., Sapozhnikov, V., Sapozhnikov, V., Goessel, M. New Self-Dual Circuits for Error Detection and Testing // VLSI Design. – 2000. – Vol. 11, iss. 1. – P. 1–21. – DOI: 10.1155/2000/84720
 - 30.Гессель М., Мошанин В.И., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. Обнаружение неисправностей в самопроверяемых комбинационных схемах с использованием свойств самодвойственных функций // Автоматика и телемеханика. – 1997. – № 12. – С. 193–200. [Gessel', M., Moshanin, V.I., Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.V. Obnaruzhenie neispravnostej v samoproveryaemyh kombinacionnyh skhemah s ispol'zovaniem svojstv samodvoystvennyh funkcij // Avtomatika i Telenekhanika. – 1997. – No. 12. – P. 193–200. (In Russian)].
 - 31.Коршунов А.Д. Сложность вычислений булевых функций // Успехи математических наук. – 2012. – Т. 67, № 1 (403). – С. 97–168. – DOI: 10.4213/rm9459. [Korshunov, A.D. Slozhnost' vychislenij bulevykh funkcij // Uspekhi matematicheskikh nauk. – 2012. – Vol. 67, no. 1 (403). – P. 97–168. – DOI: 10.4213/rm9459. (In Russian)]
 - 32.Ефанов Д.В. Синтез самопроверяемых комбинационных устройств на основе метода логической коррекции сигналов с применением кодов Боуза – Лина // Информационные технологии. – 2023. – Т. 29, № 10. – С. 503–511. – DOI: 10.17587/it.29.503-511. [Efanov, D.V. Sintez samoproveryaemyh kombinacionnyh ustrojstv na osnove metoda logicheskoy korrekcii signalov s primeneniem kodov Bouza – Lina // Informacionnye tekhnologii. – 2023. – Vol. 29, no. 10. – P. 503–511. – DOI: 10.17587/it.29.503-511. (In Russian)].
 - 33.Drozdz, A., Kharchenko, V., Antoshchuk, S., et al. Checkability of the Digital Components in Safety-Critical Systems: Problems and Solutions // Proceedings of 9th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2011). – Sevastopol, Ukraine, 2011. – P. 411–416. – DOI: 10.1109/EWDTS.2011.6116606.
 - 34.Сапожников Вл.В. Синтез систем управления движением поездов на железнодорожных станциях с исключением опасных отказов. – М.: Наука, 2021. – 229 с. [Sapozhnikov, V.V. Sintez sistem upravleniya dvizheniem poezdov na zheleznodorozhnyh stanciyah s isklyucheniem opasnyh отказов. – М.: Наука, 2021. – 229 с. (In Russian)]
 - 35.Hahanov, V., Litvinova, E., Davitadze, Z., et al. Truth Table Based Intelligent Computing // Proceedings of 31st International Conference “Mixed Design of Integrated Circuits and Systems”. – Gdansk, Poland, 2024. – DOI: 10.23919/MIXDES62605.2024.10614035
 - 36.Meliqyan, V., Davtyan, V., Harutyunyan, A., et al. Novel Adaptive Crossover Mechanism for Genetic Algorithm on Integrated Circuit Cell Placement // Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS). – Yerevan, Armenia, 2024. – DOI: 10.1109/EWDTS63723.2024.10873659
- Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Г. Лебедевым.*
- Поступила в редакцию 10.03.2025,
после доработки 12.05.2025.
Принята к публикации 18.06.2025.*
- Ефанов Дмитрий Викторович** – д-р техн. наук, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, г. Санкт-Петербург; Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва,
✉ TrES-4b@yandex.ru
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-4563-6411>.
- © 2025 г. Ефанов Д. В.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

COMPOSITIONS OF TWO CONSTANT-WEIGHT CODES WITH ORTHOGONAL COMBINATIONS OVER ALL BITS FOR SELF-CHECKING DISCRETE DEVICE DESIGN

D. V. Efanov

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia
Russian University of Transport, Moscow, Russia

✉ TrES-4b@yandex.ru

Abstract. This paper proposes using compositions of two constant-weight codes with orthogonal combinations over all bits in the design of controllable and self-checking discrete devices. With such codes, computation control at the outputs of discrete devices can be implemented via the attribute of belonging of the codewords to a given constant-weight code and, moreover, via the attribute of belonging of each function describing the codeword bits to the class of self-dual Boolean functions. It is shown how to construct noninterference codes based on the composition of two constant-weight codes with orthogonal combinations over all bits. Explicit formulas are derived to determine the number of errors undetectable by compositions of constant-weight codes by their types (by the number of erroneous 0s and 1s in codewords) and multiplicities. The properties of the codes under consideration are briefly described. The structure of concurrent error-detection circuits is presented for discrete devices based on the composition of two constant-weight codes with orthogonal combinations over all bits and computation control via two diagnostic attributes. The use of such compositions can be effective in building highly reliable discrete devices on various components.

Keywords: controllable and self-checking devices; computation control via two diagnostic attributes; compositions of constant-weight codes; error detection at discrete device outputs.