

ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТА ПО ВЕРОЯТНОСТНОМУ КРИТЕРИЮ В РЕЖИМЕ ПАССИВНОЙ ГИДРОЛОКАЦИИ В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ¹

А.В. Добровидов, Е.Л. Кулида, И.М. Рудько

Рассмотрена задача выбора траектории движения маневрирующего объекта и закона изменения его скорости при движении объекта в трехмерной анизотропной среде распространения сигнала, когда его пытаются обнаружить несколько наблюдателей, расположенных в заданном районе. Критерием выбора траектории объекта служит вероятность его необнаружения на всей траектории движения ни одним из наблюдателей. Предложен дискретный метод оптимизации этого критерия на основе принципа динамического программирования при условии, что время движения объекта ограничено известной величиной.

Ключевые слова: траектория движения объекта, критерий выбора траектории, вероятность необнаружения объекта на траектории, трехмерная анизотропная среда, динамическое программирование.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] рассматривается задача выбора траектории движения маневрирующего объекта и закона изменения его скорости в конфликтной ситуации, когда его пытаются обнаружить несколько наблюдателей, расположенных в заданном районе. Критерием выбора траектории объекта служит вероятность его необнаружения на всей траектории движения ни одним из наблюдателей. Предлагается дискретный метод оптимизации этого критерия на основе принципа динамического программирования при условии, что время движения объекта ограничено известной величиной. Существенное ограничение рассматриваемой в работе [1] задачи состоит в том, что акустическая среда считается изотропной, т. е. интенсивность сигнала обратно пропорциональна квадрату расстояния до источника сигнала.

На практике, распространение звука в морской среде подчиняется очень сложным физическим законам и зависит, в частности, от свойств анизот-

ропной (стратифицированной, рефрагирующей, слоисто-неоднородной) водной среды. Водная среда называется анизотропной, если процесс распространения звука в ней имеет особенности, которые обусловлены ее неоднородностью, приводящей к изменению скорости звука по глубине [2].

Таким образом, уровень сигнала первичного акустического поля, излучаемого морским подводным объектом (МПО), зависит от скорости объекта, а уровень сигнала, поступающего на вход наблюдателя (системы наблюдателей) — также от текущей дистанции до объекта и особенностей анизотропной среды распространения сигнала.

В настоящей работе, представляющей собой развитие работы [1], делается обобщение задачи оптимизации расчета траектории МПО по вероятностному критерию на случай распространения сигнала в анизотропной среде. Если задача выбора траектории движения маневрирующего объекта для изотропной среды [1] двумерная, т. е. решается на плоскости, то для анизотропной среды необходимо вводить третью координату — глубину и, соответственно, вертикальную скорость объекта (скорость погружения/всплытия). При этом задача построения оптимальной траектории МПО, решаемая методом динамического программирования,

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-08-00744А).

практически не меняется. Только в вектор параметров добавляется еще один параметр — глубина. Поэтому в настоящей работе основное внимание уделено рассмотрению влияния на задачу построения оптимальной траектории наличия анизотропной среды и предлагается способ представления результатов расчетов анизотропной среды в виде, удобном для динамического программирования.

1. РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ ДЛЯ ИЗОТРОПНОГО ПОЛЯ

В работе [3] на основе основного уравнения гидролокации [4] получено выражение для вероятности правильного однократного обнаружения МПО как функции от дальности для изотропного поля:

$$P_{\text{обн}}(R) = 1 - F_n\left(\frac{h_0}{1 + \rho}\right) = 1 - F_n\left(\frac{h_0}{1 + \frac{\sigma_{c0}^2(v/v_0)^m r_0^2}{\sigma_{\text{ш}}^2 R^2}}\right), \quad (1)$$

где $F_n(\cdot)$ — функция χ^2 — распределения с n степенями свободы, n — число степеней свободы, которое в случае цифровой обработки равно числу слагаемых в сумме, описывающей энергию сигнала, наблюдаемого на интервале времени $[0, T_0]$:

$$Y = \sum_{i=1}^n X^2(i\Delta t),$$

где $T_0 = n\Delta t$, $\Delta t = 1/(2\Delta F)$, Δt — интервал дискретизации по времени, ΔF — полоса пропускания входного фильтра системы обнаружения, а в случае аналоговой обработки определяется как $n = 2T_0\Delta F$.

Компоненты отношения сигнал/помеха $\rho = \sigma_c^2/\sigma_{\text{ш}}^2$ на входе системы обнаружения наблюдателя [4] имеют следующий смысл:

- дисперсия σ_c^2 определяется мощностью сигнала от объекта, поступающего на вход системы обнаружения наблюдателя. Эта мощность зависит от скорости объекта и дистанции до него и описывается формулой:

$$\sigma_c^2 = \sigma_{c0}^2 (v/v_0)^m (r_0/R)^2, \quad (2)$$

где σ_{c0}^2 — интенсивность (мощность сигнала, излученная объектом), определенная на частоте 1 кГц, в полосе 1 Гц, на расстоянии $r_0 = 1$ м от точки излучения, $(v/v_0)^m$ — степенная зависимость мощности сигнала объекта от его скорости, v_0 — эталонная (например, минимальная малошумная)

скорость, R — расстояние между точками излучения и приема (дистанция);

- дисперсия $\sigma_{\text{ш}}^2$ на входе приемной системы определяется интенсивностью (мощностью) помехи в районе расположения приемника и характеристикой его направленности (коэффициентом концентрации антенны $A(f)$): $\sigma_{\text{ш}}^2 = \sigma_{\text{ш}}^2(f)/A(f)$, где $\sigma_{\text{ш}}^2(f)$ — мощность помехи (шумы моря и судоходства) на входе пространственного фильтра (антенны), f — частота.

Порог $h_0 := h_{1-\alpha} = h/\sigma_{\text{ш}}^2$ является квантилью уровня $(1-\alpha)$ χ^2 -распределения $F_n(\cdot)$, а α — вероятностью ложной тревоги $P_{\text{л.т}}$.

Для вычисления $P_{\text{обн}}(R)$ по формуле (1) при любых возможных значениях расстояния R и скорости v объекта требуется только задание числовых значений параметров $P_{\text{л.т}}$, σ_{c0}^2 , m , $\sigma_{\text{ш}}^2$, r_0 и n .

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ ОБЪЕКТА В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ СРЕДСТВАМИ ПАССИВНОЙ ГИДРОЛОКАЦИИ

В анизотропном поле, кроме обратной квадратичной зависимости затухания сигнала от дистанции для каждой фиксированной дистанции R , необходимо учитывать перераспределение энергии сигнала по глубине, вызванное непосредственно анизотропией поля [2] и зависящее от дистанции R и глубин источника $h_{\text{и}}$ и приемника $h_{\text{п}}$. Назовем это перераспределение энергии сигнала по глубине коэффициентом анизотропии.

Для учета анизотропии поля в формулу (2) необходимо ввести значение коэффициента анизотропии $\gamma(h_{\text{п}}, R; h_{\text{и}})$. Тогда это выражение примет вид:

$$\sigma_{c.a}^2 = \sigma_{c0}^2 (v/v_0)^m (r_0/R)^2 \gamma(h_{\text{п}}, R; h_{\text{и}}),$$

а вероятность правильного обнаружения как функции от дальности (1) для анизотропного поля преобразуется к виду:

$$P_{\text{обн}}(h_{\text{п}}, R; h_{\text{и}}) = 1 - F_n\left(\frac{h_0}{1 + \rho_A}\right) = 1 - F_n\left(\frac{h_0}{1 + \frac{\sigma_{c0}^2(v/v_0)^m r_0^2 \gamma(h_{\text{п}}, R; h_{\text{и}})}{\sigma_{\text{ш}}^2 R^2}}\right). \quad (3)$$

Задача расчета вероятности обнаружения МПО в анизотропной среде хорошо разделяется на две независимые задачи:

— расчет анизотропного поля по заданной гидрологии;



— расчет вероятности обнаружения с учетом коэффициента анизотропии поля.

Как указывается в литературе [2], гидрологические характеристики района квазипостоянные и могут сохраняться неизменными от нескольких часов до нескольких недель. Кроме того, они не зависят от параметров наблюдателя и МПО. Эта устойчивость гидрологических характеристик района позволяет для фиксированного набора возможных глубин МПО и наблюдателя и расстояний между ними *однократно* рассчитать трехмерную матрицу (в координатах $h_{и}$, $h_{п}$, R) коэффициента анизотропии поля, которая в дальнейшем может быть *множественно* использована для расчета вероятности обнаружения.

Расчет вероятности обнаружения базируется на основном уравнении гидролокации [4] и в качестве входных параметров, как было показано в формуле (3), используются технические характеристики (шумность, скорость, коэффициент концентрации и др.) МПО и наблюдателя, а также взаимное расположение МПО и наблюдателя, а именно, их глубины, расстояние между ними и соответствующий этим параметрам коэффициент анизотропии поля.

3. АЛГОРИТМ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА АНИЗОТРОПИИ

В книге [2] приведена формула, по которой рассчитывается, в рамках лучевой теории, интенсивность гидроакустического поля, создаваемого ненаправленным излучателем в условиях рефрагирующей среды, без учета отражений от дна и поверхности моря:

$$I(r) = \frac{P_a 10^{-0,1\beta r}}{4\pi r^2} \sum_{i=1}^N A_{fi}(\alpha_0, R_n). \quad (4)$$

Она получена в предположении, что толща воды разбита по вертикали на слои, в пределах каждого из которых градиент изменения скорости звука считается постоянным, что соответствует линейному закону изменения скорости в слое. В формуле (4) P_a — акустическая мощность сигнала на выходе излучателя, r — расстояние между излучателем и приемником, R_n — расстояние по горизонтали между излучателем и приемником (для типовых условий $R_n \approx r$), n — число слоев, через которые проходит луч от точки излучения до точки приема, β — коэффициент затухания в среде в зависимости от частоты. Символом A_f обозначен фактор аномалии, который определяется как отношение интенсивности I_p акустического поля в рефрагирующей среде в точке, удаленной на расстояние r от источника, к интенсивности звука I_0

в однородной безграничной среде на том же расстоянии r от источника: $A_f = I_p/I_0$, где $I_0 = P/4\pi r^2$. Суммирование ведется по числу N лучей, проходящих в точку приема, так что $A_{fi}(\alpha_0, R_n)$ — фактор аномалии для одного i -го луча.

Формула (4) учитывает три фактора, влияющих на уровень интенсивности сигнала в точке приема:

- потери при пространственном распространении сигнала;
- поглощение сигнала в среде;
- неоднородность среды.

Рассмотрим фактор неоднородности среды.

В работе [2] показано, что в случае кусочно-линейной аппроксимации скорости звука траекторию луча в каждом слое можно представить в виде дуги окружности радиуса

$$\rho_i = \frac{c_i}{G_i \cos \alpha_i},$$

где c_i — скорость звука при входе в i -й слой, G_i — градиент скорости звука в i -м слое, α_i — угол входа луча в i -й слой. Для координат центров окружностей имеем $x_{ци} = c_i \operatorname{tg} \alpha_i / G_i$, $y_{ци} = c_i / G_i$.

Для источника, находящегося в i -м слое на глубине $h_{и}$, имеем $x_{ц.и} = c_{и} \operatorname{tg} \alpha_{и} / G_i$, $y_{ц.и} = c_{и} / G_i$, где $c_{и} = c_i (1 - (h_{и} - H_i) G_i / c_i)$ — скорость звука на глубине источника, $\alpha_{и}$ — угол исходящего из источника луча.

Уравнение, определяющее аналитический вид траектории акустического луча, имеет вид

$$R_n = \frac{c_{и}}{\cos \alpha_{и}} \sum_{i=1}^n \frac{|\sin \alpha_i - \sin \alpha_{i-1}|}{|G_i|}, \quad (5)$$

где $c_{и}$ — скорость звука на глубине источника, n — число слоев, $G_i = \Delta c_i / \Delta H_i$ — градиент скорости в i -м слое. Здесь индекс «и» относится к параметрам исходящего из источника луча; индекс i — к параметрам луча на выходе из слоя, индекс $(i-1)$ — к параметрам луча на входе в слой; ΔH_i — толщина слоя. Уравнение (5) является основным для расчета лучевой картины.

Алгоритм расчета лучевой картины

Шаг 1. Задаются параметры гидрологического разреза: n , c_p , ΔH_i и H_{\max} — глубина дна.

Шаг 2. Задаются глубина источника $h_{и}$ и скорость звука на этой глубине $c_{и}$, угол исходящего из источника луча $\alpha_{и}$ и максимальная дистанция расчета R_{\max} .

Шаг 3. По формуле (5) в диапазоне дистанций $[0, R_{\max}]$ строится траектория луча при условии, что луч зеркально отражается от поверхности и полностью поглощается дном.

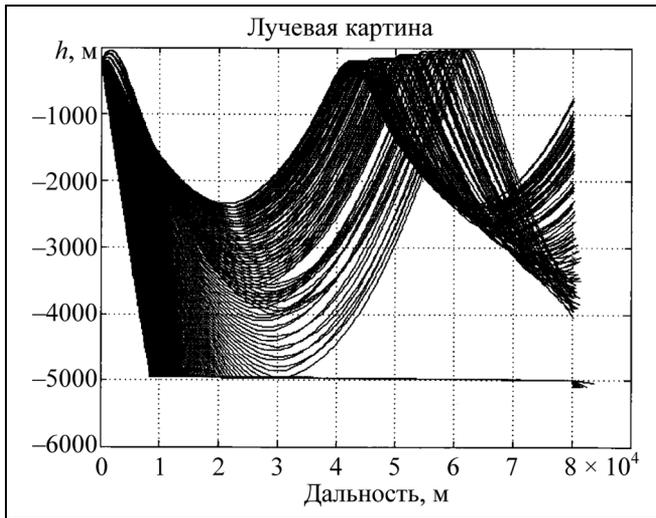


Рис. 1. Пучок траекторий, выпущенных из источника на глубине $h_{\text{и}} = 200$ м под разными углами

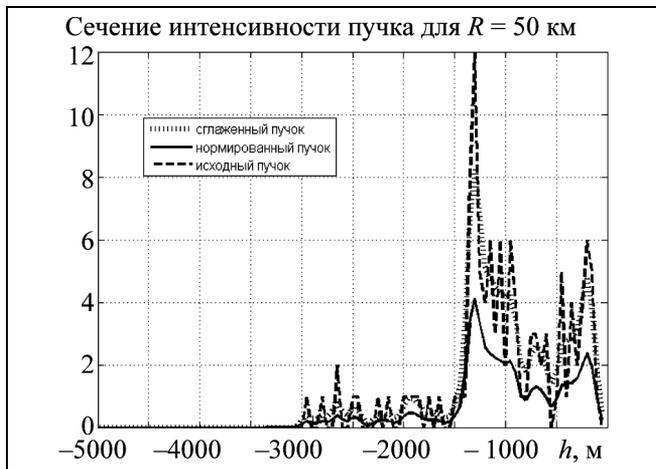


Рис. 2. Расчет коэффициента анизотропии $\gamma(h_{\text{п}}, R; h_{\text{и}})$ для дистанции $R = 50$ км

Шаг 4. Так как толщины слоев ΔH_i и шаги по дистанции R_n произвольны, полученная траектория интерполируется по сетке с постоянным шагом по глубине Δh и дистанции ΔR .

Шаг 5. П. 3 и 4 повторяются m_k раз с перебором по углам исходящего из источника луча $\alpha_{nj} = \alpha_{\text{и}} + j\Delta\alpha$, $0 \leq j \leq m_k$, с шагом $\Delta\alpha$. Таким образом, формируется лучевая картина, состоящая из m_k траекторий лучей (рис. 1).

Интуитивно понятно, что такая лучевая картинка является визуализацией перераспределения энергии из-за анизотропии поля. А именно, там, где лучи расположены плотнее, концентрируется излученная энергия, там, где лучи расположены

реже, ослабляется излученная энергия, а там, куда лучи не попадают вообще, находятся зоны тени.

Для возможности использования такой лучевой картины в расчетах, ее необходимо формализовать — перевести в численный вид, для чего применяются процедуры сглаживания и нормализации.

- Строится $(K \times L)$ матрица \mathbf{M} , где $K = H_{\text{max}}/\Delta h$, $L = R_{\text{max}}/\Delta R$. Пусть $(\Delta h \times \Delta R)$ — размер элемента разрешения. В каждый элемент разрешения записывается число лучей, проходящих через этот элемент разрешения (рис. 2, см. исходный пучок). В каждом столбце h_n ($1 \leq n \leq l$) матрицы \mathbf{M} содержится информация о том, как распределяется излученная источником энергия по глубине вследствие анизотропии среды. Дискретное распределение числа лучей в каждом столбце h_n аппроксимируем некоторым непрерывным распределением, полученным путем применения операции сглаживания с помощью скользящего окна. В общем случае взвешенное скользящее среднее вычисляется по формуле:

$$\bar{h}_{nj} = \sum_{i=0}^{k-1} w_i h_{n,j-i}$$

где \bar{h}_{nj} — значение взвешенного скользящего среднего в точке j , k — количество элементов столбца в операции скользящего среднего, w_i — весовой коэффициент, $h_{n,j-i}$ — значение элемента столбца с номером n . Весовые коэффициенты

удовлетворяют условию $\sum_{i=0}^{k-1} w_i = 1$. В программе

использовано гауссовское окно сглаживания w_i (см. рис. 2 для сглаженного пучка траекторий).

- И, наконец, нужно нормировать полученное распределение энергии по глубине для анизотропного поля относительно энергии изотропного поля с учетом поглощения дном части энергии (см. рис. 1 и 2 для нормированного пучка). В результате нормировки получаем

$$\hat{h}_{nj} = \bar{h}_{nj} \frac{K}{(m_k - m_j)},$$

где n — номер столбца матрицы $\hat{\mathbf{M}}$, j — номер строки матрицы $\hat{\mathbf{M}}$, m_j — число лучей, поглощенных дном на текущей дистанции $R = j\Delta R$. По эле-

ментам матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ определяется коэффициент анизотропии $\gamma(h_{\text{п}}, R; h_{\text{и}})$; его значение в точке

$(h_{\text{п}}, R) = (n\Delta h, j\Delta R)$ равно \hat{h}_{nj} при заданном $h_{\text{и}}$. Здесь $h_{\text{п}} = n\Delta h$ — глубина приемника, $R = j\Delta R$ — расстояние между источником и приемником, $h_{\text{и}}$ — глубина источника (входной параметр).



Коэффициент анизотропии $\gamma(h_n, R; h_n)$ показывает, во сколько раз изменилась энергия, пришедшая в данный элемент разрешения ($\Delta h \times \Delta R$), по сравнению с изотропным полем. Если $\gamma(h_n, R; h_n) > 1$, то произошло усиление сигнала по сравнению с изотропным полем; если $\gamma(h_n, R; h_n) < 1$, то произошло ослабление сигнала.

Как было показано, вероятность правильного обнаружения как функции от дальности для анизотропного поля описывается формулой (3). С учетом коэффициента затухания β в среде (поглощения сигнала в среде), зависящего от частоты сигнала, формула (3) приобретает вид:

$$P_{\text{обн}}(h_n, R; h_n) = 1 - F_n \left(\frac{h_0}{1 + 10^{-0,1\beta R} \frac{\sigma_{\text{с0}}^2 (v/v_0)^m T_0^2}{\sigma_{\text{ш}}^2 R^2} \gamma(h_n, R; h_n)} \right), \quad (6)$$

где размерность коэффициента β [дБ/км], дальность измеряется в километрах. Для оценки коэффициента β в литературе широко используется формула Шихи — Хелли [2] $\beta = 0,036f^{3/2}$, где частота измеряется в килогерцах.

4. ПРИМЕР РАСЧЕТА АНИЗОТРОПНОГО ПОЛЯ

Расчитаем акустическое поле ненаправленного источника, расположенного в глубокой воде на глубине $h_n = 200$ м. Распределение скорости звука в зависимости от глубины (гидрологический разрез) показано на рис. 3, а. Глубина, на которой находится минимум скорости звука, называется подводным звуковым каналом (ПЗК) [2]. Лучевая картина, рассчитанная по описываемому алгоритму, приведена на рис. 1 (ср. с рис. 87 в работе [2]).

На рис. 2 приведен пример расчета коэффициента анизотропии $\gamma(h_n, R; h_n)$ для дистанции $R = 50$ км.

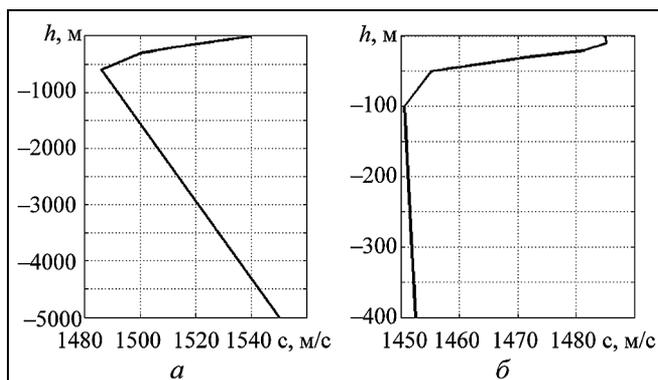


Рис. 3. Распределение скорости звука в зависимости от глубины (гидрологический разрез): а — в океане; б — в Баренцевом море

Вероятности обнаружения

$v, \text{ м/с}$	$h_n, \text{ м}$		
	60	200	340
2,0	0,0977	0,0964	0,0463
3,0	0,4805	0,4689	0,1393
4,0	0,9636	0,9572	0,4460
5,0	0,9999		0,8656

Определим вероятность обнаружения $P_{\text{обн}}$ для МПО, пересекающего зону освещенности от $R_{\text{max}} = 70\,000$ м до $R_{\text{min}} = 50\,000$ м с различными скоростями $v = 2, 3, 4$ и 5 м/с, на различных глубинах $h_n = 60, 200$ и 340 м, если приемник расположен на глубине $h_n = 100$ м, а скорость звука в зависимости от глубины такая же, как на рис. 3, а.

Параметры модели:

- время разового наблюдения $T_0 = 100$ с;
 - ширина полосы частот $\Delta f = 100$, Гц;
 - середина ширины полосы частот $f = 1000$, Гц;
 - вероятность ложной тревоги $P_{\text{л.т}} = 0,0001$;
 - шум на входе наблюдателя $\sigma_{\text{ш}}^2(f) = 55$, дБ;
 - показатель направленности гидроакустического комплекса $A(f) = 20$ дБ ($L/0,5$ длины волны, где L — размер антенны);
 - интенсивность шумоизлучения цели $\sigma_{\text{с0}}^2 = 95$, дБ;
 - калибровочная скорость $v_0 = 1$, м/с;
 - коэффициент шумности для скорости $m = 1,5$.
- Параметры матрицы коэффициентов анизотропии:
- разрешение по глубине $\Delta h = 50$, м,
 - разрешение по дальности $\Delta R = 200$, м,
 - шаг по углу $\Delta \alpha = -0,2^\circ$;
 - число лучей, $m_k = 200$.

Вероятности обнаружения $P_{\text{обн}}(v, h_n)$ представлены в таблице.

Четко прослеживается зависимость вероятности $P_{\text{обн}}$ от скорости МПО v и его глубины h_n . На скорости МПО 2 м/с с ростом глубины она уменьшается от $0,0977$ до $0,0463$, а на скорости 5 м/с — уменьшается от $0,9999$ до $0,8656$.

На рис. 4 (см. 3-ю страницу обложки) в качестве иллюстрации приведены цветовые визуализации (в правой части рисунка приведена цветовая шкала интенсивностей) матрицы коэффициентов анизотропии $\gamma(h_n, R; h_n)$ для всех дистанций и глубин приемника и различных глубин источника, которые использовались для расчета вероятности $P_{\text{обн}}(v, h_n)$.

На рис. 3, б в качестве примера гидрологии мелкого моря приведен гидрологический разрез для

Рисунки к статье А.В. Добровидова, Е.Л. Кулиды, И.М. Рудько
**«ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТА ПО
 ВЕРОЯТНОСТНОМУ КРИТЕРИЮ В РЕЖИМЕ ПАССИВНОЙ ГИДРОЛОКАЦИИ
 В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ»**
 (см. с. 31 – 37)

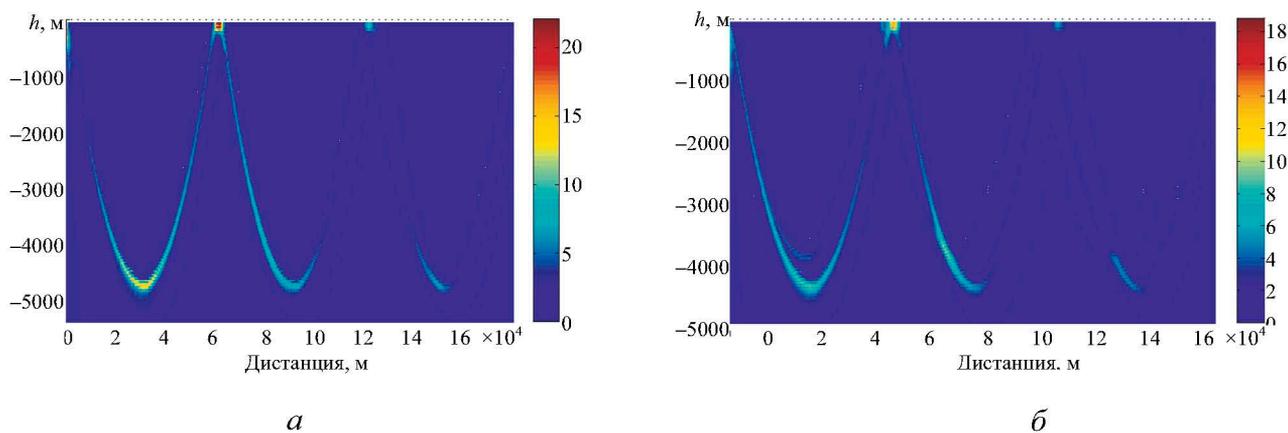


Рис. 4. Матрица коэффициентов анизотропии $z(h_n, R; h_n)$: а – $h_n = 60$ м; б – $h_n = 340$ м

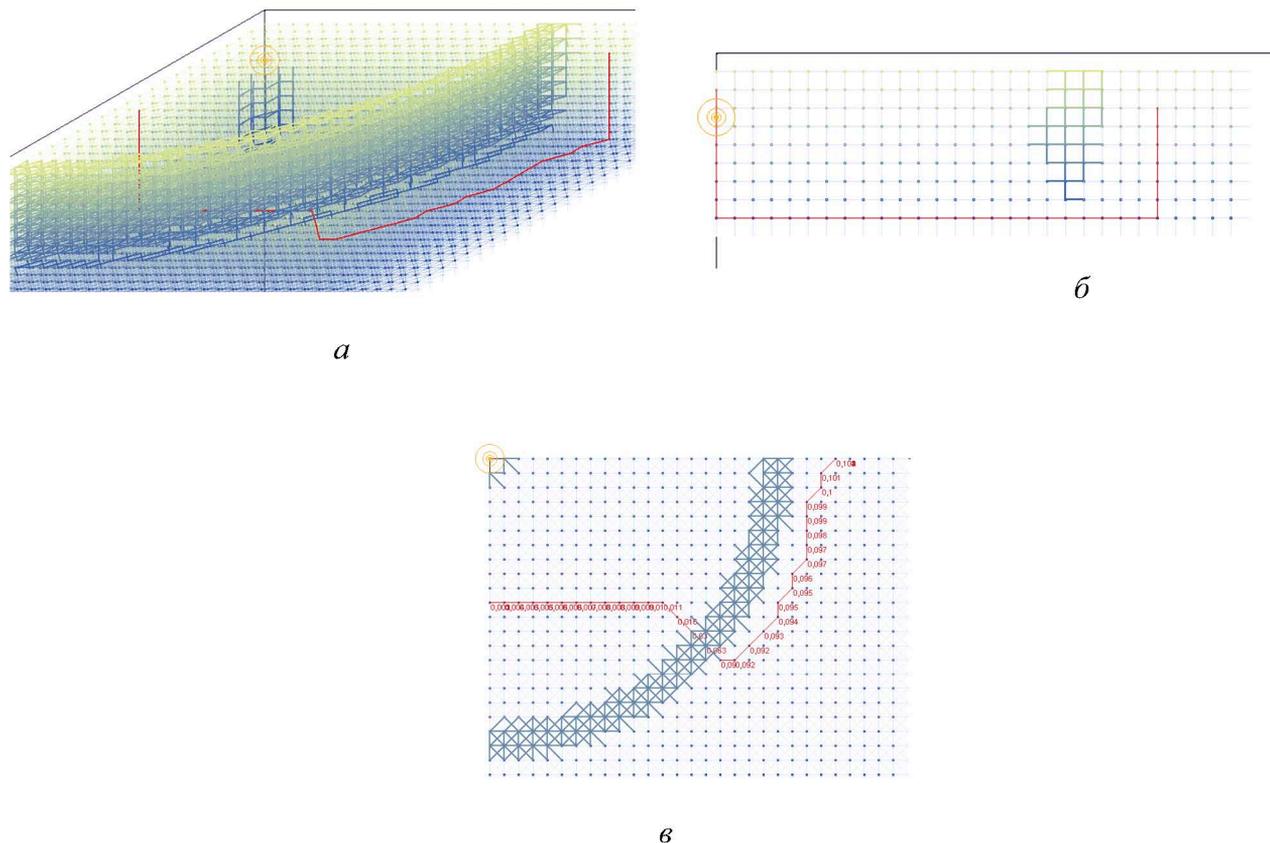


Рис. 6. Результаты вычислительных экспериментов: а – построение траектории через зону освещенности (трехмерное представление); б – разрез по глубине; в – горизонтальная проекция (вид сверху)

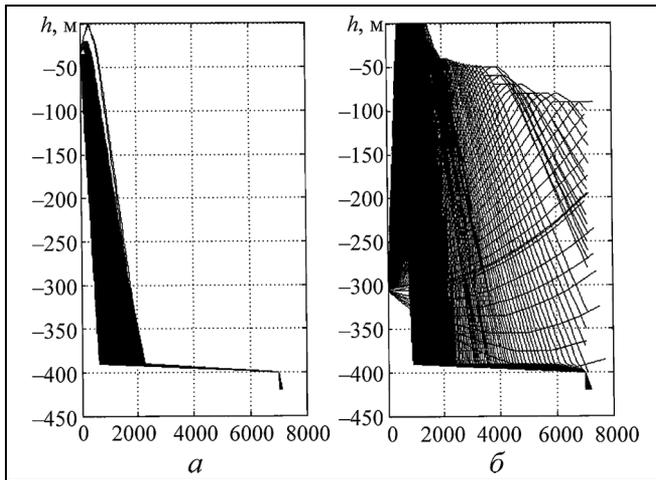


Рис. 5. Траектории акустических лучей: а — $h_n = 35$ м; б — $h_n = 305$ м

Баренцева моря, характеризующийся очень большим градиентом скорости звука на глубинах до 50 м и наличием ПЗК на глубине 100 м.

На рис. 5 приведены рассчитанные для этой гидрологии по уравнению (5) траектории акустических лучей для различных глубин источника.

Видно, что:

— если источник находится выше ПЗК, то зона освещенности меньше 2000 м для любой глубины приемника;

— если источник находится ниже ПЗК, то зона освещенности меньше 4000 м для приемника, находящегося выше ПЗК, и достаточно большая для приемника, находящегося ниже ПЗК.

Таким образом, рассматриваемая гидрология вынуждает МПО с целью обеспечения акустической скрытности подниматься выше ПЗК, где увеличивается вероятность обнаружения МПО неакустическими методами.

5. ОПТИМАЛЬНЫЕ ТРАЕКТОРИИ МПО В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ СРЕДЕ

Задача построения оптимальной траектории МПО решается методом динамического программирования для многошаговых процессов управления, который был предложен в конце 1950-х гг. американским математиком Р. Беллманом [5].

Для сведения исходной задачи к многошаговому процессу управления всевозможные траектории движения объекта аппроксимируются путями графа. Району движения сопоставляется граф G , имеющий структуру: граф содержит горизонтальные слои, расположенные, начиная с начальной глубины H_0 , с заданным шагом Δh до конечной глубины H_k . В каждом слое вершины равномерно пок-

рывают горизонтальную плоскость, образуя квадратную сетку. Вершины различных горизонтальных слоев расположены друг под другом. В каждом горизонтальном слое вершина связана ребрами с восемью соседними вершинами, кроме того, каждая вершина связана ребрами с двумя соседними вертикальными вершинами, расположенными над и под ней. Будем называть соседними с вершиной все вершины, связанные с ней ребрами.

Предполагается, что время изменяется дискретно, по тактам, которые нумеруются последовательными целыми числами t_0, t_1, \dots . Движущийся объект в начальный момент времени t_0 находится в вершине графа G , которая называется начальной. При переходе к следующему такту объект из текущей вершины, в которой он находится, перемещается в одну из соседних с ней вершин, т. е. выбор управления $u(t_k)$ на такте t_k состоит в выборе одного из ребер графа G , исходящего из текущей вершины. Цель движения заключается в достижении выделенной вершины графа G , называемой конечной вершиной.

Состояние объекта на такте t_k характеризуется набором его координат в трехмерном пространстве $S_k = (X(t_k), Y(t_k), Z(t_k))$, которые совпадают с координатами текущей вершины графа G . За один такт объект проходит одно ребро графа G и переходит в новое состояние $S_{k+1} = (X(t_{k+1}), Y(t_{k+1}), Z(t_{k+1}))$. Последовательность состояний объекта образует траекторию его движения. Вероятность $P_{\text{обн}}(e_k)$ обнаружения объекта в режиме пассивной гидролокации в анизотропной среде за время движения по отрезку $e_k = [S_k, S_{k+1}]$ вычисляется по формуле (6)

с использованием матрицы \hat{M} коэффициентов анизотропии $\gamma(h_n, R; h_n)$.

Выбор управления (направления дальнейшего движения) на каждом такте должен осуществляться таким образом, чтобы обеспечить оптимизацию заданного критерия максимальной вероятности необнаружения объекта за время прохождения маршрута из начальной точки в конечную.

Сформулированный и доказанный Беллманом принцип оптимальности гласит: отрезок оптимального процесса от любой его точки до конца процесса сам является оптимальным процессом с началом в данной точке. Принцип оптимальности является очевидным следствием аддитивности критерия оптимальности, но может не иметь места в случае неаддитивного критерия.

Для получения аддитивного критерия оптимальности каждому ребру e_k графа G припишем вес, равный риску при движении объекта по соответствующему отрезку пути:

$$R(e_k) = -\ln(1 - P_{\text{обн}}(e_k)). \quad (7)$$



В этом случае риск при прохождении всего пути T вычисляется как сумма рисков на отрезках, составляющих путь:

$$R(T) = \sum_{k=0}^{K-1} R(e_k), \quad (8)$$

где K — номер такта, на котором объект достигает конечной вершины. Из выражений (7) и (8) следует, что путь T , доставляющий минимальный риск $\min_T R(T)$ при движении из начальной вершины в конечную в графе G , также доставляет максимальную вероятность необнаружения за время про-

хождения маршрута $P_{\text{необн}}(T) = \prod_{k=0}^{K-1} (1 - P_{\text{обн}}(e_k))$.

Таким образом, задача оптимизации траектории МПО по вероятностному критерию в режиме пассивной гидролокации в анизотропной среде сведена к задаче поиска пути T , доставляющего минимальный риск $\min_T R(T)$ при движении из начальной вершины в конечную в графе G . Эта задача решается с помощью алгоритма Дейкстры о поиске кратчайшего пути в графе [6].

6. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

На рис. 6 (см. 3-ю стр. обложки) представлены результаты вычислительных экспериментов по построению оптимальной траектории движения МПО на основе предлагаемого метода при переходе МПО из первой зоны тени во вторую зону тени, т. е. при пересечении зоны освещенности. Показан построенный трехмерный граф. Вершины обозначены точками, цвет вершин определяется глубиной, на которой они расположены, от светло-зеленого на малой глубине до синего на большей глубине. Ребра обозначены отрезками соответствующего цвета, соединяющими вершины. На графе отмечено местоположение наблюдателя (в начале координат в горизонтальном слое и на заданной глубине H_N).

Каждому ребру e построенного графа приписывается вес в соответствии с формулой (8). Ребра графа, вес которых больше заданной величины $R(e) > e$, выделены линиями двойной толщины, тем самым показаны «зоны освещенности», при попадании объекта в которые велика вероятность его обнаружения.

На рис. 6 приведена траектория в трехмерном представлении, разрез по глубине и горизонтальная проекция. В горизонтальной проекции отрезку приписывается суммарный вес траектории от начальной точки до этого отрезка, включая его.

При моделировании получен результат: в начальной точке построенная траектория предписывает объекту опуститься на максимальную глуби-

ну, затем двигаться в горизонтальной плоскости по направлению к конечной точке, но, не достигнув зоны освещенности, развернуться перпендикулярно к ней, чтобы пересечь зону освещенности по кратчайшему пути. Находясь во второй зоне тени, обогнуть зону освещенности и в конечной точке подняться на заданную глубину.

Вероятность обнаружения МПО в слоисто-неоднородной среде зависит от скорости движения МПО по траектории. Предложенный подход может быть обобщен для оптимизации не только вида траектории, но и скорости движения МПО на каждом ее отрезке. Для этого каждому ребру e графа необходимо приписать зависящий от скорости $v(e)$ движения по ребру e вес в виде двухкомпонентного вектора $w(e) = (R(e), T(e))$, где $T(e)$ — время прохождения ребра при скорости $v(e)$. В этом случае оптимизируются одновременно два аддитивных критерия: минимум риска на траектории и минимум времени прохождения траектории (риски и времена отрезков траектории суммируются). В этом случае строится Парето-оптимальное множество траекторий [1].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в работе [1] критерий вероятности необнаружения МПО на траектории движения в заданном районе в условиях противодействия различных наблюдателей обобщен на случай движения в анизотропной среде. Разработанный метод оптимизации этого критерия по различным траекториям, основанный на методе динамического программирования, обобщен на случай добавления еще одной координаты — глубины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Добровидов А.В., Кулида Е.Л., Рудько И.М. Выбор траектории движения объекта в конфликтной среде // Проблемы управления. — 2011. — № 3. — С. 64–75.
2. Сташкевич А.П. Акустика моря. — Л.: Судостроение, 1966. — 356 с.
3. Сысоев Л.П. Критерий вероятности обнаружения на траектории в задаче управления движением объекта конфликтной среде // Проблемы управления. — 2010. — № 6. — С. 64–70.
4. Бурдик В.С. Анализ гидроакустических систем. — Л.: Наука, 1988. — 392 с.
5. Беллман Р. Динамическое программирование. — М.: Изд-во иностр. лит., 1960. — 400 с.
6. Алгоритмы: построение и анализ / Т.Х. Кормен, Ч.И. Лейзерсон, Р.Л. Ривест, К. Штайн. — М.: Вильямс, 2013.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Добровидов Александр Викторович — д-р физ.-мат. наук, зав. лабораторией, ☎ (495) 334-79-59, ✉ dobrovidov@gmail.com,
Кулида Елена Львовна — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, ☎ (495) 334-92-49, ✉ elena-kulida@yandex.ru,
Рудько Игорь Михайлович — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, ☎ (495) 334-79-59, ✉ igor-rudko@mail.ru, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.