

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЧЕТКИХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. Ч. 1. Полные системы

Н.П. Деменков, Е.А. Микрин, И.А. Мочалов

Аннотация. Отмечено, что нечеткие системы линейных уравнений (НСЛУ) возникают при решении нечетких начальных задач, нечетких дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка, при обработке гибридных данных в стохастических системах методом наименьших квадратов или максимального правдоподобия, при применении нечеткого преобразования Лапласа для решения нечетких дифференциальных уравнений высокого порядка, при решении приближенными методами нечетких интегральных уравнений Фредгольма – Вольтерра второго рода, при применении для обработки данных нечеткой интерполяции и нечетких сплайнов, при решении задач нечеткого оптимального управления. Рассмотрены основные методы решения полных НСЛУ: обратной матрицы, размаха и ST-декомпозиции, в которых нечеткие элементы имеют функции принадлежности треугольной формы, метод разрезов, в котором нечеткие элементы имеют функции принадлежности не обязательно треугольной формы, метод четких решений, когда нечеткие элементы имеют левую и правую ветви функции принадлежности в виде полиномов. Применение методов проиллюстрировано вычислительными примерами. Сформулированы и решены задачи нечеткого оценивания по методу наименьших квадратов модели с нечеткими базисными функциями и нечеткой ортогонализации Грама – Шмидта, в которых появляются полные НСЛУ. Для иллюстрации решения этих задач рассмотрены две нечеткие базисные функции: нечеткая единица и нечеткая линейная зависимость.

Ключевые слова: полная нечеткая система линейных уравнений, нечеткие методы решения полных нечетких систем, нечеткое оценивание, нечеткая ортогонализация.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления* / Под общ. ред. К.А. Пупкова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 743 с. [*Metody robastnogo, nejro-nechetkogo i adaptivnogo upravleniya* / Pod obsh. red. K.A. Pupkova. – Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, 2001. – 743 s. (In Russian)]
2. Мочалов И.А., Хрисат М.С., Шихаб Еддин М.Я. Нечеткие дифференциальные уравнения в задачах управления. Часть 1 // Информационные технологии. – 2015. – Т. 21, № 3. – С. 171–178. [*Mochalov, I.A., Hrisat, M.S., Shihab Eddin, M.Ya. Fuzzy Differential Equations in Control. Part I // Informacionnye tehnologii.* – 2015. – Т. 21, No. 3. – P. 171–178.]
3. Мочалов И.А., Хрисат М.С., Шихаб Еддин М.Я. Нечеткие дифференциальные уравнения в задачах управления. Часть 2 // Информационные технологии. – 2015. – Т. 21. – № 4. – С. 243–250. [*Mochalov, I.A., Hrisat, M.S., Shihab Eddin, M.Ya. Fuzzy Differential Equations in Control. Part II // Informacionnye tehnologii.* – 2015. – Т. 21, No. 4. – P. 243–250.]
4. Мочалов И.А., Хрисат М.С., Шихаб Еддин М.Я. Нечеткие уравнения в частных производных в задачах управления // Информационные технологии. – 2015. – Т. 21, № 8. – С. 563–569. [*Mochalov, I.A., Hrisat, M.S., Shihab Eddin, M.Ya. Nechetkie uravneniya v chastnyh proizvodnyh v zadachah upravleniya // Informacionnye tehnologii.* – 2015. – Т. 21, No. 8. – S. 563–569.]
5. Мочалов И.А., Хрисат М.С. Оценивание параметров модели по нечетким случайным данным // Информационные технологии. – 2014. – Т. 20, № 2. – С. 14–22. [*Mochalov, I.A., Hrisat, M.S. Estimation Parameter Model Using Fuzzy Random Data // Informacionnye tehnologii.* – 2014. – Т. 20, No. 2. – P. 14–22.]
6. Деменков Н.П., Микрин Е.А., Мочалов И.А. Нечеткое преобразование Лапласа в задачах нечеткого математического моделирования. Ч. 1. Нечеткое математическое моделирование // Информационные технологии. – 2017. – Т. 23, № 4. – С. 251–257. [*Demenkov, N.P., Mikrin, E.A., Mochalov, I.A. Fuzzy Transformation of Laplace in Tasks of Fuzzy Mathematical Modelling. Part 1 // Informacionnye tehnologii.* – 2017. – Т. 23, No. 4. – P. 251–257.]

7. Деменков Н.П., Микрин Е.А., Мочалов И.А. Нечеткое преобразование Лапласа в задачах нечеткого математического моделирования. Ч. 2. Нечеткое управление // Информационные технологии. – 2017. – Т. 23, № 5. – С. 362–369. [*Demenkov, N.P., Mikrin, E.A., Mochalov, I.A. Fuzzy Transformation of Laplace in Tasks of Fuzzy Mathematical Modelling. Part II // Informacionnye tehnologii. – 2017. – T. 23, No. 5. – P. 362–369.*]
8. Park, J.Y., Jeong, J.U. On the existence and uniqueness of solutions of fuzzy Volterra – Fredholm integral equation // Fuzzy Sets and Systems. – 2000. – Vol. 115. – P. 425–431.
9. Jahantigh, M., Allahviranloo, T. and Otadi, M. Numerical solution of fuzzy integral equations // Applied Mathematical Sciences. – 2008. – Vol. 2, No. 1. – P. 33–46.
10. Jafarian A., Measoomy Nia, S., Tavan, S., and Banifazel, M. Solving linear Fredholm fuzzy integral equations systems by Taylor expansion method // Applied Mathematical Sciences. – 2012. – Vol. 6, No. 83. – p. 4103–4117.
11. Jafarian, A., Measoomy Nia, S., and Tavan, S. A numerical scheme to solve fuzzy linear Volterra integral equations systems // Journal of Applied Mathematics. – 2012, art/ID 216923. – 17. P. – DOI:10.1155/2012/216923.
12. Barkhordary, M., Kiani, N.A., Bozorgmanesh, A.R. A method for solving fuzzy Fredholm integral equations of the second kind // International Journal Open Problems Computer Science Mathematics. – 2008. – Vol. 1, No. 2, September 2008. – S. 149–159.
13. Mohammad Keyanpour, Taherch Akbarian. Using sine function // The Journal of Mathematics and Sciences. – 2014. – Vol. 3, No. 4. – P. 422–431.
14. Salahshour, S., Khezerloo, M., Hajighasemi, S., Khorasany, M. Solving fuzzy integral equations of the second kind by fuzzy Laplace transform method // International Journal Industrial Mathematics. – 2012. – Vol. 4, No. 1. – P. 21–29.
15. Деменков Н.П., Мочалов И.А. Нечеткая интерполяция // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. – 2012. – № 2. – DOI: <http://dx.doi.org/>. – № ФС77 30569/308732. – URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/308732.html> [*Demenkov, N.P., Mochalov, I.A. Nechetkaya interpolyaciya // Nauka i obrazovanie. MGTU im. N.E. Bauman. Elektron. zhurn. – 2012. – No. 2. (In Russian)*]
16. Деменков Н.П., Мочалов И.А. Нечеткие сплайны // Вестник Московского гос. техн. ун-та им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение», ISSN 0236-3933. – 2012. – № 2 (87) – С. 48–59. [*Demenkov, N.P., Mochalov, I.A. Nechetkie splajny // Vestnik Moskovskogo gos. tehn. un-ta im. N.E. Bauman. Ser. «Priborostroenie». – 2012. – No. 2 (87). – S. 48–59 (In Russian)*]
17. Деменков Н.П., Микрин Е.А., Мочалов И.А. Нечеткие двухточечные краевые задачи в тематическом моделировании и в управлении. Ч. 1. Нечеткое математическое моделирование // Проблемы управления. – 2018. – № 1. – С. 30–36. [*Demenkov, N.P., Mikrin, E.A., Mochalov, I.A. Fuzzy two-point boundary value problems in mathematical modeling and control. Part 1. Fuzzy mathematical modeling / Problemy upravleniya. – 2018. – No. 1. – P. 30–36.*]
18. Деменков Н.П., Микрин Е.А., Мочалов И.А. Нечеткие двухточечные краевые задачи в математическом моделировании и в управлении. Ч. 2. Нечеткое управление // Проблемы управления, 2018. – № 2 – С. 31–39. [*Demenkov, N.P., Mikrin, E.A., Mochalov, I.A. Fuzzy two-point boundary value problems in mathematical modeling and control. Part 2. Fuzzy control // Problemy upravleniya. – 2018. – No. 2. – P. 31–39.*]
19. Majid Amirfakhrian. Numerical solution of a system of polynomial parametric form fuzzy linear equations // Chapter 24 from the book Ferroelectrics, Dr. Indrani Coondoo (ed.), published by InTech, ISBN: 978-953-307-439-9. – 2010. – P. 433–450. – URL: [www: intechopen.com](http://www.intechopen.com)
20. Muruganandam, S., Razak Abdul, K. Matrix inversion method of solving fully fuzzy linear systems with triangular fuzzy numbers // International Journal of Computer Applications (0975 8887). – 2013. – Vol. 65, No. 4, March 2013. – P. 9–11. – DOI: 10.5120/10911-5843
21. Allahviranloo, T., Salahshour, S., Homayoun-nejad, M., Baleanu, D. General solutions of fully fuzzy linear systems // Hindawi Publishing Corporation. Abstract and Applied Analyses. – 2013. – Vol. 2013, article ID 5932749, 9 p. DOI:10.1155/2013/59327 .
22. Mosleh, M., Otadi, M., Abbasbandy, S. Solution of fully fuzzy linear systems by ST method // Journal of Applied Mathematics. Islamic Azad University of Lahijan. – 2011. – Vol. 8, No. 1 (28). – P. 23–31.
23. Golub, G.H., Yuan, J.Y. Symmetric-triangular decomposition and its applications – Part I: Theorems and algorithms, BIT Numerical Mathematics, 42, 2002, P. 814–822. DOI:10.1023/A:1021904604693 .
24. Минаев Ю.Н., Филимонова О.Ю., Бенамеур Л. Методы и алгоритмы идентификации и прогнозирования в условиях неопределенности в нейросетевом логическом базисе. – М.: Горячая линия – Телеком, 2003. – 205 с. [*Minaev, Yu.N., Filimonova, O.Yu., Benameur, L. Metody i algoritmy*

identifikaciji i prognozirovaniya v usloviyah neopredelennosti v nejrosetevom logicheskom bazise. – Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2003. – 205 s. (In Russian)]

Статья представлена к публикации руководителем РРС В. Ю. Столбовым.

Поступила 27.12.2018, после доработки 28.02.2019.

Принята к публикации 4.04.2019.

Деменков Николай Петрович – канд. техн. наук, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, ✉ dnp@bmstu.ru,

Микрин Евгений Анатольевич – академик РАН, ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королева»; Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, ✉ eugeny.mikrin@bmstu.ru,

Мочалов Иван Александрович – д-р техн. наук, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, ✉ intelsyst@mail.ru.

METHODS OF SOLVING FUZZY SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS. PART 1. COMPLETE SYSTEMS

N.P. Demenkov^{1,#}, E.A. Mikrin^{2,1}, I.A. Mochalov¹

¹Bauman Moscow State Technical University, ²S.P. Korolev Rocket and Space Corporation «Energia»

#✉ dnp@bmstu.ru

Abstract. It is noted that fuzzy systems of linear equations (FSLE) arise when solving fuzzy initial problems, fuzzy partial differential equations of the first order; when processing hybrid data in stochastic systems by the method of least squares or of maximum likelihood estimation; when using the fuzzy Laplace transform to solve fuzzy differential equations of high order; when using the approximate methods of solving fuzzy integral Fredholm-Volterra equations of the 2nd kind; when fuzzy interpolation and fuzzy splines are applied to data processing; when solving fuzzy optimal control problems. The basic methods of solving complete FSLE are considered: inverse matrix, span and ST decomposition, in which fuzzy elements have triangular membership function; cuts, in which membership functions of fuzzy elements are not necessarily triangular; crisp solutions, in which left and right branches of the membership function of fuzzy elements are in the polynomial form. The application of the methods is illustrated by computational examples. Using the least squares method for the model with fuzzy basis functions and the method of fuzzy Gram-Schmidt orthogonalization, the problems are formulated and solved of fuzzy estimation, in which complete FSLE appear. To illustrate the solution of these problems, two fuzzy basic functions are considered: a fuzzy unit and a fuzzy linear dependence.

Keywords: complete fuzzy system of linear equations, fuzzy methods of solving complete fuzzy systems, fuzzy estimation, fuzzy orthogonalization.