УДК 681.5.015

АКТИВНАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ И ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ[1]

В.М. Чубич, О.С. Черникова

Получены результаты для случая, когда неизвестные параметры содержатся в уравнениях состояния и наблюдения, начальных условиях и ковариационных матрицах помех динамики и ошибок измерений. Рассмотрен пример оптимального оценивания параметров одной модельной структуры.

Ключевые слова: линеаризация, оценивание параметров, метод максимального правдоподобия, планирование оптимальных входных сигналов, информационная матрица Фишера, метод Шатровского.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема идентификации относится к одной из основных проблем теории и практики автоматического управления. Ее качественное решение способствует эффективному применению современных математических методов и сложных наукоемких технологий при проектировании различных систем управления подвижными и технологическими объектами, построении прогнозирующих моделей, конструировании следящих и измерительных систем и др.

По способу проведения эксперимента идентификацию можно разделить на пассивную и активную. При пассивной идентификации для построения математической модели используются реально действующие в системе сигналы и тем самым нормальный режим эксплуатации не нарушается. Методы пассивной идентификации достаточно полно описаны, например, в книгах [1, 2]. Активная идентификация, напротив, предполагает нарушение технологического режима и подачу на вход изучаемой системы специальным образом синтезированного сигнала. Его находят в результате решения экстремальной задачи для некоторого предварительно выбранного функционала от информационной (или дисперсионной) матрицы вектора оцениваемых параметров. Трудности, связанные с необходимостью нарушения технологического режима, должны окупаться повышением эффективности и корректности проводимых исследований, что обусловлено самой идеологией активной идентификации, базирующейся на сочетании приемов параметрического оценивания с теорией планирования эксперимента [3, 4].

Процедура активной параметрической идентификации (оптимального оценивания параметров) моделей динамических систем предполагает:

— вычисление оценок параметров по измеренным данным, соответствующим некоторому пробному сигналу;

— синтез на основе полученных оценок оптимального по некоторому выбранному критерию сигнала;

— пересчет оценок неизвестных параметров по измеренным данным, соответствующим синтезированному сигналу.

Целесообразность применения активной параметрической идентификации для построения математических моделей стохастических линейных систем показана в работах [5—7]. Тем не менее, данная область исследований остается еще недостаточно изученной, возможности применения в ней методов оптимального оценивания параметров выявлены далеко не полностью. В настоящей статье приведены результаты дальнейших исследований авторов в рамках указанной проблемы

[1] Работа выполнена при поддержке Федерального агентства по образованию в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 — 2013 гг.

применительно к гауссовским нелинейным дискретным системам, причем входной сигнал синтезируется путем решения соответствующей задачи дискретного оптимального управления методом Шатровского.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим следующую модель управляемой, наблюдаемой, идентифицируемой динамической системы в пространстве состояний:

$$x(k+1) = f[x(k), u(k), k] + \Gamma(k)w(k), \qquad (1)$$

$$y(k+1) = h[x(k+1), k+1] + v(k+1), \quad k = 0, 1, ..., N-1, \qquad (2)$$

где $f[x(k), u(k), k]$ — n-мерная векторная функция указанных аргументов; $x(k)$ — n-мерный вектор состояния; $u(k)$ — детерминированный r-мерный вектор управления (входа), $\Gamma(k)$ — матрица размера $n \times p$; $w(k)$ — p-мерный вектор возмущения; k — дискретное время; $y(k+1)$ — m-мерный вектор измерения (выхода); $h[x(k+1), k+1]$ — m-мерная векторная функция указанных аргументов; $v(k+1)$ — m-мерный вектор ошибки измерения.

Предположим, что $f[x(k), u(k), k]$ и $h[x(k+1), k+1]$ непрерывны и дифференцируемы по $x(k)$, $u(k)$ и $x(k+1)$ соответственно; случайные векторы $w(k)$ и $v(k+1)$ образуют взаимно независимые стационарные белые гауссовские последовательности с нулевыми средними и ковариационными матрицами Q и R соответственно, т. е.

$$E[w(k)] = 0, \quad E[w(k)w^T(i)] = Q\delta_{ki},$$

$$E[v(k+1)] = 0, \quad E[v(k+1)v^T(i+1)] = R\delta_{ki},$$

$$E[v(k+1)w^T(i)] = 0, \quad k, i = 0, 1, ..., N-1,$$

(здесь и далее $E[\cdot]$ — оператор математического ожидания, δ_{ki} — символ Кронекера); начальное состояние $x(0)$ имеет нормальное распределение со средним $\bar{x}(0)$ и ковариационной матрицей $P(0)$, т. е.

$$E[x(0)] = \bar{x}(0),$$
$$E\{[x(0) - \bar{x}(0)][x(0) - \bar{x}(0)]^T\} = P(0),$$

и не коррелирует с $w(k)$ и $v(k+1)$ при любых значениях переменной k; неизвестные параметры сведены в вектор $\Theta = (\theta_1, \theta_2, ..., \theta_s)$, включающий в себя элементы вектор-функций $f[x(k), u(k), k]$, $h[x(k+1), k+1]$, матриц $\Gamma(k)$, Q, R, $P(0)$ и вектора $\bar{x}(0)$ в различных комбинациях.

Необходимо для математической модели (1), (2) с учетом высказанных априорных предположений разработать процедуру активной параметрической идентификации на основе линеаризации и оптимального управления, исследовать ее эффективность и целесообразность применения.

2. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ МОДЕЛИ

Считая значение вектора неизвестных параметров Θ фиксированным, выполним линеаризацию во временной области нелинейной модели (1), (2) относительно номинальной траектории $\{x_н(k+1), k = 0, 1, ..., N-1\}$, для которой

$$\begin{cases} x_н(k+1) = f[x_н(k), u_н(k), k], \ k = 0, 1, ..., N-1, \\ x_н(0) = \bar{x}(0). \end{cases} \qquad (3)$$

Разложив для каждого k вектор-функции $f[x(k), u(k), k]$ и $h[x(k+1), k+1]$ в ряды Тейлора в окрестностях точек $[x_н(k), u_н(k)]$ и $x_н(k+1)$ соответственно и отбросив члены второго и более высоких порядков, запишем уравнения линеаризованной модели

$$x(k+1) = f[x_н(k), u_н(k), k] + \frac{\partial f[x_н(k), u_н(k), k]}{\partial x(k)}[x(k) - x_н(k)] + \frac{\partial f[x_н(k), u_н(k), k]}{\partial u(k)}[u(k) - u_н(k)] + \Gamma(k)w(k), \qquad (4)$$

$$y(k+1) = h[x_н(k+1), k+1] + \frac{\partial h[x_н(k+1), k+1]}{\partial x(k+1)}[x(k+1) - x_н(k+1)] + v(k+1), \qquad (5)$$

для которой и будем решать поставленную задачу. С учетом обозначений

$$a(k) = \alpha(k) + \Psi(k)u(k); \qquad (6)$$

где

$$\alpha(k) = f[x_н(k), u_н(k), k] - \frac{\partial f[x_н(k), u_н(k), k]}{\partial x(k)}x_н(k) - \frac{\partial f[x_н(k), u_н(k), k]}{\partial u(k)}u_н(k),$$

$$\Psi(k) = \frac{\partial f[x_н(k), u_н(k), k]}{\partial u(k)},$$

$$\Phi(k) = \frac{\partial f[x_н(k), u_н(k), k]}{\partial x(k)}; \qquad (7)$$

$$A(k+1) = h[x_н(k+1), k+1] - \frac{\partial h[x_н(k+1), k+1]}{\partial x(k+1)}x_н(k+1); \qquad (8)$$

$$H(k+1) = \frac{\partial h[x_н(k+1), k+1]}{\partial x(k+1)} \qquad (9)$$

соотношения (4) и (5) определяют модель гауссовской линейной нестационарной системы, описываемой уравнениями

$$x(k+1) = a(k) + \Phi(k)x(k) + \Gamma(k)w(k), \quad (10)$$

$$y(k+1) = A(k+1) + H(k+1)x(k+1) + v(k+1), \quad k = 0, 1, ..., N-1. \quad (11)$$

Заметим, что изложенный способ линеаризации не применим к неоднозначным функциям и нелинейностям, имеющим угловые точки и разрывы. Для линеаризации таких нелинейностей можно воспользоваться методом статистической линеаризации (см., например, работы [8, 9]).

3. ОЦЕНИВАНИЕ НЕИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Априорные предположения, высказанные в § 1, и выполненная в § 2 линеаризация во временной области моделей состояния и наблюдения относительно выбранной детерминированной номинальной траектории (3) позволяют воспользоваться для оценивания параметров методом максимального правдоподобия. В соответствии с этим методом необходимо найти такие значения параметров $\hat{\Theta}$, для которых

$$\hat{\Theta} = \arg\min_{\Theta \in \Omega_\Theta} [-\ln L(\Theta; \Xi)] = \arg\min_{\Theta \in \Omega_\Theta} [\chi(\Theta; \Xi)],$$

где в соответствии с [2, 10] можно записать:

$$\chi(\Theta; \Xi) = \frac{Nm}{2}\ln 2\pi + \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N-1}[\varepsilon(k+1)]^T B^{-1}(k+1) \times$$
$$\times [\varepsilon(k+1)] + \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N-1}\ln\det B(k+1).$$

Здесь Ω_Θ — область допустимых значений параметров; $L(\Theta; \Xi)$ — функция правдоподобия; Ξ — выборочные данные; $\chi(\Theta; \Xi)$ — взятая со знаком «–» логарифмическая функция правдоподобия; $\varepsilon(k+1) = y(k+1) - \hat{y}(k+1|k)$; $\hat{y}(k+1|k)$ и $B(k+1)$ определяются по соответствующим рекуррентным уравнениям дискретного фильтра Калмана [11]:

$$\hat{x}(k+1|k) = \Phi(k)\hat{x}(k|k) + a(k);$$

$$P(k+1|k) = \Phi(k)P(k|k)\Phi^T(k) + \Gamma(k)Q\Gamma^T(k);$$

$$\hat{y}(k+1|k) = H(k+1)\hat{x}(k+1|k) + A(k+1);$$

$$B(k+1) = H(k+1)P(k+1|k) + H^T(k+1) + R;$$

$$K(k+1) = P(k+1|k)H^T(k+1) + B^{-1}(k+1);$$

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)\varepsilon(k+1);$$

$$P(k+1|k+1) = [I - K(k+1)H(k+1)]P(k+1|k)$$

для $k = 0, 1, ..., N-1$ с начальными условиями $\hat{x}(0|0) = \bar{x}(0)$, $P(0|0) = P(0)$.

4. СИНТЕЗ ВХОДНОГО СИГНАЛА

Точность оценивания неизвестных параметров можно повысить, оптимизируя определенным образом выбранный критерий от информационной матрицы Фишера (ИМФ)

$$M(U; \Theta) = [M_{ij}(u(0), u(1), ..., u(N-1); \Theta), \quad i, j = 1, 2, ..., s,$$

которая связана с логарифмической функцией правдоподобия соотношением [2]

$$M_{ij}(U; \Theta) = -\underset{Y}{E}\left[\frac{\partial^2 \ln L(\Theta; \Xi)}{\partial\theta_i \partial\theta_j}\right].$$

Здесь усреднение берется по выборочному пространству. Зависимость ИМФ от неизвестных параметров обусловливает локально-оптимальное планирование.

В теории оптимального эксперимента наиболее часто используются критерии D-, A-, E-оптимальности с вполне определенной статистической интерпретацией [3, 4]. Следуя работе [12], будем использовать в качестве критерия оптимальности след ИМФ:

$$U^* = \arg\max_{U \in \Omega_U} Sp M(U; \Theta). \quad (12)$$

Для гауссовской линейной нестационарной модели (10), (11) в работе [13] получена формула для ИМФ, допускающая ее разложение на сумму двух слагаемых, одно из которых зависит от входного сигнала, а другое — нет:

$$M_{ij}(U; \Theta) = W_{ij}(U; \Theta) + V_{ij}(\Theta).$$

Это позволяет задачу (12) представить в виде

$$U^* = \arg\max_{U \in \Omega_U} Sp W(U; \Theta).$$

Воспользовавшись материалами работы [13], запишем

$$J_1 = Sp W(U; \theta) = \sum_{i=1}^{s} W_{ii}(U; \theta) =$$
$$= \sum_{k=0}^{N-1}[\bar{x}_A^T(k+1)Z_{A1}(k+1)\bar{x}_A(k+1) +$$
$$+ 2\bar{x}_A^T(k+1)Z_{A2}(k+1)A_A(k+1)], \quad (13)$$

где

$$\bar{x}_A(k+1) = E\begin{bmatrix} \hat{x}(k+1|k) \\ \dfrac{\partial\hat{x}(k+1|k)}{\partial\theta_1} \\ \dots \\ \dfrac{\partial\hat{x}(k+1|k)}{\partial\theta_s} \end{bmatrix},$$

$$Z_{A1}(k+1) =$$

$$= \begin{pmatrix} Z_{A1}^{1,1}(k+1) & Z_{A1}^{1,2}(k+1) & \dots & Z_{A1}^{1,s+1}(k+1) \\ Z_{A1}^{2,1}(k+1) & Z_{A1}^{2,2}(k+1) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{A1}^{s+1,1}(k+1) & 0 & \dots & Z_{A1}^{s+1,s+1}(k+1) \end{pmatrix},$$

причем

$$Z_{A1}^{1,1} = \sum_{i=1}^{s} \frac{\partial H^T(k+1)}{\partial\theta_i} B^{-1}(k+1) \frac{\partial H(k+1)}{\partial\theta_i};$$

$$Z_{A1}^{1,j} = \frac{\partial H^T(k+1)}{\partial\theta_{j-1}} B^{-1}(k+1) H(k+1), \quad j = \overline{2, s+1};$$

$$Z_{A1}^{i,1} = H^T(k+1) B^{-1}(k+1) \frac{\partial H^T(k+1)}{\partial\theta_{i-1}}, \; i = \overline{2, s+1};$$

$$Z_{A1}^{i,i} = H^T(k+1) B^{-1}(k+1) H(k+1), \quad i = \overline{2, s+1};$$

$$Z_{A2}(k+1) =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{\partial H^T(k+1)}{\partial\theta_1} B^{-1}(k+1) & \dots & \dfrac{\partial H^T(k+1)}{\partial\theta_s} B^{-1}(k+1) \\ 0 & H^T(k+1)B^{-1}(k+1) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & H^T(k+1)B^{-1}(k+1) \end{pmatrix};$$

$$A_A(k+1) = \begin{bmatrix} A(k+1) \\ \dfrac{\partial A(k+1)}{\partial\theta_1} \\ \dots \\ \dfrac{\partial A(k+1)}{\partial\theta_s} \end{bmatrix}.$$

В силу симметричности матрицы $Z_{A1}(k+1)$ и того, что

$$\begin{cases} \bar{x}_A(k+1) = \Phi_A(k)\bar{x}_A(k) + \Psi_A(k)u(k) + b_A(k), \\ \qquad k = 0, 1, \dots, N-1; \\ \bar{x}_A(0) = \left[\bar{x}^T(0) \;\; \dfrac{\partial\bar{x}^T(0)}{\partial\theta_1} \;\; \dots \;\; \dfrac{\partial\bar{x}^T(0)}{\partial\theta_s}\right]^T, \end{cases} \tag{14}$$

где

$$\Phi_A(k) =$$

$$= \begin{bmatrix} \Phi(k) & 0 & \dots & 0 \\ \dfrac{\partial\Phi(k)}{\partial\theta_1} - \tilde{K}(k)\dfrac{\partial H(k)}{\partial\theta_1} & \Phi(k) - \tilde{K}(k)H(k) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dfrac{\partial\Phi(k)}{\partial\theta_s} - \tilde{K}(k)\dfrac{\partial H(k)}{\partial\theta_s} & 0 & \dots & \Phi(k) - \tilde{K}(k)H(k) \end{bmatrix};$$

$$\Psi_A(k) = \begin{bmatrix} \psi(k) \\ \dfrac{\partial\psi(k)}{\partial\theta_1} \\ \dots \\ \dfrac{\partial\psi(k)}{\partial\theta_s} \end{bmatrix};$$

$$b_A(k) = \begin{bmatrix} \alpha(k) \\ \dfrac{\partial\alpha(k)}{\partial\theta_1} - \tilde{K}(k)\dfrac{\partial A(k)}{\partial\theta_1} \\ \dots \\ \dfrac{\partial\alpha(k)}{\partial\theta_s} - \tilde{K}(k)\dfrac{\partial A(k)}{\partial\theta_s} \end{bmatrix};$$

$$\tilde{K}(k) = \Phi(k)K(k),$$

критерий (13) можно привести к виду

$$J_1 = \sum_{k=0}^{N-1} [d_0(k) + \bar{x}_A^T(k)d_1(k) + u^T(k)d_2(k) + \\ + \bar{x}_A^T(k)D_1(k)u(k) + \bar{x}_A^T(k)D_2(k)\bar{x}_A(k) + \\ + u^T(k)D_3(k)u(k)], \tag{15}$$

в котором

$$d_0(k) = b_A^T(k)Z_{A1}(k+1)b_A(k) + \\ + 2b_A^T(k)Z_{A2}(k+1)A_A(k+1);$$

$$d_1(k) = 2\Phi_A^T(k)Z_{A2}(k+1)A_A(k+1) + \\ + 2\Phi_A^T(k)Z_{A1}(k+1)b_A(k);$$

$$d_2(k) = 2\Psi_A^T(k)Z_{A2}(k+1)A_A(k+1) + \\ + 2\Psi_A^T(k)Z_{A1}(k+1)b_A(k);$$

$$D_1(k) = 2\Phi_A^T(k)Z_{A1}(k+1)\Psi_A^T(k);$$

$$D_2(k) = \Phi_A^T(k)Z_{A1}(k+1)\Phi_A(k);$$

$$D_3(k) = \Psi_A^T(k)Z_{A1}(k+1)\Psi_A(k).$$

Поскольку $d_0(k)$ в соотношении (15) не зависит от U, при максимизации критерия J_1 это слагаемое можно не учитывать. В результате приходим к критерию

$$J_2 = \sum_{k=0}^{N-1} [\bar{x}_A^T(k)d_1(k) + u^T(k)d_2(k) + \bar{x}_A^T(k)D_1(k)u(k) + \\ + \bar{x}_A^T(k)D_2(k)\bar{x}_A(k) + u^T(k)D_3(k)u(k)],$$

который вместе с системой (14) определяет задачу синтеза оптимальных входных сигналов как задачу дискретного оптимального управления с суммарным показателем качества [14]. Для ее решения воспользуемся симплексным методом Нелдера—Мида.

Сформулированную задачу можно свести к следующей задаче оптимизации конечного состояния [14]:

$$J_2 = \chi(N) \to \max_{u \in \Omega_U},$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \bar{x}_A(k+1) \\ \chi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_A(k)\bar{x}_A(k) + \Psi_A(k)u(k) + b_A(k) \\ \chi(k) + \bar{x}_A^T(k)D_1(k)u(k) + \\ + \bar{x}_A^T(k)D_2(k)\bar{x}_A(k) + u^T(k)D_3(k)u(k) + \\ + \bar{x}_A^T(k)d_1(k) + u^T(k)d_2(k) \end{bmatrix}, \\ k = 0, 1, ..., N-1; \\ \begin{bmatrix} \bar{x}_A^T(0) \\ \chi(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x}^T(0) & \dfrac{\partial \bar{x}^T(0)}{\partial \theta_1} & ... & \dfrac{\partial \bar{x}^T(0)}{\partial \theta_s} \\ & 0 & & \end{bmatrix}. \end{cases}$$

Для решения этой задачи воспользуемся методом последовательного улучшения управлений Л.И. Шатровского [15, 16], адаптировав его к дискретной задаче.

5. ОПТИМАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОДНОЙ МОДЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

Рассмотрим следующую модель нелинейной дискретной системы:

$$x(k+1) = \left(1 - \frac{\theta_2}{\theta_1}\right) x(k) + \frac{0,1}{\theta_1}\exp\{0,25[u(k) - x(k)]\} + \\ + \frac{0,1}{\theta_1} w(k), \qquad (16)$$

$$y(k+1) = x(k+1) + v(k+1), \\ k = 0, 1, ..., N-1, \qquad (17)$$

где θ_1 и θ_2 — неизвестные параметры системы, причем $3 \leqslant \theta_1 \leqslant 10$; $0,05 \leqslant \theta_2 \leqslant 1,25$.

Будем считать, что выполнены все априорные предположения (см. § 1), причем $E[w(k)w(i)] = 0,6\delta_{ki} = Q\delta_{ki}$; $E[v(k+1)v(i+1)] = 0,6\delta_{ki} = R\delta_{ki}$; $x(0) \in N(0; 0,01)$.

Выполнив линеаризацию модели (16), (17) относительно номинальной траектории

$$\begin{cases} x_н(k+1) = \left(1 - \dfrac{\theta_2}{\theta_1}\right)x_н(k) + \dfrac{0,1}{\theta_1}\exp\{0,25[u_н(k) - x_н(k)]\}, \\ k = 0, 1, ..., N-1; \\ x_н(0) = 0, \end{cases} \qquad (18)$$

получим линеаризованную модель вида (10), (11), в которой в соответствии с соотношениями (6)—(9)

$$a(k) = \frac{0,1}{\theta_1}\exp\{0,25[u_н(k) - x_н(k)]\} \times \\ \times \{1 - 0,25[u_н(k) - x_н(k)] + 0,25u(k)\};$$

$$\Phi(k) = 1 - \frac{\theta_2}{\theta_1} - \frac{0,025}{\theta_1}\exp\{0,25[u_н(k) - x_н(k)]\};$$

$$A(k+1) = 0; \quad H(k+1) = 1.$$

Таким образом, необходимо оценить параметры θ_1 и θ_2, входящие в выражения для $a(k)$, $\Phi(k)$ и $\Gamma(k)$.

Считая, что для номинальной траектории (18) $u_н(k) = u(k)$, $k = 0, 1, ..., N-1$, обеспечим наилучшее приближение построенной линеаризованной модели к своему нелинейному аналогу.

Определим область допустимых входных сигналов $\Omega_U = \{U \in R^N | 10 \leqslant u(k) \leqslant 20,\ k = 0, 1, ..., N-1\}$.

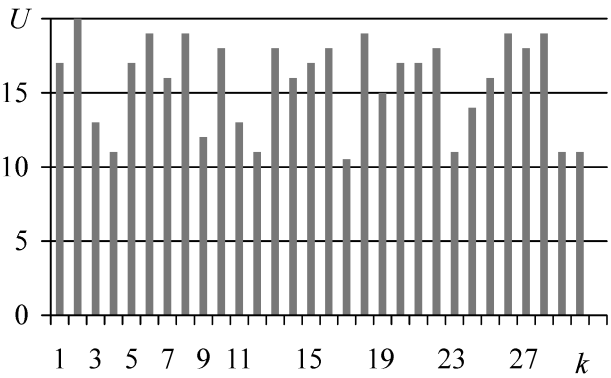
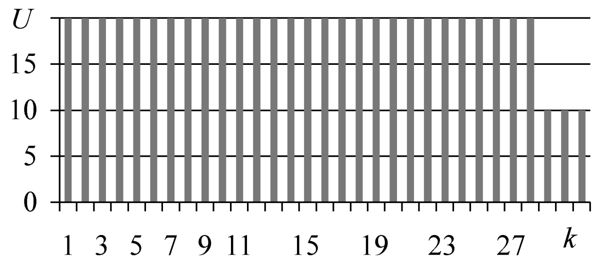
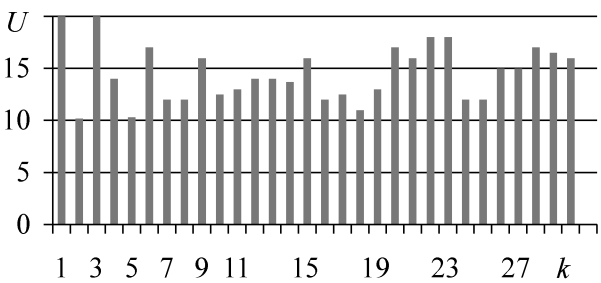
Для ослабления зависимости результатов оценивания от выборочных данных произведем пять независимых запусков системы, и усредним полученные оценки неизвестных параметров. Реализации входных и выходных сигналов получим компьютерным моделированием при истинных значениях параметров $\theta_1^* = 4$, $\theta_2^* = 0,5$ и $N = 31$. Результаты выполнения процедуры активной параметрической идентификации представлены в таблице.

При решении реальных задач истинные значения параметров неизвестны. Будем судить о качестве оценивания в пространстве откликов по значению коэффициента

$$k_Y = \frac{\| Y_{ср} - \hat{Y}_{ср} \|}{\| Y_{ср} - \hat{Y}_{ср}^* \|} = \\ = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{N-1} (y_{ср}(k+1) - \hat{y}_{ср}(k+1|k+1))^2}{\sum_{k=0}^{N-1} (y_{ср}(k+1) - \hat{y}_{ср}^*(k+1|k+1))^2}},$$

где $Y_{ср} = \{y_{ср}(k+1),\ k = 0, 1, ..., N-1\}$, $\hat{Y}_{ср} = \{\hat{y}_{ср}(k+1|k+1),\ k = 0, 1, ..., N-1\}$, $\hat{Y}_{ср}^* = \{\hat{y}_{ср}^*(k+1|k+1),\ k = 0, 1, ..., N-1\}$ — усредненные по всем запускам последовательности измерений для вектора θ, равного θ^*,

Результаты активной параметрической идентификации

Входной сигнал	Номер запуска	Оценки параметров	
		$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$
Исходный 	1	4,686	0,432
	2	3,277	0,553
	3	5,067	0,423
	4	6,482	0,609
	5	7,424	0,282
	Средние значения	5,387	0,460
Синтезированный методом Нелдера — Мида 	1	4,190	0,561
	2	4,043	0,502
	3	3,785	0,461
	4	3,803	0,498
	5	4,495	0,567
	Средние значения	4,063	0,518
Синтезированный методом Шатровского 	1	4,695	0,492
	2	4,231	0,506
	3	3,139	0,497
	4	3,625	0,522
	5	4,723	0,538
	Средние значения	4,083	0,511

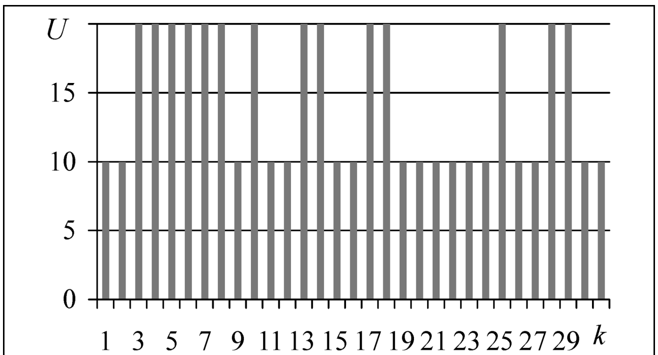


Рис. 1. Тестовый сигнал *U* для анализа качества прогнозирования на основе результатов, приведенных в таблице

$\hat{\theta}_{ср}$, $\hat{\theta}^*_{ср}$ соответственно, при входном сигнале $U = \{u(k), k = 0, 1, ..., N - 1\}$, представленном на рис. 1.

Определим при помощи равенства $\hat{y}(k + 1|k + 1) = A(k + 1) + H(k + 1)\hat{x}(k + 1|k + 1)$ величины $\{\hat{y}(k + 1|k + 1), k = 0, 1, ..., N - 1\}$ для вектора θ, равного θ^*, $\hat{\theta}_{ср}$, $\hat{\theta}^*_{ср}$. Полученные результаты представлены на рис. 2.

Сопоставление рис. 2, *б* и *в* показывает практически одинаковое качество прогнозирования при оценках параметров, найденных по синтезированному входному сигналу методами Нелдера—Мида и Шатровского. В обоих случаях коэффициент $k_Y \approx 1{,}36$. Учитывая, что метод Шатровского позволяет получать, вообще говоря, не оптимальное, а достаточно хорошее допустимое управле-

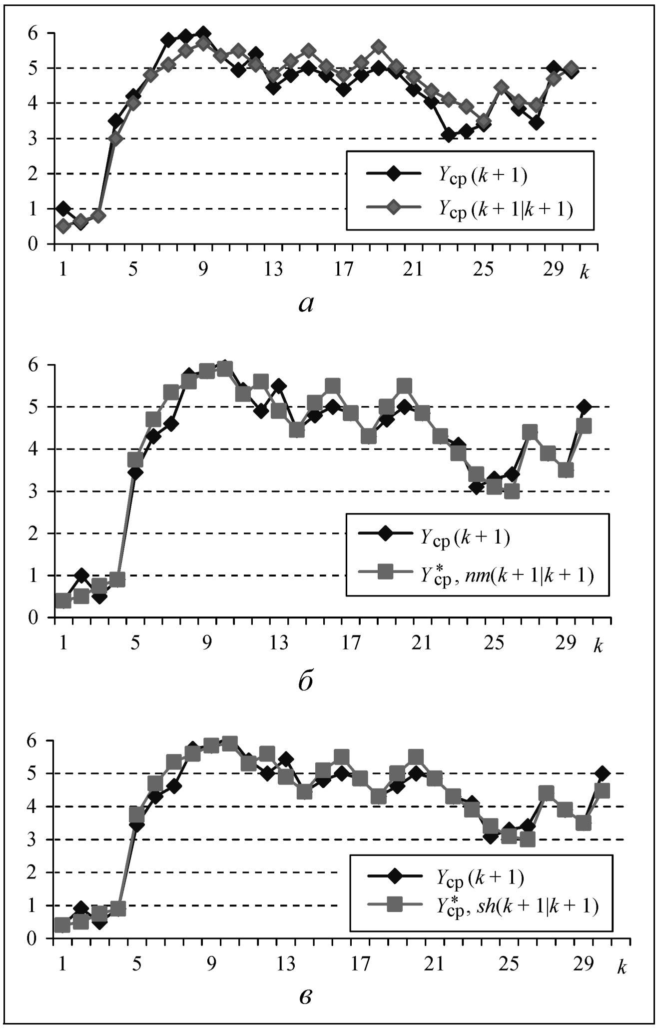


Рис. 2. Оценки $\tilde{Y}_{ср}$ и $\tilde{Y}^*_{ср}$, соответствующие исходному (*а*) входному сигналу, синтезированному методами Нелдера—Мида (*б*) и Шатровского (*в*)

ние, применение методов нелинейного программирования должно обеспечивать более качественные результаты оценивания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для гауссовских нелинейных дискретных систем рассмотрена и решена задача активной параметрической идентификации с применением методов теории оптимального управления. Рассмотрен случай вхождения неизвестных параметров в уравнения состояния и наблюдения, начальные условия и ковариационные матрицы помех динамики и ошибок измерений. Разработана процедура оптимального оценивания параметров, целесообразность применения которой продемонстрирована на модельном примере. Выполненные исследования показали, что применение методов оптимального управления при решении задач активной параметрической идентификации стохастических динамических систем не только принципиально возможно, но и дает положительный эффект.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Цыпкин Я.З.* Информационная теория идентификации. — М.: Наука, 1995. — 336 с.
2. *Льюнг Л.* Идентификация систем: Теория для пользователя. — М.: Наука, 1991. — 432 с.
3. *Федоров В.В.* Теория оптимального эксперимента (планирование регрессионных экспериментов). — М.: Наука, 1971. — 312 с.
4. *Ермаков С.М., Жиглявский А.А.* Математическая теория оптимального эксперимента. — М.: Наука, 1987. — 320 с.
5. *Денисов В.И., Еланцева И.Л., Чубич В.М.* Активная идентификация стохастических линейных дискретных систем, описываемых моделями в пространстве состояний и ARMAX — моделями // Сибирский журнал индустриальной математики. — 2000. — Т. 3, № 1(5). — С. 87—100.
6. *Денисов В.И., Чубич В.М., Черникова О.С.* Активная параметрическая идентификация стохастических линейных дискретных систем во временной области // Там же. — 2003. — Т. 6, № 3(15). — С. 70—87.
7. *Активная* параметрическая идентификация стохастических линейных систем: монография / В.И. Денисов и др. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2009. — 192 с.
8. *Казаков И.Е., Доступов Б.Г.* Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. — М.: Физматгиз, 1962. — 332 с.
9. *Синицын И.Н.* Методы статистической линеаризации // Автоматика и телемеханика. — 1974. — № 5. — С. 82—94.
10. *Åström K.J.* Maximum likelihood and prediction errors methods // Automatica. — 1980. — Vol. 16. — P. 551—574.
11. *Огарков М. А.* Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. — М.: Энергоатомиздат, 1980. — 208 с.
12. *Mehra R.K.* Optimal inputs for linear system identification // IEEE Trans. Automatic Control. — 1974. — Vol. AC-19, N 3. — P. 192—200.
13. *Чубич В.М.* Вычисление информационной матрицы Фишера в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных дискретных систем // Научный вестник НГТУ. — 2009. — № 1 (34). — С. 23—40.
14. *Пропой А.И.* Элементы теории оптимальных дискретных процессов. — М.: Наука, 1973. — 256 с.
15. *Шатровский Л.И.* Об одном численном методе решения задач оптимального управления // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1962. — № 2. — С. 488—491.
16. *Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р.* Математическая теория конструирования систем управления. — М.: Высшая школа, 1998. — 574 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Афанасьевым.

Чубич Владимир Михайлович — канд. техн. наук, доцент, ✉ chubich_62@ngs.ru,

Черникова Оксана Сергеевна — канд. техн. наук, доцент, ✉ chernicova@ngs.ru,

Новосибирский государственный технический университет, ☎ (383) 346-27-76.