ISSN 2712-8687

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

5/2022

CONTROL SCIENCES

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

С. Н. Васильев, академик РАН,
И. А. Каляев, академик РАН,
В. А. Левин, академик РАН,
Н. А. Махутов, чл.-корр. РАН,
А. Ф. Резчиков, чл.-корр. РАН,
Е. А. Федосов, академик РАН

РЕДКОЛЛЕГИЯ

Ф. Т. Алескеров, д-р техн. наук,
В. Н. Афанасьев, д-р техн. наук,
Н. Н. Бахтадзе, д-р техн. наук,
В. Н. Бурков, д-р техн. наук,
В. М. Вишневский, д-р техн. наук,
А. О. Калашников, д-р техн. наук,
В. В. Клочков, д-р экон. наук,
С. А. Краснова, д-р техн. наук,
Н. В. Кузнецов, д-р физ.-мат. наук
О. П. Кузнецов, д-р техн. наук,
В. В. Кульба, д-р техн. наук,
А. А. Лазарев, д-р физ.-мат. наук,
В. Г. Лебедев, д-р техн. наук,
В. Е. Лепский, д-р психол. наук,
Н. Е. Максимова, канд. техн. наук
(ответственный секретарь),
А. С. Мандель, д-р техн. наук,
Р. В. Мещеряков, д-р техн. наук,
А. И. Михальский, д-р биол. наук,
Д. А. Новиков, академик РАН
(гл. редактор),
Б. В. Павлов, д-р техн. наук,
Ф. Ф. Пащенко, д-р техн. наук
(зам. гл. редактора),
Л. Б. Рапопорт, д-р физ.-мат. наук,
С. В. Ратнер, д-р экон. наук,
Е. Я. Рубинович, д-р техн. наук,
М. В. Хлебников, д-р физ.-мат. наук,
А. Д. Цвиркун, д-р техн. наук,
П. Ю. Чеботарёв, д-р физ.-мат. наук,
И. Б. Ядыкин, д-р техн. наук

РУКОВОДИТЕЛИ РЕГИОНАЛЬНЫХ РЕДСОВЕТОВ

Владивосток – О. В. Абрамов, д-р техн. наук,
Волгоград – А. А. Воронин, д-р физ.-мат. наук,
Воронеж – С. А. Баркалов, д-р техн. наук,
Курск – С. Г. Емельянов, д-р техн. наук,
Липецк – А. К. Погодаев, д-р. техн. наук,
Пермь – В. Ю. Столбов, д-р техн. наук,
Ростов-на-Дону – Г. А. Угольницкий,
д-р техн. наук,
Самара – М. И. Гераськин, д-р экон. наук,
Саратов – В. А. Кушников, д-р техн. наук,
Тамбов – М. Н. Краснянский, д-р техн. наук,
Уфа – Б. Г. Ильясов, д-р техн. наук,
Челябинск – О. В. Логиновский, д-р техн. наук

ADVISORY BOARD

E. A. Fedosov, Academician of RAS[1],
I. A. Kalyaev, Academician of RAS,
V. A. Levin, Academician of RAS,
N. A. Makhutov, Corr. Member of RAS,
A. F. Rezchikov, Corr. Member of RAS,
S. N. Vassilyev, Academician of RAS

EDITORIAL BOARD

V. N. Afanas'ev, Dr. Sci. (Tech.),
F. T. Aleskerov, Dr. Sci. (Tech.),
N. N. Bakhtadze, Dr. Sci. (Tech.),
V. N. Burkov, Dr. Sci. (Tech.),
P. Yu. Chebotarev, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
A. O. Kalashnikov, Dr. Sci. (Tech.),
V. V. Klochkov, Dr. Sci. (Econ.),
M. V. Khlebnikov, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
S. A. Krasnova, Dr. Sci. (Tech.),
V. V. Kulba, D. Sc. (Tech.),
N. V. Kuznetsov, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
O. P. Kuznetsov, Dr. Sci. (Tech),
A. A. Lazarev, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
V. G. Lebedev, Dr. Sci. (Tech.),
V. E. Lepskiy, D. Sc. (Phych.),
A. S. Mandel, Dr. Sci. (Tech.),
N. E. Maximova, Cand. Sci. (Tech),
Executive Editor-in-Chief,
R. V. Meshcheryakov, Dr. Sci. (Tech.),
A. I. Michalski, Dr. Sci. (Biol.),
D. A. Novikov, Academician of RAS,
Editor-in-Chief,
F. F. Pashchenko, Dr. Sci. (Tech.),
Deputy Editor-in-Chief,
B. V. Pavlov, Dr. Sci. (Tech.),
L. B. Rapoport, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
S. V. Ratner, Dr. Sci. (Econ.),
E. Ya. Rubinovich, Dr. Sci. (Tech.),
A. D. Tsvirkun, Dr. Sci. (Tech.),
V. M. Vishnevsky, Dr. Sci. (Tech.),
I. B. Yadykin, Dr. Sci. (Tech)

LEADERS OF REGIONAL BOARDS

Chelyabinsk – O. V. Loginovskiy, Dr. Sci. (Tech.),
Kursk – S. G. Emelyanov, Dr. Sci. (Tech.),
Lipetsk – A. K. Pogodaev, Dr. Sci. (Tech.),
Perm – V. Yu. Stolbov, Dr. Sci. (Tech.),
Rostov-on-Don – G. A. Ougolnitsky,
Dr. Sci. (Tech.),
Samara – M. I . Geraskin, Dr. Sci. (Econ.),
Saratov – V. A. Kushnikov, Dr. Sci. (Tech.),
Tambov – M. N. Krasnyanskiy, Dr. Sci. (Tech.),
Ufa – B. G. Ilyasov, Dr. Sci. (Tech.),
Vladivostok – O. V. Abramov, Dr. Sci. (Tech.),
Volgograd – A. A. Voronin, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
Voronezh – S. A. Barkalov, Dr. Sci. (Tech.)

[1]Russian Academy of Sciences.

CONTROL SCIENCES
Научно-технический журнал

6 номеров в год
ISSN 1819-3161 (Print)
ISSN 2712-8687 (Online)
Издается с 2003 года

УЧРЕДИТЕЛЬ и ИЗДАТЕЛЬ
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор
академик РАН
Д.А. Новиков

Заместитель главного редактора
Ф.Ф. Пащенко

Ответственный секретарь
Н.Е. Максимова

Выпускающий редактор
Л.В. Петракова

Адрес редакции
117997, ГСП-7, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410

Тел./факс (495) 198-17-20, доб. 1410

E-mail: pu@ipu.ru

Интернет: http://pu.mtas.ru
http://controlsciences.org

Опубликовано: 2 декабря 2022 г.

Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС 77-49203 от 30 марта 2012 г.
выдано Министерством Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации
Эл № ФС 77-80482 от 17 февраля 2021 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций

Журнал входит в RSCI на платформе Web of Science и Перечень рецензируемых научных изданий ВАК

Журнал включен в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ).
На сайте Научной электронной библиотеки (www.elibrary.ru) доступны полные тексты статей.

© Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

5.2022

СОДЕРЖАНИЕ

Анализ и синтез систем управления

Первушина Н.А., Фролова А.Д. Разработка адаптивной системы стабилизации для беспилотного летательного аппарата самолетного типа 3

Юрченков А.В. Условие ограниченности анизотропийной нормы для стационарных систем с мультипликативными шумами 16

Управление в социально-экономических системах

Горбанёва О.И., Мурзин А.Д., Угольницкий Г.А. Математическая постановка задач управления на когнитивных моделях 25

Информационные технологии в управлении

Кулинич А.А. Применение семиотических моделей предметной области в задачах поддержки принятия решений . . . 40

Толок А.В., Толок Н.Б. Дифференцирование и интегрирование в функционально-воксельном моделировании 60

Заметки

Исправление к статье Г.Г. Стецюры «Способ ускорения децентрализованного управления одновременным запуском действий в распределенной группе автоматических устройств с включением ретранслятора» 68

CONTROL SCIENCES
Scientific Technical Journal

6 issues per year
ISSN 1819-3161 (Print)
ISSN 2712-8687 (Online)
Published since 2003
FOUNDER and PUBLISHER
V.A. Trapeznikov
Institute of Control Sciences
of Russian Academy of Sciences

Editor-in-Chief
D.A. Novikov, RAS Academician

Deputy Editor-in-Chief
F.F. Pashchenko

Executive Editor-in-Chief
N.E. Maximova

Editor
L.V. Petrakova

Editorial address
65 Profsoyuznaya st., office 410,
Moscow 117997, Russia

☎/🗎 +7(495) 198-17-20, ext. 1410

✉ pu@ipu.ru

URL: http://pu.mtas.ru
http://controlsciences.org

Published: December 2, 2022

Registration certificate of
ПИ № ФС 77-49203 of 30 March 2012
issued by the Ministry of Press,
Broadcasting, and Mass Media
of the Russian Federation

Registration certificate of
Эл № ФС 77-80482 of 17 February 2021
issued by the Federal Service
for Supervision of Communications,
Information Technology, and Mass Media

The Journal is indexed in RSCI (Russian Science Citation Index) on the platform Web of Science and in the list of peer-reviewed scientific publications of HAC

On the website of the Scientific electronic library (www.elibrary.ru) full texts of articles are available

© V.A. Trapeznikov
Institute of Control Sciences
of Russian Academy of Sciences

CONTROL SCIENCES

5.2022

CONTENTS

Analysis and Design of Control Systems

Pervushina, N.A. and Frolova, A.D. Designing an Adaptive Stabilizing System for an Unmanned Aerial Vehicle 3

Yurchenkov, A.V. An Anisotropy-Based Boundedness Criterion for Time-Invariant Systems with Multiplicative Noises 16

Control in Social and Economic Systems

Gorbaneva, O.I., Murzin, A.D., and Ougolnitsky, G.A. A Mathematical Formulation of Control Problems on Cognitive Models 25

Information Technology in Control

Kulinich, A.A. Application of Semiotic Models to Decision-Making 40

Tolok, A.V. and Tolok, N.B. Differentiation and Integration in Functional Voxel Modeling 60

Notes

Erratum to: The Simultaneous Start of Actions in a Distributed Group of Automatic Devices: A Decentralized Control Method with a Signal Repeater 68

УДК 681.5.013+681.5.042+681.511.48 DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2022.5.1

РАЗРАБОТКА АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ДЛЯ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА САМОЛЕТНОГО ТИПА

Н.А. Первушина, А.Д. Фролова

Аннотация. Представлен результат разработки алгоритма синтеза математической модели эффективной адаптивной системы стабилизации беспилотного летательного аппарата самолетного типа в канале тангажа. Модель представлена в виде структурной схемы. В основу разработки положен метод коррекции, предложенный для применения в бортовых вычислителях. Внесены предложения по изменению структуры контура коррекции с целью улучшения качества работы системы стабилизации нелинейного динамического объекта в условиях переключения режимов управления. Получены результаты математического моделирования работы системы стабилизации после настройки параметров контура коррекции при фиксированных значениях коэффициентов усиления основного контура. Результаты работы системы стабилизации с новой структурой контура коррекции показали ее высокую эффективность в рассматриваемом диапазоне режимов работы летательного аппарата. Представленный алгоритм синтеза системы стабилизации с предложенной структурой контура коррекции позволяет сократить время на процедуру синтеза в несколько раз по сравнению с классическим методом замороженных коэффициентов.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, канал тангажа, система стабилизации, математическое моделирование, синтез, эффективность системы стабилизации.

ВВЕДЕНИЕ

Качество работы и возможность функционирования системы стабилизации (СС) беспилотного летательного аппарата (БЛА) в области, соответствующей возможным условиям применения, определяется аэродинамическими свойствами объекта управления, а также выбранной структурой сигнала управления. Традиционное решение задачи синтеза СС с построением линеаризованной модели БЛА для каждого из режимов полета с последующей аппроксимацией полученных коэффициентов в зависимости от величины скоростного напора с применением метода замороженных коэффициентов позволяет обеспечить функционирование системы во всей области рабочих режимов [1, 2], однако требует вычислительных затрат. В связи с этим поиск наиболее эффективных путей решения данной задачи является актуальным. Под эффективностью системы или процесса обычно понимают соотношение между достигнутым результатом функционирования и использованными ресурсами.

В настоящей статье ограничимся рассмотрением управляемых БЛА самолетного типа, выполненных по нормальной аэродинамической схеме, с крылом большого удлинения и дифференциальными рулями. Объектом настоящего исследования является продольный канал управления (канал тангажа) в системе стабилизации БЛА. Цель исследования – разработка математической модели эффективной адаптивной системы стабилизации в канале тангажа. Под эффективностью СС будем понимать функционирование системы в условиях переключения режимов работы с максимально возможным качеством во всей области рабочих режимов при минимальных затратах на проведение процедуры синтеза. Систему стабилизации, обладающую перечисленными качествами, будем называть эффективной.

Существуют способы повышения качества работы путем увеличения быстродействия СС. В структуру сигнала управления в канале тангажа БЛА вводится слагаемое, соответствующее некоторому дополнительному воздействию на орган управления. В работах [3–7] сигнал управления в канале тангажа формируется рассогласованием по перегрузке, интегралом от рассогласования, сигналом, пропорциональным угловой скорости тангажа (демпфером) – аналогом пропорционально-

интегрально-дифференциального (ПИД)-регулятора, а также дополнительным балансировочным сигналом или сигналом, аналогичным усилию летчика, прикладываемому к ручке управления. Автоматическое управление силой тяги при достижении летательным аппаратом (ЛА) заданной высоты, как показано в работе [9], осуществляется по аналогичному закону. В статье [10] сигнал управления, подаваемый на рули высоты, также формируется с учетом дополнительного слагаемого, пропорционального значению угла атаки. Похожий прием применялся для повышения качества работы контура стабилизации перегрузки в алгоритме адаптации коэффициентов [11]. Приведенные примеры сигналов управления в канале тангажа позволяют улучшить качество переходных процессов (увеличить быстродействие), однако для того чтобы СС функционировала во всей области допустимых режимов, по-прежнему необходим свой набор коэффициентов усиления системы для каждой расчетной точки области возможных режимов.

Современные БЛА предназначены для функционирования в различных, в том числе и предельных, режимах полета. Самыми сложными и опасными являются критические режимы по углу атаки. При превышении критических углов атаки снижается эффективность управления БЛА. В статье [12] предлагается двухконтурная система стабилизации в канале тангажа, в которой дополнительный контур ограничивает предельное значение угла атаки путем использования алгебраического селектора, изменяющего структуру системы в соответствии с логикой переключения каналов. В результате применения данного подхода получена хорошо демпфированная система, однако существенное ограничение угла атаки привело к росту времени переходного процесса.

Математически обоснованный метод синтеза линейных систем, имеющих минимальное время регулирования, предложен в работе [13]. Решение задачи максимального быстродействия получено с использованием теории конструирования оптимальных регуляторов.

При решении задачи стабилизации динамических объектов в современных системах управления часто применяются нечеткие регуляторы (НР), имеющие малую чувствительность к изменению параметров объекта управления, а также характеризующиеся высоким быстродействием и точным позиционированием [14, 15]. В ходе компьютерного моделирования авторами статьи [16] установлено, что нечеткие регуляторы, применяемые для стабилизации БЛА в канале тангажа, обладают высоким быстродействием. Однако имеется сложность в описании таких регуляторов, связанная с разработкой базы правил для входных параметров.

В настоящее время существует множество примеров НР, улучшающих качество работы систем управления [17–21]. Нечеткие регуляторы действительно позволяют увеличить быстродействие систем, однако в условиях переключения режимов управления, а также в зависимости от режима функционирования требуют дополнительной настройки.

В настоящей работе исследуется возможность построения математической модели эффективной СС на основе описанного в монографии [2] способа, не требующего изменения параметров и использования метода замороженных коэффициентов. Авторами работы [2] предлагается применить прием быстрого уменьшения ошибки регулирования с помощью дополнительного сигнала соответствующего знака при превышении ошибки стабилизации некоторого значения.

Представленные в статье результаты получены путем компьютерного моделирования. Полет ЛА в атмосфере Земли описывается системой нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с коэффициентами, зависящими от параметров набегающего потока воздуха.

В статье представлены результаты последовательного решения следующих задач:

– разработка математических моделей объекта управления и СС;

– синтез математической модели СС и настройка параметров контура коррекции;

– внесение предложений по изменению контура коррекции с целью улучшения качества работы СС и проведение тестирования работы СС с новым контуром коррекции.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При разработке математической модели эффективной адаптивной системы стабилизации за основу была взята классическая структура СС в канале тангажа с сигналом управления [19]:

$$\sigma_{\text{в}} = K_i \int_{t_0}^{t} \Delta n_y dt + K_n \Delta n_y - K_{\omega_z} \omega_z, \qquad (1)$$

где Δn_y – значение рассогласования $\Delta n_y = n_{y\,\text{зад}} - n_y$; $n_{y\,\text{зад}}$ – заданное значение нормальной перегрузки; n_y – выходное значение СС; $\sigma_{\text{в}}$ – сигнал управления рулями высоты, град.; K_i, K_n и $K\omega_z$ – известные коэффициенты усиления соответствующей размерности; ω_z – угловая скорость тангажа, град./с.

Дополнительный сигнал управления $\sigma_{\text{доп}}$ предлагается формировать с помощью функционального

аналога схемы импульсной коррекции, пригодного для реализации в цифровых бортовых системах [2]. А именно, рассматривается схема, состоящая из интегратора и апериодического звена, которые подключаются параллельно основному контуру стабилизации при превышении ошибкой стабилизации заданного порога. Подключение схемы не только к сигналу ошибки стабилизации Δn_y, но и к сигналу угловой скорости ω_z позволяет уменьшить перерегулирование и колебательность, возникающие вследствие наличия малого порога ошибки при увеличении быстродействия системы.

Структурная схема системы стабилизации канала тангажа с сигналом управления (1) при подключении контура коррекции в соответствии с рекомендациями из работы [2] приведена на рис. 1.

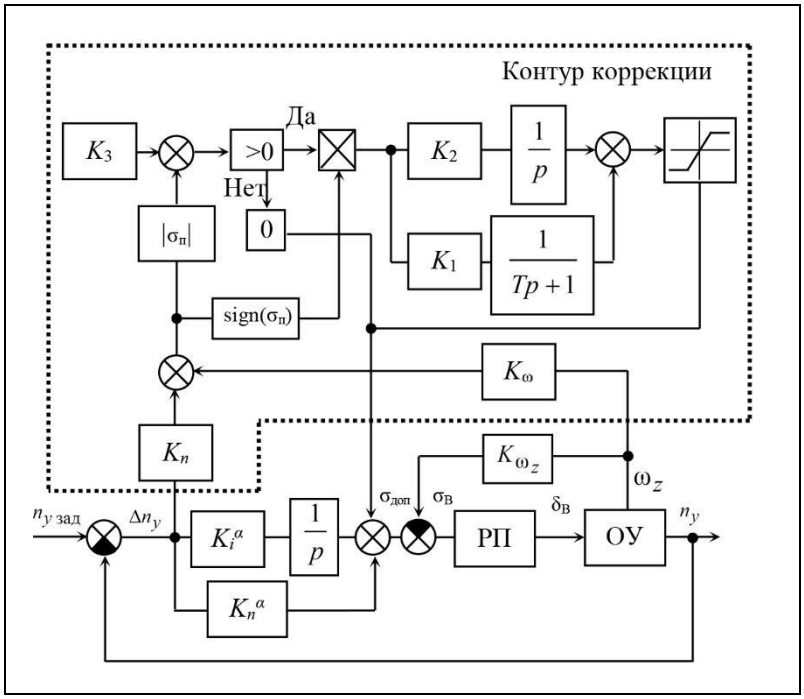


Рис. 1. Структурная схема СС в канале тангажа с подключением контура коррекции

Обозначения на рис. 1: ОУ – объект управления (БЛА); РП – рулевой привод; $\sigma_в$ – эквивалентный сигнал управления рулями высоты, град.; $\delta_в$ – эквивалентный угол отклонения рулей высоты, град.; $\delta_{доп}$ – дополнительный сигнал управления при коррекции, град.; $\sigma_п$ – пороговый сигнал управления, град.; K_n, K_ω, K_1, K_2, K_3 – коэффициенты усиления дополнительного контура системы стабилизации соответствующей размерности; T – постоянная времени апериодического звена в схеме коррекции, с; sign($\sigma_п$) – знаковая функция [20], p – переменная преобразования Лапласа.

Объект управления описывается нелинейной математической моделью в связанной с ЛА системе координат [1, 19]:

$$\begin{cases} \dfrac{d\omega_z}{dt} = \dfrac{m_z qSL}{I_{zz}} \times \dfrac{180}{\pi}; \\ \dfrac{d\alpha}{dt} = \left(\dfrac{g\cos\vartheta}{V} - \dfrac{c_y qS}{mV} \right) \dfrac{180}{\pi} + \omega_z; \\ \dfrac{d\vartheta}{dt} = \omega_z, \end{cases} \qquad (2)$$

где α – угол атаки, град.; ϑ – угол тангажа, град.; $m_z = m_z(\mathrm{M}, \alpha, \delta_в, \ldots)$ – аэродинамический коэффициент момента тангажа, нелинейно зависящий от параметров набегающего потока, угла отклонения рулей высоты и др., безразмерная величина; $c_y = c_y(\mathrm{M}, \alpha, \delta_в, \ldots)$ – аэродинамический коэффициент подъемной силы, нелинейно зависящий от параметров набегающего потока, угла отклонения рулей высоты и др., безразмерная величина; М – число Маха; q – скоростной напор, Па; S – площадь миделя, м^2; L – характерный линейный размер ЛА, м; m – масса ЛА, кг; V – воздушная скорость ЛА, м/с; g = 9,80665 м/с^2 – ускорение свободного падения.

Математическая модель РП в настоящей задаче принята линейной:

$$T_{РП} \frac{d\delta_в}{dt} + \delta_в = \sigma_в, \qquad (3)$$

где $T_{РП}$ = 0,025 с – постоянная времени РП.

К примеру, пусть имеются пять типовых расчетных точек траекторий полета ЛА (табл. 1)

Таблица 1

Типовые расчетные точки траекторий

Параметр, единица измерения	Номер точки				
	1	2	3	4	5
q, кПа	5,5	10,5	20	30,5	44
V, м/с	100	160	200	250	270

Требования к качеству работы системы стабилизации во всем диапазоне расчетных точек траектории полета ЛА предъявим следующие:

- время отработки $t_{рег}$ заданного управляющего ступенчатого воздействия на уровне 5 % от установившегося значения должно быть порядка 1,5 с;
- перерегулирование σ в переходном процессе сигнала на выходе СС должно быть минимальным, не превышать 30 %;

• максимальное значение сигнала управления $\sigma_в$ в СС не должно превышать ±20°;

• запас устойчивости по амплитуде $L_{зап}$ на этапе синтеза должен быть не менее 10 дБ;

• запас устойчивости по фазе $\varphi_{зап}$ на этапе синтеза должен быть не менее 30°.

2. СИНТЕЗ ОСНОВНОГО КОНТУРА СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ

Система дифференциальных уравнений (2) линеаризуется в окрестности каждой из предложенных расчетных точек (см. табл. 1). При линеаризации примем упрощенную модель аэродинамических коэффициентов:

$$c_y = c_{y_0} + c_y^{\alpha}\alpha + c_y^{\delta_в}\delta_в,$$
$$m_z = m_z^{\alpha}\alpha + m_z^{\delta_в}\delta_в, \qquad (4)$$

где c_{y_0} – аэродинамический коэффициент c_y при $\alpha = 0$ и $\delta_в = 0$; c_y^{α} – производная коэффициента c_y по углу атаки, град.$^{-1}$; $c_y^{\delta_в}$ – производная коэффициента c_y по углу отклонения рулей высоты, град.$^{-1}$; m_z^{α} – производная коэффициента m_z по углу атаки, град.$^{-1}$; $m_z^{\delta_в}$ – производная коэффициента m_z по углу отклонения рулей высоты, град.$^{-1}$.

Связь изменения перегрузки с изменением угла атаки описывается формулой [21]:

$$n_y = \left(c_y^{\alpha} Sq / mg\right)\alpha. \qquad (5)$$

Линеаризованная система дифференциальных уравнений при $\triangle\vartheta \approx 0$ имеет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{d\omega_z}{dt} = m_z^{\alpha}\dfrac{qSL\times 180}{I_z\pi}\alpha + m_z^{\delta_в}\dfrac{qSL\times 180}{I_z\pi}\delta_в, \\ \dfrac{d\alpha}{dt} = -c_y^{\alpha}\dfrac{qS\times 180}{mV\pi}\alpha - c_y^{\delta_в}\dfrac{qS\times 180}{mV\pi}\delta_в + \omega_z. \end{cases} \qquad (6)$$

В соответствии с перечисленными требованиями был выполнен синтез основного контура СС в канале тангажа (см. рис. 1) с помощью метода логарифмических амплитудных характеристик [20] для ОУ, описанного уравнениями (6). Числовые значения коэффициентов усиления основного контура K_i, K_n и $K\omega_z$ по результатам синтеза, а также значения показателей качества и устойчивости приведены в табл. 2.

Графики переходных процессов в основном контуре СС с линеаризованным ОУ (4) приведены на рис. 2. На графиках рис. 2 и 3 результаты для точки № 1 обозначены черной полужирной линией, для точки № 2 – черной тонкой, для точки № 3 – черной штриховой, для точки № 4 – серой полужирной, для точки № 5 – серой штриховой.

Приведенный пример синтеза основного контура СС в канале тангажа в каждой расчетной точке траектории БЛА демонстрирует результат применения метода замороженных коэффициентов. Далее полученные коэффициенты традиционно аппроксимируются в зависимости от величины скоростного напора: $K_i(q)$, $K_n(q)$, $K\omega_z(q)$. В результате получается адаптивная СС.

Такой способ синтеза трудоемкий, так как приходится выполнять синтез для каждой расчетной точки – об этом свидетельствуют значительно отличающиеся друг от друга числовые значения коэффициентов усиления СС (см. табл. 2). Так, значения коэффициента $K_i = -10{,}86$ для точки № 1 и $K_i = -1{,}702$ для точки № 5 отличаются практически в десять раз.

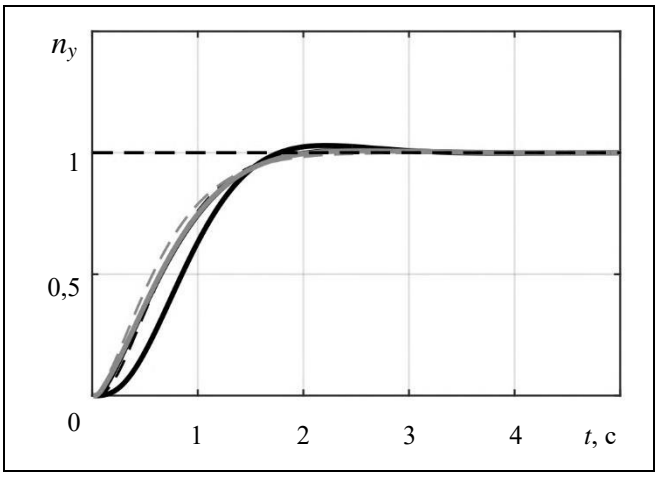


Рис. 2. Графики переходных процессов в основном контуре СС канала тангажа

Таблица 2

Результаты синтеза основного контура СС

Номер расчетной точки	Коэффициенты усиления СС			Показатели качества		Показатели устойчивости	
	K_i	K_n	$K\omega_z$	$t_{рег}$, с	σ, %	$L_{зап}$, дБ	$\varphi_{зап}$, °
1	– 10,86	– 0,098	– 0,239	1,50	1,4	14	66
2	– 6,488	– 0,889	– 0,290	1,55	1,0	31	71
3	– 2,796	– 0,051	– 0,175	1,50	0,1	21	71
4	– 2,289	– 0,176	– 0,259	1,55	0,5	36	73
5	– 1,702	– 0,092	– 0,178	1,48	0,1	35	74

Для примера на рис. 3 *а*, *б* приведены результаты моделирования работы СС с линеаризованным ОУ (3) при условии, что коэффициенты усиления соответствуют значениям для крайних точек № 1 или № 5.

В расчетных точках с маленьким скоростным напором (точка № 1) для обеспечения стабилизации требуется большая величина управляющего воздействия. В остальных режимах данное воздействие является избыточным (рис. 3, *а*). Так, например, при моделировании работы СС в расчетной точке № 5 перерегулирование достигает 40 %, что недопустимо. А в расчетных точках с большим скоростным напором (точка № 5) такой силы воздействия не требуется. В этом случае при моделировании работы СС в расчетной точке № 1 время переходного процесса увеличивается в несколько раз, следовательно, такое воздействие является недостаточным (рис. 3, *б*).

Повысить эффективность СС, т. е. решить задачу стабилизации во всем диапазоне расчетных точек с применением только одного набора коэффициентов усиления можно, используя контур коррекции (см. рис. 1).

3. НАСТРОЙКА КОЭФФИЦИЕНТОВ КОНТУРА КОРРЕКЦИИ

В работе [2] приведены рекомендации, которые носят полуэмпирический характер, но могут служить основой алгоритма для настройки параметров контура коррекции (дополнительного контура) в соответствии с динамическими свойствами БЛА рассматриваемого типа. Из рекомендаций следует, что в схеме контура коррекции (см. рис. 1) значение постоянной времени апериодического звена T связано с коэффициентом при интеграторе K_2. А именно, чем меньше эта постоянная времени, тем выше значение коэффициента. Большее значение коэффициента повышает скорость обработки рассогласований, но может быстро привести схему в насыщение, поэтому выбор постоянной времени T определяется требованиями к качеству конкретной системы. В качестве начального приближения для настройки постоянной времени T рекомендуется принять ее значение в 10–15 раз бóльшим, чем значение постоянной времени рулевого привода $T_{РП}$ (3). Сигнал управления контура коррекции ограничим диапазоном ±10° (50 % от максимально возможного значения сигнала управления в соответствии с требованиями к СС). Остальные параметры контура коррекции подбираются в соответствии со свойствами ОУ и РП, а также режимов функционирования СС.

3.1. Результат настройки для случая единичного ступенчатого воздействия

Настройка параметров дополнительного контура управления выполнялась при условии типового единичного ступенчатого заданного входного воздействия

$$n_{y\,зад} = 1(t) = \begin{cases} 0, \text{ при } t < 0; \\ 1, \text{ при } t \geq 0. \end{cases} \quad (7)$$

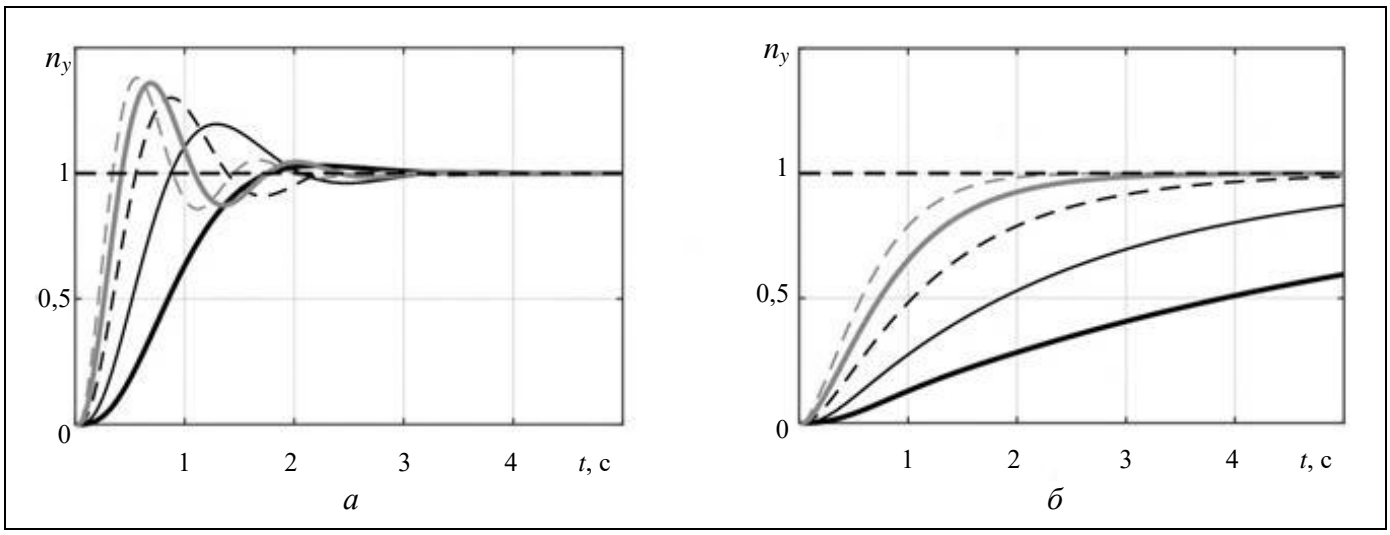


Рис. 3. Графики переходных процессов в основном контуре СС канала тангажа: *а* – коэффициенты усиления для точки № 1: $K_i = -10{,}86$, $K_n = -0{,}098$, $K\omega_z = -0{,}239$; *б* – коэффициенты усиления для точки № 5: $K_i = -1{,}702$, $K_n = -0{,}092$, $K\omega_z = -0{,}178$

Полагаем, что синтез основного контура СС выполнен для расчетной точки с наименьшим скоростным напором – точки №1, а с помощью дополнительного контура требуется уменьшить управляющее воздействие, так как остальные расчетные точки имеют большее значение скоростного напора, в связи с чем для них данное управление будет избыточным (см. рис. 3, *а*).

В соответствии с приведенными выше рекомендациями контур коррекции был настроен на отработку воздействия (7). Значения параметров контура после настройки приведены в табл. 3.

Таблица 3

Значения параметров контура коррекции

Параметр	T	K_1	K_2	K_3	K_n	K_ω
Значение	0,25	0,1	10	0,5	0,1	– 0,25

На схеме рис. 1 сигнал $\sigma_{доп}$ поступает в основной контур СС со знаком минус. Результат моделирования работы СС с учетом влияния дополнительного контура приведен на рис. 4 (жирная линия).

Полученный результат демонстрирует, что коэффициенты основного контура СС, полученные для точки № 1, работают с контуром коррекции в системе с математической моделью ОУ для точки № 5 при входном воздействии (5).

Проверим работоспособность СС в случае, если амплитуда входного воздействия отлична от единицы. Результаты моделирования приведены на рис. 5 *а, б*. Из графиков можно сделать вывод, что результат коррекции должен зависеть от входного значения СС. Это не предусматривает принятая в работе схема контура коррекции (см. рис. 1).

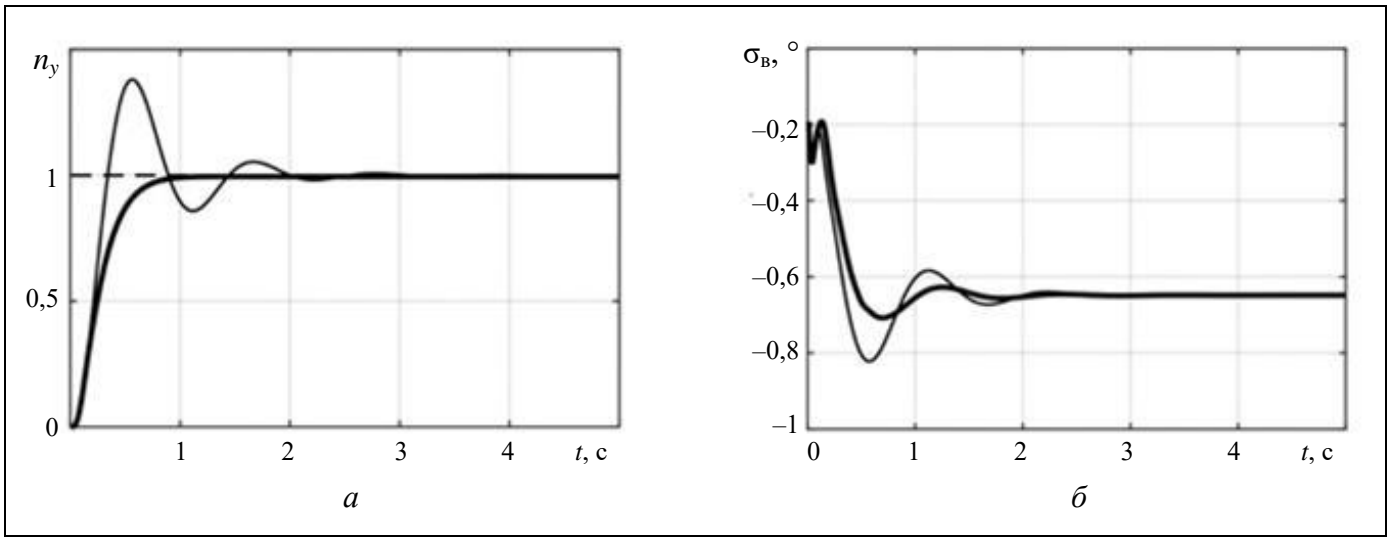


Рис. 4. Графики изменения значений параметров СС канала тангажа до и после коррекции: *а* – n_y, *б* – $\sigma_В$

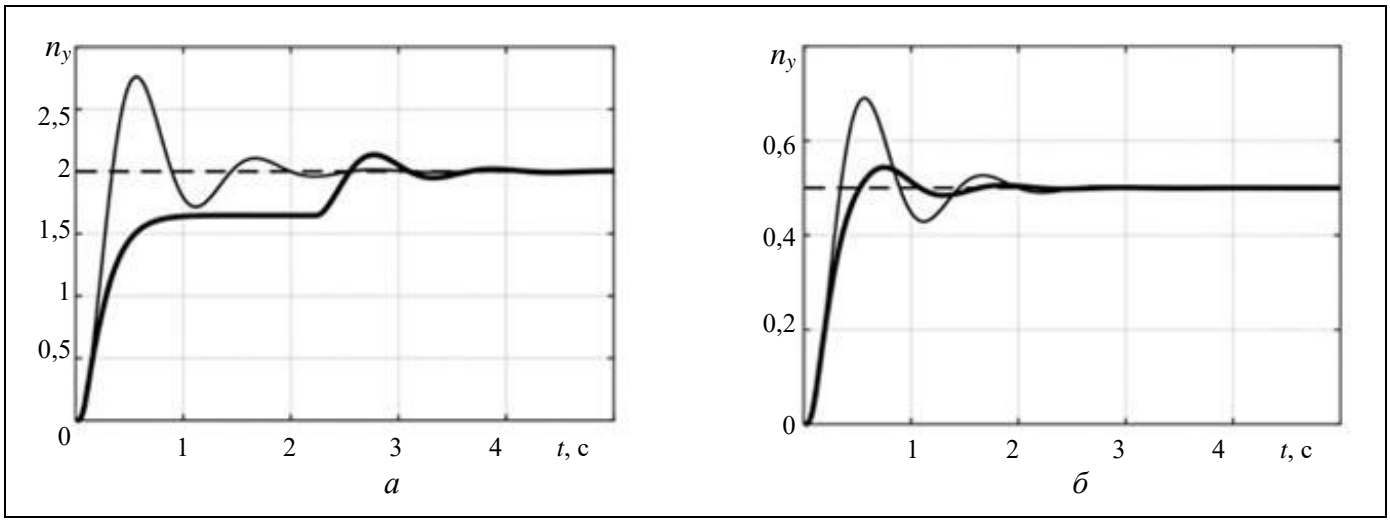


Рис. 5. Графики процессов на выходе СС канала тангажа: *а* – при входном воздействии $n_{y\,зад} = 2\cdot 1(t)$, *б* – при входном воздействии $n_{y\,зад} = 0{,}5\cdot 1(t)$

3.2. Предложение по изменению схемы контура

В связи с изложенным предлагается воздействие $\underline{n}_{y\ зад}$ рассматривать как один из входных сигналов контура коррекции СС. Предлагаемое изменение в структуре дополнительного контура приведено на рис. 6.

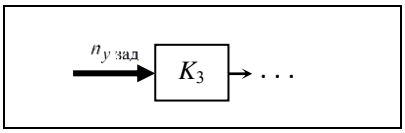


Рис. 6. Предложение по изменению схемы контура коррекции

3.3. Моделирование работы СС в каждой расчетной точке

Выполним моделирование работы СС с учетом изменения схемы контура (см. рис. 6) в расчетных точках (см. табл. 1). Результаты моделирования приведены на графиках рис. 7. Результат моделирования для расчетной точки № 5 не приведен, так как является результатом настройки контура и был показан ранее на рис. 4.

Из графиков, приведенных на рис. 7, видно, что дополнительный сигнал управления $\sigma_{доп}$ ухудшает качество переходного процесса при переходе от одной расчетной точки к другой с уменьшением величины скоростного напора, т. е. когда основной контур СС приближается к своим первоначальным настройкам. Это означает, что контур СС с коэффициентами усиления, полученными на этапе синтеза (для точки № 1), не нуждается в дополнительной коррекции. А для остальных точек (№ 2, 3 и 4) необходимо постепенно усиливать влияние коррекции, а, следовательно, и значение сигнала $\sigma_{доп}$.

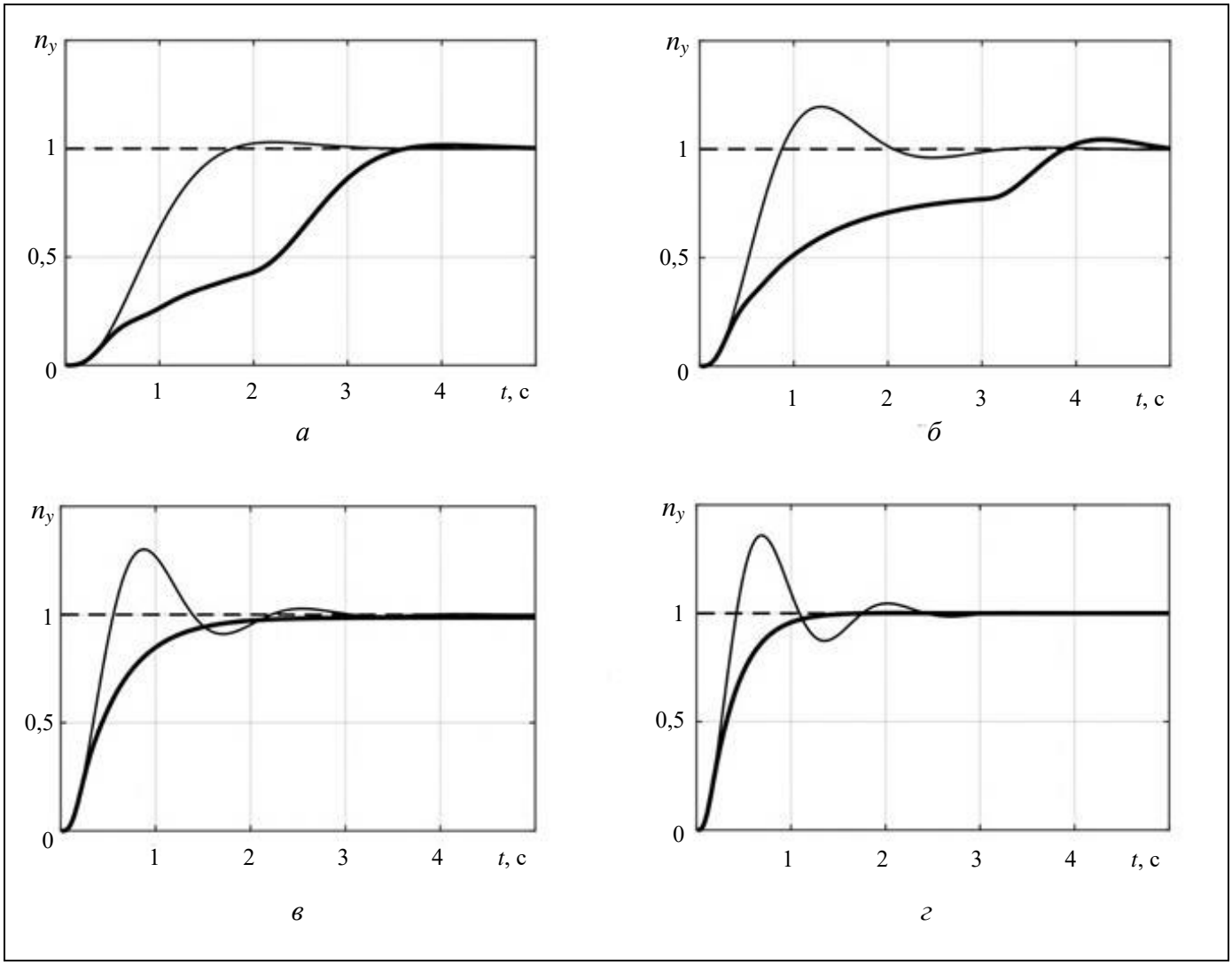


Рис. 7. Графики процессов на выходе СС с учетом предложения по изменению схемы коррекции: *а* – точка № 1 (q = 5,5 кПа), *б* – точка № 2 (q = 10,5 кПа), *в* – точка № 3 (q = 20 кПа), *г* – точка № 4 (q = 30,5 кПа)

3.4. Настройка сигнала управления $\sigma_{доп}$

Для регулирования степени коррекции предлагается ввести безразмерный коэффициент K, зависящий от величины скоростного напора q следующим образом: если q = 44 кПа (max), то K = 1; если q = 5,5 кПа (min), то K = 0. Пусть значение коэффициента K меняется линейно между узловыми точками. Тогда аппроксимация для K будет иметь вид:

$$K(q) = 0{,}026q - 0{,}143, \qquad (8)$$

где q – скоростной напор, кПа.

Сигнал $\sigma_{доп}$ с учетом формулы (8) формируется так:

$$\sigma_{доп} = K(q)\,\sigma^*_{доп}, \qquad (9)$$

где $\sigma^*_{доп}$ – сигнал управления контура коррекции до настройки (8).

Результаты моделирования, аналогичные приведенным на графиках рис. 7, но с учетом формулы (9) для точек № 1 и № 5, показаны на рис. 8.

3.5. Численное моделирование работы СС с нелинейным объектом управления

Далее выполним численное моделирование работы СС при условиях:

1) объект управления в канале тангажа описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений (2);

2) математическая модель аэродинамических коэффициентов:

2.1) линейная (4),

2.2) нелинейная;

3) структура сигнала управления основного контура соответствует формуле (1);

4) структура сигнала управления дополнительного контура соответствует схеме, приведенной на рис. 1;

5) модель РП описывается дифференциальным уравнением (3), а в разностном виде выглядит так:

$$\delta_{B_i} = a\sigma_{B_{i-1}} + b\delta_{B_{i-1}},$$

где $a = h/T_{РП}$, $b = e^{-h/T_{РП}}$;

6) связь изменения перегрузки с изменением угла атаки описывается формулой (5);

7) интегрирование системы уравнений (2) выполняется методом Рунге – Кутты четвертого порядка, как принято при численном моделировании динамики полета ЛА, шаг интегрирования обозначим h.

Результаты численного моделирования в соответствии с п. 1–7 при h = 0,01 с с линейной моделью аэродинамических коэффициентов представлены на рис. 9.

На графиках, приведенных на рис. 9, результаты для точки № 1 обозначены черной полужирной линией, для точки № 2 – черной тонкой, для точки № 3 – черной пунктирной, для точки № 4 – серой полужирной, для точки № 5 – серой тонкой.

Числовые значения интегральных критериев качества процессов, изображенных на рис. 9, приведены для сравнения в табл. 4. При отработке ступенчатого входного воздействия величины интеграла квадрата ошибки (ИКО) и интеграла взвешенного модуля ошибки (ИВМО) значительно уменьшились. Так, для крайней расчетной точки № 5 величина ИВМО уменьшилась в 4,5 раза.

Качество переходного процесса в СС также было оценено по значению времени регулирования $t_{рег}$ и перерегулированию σ. Результаты оценки значений данных параметров приведены в табл. 5.

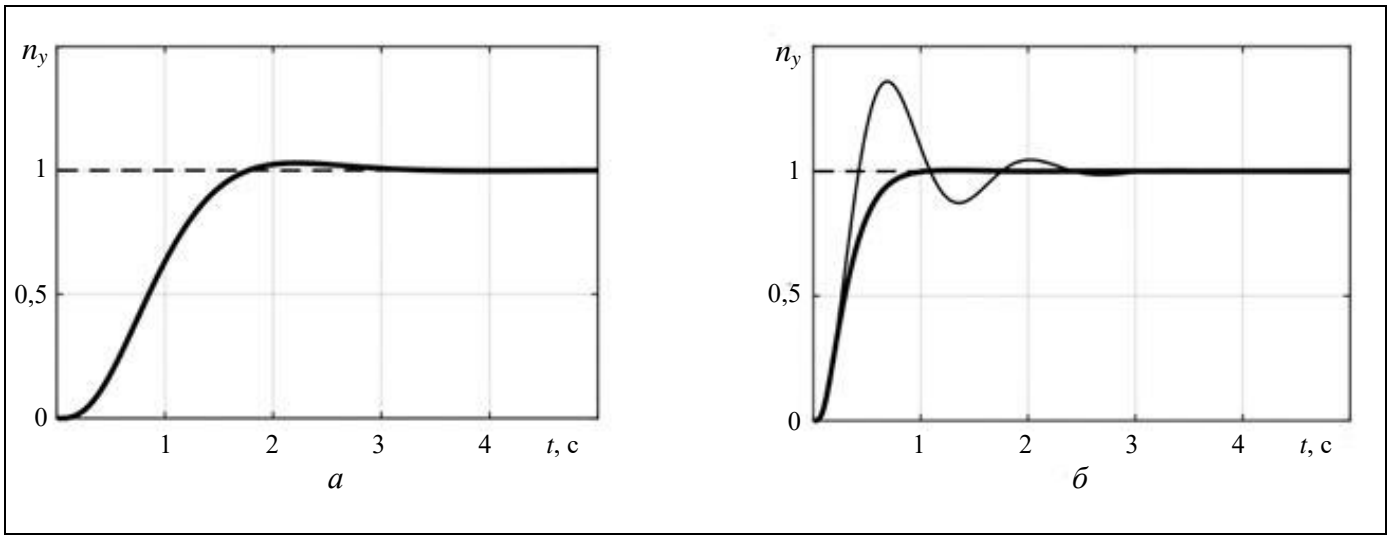


Рис. 8. Графики процессов на выходе СС с настройкой сигнала управления $\sigma_{доп}$: *а* – точка № 1 (q = 5,5 кПа), *б* – точка № 4 (q = 30,5 кПа)

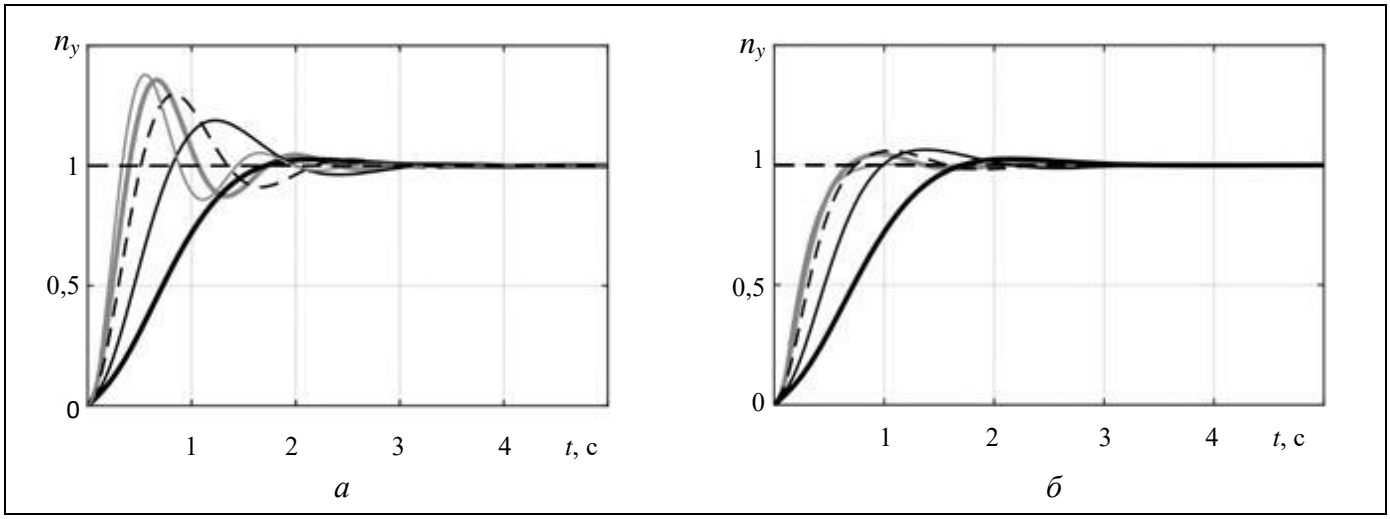


Рис. 9. Графики процессов на выходе СС: *а* – до коррекции, *б* – после коррекции

Таблица 4

Интегральные критерии качества

№ точки	Без коррекции		С коррекцией	
	ИКО $= \int_0^T \left(n_{y\ зад} - n_y\right)^2 dt$	ИВМО $= \int_0^T t\left\|n_{y\ зад} - n_y\right\| dt$	ИКО	ИВМО
1	0,479	0,409	0,479	0,409
2	0,329	0,414	0,312	0,236
3	0,248	0,338	0,213	0,124
4	0,218	0,289	0,178	0,082
5	0,191	0,220	0,160	0,047

Таблица 5

Критерии качества переходного процесса

№ точки	Критерии качества			
	без коррекции		с коррекцией	
	$t_{рег}$, с	σ, %	$t_{рег}$, с	σ, %
1	2,1	6	2,1	6
2	2,4	24	1,6	9
3	1,9	34	1,2	7
4	2	40	0,9	5
5	1,7	42	0,6	0

Так, для расчетной точки № 5 при отработке единичного ступенчатого входного воздействия время $t_{рег}$ уменьшилось в три раза, а перерегулирование σ – на 42 %.

Результаты компьютерного моделирования с нелинейной моделью аэродинамических коэффициентов приведены на рис. 10. Диапазон изменения величины скоростного напора на моделируемой траектории q составил от 25 до 6,5 кПа. Коэффициенты сигнала управления (1) в основном контуре зафиксированы и соответствуют расчетной точке № 1: $K_i = -10{,}86$, $K_n = -0{,}098$, $K\omega_z = -0{,}239$. Коэффициенты дополнительного контура приняты в соответствии с данными, приведенными в табл. 3.

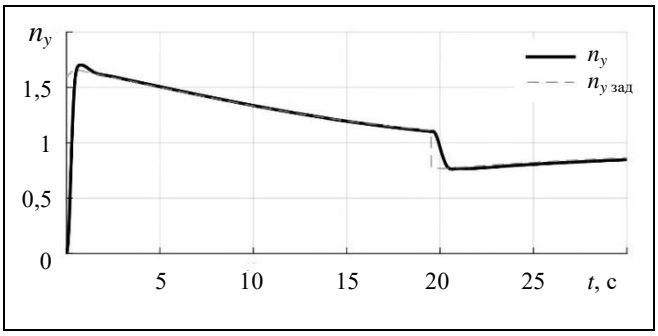


Рис. 10. График процесса на выходе СС с контуром коррекции при нелинейной модели аэродинамических коэффициентов

Для сравнения на рис. 11 приведен результат работы СС без контура коррекции с коэффициентами, вычисленными в зависимости от значения скоростного напора q по данным табл. 1 и 2. На рис. 12 приведены графики отклонений фактических значений параметра n_y от заданных значений $n_{y\ зад}$ для двух типов систем стабилизации.

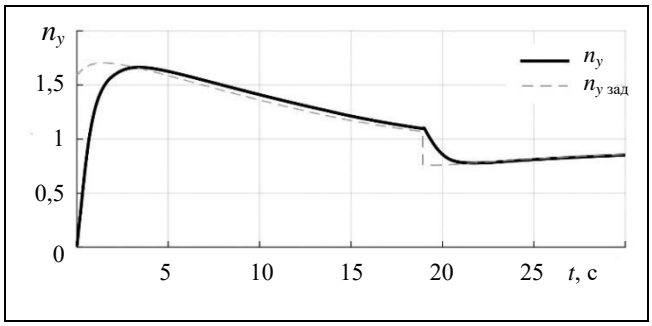


Рис. 11. График процесса на выходе СС без контура коррекции при нелинейной модели аэродинамических коэффициентов

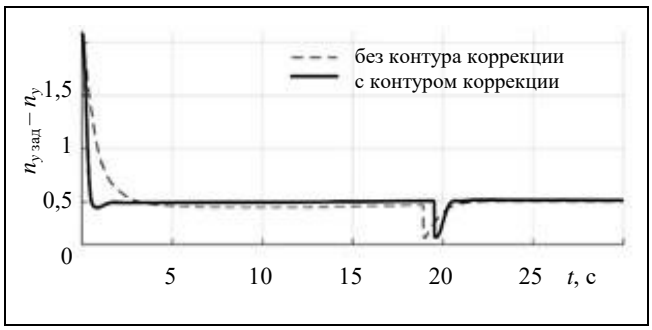


Рис. 12. Графики отклонений фактических значений параметра n_y от заданных значений $n_{y\ зад}$ при нелинейной модели аэродинамических коэффициентов

Из графиков, приведенных на рис. 12, следует, что разработанная адаптивная система стабилизации позволила обеспечить быстрое сокращение ошибки. Приведенные результаты свидетельствуют об эффективности разработанной СС и верном решении задачи синтеза основного контура, а также правильной настройке параметров дополнительного контура. Предложенный алгоритм работает в диапазоне значений углов атаки ±24°. Абсолютное значение угла атаки 24° является предельным для рассматриваемого БЛА самолетного типа.

На рис. 13 приведена новая структурная схема контура коррекции системы стабилизации в канале тангажа по результатам описанных в статье уточнений и изменений (на схеме они выделены полужирным).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен результат разработки алгоритма синтеза математической модели адаптивной системы стабилизации (СС) беспилотного летательного аппарата (БЛА) в канале тангажа с повышенной эффективностью. В основу разработки положен метод коррекции, предложенный для использования в бортовых вычислителях.

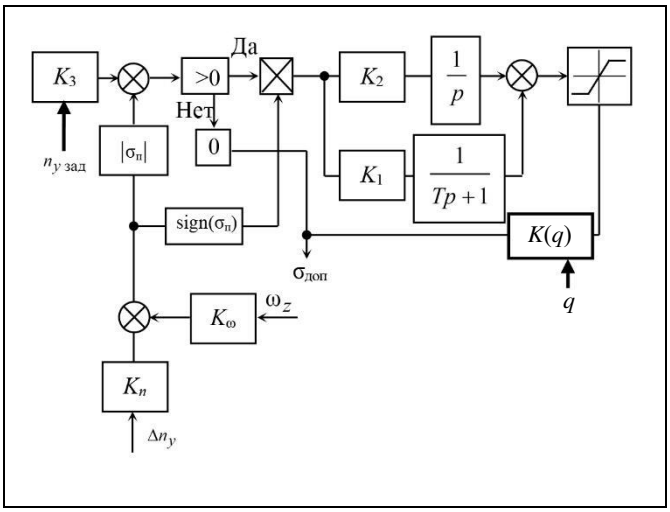


Рис. 13. Структурная схема контура коррекции системы стабилизации в канале тангажа

Результаты моделирования с линеаризованной математической моделью БЛА при различных ступенчатых входных воздействиях показали, что качество работы СС ухудшается, если амплитуда входного воздействия отлична от той, при которой выполнялась настройка контура коррекции. В связи с этим было предложено внести следующие изменения в структуру дополнительного контура:

– заданное входное воздействие рассматривать как входной сигнал;

– ввести коэффициент, зависящий от величины скоростного напора и позволяющий контролировать степень коррекции.

По результатам компьютерного моделирования при интегрировании методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности и на основании полученных значений интегральных критериев качества было показано, что система стабилизации с новым контуром коррекции обладает хорошим качеством стабилизации, перерегулирование не обнаружено при высоком быстродействии до 0,6 с.

Реализация математической модели СС выполнена в виде программного кода. Результаты моделирования показали, что представленный алгоритм синтеза СС с предложенной структурой контура коррекции позволяет сократить время, затрачиваемое на процедуру синтеза, в несколько раз по сравнению с классическим методом замороженных коэффициентов вследствие выполнения синтеза классическим методом всего для одной расчетной точки (с минимальным скоростным напором) из области возможного применения БЛА. Время на настройку постоянных коэффициентов контура коррекции для обеспечения работы СС во всем диапазоне режимов применения БЛА (до точки

максимальным скоростным напором) по сравнению с синтезом основного контура незначительно.

Предложенный в статье подход к синтезу рекомендован к применению при разработке цифровых адаптивных систем стабилизации беспилотных летательных аппаратов в канале тангажа для случаев, когда необходимо повысить качество стабилизации в рассматриваемом диапазоне режимов работы БЛА при сокращении затрат на процедуру синтеза.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лебедев А.А., Карабанов В.А.* Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 1965. – 528 с. [*Lebedev, A.A., Karabanov, V.A.* Dinamika sistem upravleniya bespilotnymi letatel'nymi apparatami. – M.: Mashinostroenie, 1965. – 528 s. (In Russian)]
2. *Обносов Б.В., Воронов Е.М., Микрин Е.А.* и др. Стабилизация, наведение, групповое управление и системное моделирование беспилотных летательных аппаратов. Современные подходы и методы: в 2 т. / под ред. Е.М. Воронова, Е.А. Микрина, Б.В. Обносова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. – 464 с. [*Obnosov, B.V., Voronov, E.M., Mikrin, E.A.,* et al. Stabilizatsiya, navedenie, gruppovoe upravlenie i sistemnoe modelirovanie bespilotnykh letatel'nykh apparatov. Sovremennye podkhody i metody: 2 t. / pod. red. E.M. Voronova, E.A. Mikrina, B.V. Obnosova. – M.: Izdatel'stvo MGTU im. N.E. Baumana, 2018. – 464 s. (In Russian)]
3. *Onuora A.E., Mbaocha C.C., Eze P.C., Uchegbu V.C.* Unnamed Aerial Vehicle Pitch Optimization for Fast Response of Elevator Control System // International Journal of Scientific Engineering and Science. – 2018. – Vol. 2. – P. 16–18.
4. *Rodalski T., Nowak D., Walek L., Rzonca, D.* Control System for Aircraft Take-off and Landing Based on Modified PID controllers // MATEC Web of Conferences. – 2019. – Vol. 252, art. no. 06008. – DOI: https://doi.org/10.1051/matecconf/201925206008.
5. *Сахарчук Д.А., Сивашко А.Б., Кругликов С.В.* и др. Направления создания и развития беспилотных авиационных комплексов – Наукоемкие технологии, 2014. – Т. 15, № 5. – С. 22–26. [*Sakharchuk, D.A., Sivashko, A.B., Kruglikov, S.V.,* et al. Napravleniya sozdaniya i razvitiya bespilotnykh aviatsionnykh kompleksov – Naukoemkie tekhnologii, 2014. – Vol. 15, no. 5, – P. 22 – 26. (In Russian)]
6. *Живов Ю.Г., Поединок А.М.* Адаптивная система управления продольным движением самолета. – Ученые записки ЦАГИ. – 2012. – Т. XLIII, № 5. – С. 91–100. [*Zhivov, Yu. G., Poedinok, A.M.* Adaptivnaya Sistema upravleniya prodol'nym dvizheniem samoleta. – Uchenye zapiski TSAGI. – 2012. – Vol. XLIII, no. 5, – S. 91–100. (In Russian)]
7. *Васильев С.Н.* Проблемы управления сложными динамическими объектами авиационной и космической техники. Монография / под ред. акад. РАН С.Н. Васильева. – М.: Машиностроение, 2015. – 519 с. [*Vasil'ev, S.N.* Problemy upravleniya slozhnymi dinamicheskimi ob'ektami aviatsionnoi i kosmicheskoi tekhniki. Monografiya / pod red. akad. RAN S.N. Vasil'eva. – M.:Mashinostroenie, 2015. – 519 s. (In Russian)]
8. *Гребенкин В.А.* Разработка алгоритмов автоматического выравнивания траектории на посадке с использованием интерцепторного управления. Навигация и управление ЛА // Труды МИЭА. – 2013. – № 6. – С. 2–17. [*Grebenkin, V.A.* Razrabotka algoritmov avtomaticheskogo vyravnivaniya traektorii na posadke s ispol'zovaniem interseptornogo upravleniya. Navigatsiya i upravlenie LA // Trudy MIEHA. – 2013. – No. 6. – S. 2–17. (In Russian)]
9. *Куликов, Л.И.* Синтез алгоритма управления полетом беспилотного летательного аппарата парашютного типа в режиме барражирования на заданной высоте // Труды 9-й научно-практической конференции «Перспективные системы и задачи управления» и 4-й молодежной школы-семинара «Управление и обработка информации в технических системах». – Таганрог, 2014. – С. 226–227. [*Kulikov, L.I.* Sintez algoritma upravleniya poletom bespilotnogo letatel'nogo apparata parashutnogo tipa v rezhime barrazhirovaniya na zadannoi vysote // Trudy 9-oi Nauchno-prakticheskoi konferentsii “Perspektivnye sistemy i zadachi upravleniya” i 4-oi molodezhnoi shkoly-seminara “Upravlenie i obrabotka informatsii v tekhnicheskikh sistemakh”. – Taganrog, 2014. – S. 226–227. (In Russian)]
10. *Попова, И.В., Земсков, А.В., Лестев. А.М., Пестова К.С.* Алгоритмы управления планирующими беспилотными летательными аппаратами «воздух-поверхность» // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления. – Москва, 2014. – С. 3681–3689. [*Popova, I.V., Zemskov, A.V., Lestev, A.M., Pestova, K.S.* Algoritmy upravleniya planiruyushchimi bespilotnymi letatel'nymi apparatami «vozdukh-poverkhnost'» // Trudy XII Vserossiiskogo soveshchaniya po problemam upravleniya. – Moscow, 2014. – S. 3681–3689. (In Russian)]
11. *Быстров Д.А.* Разработка и исследование алгоритмов адаптации и стабилизации в системе управления ЛА // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и технические науки. – 2014. – № 5/6. С. 3–10. [*Bystrov, D.A.* Razrabotka i issledovanie algoritmov adaptatsii i stabilizatsii v sisteme upravleniya LA // Sovremennaya nauka: aktual’nye problem teorii I praktiki. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki. – 2014. – No. 5/6. – S. 3–10. (In Russian)]
12. *Абдуллина Э.Ю., Ефанов В.Н.* Синтез системы управления углом тангажа с каналом ограничения угла атаки // Изв. вузов. Авиационная техника, 2020. – № 1. – С. 25–32. [*Abdullina, Eh.Yu., Efanov, V.N.* Sintez sistemy upravleniya uglom tangazha s kanalom ogranicheniya ugla ataki // Izv. vusov. Aviatsionnaya tekhnika. – 2020. – No. 1. – S. 25–32. (In Russian)]
13. *Ловчаков В.И.* Синтез линейных систем управления с максимальным быстродействием и заданным перерегулированием // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2020. – Т. 21, № 9. — С. 499–510. [*Lovchakov, V.I.* Sintez lineinykh system upravleniya s maksimal'nym bystrodeistviem i zadannym perereguliroviniem // Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie. – 2020. – T. 21, no. 9. – S. 499–510. (In Russian)]
14. *Пегат А.* Нечеткое моделирование и управление / Пер. с англ. А.Г. Подвесовского, Ю.В. Тюменцева. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 798 с. [*Piegat, A.* Fuzzy Modeling and Control. – Heidelberg: Physica-Verlag, 2001.]
15. *Васильев В.И., Ильясов Б.Г.* Интеллектуальные системы управления. Теория и практика: учебное пособие. – М.: Радиотехника, 2009. – 392 с. [*Vasil'ev, V.I., Il'yasov, B.G.* Intel-

lektual'nye sistemy upravleniya. Teoriya i praktika: uchebnoe posobie. – M.: Radiotekhnika. – 2009. – 392 s. (In Russian)]

16. *Первушина Н.А., Хакимова А.Н.* Разработка математических моделей нечетких регуляторов с настройкой генетическим алгоритмом для стабилизации динамического объекта // Проблемы управления. – 2020. – № 4. – С. 3–14. [*Pervushina, N.A., Khakimova, A.N.* Development of Mathematical Models of Fuzzy Controllers Set by Genetic Algorithm to Stabilize Dynamic Object. – Control Sciences. – 2020. – No. 4. – S. 3–14. (In Russian)]
17. *Бураков М.В., Яковец О.Б.* Нечеткое управление силовым гироскопическим прибором // Изв. вузов. Приборостроение. – 2015. – Т. 58, № 10. – С. 804–808. [*Burakov, M.V., Yakovets, O.B.* Nechetkoe upravlenie silovym giroskopicheskim priborom // Izv. vuzov. Priborostroenie. – 2015. – Vol. 58, no. 10. – P. 804–808. (In Russian)]
18. *Лысенко Л.Н., Кыонг Н.Д., Чыонг Ф.В.* Моделирование движения дистанционно пилотируемого ЛА с модифицированным нечетким регулятором в контуре управления полетом // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. – 2013. – № 2. – С. 24 – 30. [*Lysenko, L.N., Kyong, N.D., Chyong, F.V.* Modelirovanie dvizheniya distantsionno pilotiruemogo LA s modifitsirovannym nechetkim regulyatorom v konture upravleniya poletom // Polet. Obshcherossiiskii nauchno-tekhnicheskii zhurnal. – 2013. – No. 2. – P. 24–30. (In Russian)]
19. *Ульянов Г.Н., Иванов С.А., Владыко А.Г.* Модель канала управления беспилотного летательного аппарата с нечетким контроллером // Информационно-управляющие системы. – 2012. – № 4. – С. 70–73. [*Ul'yanov, G.N., Ivanov, S.A., Vladyko A.G.* Model' kanala upravleniya bespilotnogo letatel'nogo apparata s nechetkim kontrollerom // Informatsionno-upravlyayushchie sistemy. – 2012. – No. 4. – P. 70–73. (In Russian)]
20. *Матвеев Е.Н., Глинчиков В.А.* Нечеткий логический вывод в системе управления беспилотного летательного аппарата // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Техника и технологии. – 2011. – № 4. – С. 79–91. [*Matveev, E.N., Glinchikov, V.A.* Nechetkii logicheskii vyvod v sisteme upravleniya bespilotnogo letatel'nogo apparata // Zhurnal Sibirskogo federal'nogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii. – 2011. – No. 4. – P. 79–91. (In Russian)]
21. *Sarabakha, A., Kayacan, E.* Type-2 Fuzzy Logic Controllers Made Even Simpler: From Design to Deployment for UAVs // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2018. – Vol. 65, no. 6. – P. 5069–5077.
22. *Михалев И.А., Окоемов Б.Н., Чикулаев М.С.* Системы автоматического управления самолетом – М.: Машиностроение, 1987. – 240 с. [*Mikhalev, I.A., Okoemov, B.N., Chikulaev, M.S.* Sistemy avtomaticheskogo upravleniya samoletom. – M.: Mashinostroenie, 1987. – 240 s. (In Russian)]
23. *Бесекерский В.А., Попов Е.П.* Теория систем автоматического регулирования. – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб.: Профессия, 2007. – 752 с. [*Besekerskii, V.A., Popov, E.P.* Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya. – 4-e izd., pererab i dop. – SPb.: Professiya, 2007. – 752 s. (In Russian)]
24. *Остославский И.В., Стражева И.В.* Динамика полета. Траектории летательных аппаратов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1969. – 499 с. [*Ostoslavskii, I.V., Strazheva, I.V.* Dinamika poleta. Traektorii letatel'nykh apparatov. – 2-e izd., pererab. i dop. – M.: Mashinostroenie, 1969. – 499 s. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии Л.Б. Рапопортом.

Поступила в редакцию 21.12.2021,
после доработки 17.08.2022.
Принята к публикации 27.09.2022.

Первушина Наталья Александровна – канд. физ.- мат. наук,
✉ p-n-a100678@yandex.ru,

Фролова Антонина Дмитриевна – инженер-исследователь,
✉ antonina.garishina@yandex.ru,

Федеральное государственное унитарное предприятие «Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики имени академика Е.И. Забабахина», г. Снежинск.

DESIGNING AN ADAPTIVE STABILIZING SYSTEM FOR AN UNMANNED AERIAL VEHICLE

N.A. Pervushina[1] and A.D. Frolova[2]

Zababakhin All-Russian Research Institute of Technical Physics (VNIITF),
Russian Federal Nuclear Center, Snezhinsk, Russia

[1]✉ p-n-a100678@yandex.ru, [2]✉ antonina.garishina@yandex.ru

Abstract. This paper presents a mathematical model of an efficient adaptive stabilizing system in the pitch channel of an unmanned aerial vehicle. The model is described by a functional block diagram and is based on a correction method proposed for onboard computers. Some structural modifications are suggested for the correction loop to improve the performance of the stabilizing system of the nonlinear dynamic item under control mode switching. The operation of the stabilizing system is simulated with the tuned parameters of the correction loop under fixed gains of the main loop. The new structure of the correction loop in the stabilizing system demonstrates high efficiency in the operation modes of the vehicle. Due to the proposed design procedure, the stabilizing system with the new structure of the correction loop is constructed several times faster compared with the classical method of fixed factors.

Keywords: unmanned aerial vehicle, pitch channel, stabilizing system, mathematical modeling, design, the efficiency of a stabilizing system.

УДК 681.5.075 DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2022.5.2

УСЛОВИЕ ОГРАНИЧЕННОСТИ АНИЗОТРОПИЙНОЙ НОРМЫ ДЛЯ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ С МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫМИ ШУМАМИ

А.В. Юрченков

Аннотация. Проводится анизотропийный анализ для линейных дискретных стационарных систем с мультипликативными шумами. Используется описание динамики системы в пространстве состояний. Внешнее возмущение принадлежит классу последовательностей случайных векторов с ограниченным уровнем средней анизотропии. Мультипликативные шумы центрированы и имеют единичные дисперсии. Внешнее возмущение и мультипликативные шумы предполагаются взаимно независимыми. Для рассматриваемой системы получено условие ограниченности анизотропийной нормы в терминах неравенства типа Риккати на основе леммы о вещественной ограниченности в рамках анизотропийной теории. Показано, что с помощью специального преобразования можно свести задачу анализа ограниченности анизотропийной нормы к задаче выпуклой оптимизации с дополнительными ограничениями. Из существования решения задачи выпуклой оптимизации будет следовать ограниченность анизотропийной нормы системы с мультипликативными шумами, а минимальная верхняя граница анизотропийной нормы может быть получена после решения соответствующей задачи выпуклой оптимизации.

Ключевые слова: анизотропийная теория, анизотропийная норма, мультипликативные шумы, стационарные системы, лемма о вещественной ограниченности.

ВВЕДЕНИЕ

Подавление влияния внешних возмущений до сих пор остается одной из наиболее актуальных задач в теории управления [1, 2]. Впервые появившись в середине прошлого века, когда сложность технических систем достигла уровня, при котором высокая точность была одним из приоритетов, направление, связанное с парированием возмущений, сформировало целый раздел в современной теории управления с множеством приложений для различного вида систем [3–5]. При этом в задачах движения по заданной траектории на объект управления могут действовать возмущения, стохастические характеристики которых существенно влияют на выбор закона управления. Варианты решения задачи подавления влияния внешних возмущений с ограниченной энергией рассмотрены в работах [6, 7]. Этот подход обеспечивает оптимальность синтезированного управления, но обладает и недостатком: регуляторы имеют большую размерность. Особенности технической реализации оптимальных законов управления для непрерывных систем с ограниченными возмущениями проанализированы в статье [8].

В теории управления решены задачи управления не только для случая ограниченных возмущений. В $\mathcal{H}_2$-теории рассмотрены случайные возмущения с известными стохастическими характеристиками, для $\mathcal{H}_\infty$-законов управления выбираются квадратично интегрируемые в непрерывном и квадратично суммируемые в дискретном случае возмущения [9]. Выбор критерия оптимальности во многом зависит от вида возмущений, поскольку $\mathcal{H}_\infty$-регуляторы обладают повышенным консерватизмом из-за предположения о том, что вход системы является «наихудшим», и дают результаты, далекие от оптимальных, при слабо окрашенных возмущениях в противовес $\mathcal{H}_2$-законам управления, ориентированным на случай отсутствия неопределенности в стохастических параметрах гауссовских возмущений.

Несмотря на предложенную смешанную $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$-постановку задачи, направленную на нивелирование недостатков каждого упомянутого метода борьбы с возмущениями [10, 11], где разные типы воздействия на систему разделены по каналам, был разработан стохастический подход к $\mathcal{H}_\infty$-оптимизации [12–14]. Этот подход был пред-

ложен И.Г. Владимировым и получил название *анизотропийная теория управления*. Введенное понятие *анизотропии* случайного вектора, представляющее собой меру неопределенности для функции распределения этого вектора, позволило уменьшить консерватизм, свойственный $\mathcal{H}_\infty$-теории. Для стационарных гауссовских последовательностей случайных векторов было введено определение уровня *средней анизотропии*. Критерий качества – *анизотропийная норма* – выбран в виде стохастической $\mathcal{H}_\infty$-нормы системы. В рамках анизотропийной теории управления для линейных стационарных и нестационарных детерминированных моделей были решены задачи анализа и синтеза фильтров и регуляторов. Впервые задача анализа со случайными матрицами в описании объекта в пространстве состояний была поставлена в работе [15], что позволило позднее рассмотреть системы с мультипликативными шумами. Такой вид описания динамики характерен для механических систем, финансовых моделей, химических реакций [16, 17], сетевых систем [18, 19], что стимулирует интерес к изучению систем с мультипликативными шумами.

Первые работы в рамках анизотропийной теории, касающиеся формирования управления для системы с мультипликативными шумами, были оценочными и основывались на подходе мажорирования анизотропийной нормы сверху, для которой был предложен один из способов формирования управления [20]. В работе [21] рассматривалась задача анализа, но точный метод вычисления анизотропийной нормы был разработан в статье [22] на основе подхода, изложенного в работе [15]. После решенной задачи анализа естественным образом удалось получить решение задачи построения оценки в случае коррекции отказа в измерениях [23] и оценки на основе сети датчиков [24]. В случае использования сети датчиков в задачах оценки одним из возможных способов повышения эффективности полученной оценки является настройка схемы обмена информации между датчиками, что отражено в работе [25]. Перечисленные результаты относятся к нестационарным системам; в свою очередь, для стационарных систем в статье [26] решена задача анализа, на основе которой в настоящей работе будет показано, что решение задачи анизотропийного анализа может быть сведено к разрешимости систем матричных неравенств с выпуклыми ограничениями.

В § 1 приводятся краткие сведения из анизотропийной теории, в § 2 – постановка задачи, в § 3 – основной результат, в § 4 представлено моделирование.

1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

В данном параграфе перечислены только базовые определения анизотропийной теории для дискретных нестационарных систем. Более полное описание можно найти в работах [27, 28].

1.1. Средняя анизотропия и анизотропийная норма

Определение средней анизотропии последовательности случайных векторов было введено в работе [13]. Для функции плотности распределения вероятностей $f(x)$ случайного m-мерного вектора $w \in \mathbb{R}^m$ анизотропия определяется следующим образом:

$$\mathcal{A}(w) = \min_{\lambda>0} \mathcal{D}(f \,\|\, p_\lambda),$$

где эталонная функция распределения вероятностей $p_\lambda(x)$ – центрированная гауссовская со скалярной ковариационной матрицей λI_m

$$p_\lambda(x) = (2\pi\lambda)^{-m/2} \exp\left(-\frac{\|x\|^2}{2\lambda}\right),$$

а $\mathcal{D}(f \,\|\, p_\lambda)$ представляет собой информационное уклонение Кульбака – Лейблера для функции f относительно p_λ:

$$\mathcal{D}(f \,||\, p_\lambda) = E\left[\ln \frac{f}{p_\lambda}\right],$$

где $E[\cdot]$ – оператор математического ожидания.

Средняя анизотропия последовательности случайных векторов $W = \{w_k\}$ представляет собой усреднение по времени анизотропии неограниченно растущего фрагмента последовательности

$$\bar{\mathcal{A}}(W) = \lim_{N\to\infty} \frac{\mathcal{A}(W_{0:N-1})}{N},$$

где $W_{0:N-1} = \left(w_0^{\mathrm{T}}, \ldots, w_{N-1}^{\mathrm{T}}\right)^{\mathrm{T}}$ – расширенный вектор. Более развернутый материал, касающийся определения и свойств средней анизотропии, изложен в работе [28].

Рассмотрим линейную систему F с входной $W \in \mathbb{L}_2^m$ и выходной $Z \in \mathbb{L}_2^p$ последовательностями соответственно. Если последовательность W получена с помощью линейного фильтра G из белошумной гауссовской последовательности V, то каждый случайный вектор w_j из последовательности может быть представлен в виде

$$w_j = \sum_{k=0}^{\infty} g_k v_{j-k}, \quad j \in \mathbb{Z},$$

где $g_k \in \mathbb{R}^{m\times m}$, $k \geq 0$ – импульсная функция. Генерирующий фильтр G связан со своей передаточной функцией $G(z)$ следующим образом:

$$G(z) = \sum_{k=0}^{\infty} g_k z^k$$

для $|z| < 1$, $z \in \mathbb{C}$. Передаточная функция $G(z)$ имеет конечную $\mathcal{H}_2$-норму $\|G\|_2$, которую можно вычислить, пользуясь выражением

$$\|G\|_2 = \left(\sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{tr}\left(g_k g_k^{\mathrm{T}} \right) \right)^{1/2}.$$

Обозначим в качестве $F(z)$ передаточную функцию линейной системы F, имеющую конечную $\mathcal{H}_\infty$-норму

$$\|F\|_\infty = \sup_{|z|<1} \bar{\sigma}\left(F(z) \right) = \operatorname*{ess\,sup}_{-\pi\leq\omega\leq\pi} \bar{\sigma}\left(\hat{F}(\omega) \right),$$

где $\bar{\sigma}(\cdot)$ – максимальное сингулярное число матрицы, $\hat{F}(\omega) = \lim_{\rho\to 1-} F\left(\rho e^{i\omega} \right)$.

В анизотропийной теории управления множество линейных фильтров, генерирующих последовательности с ограниченной средней анизотропией, обозначают следующим образом:

$$\mathcal{G}_a = \left\{ G \in \mathcal{H}_2^{m\times m} : \ W = GV, \ \bar{\mathcal{A}}\left(W \right) \leq a \right\},$$

где $\mathcal{H}_2^{m\times m}$ – пространство Харди комплекснозначных матричных функций, аналитичных внутри единичного круга, $V = \left\{ v_k \right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ – центрированная гауссовская последовательность с единичной ковариационной матрицей [12]. Анизотропийная норма линейной стационарной системы F со входом W, генерируемым фильтром G, имеет вид

$$||| F |||_a = \sup \left\{ \frac{\|FG\|_2}{\|G\|_2} : G \in \mathcal{G}_a \right\}.$$

Для причинной системы $F \in \mathcal{H}_\infty^{p\times m}$, для которой выполнено условие $\frac{\|F\|_2}{\sqrt{m}} < \|F\|_\infty$, анизотропийная норма всегда принимает промежуточное значение

$$\frac{1}{\sqrt{m}} \|F\|_2 = \lim_{a\to 0} ||| F |||_a \leq ||| F |||_a \leq \lim_{a\to\infty} ||| F |||_a = \|F\|_\infty .$$

Указанное свойство позволяет говорить об анизотропийной теории как об обобщающей для $\mathcal{H}_2$- и $\mathcal{H}_\infty$-теорий, поскольку в качестве предельных случаев, когда средняя анизотропия равна нулю или стремится к бесконечности, можно получить либо масштабированную $\mathcal{H}_2$-норму, либо $\mathcal{H}_\infty$-норму линейной стационарной системы. В случае, когда средняя анизотропия принимает промежуточные значения, анизотропийную норму можно назвать компромиссной между указанными нормами.

Для возмущающих последовательностей с уровнем средней анизотропии, отличным от нуля, анизотропийная норма представляет собой стохастический аналог $\mathcal{H}_\infty$-нормы, позволяющей использовать информационный критерий о неравномерности распределения внешнего возмущения для уменьшения консервативности классической $\mathcal{H}_\infty$-нормы системы, рассчитанной на «наихудший» случай.

1.2. Вычисление анизотропийной нормы

Рассмотрим описание системы в пространстве состояний:

$$F : \begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bw_k, \\ z_k = Cx_k + Dw_k, \end{cases} \tag{1}$$

где $x_k \in \mathbb{R}^{n_x}$ – состояние, $w_k \in \mathbb{R}^{m_w}$ – возмущение, $z_k \in \mathbb{R}^{p_z}$ – выход системы. Матрицы системы A, B, C, D стационарны и имеют соответствующие размерности, система считается устойчивой, когда спектральный радиус матрицы A ограничен единицей: $\rho(A) < 1$. Внешнее возмущение представляет собой окрашенную последовательность, т. е. она получена с помощью генерирующего фильтра из белошумной последовательности V. Состояние w_k фильтра G является линейной комбинацией состояния системы (1) и элемента гауссовской последовательности V:

$$w_k = Lx_k + \Sigma^{1/2} v_k,$$

где $\Sigma \in \mathbb{R}^{m_w\times m_w}$ – симметричная положительно определенная матрица, $L \in \mathbb{R}^{m_w\times n_x}$ – матрица, обеспечивающая асимптотическую устойчивость для $A + BL$. Существует параметр $q \in \left[0, \|F\|_\infty^{-2} \right)$, связывающий через уравнение специального вида уровень средней анизотропии a и анизотропийную норму линейной стационарной системы с решениями уравнений Риккати и Ляпунова, выраженных через матрицы пространства состояний [14]:

$$||| F |||_a = \left(\frac{1}{q} \left(1 - \frac{m_w}{\mathrm{tr}\left(LPL^{\mathrm{T}} + \Sigma \right)} \right) \right)^2,$$

при этом генерирующий фильтр G гарантирует уровень средней анизотропии, равный a, связан-

ный с ковариационной матрицей Σ следующим образом:

$$a = -\frac{1}{2}\ln\det\left(\frac{m_w\Sigma}{\operatorname{tr}\left(LPL^{\mathrm{T}}+\Sigma\right)}\right), \qquad (2)$$

где $P \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ – решение уравнения Ляпунова

$$P = \left(A+BL\right)P\left(A+BL\right)^{\mathrm{T}} + B\Sigma B^{\mathrm{T}}, \qquad (3)$$

параметры q, L, Σ связаны с решением уравнения Риккати:

$$\begin{gathered} R = A^{\mathrm{T}}RA + qC^{\mathrm{T}}C + L^{\mathrm{T}}\Sigma^{-1}L, \\ \Sigma = \left(I_{m_w} - qD^{\mathrm{T}}D - B^{\mathrm{T}}RB\right)^{-1}, \\ L = \Sigma\left(B^{\mathrm{T}}RA + qD^{\mathrm{T}}C\right). \end{gathered} \qquad (4)$$

Более подробно вопросы анализа в анизотропийной теории управления изложены в работах [13, 14]. Перечисленные понятия относятся только к линейным стационарным системам, что составляет лишь часть моделей, рассматриваемых в анизотропийной теории.

1.3. Субоптимальная задача

Система матричных связанных уравнений (2)–(4) является нелинейной, что затрудняет поиск численного решения. По этой причине вместо решения оптимальных задач в анизотропийной теории часто останавливаются на решении субоптимальных, для которых разработан эффективный численный метод решения. Этот метод на основе выпуклой оптимизации позволяет найти такое значение γ, которое служит ограничением сверху на анизотропийную норму $|||F|||_a$ системы (1). Более подробно материал о численных методах решения субоптимальных задач в анизотропийной теории управления изложен в работах [29, 30].

Для линейной системы вида (1) анизотропийная норма ограничена числом γ, если неравенства

$$\eta - \left(\exp\left(-2a\right)\det\Xi\right)^{1/m_w} < \gamma^2, \qquad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \Xi - \eta I_{m_w} & * & * \\ B & -\Theta & * \\ D & 0 & -I_{p_z} \end{bmatrix} \prec 0, \qquad (6)$$

$$\begin{bmatrix} -\Theta & * & * & * \\ 0 & -\eta I_{m_w} & * & * \\ A & B & -\Theta & * \\ C & D & 0 & -I_{p_z} \end{bmatrix} \prec 0 \qquad (7)$$

имеют положительно определенные решения $\Xi \in \mathbb{R}^{m_w \times m_w}$, $\Theta \in \mathbb{R}^{p_z \times p_z}$ и параметр $\eta > 0$, симметричные относительно главной диагонали блоки обозначены символом $*$. Достаточные условия ограниченности анизотропийной нормы заданным числом γ вида (5)–(7) можно получить из уравнений (2)–(4) при переходе к неравенству с помощью леммы Шура, соответствующих замен переменных и свойств решений уравнений и неравенств Риккати [29]. Здесь и далее неравенства типа (6) и (7) понимаются в смысле положительной или отрицательной определенности.

Линейные матричные неравенства (6) и (7) получены путем конгруэнтных преобразований: после применения леммы Шура необходимо умножить эти неравенства слева и справа на матрицы $\operatorname{blockdiag}\left(I_{m_w}, \Theta, I_{p_z}\right)$ и $\operatorname{blockdiag}\left(I_{p_z}, I_{m_w}, \Theta, I_{p_z}\right)$ соответственно.

Замечание 1. Указанный прием перехода к матричным неравенствам является не единственным способом получения субоптимального решения на основе исходной оптимальной задачи. При использовании замены $\Theta^{-1} = \Pi$ можно ввести неравенство

$$\begin{bmatrix} \Theta & I_{p_z} \\ I_{p_z} & \Pi \end{bmatrix} \succ 0, \qquad (8)$$

что позволяет избавиться от нелинейности в неравенствах (6) и (7) и воспользоваться алгоритмом вычисления взаимообратных матриц Θ и Π [31, 32].

Сама задача оптимизации формулируется следующим образом:

$$\gamma^2 \underset{\Theta,\Xi,\eta,\gamma^2}{\rightarrow} \min$$

при условиях (5)–(8). Поиск минимального значения γ^2 может быть проведен с помощью стандартных процедур оптимизации в прикладных пакетах программ.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим линейную дискретную стационарную систему F с реализацией в пространстве состояний вида (1), $w_k \in \mathbb{R}^{m_w}$ – возмущение, средняя анизотропия которого ограничена заданным числом a, матрица собственной динамики системы представляется в виде линейной комбинации известных матриц со случайными коэффициентами

$$A = A_0 + \sum_{i=1}^{n} \xi_{i,k} A_i, \qquad (9)$$

случайные величины $\xi_{i,k}$, $i = \{1, \ldots, n\}$, имеют нулевое среднее и единичную ковариацию, существования первых двух моментов этих величин достаточно для применения методов анизотропий-

ной теории. Матрицы $A_i,\ i=\{0,\ldots,n\}, B, C, D$ известны и имеют соответствующие размерности. Дополнительное условие, которое является аналогом гурвицевости матрицы в классическом случае стационарных дискретных систем, имеет вид

$$\lim_{k\to\infty}\rho\left(\left(E\left[A^k\right]\right)^{\frac{1}{k}}\right)<1, \qquad (10)$$

где $\rho(\cdot)$ – спектральный радиус.

Задача состоит в поиске условия для матриц системы (1), (9), при выполнении которого анизотропийная норма будет ограничена заданным числом γ:

$$|||F|||_a \le \gamma.$$

3. ОСНОВНОЙ РЕЗУЛЬТАТ

В общем случае все матрицы системы (1) могут содержать мультипликативные шумы, но мы остановимся именно на представленной постановке задачи, поскольку одним из практических приложений для таких моделей является исследование систем датчиков со случайными отказами, где в замкнутой системе мультипликативные шумы содержатся только в матрице A.

Следующая лемма будет использоваться как инструмент для вывода условия ограниченности анизотропийной нормы системы (1) при условии (9).

Лемма [26]. *Анизотропийная норма* $|||F|||_a$ *системы* (1) *с дополнительными условиями* (9), (10) *ограничена положительным числом* γ, *если существуют положительно определенные матрицы* $R_1, R_2 \in \mathbb{R}^{n_x\times n_x}$ *и параметр* $q\in\left[0,\|F\|_\infty^{-2}\right)$, *удовлетворяющие системе модифицированных уравнений типа Риккати*

$$\begin{gathered} R_1=\sum_{i=0}^{n}A_i^{\mathrm{T}}R_1A_i+qC^{\mathrm{T}}C,\\ R_2=A_0^{\mathrm{T}}R_2A_0+L^{\mathrm{T}}S^{-1}L,\\ S=\left(I_{m_w}-qD^{\mathrm{T}}D-B^{\mathrm{T}}R_1B-B^{\mathrm{T}}R_2B\right)^{-1},\\ L=S\left(qD^{\mathrm{T}}C+B^{\mathrm{T}}R_1A_0+B^{\mathrm{T}}R_2A_0\right), \end{gathered} \qquad (11)$$

и неравенству специального вида

$$-\frac{1}{2}\ln\det\left(\left(1-q\gamma^2\right)S\right)\ge a, \qquad (12)$$

где $a>0$ *– граница уровня средней анизотропии для входной последовательности случайных векторов* $\{w_k\}$.

Данная лемма является модифицированным аналогом леммы о вещественной ограниченности для стационарных систем в рамках анизотропийной теории управления [33]. Для того чтобы нелинейность в формулах (11) и (12) не помешала найти решение поставленной задачи, необходимо свести уравнения к линейным матричным неравенствам с дополнительным выпуклым ограничением. Перед тем, как сформулировать этот результат в виде теоремы, докажем следующее утверждение.

Теорема 1. *Если средняя анизотропия возмущения* $\{w_k\}$ *системы* (1) *ограничена числом* $a\ge 0$ *при условии* (10), *то при существовании решения неравенства*

$$\begin{gathered} \tilde{R}\succ\sum_{i=0}^{n}A_i^{\mathrm{T}}RA_i+qC^{\mathrm{T}}C+L^{\mathrm{T}}S^{-1}L,\\ S=\left(I_{m_w}-qD^{\mathrm{T}}D-B^{\mathrm{T}}\tilde{R}B\right)^{-1},\\ L=S\left(B^{\mathrm{T}}\tilde{R}A_0+qD^{\mathrm{T}}C\right), \end{gathered} \qquad (13)$$

в совокупности с неравенством специального вида

$$-\frac{1}{2}\ln\det\left(\left(1-q\gamma^2\right)S\right)\ge a,$$

где решение $\tilde{R}\succ 0,\ S\succ 0,\ q\in\left[0,\|F\|_\infty^{-2}\right)$, *анизотропийная норма системы* (1) *при условии* (9) *будет ограничена числом* $\gamma>0$.

Доказательство теоремы 1. Введем новую матричную переменную вида

$$R=R_1+R_2,$$

которая будет удовлетворять уравнению, подобному уравнению Риккати

$$\begin{gathered} R=\sum_{i=0}^{n}A_i^{\mathrm{T}}RA_i+qC^{\mathrm{T}}C+L^{\mathrm{T}}S^{-1}L-\sum_{i=1}^{n}A_i^{\mathrm{T}}R_2A_i,\\ S=\left(I_{m_w}-qD^{\mathrm{T}}D-B^{\mathrm{T}}RB\right)^{-1},\\ L=S\left(qD^{\mathrm{T}}C+B^{\mathrm{T}}RA_0\right), \end{gathered}$$

полученному на основе формулы (11) с учетом введенной переменной R. Тогда согласно свойствам решений уравнений и неравенств Риккати [34] будет существовать матрица $\tilde{R}=\tilde{R}^{\mathrm{T}}\succ 0$, удовлетворяющая неравенству (13). ♦

Несмотря на то, что теорема 1 содержит достаточные условия ограниченности анизотропийной нормы системы с мультипликативными шумами, их проверка осложняется нелинейностью, присутствующей в формулах (12) и (13). Следующее утверждение содержит условие ограниченности анизотропийной нормы в терминах линейных матричных неравенств с выпуклым ограничением.

Теорема 2. *Для системы с мультипликативными шумами* (1) *и дополнительными условиями* (9) *и* (10) *при ограниченности уровня средней анизотропии внешнего возмущения числом* $a \geq 0$ *анизотропийная норма системы не будет превышать порогового значения* γ

$$|||F|||_a \leq \gamma,$$

если неравенства

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{n} A_i^{\mathrm{T}} R A_i - R + C^{\mathrm{T}} C & * \\ B^{\mathrm{T}} R A_0 + D^{\mathrm{T}} C & \eta I_{m_w} - D^{\mathrm{T}} D - B^{\mathrm{T}} R B \end{bmatrix} \prec 0, \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \eta I_{m_w} - \Psi - D^{\mathrm{T}} D & * \\ RB & R \end{bmatrix} \succ 0, \quad (15)$$

$$\ln\det\Psi \geq 2a + \ln\left(\eta - \gamma^2\right) \quad (16)$$

имеют решения $R = R^{\mathrm{T}} \succ 0$, $\Psi = \Psi^{\mathrm{T}} \succ 0$, $\eta > 0$.

Доказательство теоремы 2. В качестве новой переменной обозначим $\eta = q^{-1}$, тогда после соответствующей замены $R = q^{-1}\tilde{R}$ неравенство (14) может быть получено из неравенства (13) путем применения леммы Шура. Далее введем матрицу Θ, удовлетворяющую соотношению $0 \prec \Theta \prec S^{-1}$. Для матрицы $\Psi = q^{-1}\Theta$ будет выполняться неравенство (15) после применения леммы Шура. Выпуклое ограничение (16) – переписанное в терминах новых переменных неравенство специального вида (14). ♦

Как нетрудно заметить, система (14)–(16) является выпуклой по переменной γ^2. Вследствие этого можно сформулировать задачу выпуклой оптимизации в виде

$$\gamma^2 \underset{R,\Psi,\eta,\gamma^2}{\rightarrow} \min$$

при условии существования решений линейных матричных неравенств (14) и (15) с выпуклым ограничением (16). Указанная задача выпуклой оптимизации может быть решена с помощью стандартных средств для задач полуопределенного программирования.

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ

В качестве примера рассмотрим двухмассовую колебательную систему грузов, описанную в работе [35]. Указанная модель была замкнута стандартным линейно-квадратичным регулятором и дискретизована. В пространстве состояний такая модель имеет реализацию

$$x_{k+1} = \left(A_0 + \xi_1 A_1 + \xi_2 A_2\right) x_k + B w_k,$$
$$z_k = C x_k + D w_k,$$

где внешнее возмущение в виде последовательности случайных векторов $\{w_k\}$ имеет ограниченную числом a среднюю анизотропию, случайные величины ξ_1, ξ_2 центрированы и имеют единичную дисперсию. Числовые матрицы известны:

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0{,}9918 & 0{,}0444 & 0{,}0031 & -0{,}0043 \\ -0{,}3177 & 0{,}7829 & 0{,}1190 & -0{,}1651 \\ 0{,}0012 & 0{,}0000 & 0{,}9988 & 0{,}0500 \\ 0{,}0498 & 0{,}0012 & -0{,}0499 & 0{,}9987 \end{bmatrix},$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0{,}0992 & 0{,}0044 & 0{,}0003 & -0{,}0004 \\ 0{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 \\ 0{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 \\ 0{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 \\ 0{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 \\ 0{,}0001 & 0{,}0000 & 0{,}1492 & 0{,}0075 \\ 0{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 \\ 0{,}0000 & 1{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 \\ 0{,}0000 & 0{,}0000 & 1{,}0000 & 0{,}0000 \\ -6{,}0545 & -4{,}7020 & 1{,}5823 & -2{,}7857 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} -0{,}0001 \\ -0{,}0043 \\ 0{,}0012 \\ 0{,}0507 \end{bmatrix}, \quad D = 0.$$

В таблице приведены значения границы γ анизотропийной нормы $|||F|||_a$, вычисленные при разных значениях уровня средней анизотропии a возмущения.

Зависимость границы анизотропийной нормы от средней анизотропии

Средняя анизотропия a	0,0	0,01	0,05	0,10	0,20	0,50	1,00	1,50	2,00	3,00
Граница анизотропийной нормы γ	0,3035	0,3048	0,3124	0,3211	0,3363	0,3655	0,3737	0,4299	0,9739	2,9180

При этом $\mathcal{H}_\infty$-норма системы оказалась равной 3,3244, т. е. с точки зрения среднеквадратичного коэффициента усиления гораздо лучшее качество оценивания обеспечивается путем применения анизотропийного оценивателя.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрена проблема анализа линейных дискретных стационарных систем с мультипликативными шумами в рамках анизотропийной теории. Показано, что на основе леммы о вещественной ограниченности и специальной замены переменных можно получить условие ограниченности анизотропийной нормы в терминах матриц реализации системы в пространстве состояний, при этом численное решение задачи минимизации верхней границы анизотропийной нормы можно получить стандартными средствами полуопределенного программирования. В качестве демонстрации рассмотрен численный пример вычисления верхней границы анизотропийной нормы колебательной системы. Показано, что использование оценивания на основе анизотропийного подхода может значительно улучшить качество оценивания при априорной информации об ограниченности уровня средней анизотропии внешнего возмущения, особенно в случаях слабо окрашенных возмущений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Wang, L., Guan, R.P.* Disturbance Rejection and Reference Tracking via Observer Design / State Feedback Control and Kalman Filtering with MATLAB/Simulink Tutorials. – IEEE, 2022. – P. 195–251.
2. *Kondratenko, Yu.P., Kuntsevich, V.M., Chikrii, A.A., Gubarev, V.F.* 5 Inverse Model Approach to Disturbance Rejection Problem / Advanced Control Systems: Theory and Applications. – River Publishers, 2021. – P. 129–166.
3. *Gómez-León, B.C., Aguilar-Orduña, M.A., Sira-Ramírez, H.J.* A Disturbance Observer Based Control Scheme Using an Active Disturbance Rejection Controller: An Underactuated Moving Crane Example // 18th Int. Conf. on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE). – Mexico City, Mexico, 2021. – P. 1–6.
4. *Mylvaganam, T., Sassano, M.* Disturbance Attenuation by Measurement Feedback in Nonlinear Systems via Immersion and Algebraic Conditions // IEEE Transactions on Automatic Control. – Vol. 65, no. 2. – P. 854–860.
5. *Lu, P., Sandy, T., Buchli, J.* Nonlinear Disturbance Attenuation Control of Hydraulic Robotics // 2018 IEEE Int. Conf. on Robotics and Biomimetics (ROBIO). – Kuala Lumpur, Malaysia, 2018. – P. 1451–1458.
6. *Якубович Е.Д.* Решение одной задачи оптимального управления дискретной линейной системой // Автоматика и телемеханика. – 1975. – № 9. – С. 73–79. [*Yakubovich, Ye.D.* Solving One Problem of Optimal Control for a Discrete Linear System // Automation and Remote Control. – 1975. – Vol. 36, no. 9. – P. 1447–1453.]
7. *Vidyasagar, M.* Optimal Rejection of Persistent Bounded Disturbances // IEEE Trans. Automat. Control. – 1986. – Vol. 31. – P. 527–535.
8. *Назин С.А., Поляк Б.Т., Топунов М.В.* Подавление ограниченных внешних возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 3. – С. 106–125. [*Nazin, S.A., Polyak, B.T., Topunov, M.V.* Rejection of Bounded Exogenous Disturbances by the Method of Invariant Ellipsoids // Automation and Remote Control. – 2007. – Vol. 68, no. 3. – P. 467–486.]
9. *Doyle, J.C., Glover, K., Khargonekar, P.P., Francis, B.A.* State-space Solutions to Standard H_2 and H_∞ Control Problems // IEEE Trans. Automat. Control. – 1989. – Vol. 34, no. 8. – P. 831–847.
10. *Doyle, J.C., Zhou, K, Bodenheimer, B.* Optimal Control with Mixed H_2 and H_∞ Performance Objectives // Proc. of the American Control Conference. – Pittsburg, 1989. – P. 2065–2070.
11. *Steinbuch, M., Bosgra, O.H.* Necessary Conditions for Static and Fixed Order Dynamic Mixed H_2/H_∞ Optimal Control // Proc. of the American Control Conference. – Boston, 1991. – P. 1137–1142.
12. *Semyonov A.V., Vladimirov I.G., Kurdyukov A.P.* Stochastic Approach to H_∞ Optimization // Proc. of the 33rd IEEE Conf. Decision and Control. – Lake Buena Vista, 1994. – Vol. 3. – P. 2249–2250.
13. *Владимиров И.Г., Курдюков А.П., Семенов А.В.* Анизотропия сигналов и энтропия линейных стационарных систем // Доклады РАН. – 1995. – Т. 342, № 5. – С. 583–585. [*Vladimirov, I.G., Kurdjukov, A.P., Semyonov, A.V.* Anisotropy of Signals and the Entropy of Linear Stationary Systems // Doklady Math. – 1995. – Vol. 51. – P. 388–390.]
14. *Vladimirov, I.G., Kurdjukov, A.P., Semyonov, A.V.* State-Space Solution to Anisotropy-Based Stochastic H_∞-optimization Problem // Proc. of the 13 IFAC World Congess. – San Francisco, 1996. – P. 427–432.
15. *Kustov, A.Yu.* State-Space Formulas for Anisotropic Norm of Linear Discrete Time Varying Stochastic Systems // Proc. of the 15th Int. Conf. on Electrical Eng., Comp. Science and Aut. Control. – Mexico City, Mexico, 2018. – P. 1–6.
16. *Gershon, E., Shaked, U., Yaesh, I.* H_∞ Control and Filtering of Discrete-Time Stochastic Systems with Multiplicative Noise // Automatica. – 2001. – Vol. 37. – P. 409-417.
17. *Gershon, E., Shaked, U., Yaesh, I.* H_∞ Control and Estimation of State-multiplicative Linear Systems. – Lecture Notes in Control and Information Sciences. – Springer-Verlag, 2005. – Vol. 318.
18. *Shen, B., Wang, Z., Hung, Y.S.* Distributed H_∞-consensus Filtering in Sensor Networks with Multiple Missing Measurements: The Finite-Horizon Case // Automatica. – 2010. – Vol. 46. – P. 1682–1688.
19. *Liu, S., Zhao, G., He, Y., Gao, C.* Decentralized Moving Horizon Estimation for Networked Navigation System with Packet Dropouts // 39th Chinese Control Conference (CCC). – Shenyang, China, 2020. – P. 3381–3384.

20. *Юрченков А.В.* Синтез анизотропийного управления для линейной дискретной системы с мультипликативными шумами // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2018. – № 6. – С. 33–44. [*Yurchenkov, A.V.* Anisotropy-Based Controller Design for Linear Discret-Time Systems with Multiplicative Noise // Journal of Computer and Systems Sciences Int. – 2018. – Vol. 57, no. 6. – P. 864–873.]
21. *Юрченков А.В., Кустов А.Ю., Курдюков А.П.* Условия ограниченности анизотропийной нормы системы с мультипликативными шумами // Доклады Академии наук. – 2016. – Т. 467, № 4. – С. 396–399. [*Yurchenkov, A.V., Kustov, A.Yu, Kurdyukov, A.P.* Anisotropy-based Bounded Real Lemma for Discrete-time Systems with Multiplicative Noise // Doklady Mathematics. – 2016. – Vol. 93, no. 2. – P. 238–240.]
22. *Belov, I.R., Yurchenkov, A.V., Kustov, A.Yu.* Anisotropy-Based Bounded Real Lemma for Multiplicative Noise Systems: the Finite Horizon Case // Proc. of the 27th Med. Conf. on Control and Automation. – Akko, 2019. – P. 148–152.
23. *Kustov, A.Yu., Yurchenkov, A.V.* Finite-horizon Anisotropy-based Estimation with Packet Dropouts // IFAC-PapersOnLine. – 2020. – Vol. 53, no. 2. – P. 4516–4520.
24. *Kustov, A.Yu., Yurchenkov, A.V.* Finite-horizon Anisotropic Estimator Design in Sensor Networks // Proc. of the 59th IEEE Conf. on Decision and Control. – Jeju: IEEE, 2020. – P. 4330–433.
25. *Yurchenkov, A.V., Kustov, A.Yu.* Sensor Network Adjusting Based on Anisotropic Criterion // Proc. of the 2021 9th Int. Conf. on Systems and Control. – Caen, 2021. – P. 268–273.
26. *Kustov, A.Yu., Timin, V.N., Yurchenkov, A.V.* Boundedness Condition for Anisotropic Norm of Linear Discrete Time-invariant Systems with Multiplicative Noise // Journal of Physics: Conference Series. – 2021. – Vol. 1864. – P. 1–5.
27. *Diamond, P., Vladimirov, I.G., Kurdyukov, A.P., Semenov, A.V.* Anisotropy-Based Performance Analysis of Linear Discrete Time Invariant Control Systems // Int. Journ. of Control. – 2001. – Vol. 74, no. 1. – P. 28–42.
28. *Diamond, P., Kloeden, P., Vladimirov, I.G.* Mean Anisotropy of Homogeneous Gaussian Random Fields and Anisotropic Norms of Linear Translation-Invariant Operators on Multidimensional Integer Lattices // Journ. of Applied Mathematics and Stochastic Analysis. – 2003. – Vol. 16, no. 3. – P. 209–231.
29. *Tchaikovsky, M.M., Kurdyukov, A.P., Timin, V.N.* Strict Anisotropic Norm Bounded Real Lemma in Terms of Inequalities // Proc. of the 18th IFAC World Congr. – Milan, 2011. – P. 2332–2337.
30. *Tchaikovsky, M.M.* Static Output Feedback Anisotropic Controller Design by LMI-based Approach: General and Special Cases // Proc. of the American Control Conference. – Montreal, 2012. – P. 5208–5213.
31. *Iwasaki, T. and Skelton, R.E.* The XY-centering Algorithm for the Dual LMI Problem: A New Approach to Fixed Order Design // Int. Journ. of Control. – 1995. – Vol. 62. – P. 1257–1272.
32. *Apkarian, P. and Tuan, H.D.* Concave Programming in Control Theory // Journ. of Global Optimization. – 1999. – Vol. 15. – P. 343–370.
33. *Maximov, E.A., Kurdyukov, A.P., Vladimirov, I.G.* Anisotropic Norm Bounded Real Lemma for Linear Discrete Time Varying Systems // Proc. of the 18th IFAC World Congr. – Milan, 2011. – P. 4701–4706.
34. *de Souza, C.E.* On Stabilizing Properties of Solutions of the Riccati Difference Equation // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1989. – Vol. 34. – P. 1313–1316.
35. *Chilali, M., Gahinet, P.* H_∞ Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1996. – Vol. 41, no. 3. – P. 358–367.

Статья представлена к публикации членом редколлегии М.В. Хлебниковым.

Поступила в редакцию 14.07.2022,
после доработки 30.10.2022.
Принята к публикации 9.11.2022.

Юрченков Александр Викторович – канд. физ.-мат. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ alexander.yurchenkov@yandex.ru.

AN ANISOTROPY-BASED BOUNDEDNESS CRITERION FOR TIME-INVARIANT SYSTEMS WITH MULTIPLICATIVE NOISES

A.V. Yurchenkov

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

✉ alexander.yurchenkov@yandex.ru

Abstract. This paper presents an anisotropy-based analysis of linear time-invariant systems with multiplicative noises. The system dynamics are described in the state space. The external disturbance belongs to the set of stationary sequences of random vectors with bounded mean anisotropy. The multiplicative noises are centered and have unit variance; the external disturbance and noises are mutually independent. We derive a boundedness criterion for the anisotropic norm in terms of Riccati-like inequalities using the bounded real lemma of the anisotropy-based theory. With a special change of variables, we reduce the analysis problem to a convex optimization problem with additional constraints. The existence of the latter's solution implies the bounded anisotropic norm of the system with multiplicative noises, and the minimal upper bound of the anisotropic norm can be obtained by solving this convex optimization problem.

Keywords: anisotropy-based theory, anisotropic norm, multiplicative noises, time-invariant systems, bounded real lemma.

УДК 519.83+519.86 DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2022.5.3

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ НА КОГНИТИВНЫХ МОДЕЛЯХ[1]

О.И. Горбанёва, А.Д. Мурзин, Г.А. Угольницкий

Аннотация. Рассмотрена методология когнитивного моделирования при различных типах управления. Приведён краткий обзор работ в указанной области. Уточнено формальное описание когнитивной модели как имитационной модели на основе взвешенного ориентированного графа (когнитивной карты). Развиты математические постановки задач оптимального, конфликтного и иерархического управления для когнитивных моделей для случая импульсных процессов и в общем случае. Методология иллюстрирована на примерах моделей «хищник – жертва» и агрегированной модели национальной экономики. Указанные методологические положения детально рассмотрены на примере построения и исследования задачи оптимального управления на когнитивной модели университета. Университет распоряжается числом коммерческих мест и стоимостью коммерческого обучения по направлениям подготовки. Описана идентификация модели по реальным данным о трёх крупнейших вузах Ростовской области. Сформулированы выводы и рекомендации по результатам модельного анализа.

Ключевые слова: задачи управления, дискретные динамические модели, когнитивное моделирование, управление социально-экономическими системами.

ВВЕДЕНИЕ

Построение и исследование когнитивных моделей сложных систем представляет собой обширную и активно развивающуюся на протяжении нескольких десятилетий область исследований. В широком смысле под когнитивным моделированием понимают применение различных моделей искусственного интеллекта, например, нейронных сетей [1]. Более конкретная методология принятия решений в слабоструктурированных системах на основе когнитивных карт предложена Р. Аксельродом [2]. Когнитивная карта – это знаковый или взвешенный ориентированный граф, вершины которого соответствуют элементам моделируемой системы, а дуги – связям между ними. Одна из первых публикаций этого направления – статья [3], более подробно подход описан в монографии [4].

Обзоры моделей нечётких когнитивных карт даны в работах [5–7].

Развитие методологии когнитивного моделирования как имитационного моделирования сложных систем на основе когнитивных карт выполнено в работах Н.А. Абрамовой, З.К. Авдеевой с соавторами (ИПУ РАН) и Г.В. Гореловой с соавторами (ЮФУ) [8–15]. В статье [8] подробно анализируется проблема верификации когнитивных моделей, даётся поучительный разбор примера конкретной модели с этой точки зрения. Перспективы развития данной области исследований намечаются в докладах [9, 13].

В работах С.В. Ковриги, Е.К. Корноушенко, В.И. Максимова (ИПУ РАН) в русле этого же направления когнитивное моделирование рассматривается как инструмент структурно-целевого анализа [16–19], обсуждается его применение для решения задач развития российских регионов, ставятся и решаются задачи управления.

Опыт когнитивного моделирования региональных социально-экономических процессов представлен в работе [20]. Влияние региональной системы высшего образования на инновационное

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке ЮФУ в рамках проекта «Цифровой атлас политических и социально-экономических угроз и рисков развития Южнороссийского приграничья: национальный и региональный контекст («Цифровой Юг») № СП-14-22-06.

развитие региона изучено в статье [21]. Описание современных подходов к когнитивному моделированию можно найти в работах [22–24].

Итак, работы [8–19] указывают на управленческий аспект когнитивного моделирования. По мнению авторов настоящей статьи, этот аспект должен играть ключевую роль в силу активности сложных социально-экономических и иных слабоструктурированных систем [25–30]. При этом целесообразно различать динамические модели оптимального управления с единственным субъектом [31, 32], конфликтного управления с несколькими конкурирующими субъектами [33] и иерархического управления при упорядоченном множестве субъектов управления [34]. Авторский подход к решению сложных динамических задач управления с помощью имитационного моделирования изложен в работе [35]. Наличие когнитивной карты в виде ориентированного графа как основы когнитивного моделирования связывает его с тематикой сетевых моделей управления [36, 37]. Большой интерес представляет статья Д.А. Новикова [38], в которой автор анализирует возможности сочетания когнитивного и теоретико-игрового подходов, предлагает классификацию когнитивных игр и приводит пример линейной импульсной когнитивной игры.

Вклад настоящей статьи состоит в следующем:

- уточнено формальное описание когнитивной модели как имитационной модели на основе взвешенного ориентированного графа (когнитивной карты);
- развиты математические постановки задач оптимального, конфликтного и иерархического управления для когнитивных моделей;
- указанные методологические положения детально рассмотрены на примере построения и исследования задачи оптимального управления на когнитивной модели университета.

В § 1 описывается построение базовой когнитивной модели. В § 2 рассматриваются задачи управления различного типа. В § 3 анализируется конкретная модель оптимального управления в системе высшего образования. Итоги и перспективы обсуждаются в заключении.

1. ПОСТРОЕНИЕ БАЗОВОЙ КОГНИТИВНОЙ МОДЕЛИ

Основой базовой когнитивной модели служит ориентированный граф (когнитивная карта), каждой вершине которого приписано некоторое вещественное значение как функция времени, а каждой дуге – некоторый постоянный вес (вещественное число). В частности, наиболее распространены знаковые орграфы, в которых веса дуг принимают значения ± 1. Вершины орграфа представляют элементы моделируемой сложной системы, а дуги – связи между ними. Каждый элемент имеет некую количественную характеристику, которая может меняться со временем, а каждая связь – постоянную количественную характеристику.

Смысл исследования базовой когнитивной модели состоит в описании и прогнозе динамики значений вершин, которая определяется их начальными значениями и структурой связей с учётом весов дуг. Для прогноза используется ряд правил, отражающих различные гипотезы относительно динамики значений вершин.

1.1. Множество вершин и их значения

Вершины базовой когнитивной модели представляют элементы моделируемой системы. В зависимости от природы системы это могут быть сотрудники или подразделения организации, фирмы или корпорации, биологические популяции, социальные группы, страны или их регионы и т. д. Важно подчеркнуть, что в список вершин (фактически переменных когнитивной модели) включаются те и только те элементы моделируемой системы, которые играют принципиальную роль с точки зрения целей исследования. Состав списка вершин отражает компромисс между желанием включить в модель как можно больше показателей функционирования системы и реальными возможностями исследования. Формально список вершин есть конечное множество $V = \{u_1, ..., u_n\}$, где n – число вершин.

Каждой вершине $u_i \in V$ приписывается вещественное значение x_i, которое считается функцией дискретного времени: $x_i : \{0, 1, ..., T\} \to \mathbb{R}$. Таким образом, $x_i(t)$ есть значение вершины u_i в момент времени t. Конечно, гипотеза скалярности величины x_i – это сильное ограничение, поскольку в действительности каждый элемент системы характеризуется рядом показателей. Однако она существенно упрощает исследование, позволяя при этом получать довольно содержательные модели. В совокупности вектор $x(t) = (x_1(t), ..., x_n(t))$ полностью характеризует состояние системы в момент времени t.

Наконец, важно определить начальные значения всех вершин $x_0 = (x_{10}, ..., x_{n0})$, задающие исходное состояние системы. Это делается на основе изучения литературы, консультаций со специалистами, экспертных оценок и т. п.

1.2. Множество дуг и их веса

Дуги когнитивной модели отражают причинно-следственные связи между элементами моделируемой системы. Если дуга положительна, то увеличение значения входной вершины влечёт за собой увеличение значения выходной вершины, т. е. связь прямая. Если дуга отрицательна, то увеличение значения входной вершины влечёт за собой уменьшение значения выходной вершины, т. е. связь обратная. Вес дуги показывает силу связи (коэффициент увеличения/уменьшения).

Заметим, что при наличии n вершин общее число возможных связей между ними равно C_n^2 (числу сочетаний). Величина C_n^2 быстро растёт с ростом n, поэтому при построении когнитивной карты следует учитывать только наиболее существенные связи.

Иногда знак дуги (а тем более её вес) трудно определить однозначно. Например, при определении влияния длительности поездки на стоимость автобусного билета можно использовать знак плюс (пропорциональная зависимость стоимости от длины пути). Однако возможен и знак минус, поощряющий длительные поездки на общественном транспорте вместо личного. В таком случае целесообразно рассмотреть оба сценария и сравнить последствия их воздействия на моделируемую систему.

Вообще, проблема идентификации когнитивной модели имеет огромное значение. Принято различать структурную идентификацию (выбор множеств вершин и дуг) и числовую идентификацию (выбор начальных значений вершин и весов дуг). К сожалению, формализовать задачу идентификации (особенно структурной) крайне сложно, что ведёт к неизбежным ошибкам при её экспертном решении [8].

1.3.Правила изменения значений вершин

Когнитивное моделирование целесообразно трактовать как осуществление имитационного моделирования по когнитивным картам. Базовая имитационная модель имеет вид

$$\begin{gathered} x_j(t+1) = x_j(t) + f(x(t)), \\ x_j(0) = x_{j0}, \quad j = 1,\dots, n. \end{gathered} \tag{1}$$

Формула (1) описывает закон сохранения значения в вершине u_j в виде балансового соотношения. Специфика конкретной когнитивной модели определяется видом функции f. Наиболее распространено так называемое правило импульсного процесса [4]

$$x_j(t+1) = x_j(t) + \sum_{i=1}^{n} a_{ij} p_i(t),\ x_j(0) = x_{j0},\ j = 1,\dots,n, \tag{2}$$

где разность

$$p_i(t+1) = x_i(t+1) - x_i(t) \tag{3}$$

есть импульс в вершине u_i в момент t. С учётом формулы (3) правило (2) можно переписать в виде

$$p_j(t+1) = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} p_i(t),\ x_j(0) = x_{j0},\ j = 1,\dots,n, \tag{4}$$

или в векторной форме

$$p(t+1) = A^{\mathrm{T}} p(t),\ \ t = 0, 1,\dots, \tag{5}$$

где $p(t) = (p_1(t),\dots, p_n(t))^{\mathrm{T}}$. Тогда легко показать по индукции, что

$$p(t) = A^{\mathrm{T}} p(0),\ \ t = 0, 1,\dots \tag{6}$$

Чтобы подчеркнуть роль когнитивной карты (V, A), задающей структуру моделируемой системы, можно переписать правило (2) в виде

$$\begin{gathered} x_j(t+1) = x_j(t) + \sum_{i \in I(j)} a_{ij} p_i(t), \\ x_j(0) = x_{j0},\ j = 1,\dots, n, \end{gathered} \tag{7}$$

где $I(j)$ – множество всех вершин, из которых выходят дуги в вершину j. Выражения (2) и (7) эквивалентны, поскольку при отсутствии входной дуги (u_i, u_j) имеем $a_{ij} = 0$.

Таким образом, зная матрицу весов A и начальный вектор импульсов $p(0)$, можно предсказать значения всех импульсов $p(t)$ в любой момент времени t, а зная также начальный вектор значений x_0, можно с помощью формулы (3) вычислить значения всех вершин в любой момент времени t, т. е. полностью решить задачу прогноза [4].

Итак, базовую когнитивную модель можно записать в виде

$$\langle V, A, x_0, f \rangle, \tag{8}$$

где $V = \{u_1,\dots, u_n\}$ – конечное множество вершин; $A = \| a_{ij} \|, i = 1,\dots, n,\ j = 1,\dots, n,$ – матрица смежности; если $a_{ij} \neq 0,$ то имеется дуга (u_i, u_j) с весом a_{ij}; $x_0 = (x_{10},\dots, x_{n0})$ – вектор начальных значений вершин; функция f задаёт правило изменения значений, которое в общем случае имеет вид (1). При рассмотрении импульсного процесса также предполагается известным начальный вектор импульсов $p_0 = (p_{10},\dots,p_{n0})$.

2. ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ

Базовая когнитивная модель предполагает, что значения вершин изменяются только в силу естественной динамики типа (1), например динамики импульсного процесса (2). В этом случае изменение значений всех вершин (динамика состояния системы) на всём периоде прогноза полностью определяется матрицей весов и начальным распределением импульсов и значений. Если возможно произвольное задание начальных значений импульсов, то оно и выполняет функцию управления. Однако в реальности практически всегда система испытывает некоторое внешнее воздействие. Если это воздействие целенаправленное, то в модели возникает собственно управление и задача его оптимизации. С определённой долей условности в зависимости от множества субъектов управления и его структуры будем различать три типа управления: оптимальное, конфликтное и иерархическое.

2.1. Оптимальное управление

В этой постановке имеется единственный субъект управления, воздействующий на динамическую систему (1) с критерием оптимальности

$$J=\sum_{t=1}^{T}\delta^t g(x(t),u(t))+\delta^T G(x(T))\to\max \qquad (9)$$

при ограничениях на управление

$$u(t)\in U(t),\ t=1,...,T. \qquad (10)$$

Здесь $\delta\in(0,1]$ – коэффициент дисконтирования; $g(\cdot),G(\cdot)$ – мгновенная и терминальная целевые функции (при бесконечном периоде $T=\infty$ член $G(x(T))$ отсутствует). Управление u может быть программной $u(t)$ или позиционной $u(t,x(t))$ стратегией. Можно также ввести ограничения вида

$$x(t)\in X^*, t=1,...,T, \qquad (11)$$

или

$$x(T)\in X^*, \qquad (12)$$

которые в теории управления устойчивым развитием активных систем [30] называются условиями жизнеспособности (гомеостаза). Выполнение этих условий в сильной форме (11) означает, что значение переменной состояния управляемой динамической системы находится в заданной области X^* в любой момент времени, а в слабой форме (12) – только в конечный момент. Эти условия можно трактовать как цель управления.

Учёт управляющего воздействия приводит уравнение динамики (1) к виду

$$\begin{gathered}x_j(t+1)=x_j(t)+f(x(t),u(t)),\\ x_j(0)=x_{j0},\ j=1,...,n,\end{gathered} \qquad (13)$$

что даёт модель оптимального управления (9), (10), (13) с возможными фазовыми ограничениями (11) или (12).

Введение в когнитивную модель управления, т. е. выбор вида функции $f(x,u)$ в формуле (13), может осуществляться самыми различными способами. Будем считать, что множество V вершин когнитивной карты дополняется управляющей вершиной v, а множество дуг A – дугами (v,u_i) с весами b_j. Если $b_j\neq 0$, то вершина u_j управляемая.

Тогда правило управляемого импульсного процесса принимает вид

$$\begin{gathered}x_j(t+1)=x_j(t)+b_jh_j(u_j(t))+\\ +\sum_{i=1}^{n}a_{ij}p_i(t),\ x_j(0)=x_{j0},\ j=1,...,n,\end{gathered} \qquad (14)$$

где функция управляющего воздействия $h_j(u_j)$ есть, к примеру, $h_j(u_j)=u_j^{p_j}$, $p_j>0$.

2.2. Конфликтное управление

При этой постановке имеется несколько субъектов управления, которые одновременно и независимо воздействуют на динамическую систему (1) с критериями оптимальности

$$\begin{gathered}J_k=\sum_{t=1}^{T}\delta^t g_k(x(t),u(t))+\\ +\delta^T G_k(x(T))\to\max,\ k=1,...,m,\end{gathered} \qquad (15)$$

при ограничениях на управление (10), $u(t)=(u_1(t),...,u_m(t))$, m – число субъектов управления. Решением дифференциальной игры (10), (13), (15) с возможными фазовыми ограничениями (11) или (12) считается равновесие Нэша [33].

Множество V вершин когнитивной карты дополняется управляющими вершинами $v_1,...,v_m$, а множество дуг A – дугами (v_k,u_i) с весами b_{kj}, $k=1,...,m,\ j=1,...,n$. Если $b_{kj}\neq 0$, то вершина u_j управляется вершиной v_k.

Правило конфликтно управляемого импульсного процесса принимает вид

$$\begin{gathered}x_j(t+1)=x_j(t)+\sum_{k=1}^{m}b_{kj}h_{kj}(u_{kj}(t))+\sum_{i=1}^{n}a_{ij}p_i(t),\\ x_j(0)=x_{j0},\ j=1,...,n.\end{gathered} \qquad (16)$$

Согласно работе [38], для классификации когнитивных игр целесообразно использовать ряд признаков. В предлагаемом подходе можно фиксировать следующие значения: как правило, это нелинейные игры, наличие общего знания, отсутствие неопределённости, дискретное время, зависимость функций выигрыша от действий всех игроков и от траектории (позиционные стратегии), конечный интервал времени, индивидуальные ограничения, выбор решений в каждый момент времени, одновременное (в следующем параграфе – последовательное) принятие решений, отсутствие коалиций.

2.3. Иерархическое управление

В данном случае множество субъектов управления имеет иерархическую структуру и включает в себя несколько агентов влияния и координирующий их Центр. Центр делает ход первым, выбирая и сообщая всем агентам влияния своё управление

$$u_0(t) \in U_0(t),\ t = 1,..., T, \tag{17}$$

руководствуясь при этом критерием оптимальности

$$J_0 = \sum_{t=1}^{T} \delta^t g_0(x(t), u(t)) + \delta^T G_0(x(T)) \to \max. \tag{18}$$

Зная значение u_0, агенты влияния одновременно и независимо выбирают свои управления

$$u_k(t) \in U_k(t),\ t = 1,..., T, \tag{19}$$

руководствуясь критериями оптимальности (15), $u(t) = (u_0(t), u_1(t),..., u_m(t))$, m – число агентов влияния. Будем считать оптимальным ответом агентов влияния на управление Центра одно из равновесий Нэша в игре агентов влияния. Решением иерархической игры (13), (15), (17)–(19) с возможными фазовыми ограничениями (11) или (12) будем считать равновесие Штакельберга [33].

Множество V вершин когнитивной карты дополняется управляющими вершинами $v_0, v_1,..., v_m$, а множество дуг A – дугами (v_k, u_i) с весами b_{kj}, $k = 0, 1,..., m$, $j = 1,..., n$. Если $b_{kj} \neq 0$, то вершина u_j управляется вершиной v_k.

Правило иерархически управляемого импульсного процесса принимает вид

$$\begin{gathered} x_j(t+1) = x_j(t) + \sum_{k=0}^{m} b_{kj} h_{kj}(u_{kj}(t)) + \sum_{i=1}^{n} a_{ij} p_i(t), \\ x_j(0) = x_{j0},\ \ j = 1,..., n. \end{gathered} \tag{20}$$

Итак, практически во всех интересных с точки зрения приложений случаях базовая когнитивная модель (8) дополняется задачами оптимального, конфликтного или иерархического управления. Тогда целью исследования становится прогноз динамики управляемой системы при различных сценариях воздействия и оптимизация управления в некотором смысле.

Кратко когнитивную модель можно определить как имитационную модель сложной системы, структура которой задаётся ориентированным графом (знаковым или взвешенным) и детерминирует динамику состояния управляемой системы при различных целенаправленных управляющих воздействиях и воздействиях внешних факторов.

Для импульсных процессов сценарии имитационного моделирования для управления любого типа включают в себя две составляющие: начальное распределение импульсов $p_0 = (p_{10},..., p_{n0})$ и управляющую траекторию, которая для названных типов управления имеет соответствующий вид:

- $\{u_j(t),\ j = 1,..., n,\ t = 0, 1,..., T-1\}$ для оптимального управления,
- $\{u_{kj}(t),\ k = 1,..., m,\ j = 1,..., n,\ t = 0, 1,..., T-1\}$ для конфликтного управления,
- $\{u_{kj}(t),\ \ k = 0, 1,..., m,\ \ j = 1,..., n,\ \ t = 0, 1,..., T-1\}$ для иерархического управления.

Для дальнейшего исследования целесообразно применить метод качественно репрезентативных сценариев имитационного моделирования [35].

Пример 1. Управляемая модель «хищник – жертва».

Когнитивная карта для этой модели приведена на рис. 1.

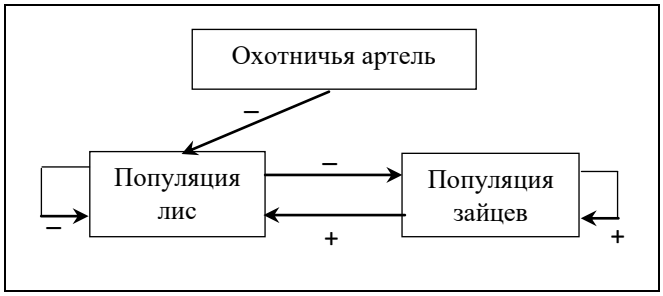


Рис. 1. Когнитивная карта для модели «хищник – жертва»

Модель на основе этой когнитивной карты имеет вид

$$\begin{gathered} x_F(t+1) = [1 - s(t)] x_F(t) - a_F x_F(t) + b_F x_F(t) x_H(t), \\ x_F(0) = x_{F0}; \end{gathered} \tag{21}$$

$$\begin{gathered} x_H(t+1) = x_F(t) + a_H x_H(t) - b_H x_F(t) x_H(t), \\ x_H(0) = x_{H0}. \end{gathered} \tag{22}$$

Здесь $x_F(t)$, $x_H(t)$ – численности популяций лис (хищников) и зайцев (жертв) соответственно в году t; $a_F > 0, a_H > 0$ – коэффициенты воспроизводства популяций лис и зайцев; $b_F > 0, b_H > 0$ – коэффициенты трофического взаимодействия популяций; x_{F0}, x_{H0} – начальные значения численности популяций; $s(t)$ – доля отстрела лис в году t.

Задачу оптимальной эксплуатации популяции лис можно поставить в виде

$$J = \sum_{t=1}^{T} [cs(t)x_F(t) - ds^2(t)] \to \max, 0 \le s(t) \le 1, \quad (23)$$

$$x_F(T) \ge x_F^*, \; x_H(T) \ge x_H^*, \quad (24)$$

где $c > 0$ – удельная полезность от охоты; $d > 0$ – коэффициент охотничьих затрат; x_F^*, x_H^* – критические численности популяций.

Задачу оптимальной эксплуатации (23) легко обобщить на случай нескольких конкурирующих артелей. Поскольку условие устойчивого развития (24) на самом деле внешнее для охоты, то для его реализации нужно ввести природоохранный орган с возможностью воздействия на охотников, что приводит к задаче иерархического управления. ♦

Пример 2. Модель агрегированной национальной экономики Рамсея – Солоу.

Когнитивная карта для этой модели приведена на рис. 2.

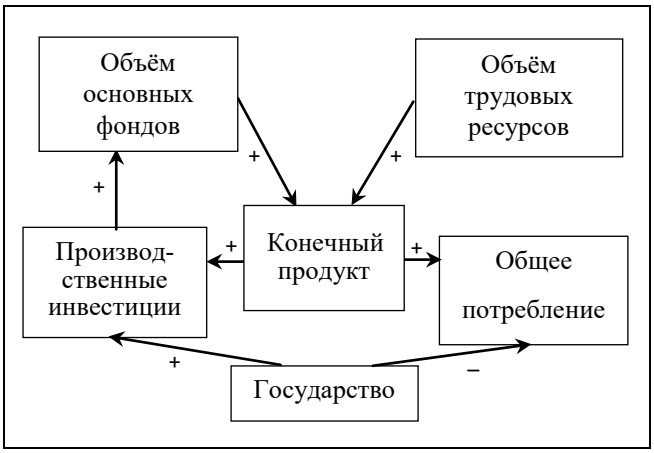


Рис. 2. Когнитивная карта для модели агрегированной национальной экономики

Модель на основе этой когнитивной карты имеет вид

$$K(t+1) = (1-\mu)K(t) + I(t), \; K(0) = K_0; \quad (25)$$

$$L(t+1) = (1+\eta)L(t), \; L(0) = L_0; \quad (26)$$

$$Y(t+1) = AK^{\alpha}(t+1)L^{1-\alpha}(t+1), \; 0 \le \alpha \le 1; \quad (27)$$

$$I(t+1) = s(t+1)Y(t+1), \quad C(t+1) = (1 - s(t+1))Y(t+1); \quad (28)$$

$$0 \le s(t+1) \le 1, \; t = 0, 1, ..., T-1. \quad (29)$$

Здесь $K(t)$ – объём основных производственных фондов; $L(t)$ – объём трудовых ресурсов; $Y(t)$ – конечный продукт экономики; $I(t)$ – объём производственных инвестиций; $C(t)$ – объём потребления; $s(t)$ – доля инвестиций в конечном продукте (всё – в году t); $\mu > 0$ – коэффициент амортизации производственных фондов; $\eta > 0$ – коэффициент воспроизводства трудовых ресурсов; K_0, L_0 – начальные значения переменных K, L.

Задача оптимального управления имеет вид

$$J = \sum_{t=1}^{T} c(t) \to \max, 0 \le s(t) \le 1, \quad (30)$$

$$K(T) \ge K^*, \; L(T) \ge L^*, \quad (31)$$

где $c(t) = C(t)/L(t)$ – удельное потребление (на одного работающего); K^*, L^* – целевые значения показателей. Здесь условие устойчивого развития (31) можно считать целью управления государства. ♦

3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НА КОГНИТИВНОЙ МОДЕЛИ УНИВЕРСИТЕТА

Рассмотрим в качестве развёрнутого примера когнитивную модель оптимального управления для отдельного университета.

Имеется вуз, осуществляющий подготовку специалистов по M специальностям. Студенты могут обучаться в вузе как на бюджетных местах, так и на коммерческих. Бюджетные места в вузе выделяются государством, их количество от решения руководства вуза не зависит. А вот количество коммерческих мест на конкретные специальности может выбирать вуз, он же определяет стоимость коммерческого обучения студентов по каждой специальности, а также несёт расходы на обучение определённого числа студентов. Не все заявленные вузом коммерческие места могут быть востребованы абитуриентами. Спрос на коммерческие места специальности вуза прямо пропорционален будущей зарплате выпускника вуза, если он пойдёт работать по данной специальности, и обратно пропорционален цене обучения. Также специальность тем привлекательнее для абитуриентов, чем больше выпускников, получивших её, уже работает по специальности. Тогда при выбранном периоде прогнозирования T получим оптимизационную модель

$$J = \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{M} \left(a_j^C x_j^C(t) - c_j \left(x_j(t) \right)^2 \right) \to \max; \quad (32)$$

$$x_j^C(t) \ge 0, \; a_j^C(t) \ge 0; \quad (33)$$

$$x_j(t+1) = x_j^B(t+1) + \min\{x_j^C(t+1), \\ (\gamma_j - a_j^C(t)/4)^{\alpha_j} y_j(t)\},\ x_j(0) = x_{j0}; \quad (34)$$

$$y_j(t+1) = (1-\kappa_j)x_j(t),\ y_j(0) = y_{j0}, \\ j = 1,..., M,\ t = 1,..., T-1. \quad (35)$$

Здесь M – число направлений подготовки; T – период планирования; $x_j^B(t)$ – число бюджетных мест по *j*-му направлению в году *t* (экзогенная переменная); $x_j^C(t)$ – число коммерческих мест по *j*-му направлению в году *t* (первая переменная управления); $x_j(t)$ – общее число мест по *j*-му направлению в году *t*; $a_{ij}^C(t)$ – стоимость коммерческого обучения по *j*-му направлению в году *t* (вторая переменная управления); γ_j – коэффициент влияния перспектив трудоустройства на желание поступления по *j*-му направлению; κ_i – доля нетрудоустроенных выпускников по *j*-му направлению; c_j – коэффициент затрат организации на обучение *j*-й специальности в зависимости от общего числа студентов в году *t*; $y_j(t)$ – число трудоустроенных выпускников, получивших *j*-ю специальность в году *t*; α_j – параметр эластичности спроса на коммерческие места *j*-й специальности. Указанные зависимости отражены в когнитивной карте, изображённой на рис. 3.

Спрос абитуриентов на коммерческие места по специальности в функции (34) определяется формулой

$$(\gamma_j - a_j^C(t)/4)^{\alpha_j} y_j(t).$$

Выражение в скобках выбрано именно таким по следующим соображениям. По некоторым оценкам [39], средний срок окупаемости долгосрочных инвестиций в высшее образование в России составляет 10 лет, т. е. затраты на обучение должны покрываться доходами из будущей заработной платы по специальности минимум 10% ежегодно. По данным портала «Табитуриент» (https://tabiturient.ru/vuzcost/), средняя стоимость обучения в вузах России в 2022 г. составляет 174 533 руб. в год, или около 17 453 руб. в месяц. При этом в исследовании аналитического центра университета «Синергия» (https://ria.ru/20210914/zarplata1749940260.html) озвучен средний желаемый размер заработной платы в 50–70 тыс. руб. в месяц, что соответствует достаточному уровню комфортной жизни. Таким образом, для эффективной окупаемости инвестиций в высшее образование в России в настоящее время будущая заработная плата дипломированного специалиста должна быть минимум в три раза больше, чем ежемесячные траты на учёбу.

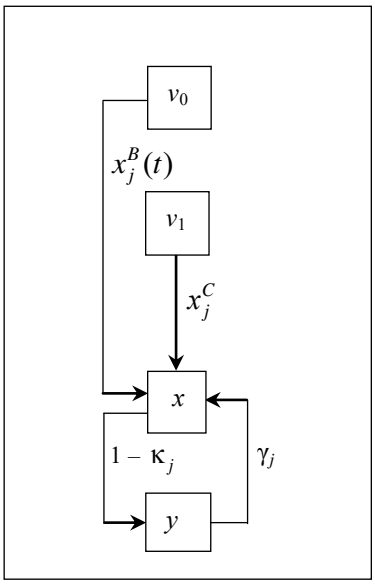


Рис. 3. Когнитивная карта для модели университета

Введём два упрощающих предположения:

- число выделенных бюджетных мест заполняется полностью;
- нет отчисления, т. е. выпускниками вуза являются все поступившие в него абитуриенты.

Таким образом, в каждый момент времени вуз получает от государства информацию о количестве бюджетных мест, выделенных ему на каждую специальность. Для вуза это имеет значение, так как затраты на обучение студентов зависят от общего количества студентов. После получения информации о бюджетных местах вуз принимает решение о максимально возможном наборе коммерческих студентов, а также определяет стоимость обучения коммерческих студентов на каждой специальности.

Исследование ведется в имитационном режиме [40]. Проводится идентификация неуправляемых параметров модели, после чего исследуются различные сценарии управления. Каждый сценарий состоит из задания:

- вектора экзогенных переменных

$$\{x_{ij}^B(t)\},\ j = 1,..., M,\ t = 0,..., T-1;$$

- вектора управляющих воздействий для вуза

$$\{a_j^C(t),\ x_j^C(t)\},\ j = 1,..., M,\ t = 0,..., T-1.$$

Исследование проводилось на вузах Ростовской области. Были выбраны шесть ключевых укрупнённых групп специальностей: педагогические, медицинские, экономические, технические, строительные и сельскохозяйственные. Далее были выбраны вузы Ростовской области, которые осуществляют подготовку по соответствующим специальностям: Ростовский государственный медицинский университет (РостГМУ), Донской государственный технический университет (ДГТУ), Южный федеральный университет (ЮФУ).

Ростовский государственный медицинский университет – специализированный региональный вуз, включающий 11 факультетов, ведущих подготовку специалистов в области медицины, фармакологии и психологии. Донской государственный технический университет – региональный опорный многопрофильный университет Ростовской области, имеющий в структуре 24 факультета, ведущих подготовку специалистов по техническому, аграрному и социально-гуманитарному направлениям. Южный федеральный университет – крупнейший научно-образовательный центр Юга России, включающий в себя 29 структурных научно-образовательных подразделений, ведущих подготовку специалистов по естественно-научному, инженерному и социально-гуманитарному профилю.

Далее в табл. 1 приведено соответствие перечисленных выше вузов и специальностей.

Таблица 1

Профили подготовки специалистов в выборке исходных данных по вузам Ростовской области

Специальности	РостГМУ	ДГТУ	ЮФУ
Педагогические		+	+
Медицинские	+		
Экономические		+	+
Технические		+	+
Строительные		+	+
Аграрные		+	

Опишем процесс идентификации параметров модели. Идентификации подлежали компоненты вектора $\left(\{\gamma_j\}_{j=1}^{M},\{\kappa_j\}_{j=1}^{M},\{c_j\}_{j=1}^{M},\{x_{j0}\}_{j=1}^{M},\{y_{j0}\}_{j=1}^{M},\{\alpha_j\}_{j=1}^{M}\right)$, которые образуют неуправляемые параметры модели. Остановимся подробнее на каждом из них.

Параметр γ_j – коэффициент влияния перспектив трудоустройства на желание поступления по *j*-му направлению. В качестве него была выбрана средняязарплата работников каждой профессии по Ростовской области. Отметим, что она не зависит от конкретного вуза. Данные взяты с портала территориального органа Федеральной службы государственной статистики по Ростовской области (Ростовстат, https://rostov.gks.ru). Для каждой отрасли и специальности были вычислены средние зарплаты за несколько лет. В качестве значения параметра γ_j взяты соответствующие данные за 2020 г.

Таблица 2

Коэффициент перспектив трудоустройства по направлениям подготовки

Специальности	Параметр	Значение, руб.
Педагогические	γ_1	28 550
Медицинские	γ_2	35 849
Экономические	γ_3	35 000
Технические	γ_4	53 000
Строительные	γ_5	47 000
Аграрные	γ_6	23 726

Параметр x_{j0} – число выпускников по *j*-й специальности в начальный год прогнозирования. Данные взяты из опубликованных документов (отчёты о самообследовании, приказы о зачислении, статистика приёма по годам), размещённых на официальных порталах РостГМУ, ДГТУ, ЮФУ; учитывались число выпускников и поступивших студентов за 2020 г. (табл. 3).

Параметр κ_j – доля нетрудоустроенных выпускников по *j*-му направлению, рассчитан на основе опубликованных документов на официальных сайтах университетов. Доля нетрудоустроенных выпускников определялась путём вычитания из единицы доли трудоустроенных выпускников. В качестве данного параметра для несоответствующих друг другу вузу и специальности бралась единица. Полученные значения приведены в табл. 4.

Параметр y_{j0} – количество трудоустроенных выпускников по каждой специальности в начальный год прогнозирования. Его значения были рассчитаны через значения параметров x_{j0} и κ_j по формуле

$$y_{j0} = \left(1-\kappa_j\right)x_{j0}$$

и приведены в табл. 5.

Таблица 3

Начальные данные по числу выпускников

Специальности	Параметр	РостГМУ	ДГТУ	ЮФУ
Педагогические	x_{10}	–	40	666
Медицинские	x_{20}	165	–	–
Экономические	x_{30}	–	319	296
Технические	x_{40}	–	675	895
Строительные	x_{50}	–	586	150
Аграрные	x_{60}	–	138	–

Таблица 4

Доля нетрудоустроенных выпускников по специальностям вузов Ростовской области

Специальности	Параметр	РостГМУ	ДГТУ	ЮФУ
Педагогические	κ_1	–	0,45	0,45
Медицинские	κ_2	0,16	–	–
Экономические	κ_3	–	0,45	0,18
Технические	κ_4	–	0,45	0,18
Строительные	κ_5	–	0,45	0,07
Аграрные	κ_6	–	0,45	–

Таблица 5

Число трудоустроенных выпускников по каждой специальности в начальный год прогнозирования

Специальности	Параметр	РостГМУ	ДГТУ	ЮФУ
Педагогические	y_{10}	–	22	366
Медицинские	y_{20}	139	–	–
Экономические	y_{30}	–	171	213
Технические	y_{40}	–	371	644
Строительные	y_{50}	–	323	144
Аграрные	y_{60}	–	76	–

Параметр c_j – коэффициент затрат организации на обучение по *j*-й специальности в зависимости от общего числа студентов в году *t*. Он связан с себестоимостью обучения студентов по данной специальности. В качестве значения себестоимости обучения взято 80 % от стоимости коммерческого места обучения, которая есть в открытых данных. Источники: официальный сайт ЮФУ (https://sfedu.ru), официальный сайт ДГТУ (https://donstu.ru), официальный сайт РОСТГМУ (http://rostgmu.ru).

Приведённые в табл. 6 значения себестоимости – ещё не значения параметра c_j. С учётом гипотезы квадратичности затрат значение параметра c_j можно вычислить по формуле

$$c_j = \frac{c}{x_{j0}} ,$$

где c – себестоимость.

Таблица 6

Себестоимость обучения по специальностям вузов Ростовской области (руб.)

Специальности	РостГМУ	ДГТУ	ЮФУ
Педагогические	–	86 000	88 000
Медицинские	125 000	–	–
Экономические	–	86 000	107 000
Технические	–	100 000	104 000
Строительные	–	100 000	113 000
Аграрные	–	100 000	–

Итоговые значения параметра c_j приведены в табл. 7. Для расчётов в качестве данного параметра для несоответствующих друг другу вуза и специальности брались значения, близкие к машинной бесконечности.

Параметр α_j – эластичность спроса на коммерческие места по данной специальности, а точнее параметр, характеризующий, как сильно меняется спрос с уменьшением или увеличением будущего дохода или стоимости обучения. Данные взяты с Научно-образовательного портала IQНИУ ВШЭ(https://iq.hse.ru/news/177671083.html), где сообщается о том, на сколько процентов (*Pov*) увеличится спрос абитуриентов на специальность при повышении зарплаты на 40 %. Этот параметр также не зависит от вуза (табл. 8).

Соответствующий коэффициент вычисляется по формуле

$$\alpha_j = \log_{1,4}\left(1+\frac{Pov}{100}\right),$$

его значения приведены в табл. 8.

Уже на этапе идентификации можно сделать вывод о том, что привлекательность бюджетного обучения по медицинским и аграрным специальностям гораздо выше коммерческого, так как выражение $\gamma_j - a_j^C(t)/4$, являющееся основой для вычисления спроса, отрицательно даже при себестоимости. На аграрных специальностях такой феномен можно объяснить низким размером ожидаемой заработной платы, а по медицинским специальностям – высоким затратами (себестоимостью) обучения. На технических и строительных специальностях проявляется ощутимая выгода обучения на коммерческой основе ввиду высокой ожидаемой заработной платы. Экономические и педагогические профили обучения характеризуются пограничными выводами, так как будущий доход дипломированного специалиста соразмерен со стоимостью обучения на этих специальностях.

При стоимости обучения $a_j^C(t) > 4\gamma_j$ спроса на коммерческое обучение нет, что и происходит с медицинскими и аграрными специальностями. В связи с этим задача для РостГМУ имеет тривиальное решение и дальше рассматриваться не будет.

Таблица 7

Значения коэффициента затрат на обучение по специальностям вузов Ростовской области

Специальности	Параметр	РостГМУ	ДГТУ	ЮФУ
Педагогические	c_1	–	2150	132
Медицинские	c_2	758	–	–
Экономические	c_3	–	270	361
Технические	c_4	–	148	116
Строительные	c_5	–	171	753
Аграрные	c_6	–	725	–

Таблица 8

Эластичность спроса на коммерческие места по специальностям вузов РО

Специальности	Значение показателя увеличения спроса (*Pov*)	Значение эластичности спроса (α_j)
Педагогические	76	$\alpha_1 = log_{1,4}\,1,76 = 1,68$
Медицинские	131	$\alpha_2 = log_{1,4}\,2,31 = 2,48$
Экономические	77	$\alpha_3 = log_{1,4}\,1,77 = 1,70$
Технические	42	$\alpha_4 = log_{1,4}\,1,42 = 1,04$
Строительные	51	$\alpha_5 = log_{1,4}\,1,51 = 1,22$
Аграрные	41	$\alpha_6 = log_{1,4}\,1,41 = 1,02$

Из формулы (34) следует, что вузу нет необходимости объявлять набор на коммерческие места, превышающий спрос на них $(\gamma_j - a_j^C(t)/4)^{\alpha_j} y_j(t)$, хотя убытков от избыточно объявленного коммерческого набора вуз не несёт. Так как с ростом числа студентов затраты растут быстрее дохода (32), то существует конечное число студентовкоммерческого отделения, оптимальное для вуза, при котором его целевая функция (32) максимальна. Именно это количество вуз и может объявлять в коммерческий набор.

Задача оптимального управления для вуза решалась в два этапа.

- Сначала подбирается максимальное число студентов коммерческого отделения на каждую специальность $\left\{x_j^C(t)\right\}$, $j = 1,..., M$, $t = 0,..., T-1$, которое выгодно для вуза с учётом его целевой функции (32) и спроса на коммерческие места (34).
- Затем подбирается максимальная цена на коммерческое обучение по каждой специальности $\left\{a_j^C(t)\right\}$, $j = 1,..., M$, $t = 0,..., T-1$, приводящая функцию (32) к наибольшему значению. Цена определяется как добавка к себестоимости.

Если вуз не получает бюджетные места совсем, то модель приобретает вид

$$J = \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{M}\left(a_j^C x_j(t) - c_j\left(x_j(t)\right)^2\right) \to \max;$$

$$x_j^C(t) \ge 0,\ a_j^C(t) \ge 0;$$

$$x_j(t+1) = \min\{x_j^C(t+1),\ (\gamma_j - a_j^C(t)/4)^{\alpha_j} y_j(t)\},$$

$$x_j(0) = x_{j0};$$

$$y_j(t+1) = (1-\kappa_j)x_j(t),\ y_j(0) = y_{j0},$$

$$j = 1,..., M,\ t = 1,..., T-1.$$

Результаты вычислений по модели для ДГТУ и ЮФУ представлены в табл. 9 и 10 соответственно.

Таблица 9

Результаты вычислений для специальностей ДГТУ

Специальности*	Год обучения					
	Первый		Второй		Третий	
	Число коммерческих мест	Наценка, %	Число коммерческих мест	Наценка, %	Число коммерческих мест	Наценка, %
Педагогические	100	3	38	3	95	3
Технические	56	30	63	30	5	30
Строительные	67	19	65	19	8	19
Экономические	130	9	85	9	35	9
*Сведения об аграрных специальностях отсутствуют, так как на них нет спроса.						

Таблица 10

Результаты вычислений для специальностей ЮФУ

Специальности*	Год обучения					
	Первый		Второй		Третий	
	Число коммерческих мест	Наценка, %	Число коммерческих мест	Наценка, %	Число коммерческих мест	Наценка, %
Педагогические	250	11	250	11	250	11
Технические	86	18	98	18	9	18
Строительные	28	1	27	1	5	1
Экономические	250	8	250	8	250	8
*Сведения об аграрных специальностях отсутствуют, так как на них нет спроса.						

В ЮФУ приём на педагогические и экономические направления ограничен возможностями вуза и не превышает 250 мест. Спрос на коммерческие места по этим специальностямпревышает 250 мест. В целом можно заметить, что спрос на коммерческие места с течением времени снижается, что объясняется рациональным поиском бюджетных возможностей. В этой ситуации вузы вынуждены снижать стоимость коммерческих мест. Новые значения стоимости показаны в табл. 11.

Таблица 11

Дополнительные бюджетные места по специальностям ДГТУ

Специальность	$x_j^B(t)$
Педагогические	1988
Экономические	816
Технические	459
Строительные	331
Аграрные	331

В этом случае результаты расчётов показали, что самому вузу невыгодно осуществлять коммерческий набор, так как при большой стоимости нет спроса на коммерческие места, а при маленькой вуз уходит в убыток из-за квадратичных расходов.

Отметим, что в исследовании учитывалась только первая ступень обучения – бакалавриат. В случае учёта магистратуры и аспирантуры все качественные выводы сохранятся, а количественные выводы будут упираться в идентификацию параметров модели. Для обеспечения спроса на коммерческие места в магистратуру:

- Работодатель должен ясно понимать прирост квалификации специалиста со степенью магистра и осознавать потенциальную полезность его привлечения на соответствующий более высокий уровень оплаты труда по сравнению с работником с дипломом бакалавра. Разница в уровне заработной платы должна иметь мотивирующий и обусловливающий характер для принятия решения о целесообразности инвестиций в обучение в магистратуре.

Иначе говоря, скачок зарплат должен удовлетворять условию

$$\gamma_j^{\text{маг}} - \gamma_j^{\text{бак}} > \frac{a_j^C(t)}{4}.$$

Должен иметь место больший рыночный спрос на привлечение специалистов более высокой квалификации – выпускников магистратуры, обладающих отсутствующими у выпускников бакалавриата компетенциями и большей потенциальной полезностью для работодателя. Это утверждение находит свое подтверждение особенно во время системной экономической рецессии, характеризующейся сокращением предложения рабочих мест и ростом безработицы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена методология когнитивного моделирования при различных типах управления: оптимальном, конфликтном и иерархическом.

Исследована оптимизационная когнитивная модель вуза, благодаря чему можно сделать следующие выводы. Если вузу выделено много бюджетных мест по направлению подготовки, то коммерческие места недостаточно востребованы. Предложение коммерческих мест сверх бюджетных в этом случае приводит к убыткам (в модели не рассматривается возможность отказа вуза от выделенных бюджетных мест). Экономическая целесообразность предложения большого количества коммерческих мест сохраняется только в случае отсутствия бюджетного набора (ЮФУ). Ситуация с выделением небольшого количества бюджетных мест показывает экономические преимущества, позволяя вузу объявлять максимум коммерческих мест в пределах ресурсного потенциала и, соответственно, получать больший доход.

Рекомендации для вуза (и государства): определить приоритет набора – бюджетный или коммерческий. В случае бюджетного приоритета постановка задачи управления изменится, что приведёт к другим выводам. Возможны также изменения в случае учёта магистратуры и рейтинга университетов.

Чрезвычайно перспективным представляется объединение технологии когнитивного имитационного моделирования с математическим аппаратом сетевых игр, интенсивно развиваемым в последнее время [41].

Принципиальных теоретических ограничений применимости описанной методологии авторы не видят. Моделировать можно любые сколь угодно сложные динамические активные системы. Однако могут возникать естественные ограничения технического характера, связанные с размерностью модели, необходимостью сбора и обработки соответствующих данных. Как обычно в прикладном системном анализе, здесь придётся искать компромисс между желаемой точностью и возможностями исследования.

Оценку адекватности модели следует проводить в первую очередь путём содержательного анализа полученных результатов на основе мнения экспертов. Конечно, можно применять традиционные методы прикладной статистики (например, проверки гипотез), но их полезность представляется ограниченной в силу трудностей обеспечения формальных требований к доступным данным. Кроме того, при моделировании сложных социально-экономических систем выводы и рекомендации носят преимущественно качественный характер, поэтому экспертная оценка их валидности приоритетна.

Ещё более полезно мнение экспертного сообщества при интерпретации полученных результатов. Авторы пока подробно не рассматривали известные методики агрегирования и обработки экспертной информации [42], это остаётся предметом для дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Cognitive Modeling*. Ed. by Thad A. Polk and Colleen M. Seifert. – MIT Press, 2002. – 1291 p.
2. *Axelrod, R*. The Structure of Decision: Cognitive Maps of Political Elites. – Princeton: University Press, 1976.
3. *Maruyama, M.* The Second Cybernetics: Deviation-Amplifying Mutual Causal Processes //American Scientist. – 1963. – Vol. 51, no. 2. – P. 164–179.
4. *Робертс Ф.* Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим-задачам. – М.: Наука, 1986. – 497 с. [*Roberts, F*. Diskretnye-matematicheskie modeli s prilozheniyami k social'nym, biologicheskim i ekologicheskim zadacham. – M.: Nauka, 1986. – 497 s. (In Russian)]
5. *Papageorgiou, E.* Review Study on Fuzzy Cognitive Maps and Their Applications during the Last Decade // M. Glykas (ed.), Business Process Management, SCI444. – Springer, 2013. – P. 281–298.
6. *Groumpos, P*. Modelling and Analyzing Manufacturing Systems Using Advanced Methods of Fuzzy Cognitive Maps // J. of Computational Intelligence and Electronic Systems. – 2014. – Vol. 3, no. 2. – P. 143–150.
7. *Benjamín, G., Nápoles, G., Falcon, R.,* et al. A Review on Methods and Software for Fuzzy Cognitive Maps // Artificial Intelligence Review. – 2017. – DOI: 10.1007/s10462-017-9575-1.
8. *Абрамова Н.А.* Экспертная верификация при использовании формальных когнитивных карт. Подходы и практика // Управление большими системами. – 2010. – № 30-1. – С. 371–410. [*Abramova, N.A*. Expert Verification in Formal Cognitive Map Application. Approaches and Practices // Large-scale Systems Control. – 2010. – No. 30-1. – P. 371–410. (In Russian)]
9. *Абрамова Н.А.* О перспективах современной парадигмы когнитивного моделирования // Сборник трудов XIII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2019. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. – 2019. – С. 1858–1863. [*Abramova, N.A*. O perspektivah sovremennoj paradigmy kognitivnogo modelirovaniya // Sbornik trudov XIII Vserossijskogo soveshchaniya po problemam upravleniya VSPU-2019. Institut problem upravleniya im. V.A. Trapeznikova RAN. – 2019. – S. 1858–1863. (In Russian)]
10. *Абрамова Н.А., Авдеева З.К.* Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций: проблемы методологии, теории и практики // Проблемы управления. – 2008. – № 3. – С. 85–87. [*Abramova, N.A., Avdeeva, Z.K.* Cognitive Analysis and Situation Control: Methodology, Theory and Practice Problems // Control Sciences. – 2008. – No. 3. – P. 85–87. (In Russian)]
11. *Авдеева З.К., Коврига С.В*. О постановке задач управления ситуацией со многими активными субъектами с использованием когнитивных карт // Управление большими системами. – 2017. – Вып. 68. – С. 74–99. [*Avdeeva, Z.K., Kovriga, S.V*. On the Statement of Control Problems of the Situation with Many Active Stakeholders with Use of Cognitive Maps // Large-scale Systems Control. – 2017. – Iss. 68. – P. 74–99. (In Russian)]
12. *Авдеева З.К., Коврига С.В.* О некоторых принципах и подходах к построению коллективных когнитивных карт ситуаций // Управление большими системами. – 2014. – Вып. 52. – С. 37–68. [*Avdeeva, Z.K., Kovriga, S.V.* Some Principles and Approaches to Construction of Group Cognitive Maps // Large-scale Systems Control. – 2014. – Iss. 52. – P. 37–68. (In Russian)]
13. *Горелова Г.В.* Когнитивное моделирование сложных систем: состояние и перспективы //Сборник научных трудов XXV Международной научной и учебно-практической конференции. В 3-х частях. – Санкт-Петербург, 2021. – С. 224–248. [*Gorelova, G.V.* Kognitivnoe modelirovanie slozhnyh sistem: sostojanie i perspektivy // Sbornik nauchnyh trudov XXV Mezhdunarodnoj nauchnoj i uchebno-prakticheskoj konferencii. V 3-h chastyah. – Sankt-Peterburg, 2021. – S. 224–248.(InRussian)]
14. *Горелова Г.В.* Когнитивный подход к имитационному моделированию сложных систем // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – № 103 (40). – С. 239–250. [*Gorelova, G.V*. Kognitivnyj podhod k imitacionnomu modelirovaniyu slozhnyh sistem // IzvestiyaYUFU. Tekhnicheskienauki. – 2013. – No. 103 (40). – S. 239–250. (In Russian)]
15. *Горелова Г.В.*, *Захарова Е.Н., Радченко С.А.* Исследование слабоструктурированных проблем социально-экономических систем: когнитивный подход. – Ростов-на-Дону: РГУ, 2006. – 332 с. [*Gorelova, G.V., Zaharova, E.N., Radchenko, S.A*. Issledovanie slabostrukturirovannyh problem social'no-ekonomicheskih sistem: kognitivnyj podhod. – Rostov-na-Donu: RGU, 2006. – 332 c. (In Russian)]
16. *Корноушенко Е.К., Максимов В.И.* Управление ситуацией с использованием структурных свойств её когнитивной карты // Тр. Ин-та проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. – М., 2000. – Т. XI. – С. 85–90. [*Kornoushenko, E.K., Maksimov, V.I*. Upravlenie situaciej s ispol'zovaniem strukturnyh svojstv eyo kognitivnoj karty // Tr. In-ta problem upravleniya im. V.A. Trapeznikova RAN. – M., 2000. – T. XI. – S. 85–90.

17.*Коврига С.В., Максимов В.И.* Технология когнитивного моделирования целенаправленного раз вития регионов РФ // Тр. Ин-та проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. – 2011. – Т. 11 – С. 91–103. [*Kovriga, S.V., Maksimov, V.I.* Tekhnologiya kognitivnogo modelirovaniya celenapravlennogo razvitiya regionov RF // Tr. In-ta problem upravleniya im. V.A. Trapeznikova RAN. – 2011. – Vol. 11 – S. 91–103. (In Russian)]

18.*Максимов В.И.* Структурно-целевой анализ развития социально-экономических ситуаций // Проблемы управления. – 2005. – № 3. – С. 30–38. [*Maximov, V.I.* Structure-Objective Analysis of Socio-Economic Situations Development // Control Sciences. – 2005. – No. 3. – P. 30–38. (In Russian)]

19.*Максимов В.И., Коврига С.В.* Применение структурно-целевого анализа развития социально-экономических ситуаций // Проблемы управления. – С. 39-44. [*Maximov, V.I., Kovriga, S.V.* Application of Structure-Objective Analysis of Socio-Economic Situations Development // Control Sciences. – 2005. – No. 3. – P. 39–44. (In Russian)]

20.*Арженовский И.В., Дахин А.В.* Когнитивная регионология: опыт моделирования региональных социально-экономических процессов // Регионология. – 2020. – Т. 28. – № 3. – С. 470–489. [*Arzhenovskiy, I.V., Dakhin, A.V.* Cognitive Regionology: The Experience of Modeling Regional Socio-Economic Processes // Regionology. – 2020. – Vol. 28, no. 3. – P. 470–489/ (In Russian)]

21.*Макарова Е.Л., Фирсова А.А.* Когнитивное моделирование влияния региональной системы образования на инновационное развитие региона // Изв. Саратовского университета. Новая серия. Экономика. Управление. Право. – 2015. – Т. 5. – Вып. 4. – С. 411–416. [*Makarova, E.L., Firsova, A.A.* Kognitivnoe modelirovanie vliyaniya regional'noj sistemy obrazovaniya na innovacionnoe razvitie regiona // Izv. Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Ekonomika. Upravlenie. Pravo. – 2015. – Vol. 5. – Vyp. 4. – S. 411–416. (In Russian]

22.*Arzy, S., Kaplan, R.* Transforming social perspectives with cognitive maps //Social Cognitive and Affective Neuroscience. – 2022. – Vol. 17, iss. 10. – P. 939–955.

23.*Napoles, G., Grau, I., Conception, L.,*et al. Modeling Implicit Bias with Fuzzy Cognitive Maps // Neurocomputing. – 2022. – Vol. 481. – P. 33–45.

24.*Whittington, J.C.R., McCaffary, D., Bakermans, J.J.W., Behrens, T.E.J.* How to Build a Cognitive Map: Insights from Models of the Hippocampal Formation // arXiv: 2202.01682 [q-bio.NC] https://doi.org/10.48550/arXiv.2202.01682

25.*Бурков В.Н., Новиков Д.А.*Теория активныхсистем: состояние и перспективы. – М.: СИНТЕГ, 1999. – 128 с. [*Burkov, V.N., Novikov, D.A.* Teoriya aktivnyh sistem: sostoyanie i perspektivy. – M.: SINTEG, 1999. – 128 s. (In Russian)]

26.*Новиков Д.А.* Теория управления организационными системами. – М.: Изд-во физ.-мат. лит., 2007. – 584 с. [*Novikov, D.A.* Teoriya upravleniya organizacionnymi sistemami. – M.: Izd-vo fiz.-mat. lit., 2007. – 584 s. (In Russian)]

27.*Горелик В.А., Кононенко А.Ф.* Теоретико-игровые моделипринятия решений в эколого-экономическихсистемах. – М.: Радио и связь, 1982. – 144 с. [*Gorelik, V.A., Kononenko, A.F.* Teoretiko-igrovye modeli prinyatiya reshenij v ekologo-ekonomicheskih sistemah. – M.: Radio i svyaz', 1982. – 144 s. (In Russian)]

28.*Горелик В.А., Горелов М.А., Кононенко А.Ф.* Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. – М.: Радио и связь, 1991. – 288 с. [*Gorelik, V.A., Gorelov, M.A., Kononenko, A.F.* Analiz konfliktnyh situacij v sistemah upravleniya. – M.: Radio i svyaz', 1991. – 288 s. (In Russian)]

29.*Laffont, J.-J., Martimort, D.* The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model. – Princeton University Press, 2002. – 421 p.

30.*Угольницкий Г.А.* Управление устойчивым развитием активных систем. – Ростов-на-Дону: Изд-во Южного федерального ун-та, 2016. – 940 с. [*Ugol'nickij, G.A.* Upravlenie ustojchivym razvitiem aktivnyh sistem. – Rostov-na-Donu: Izd-vo Yuzhnogo federal'nogo un-ta, 2016. – 940 s. (In Russian)]

31.*Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1983. – 393 с. [*Pontryagin, L.S., Boltyanskij, V.G., Gamkrelidze, R.V., Mishchenko, E.F.* Matematicheskaya teoriya optimal'nyh processov. – M.: Nauka, 1983. – 393 s. (In Russian)]

32.*Optimal* Control of Nonlinear Processes (with Applications to Drugs, Corruption, and Terror) / Grass D., Caulkins, J.P., Feichtinger, G., Tragler, G., Behrens, D.A. – Springer, 2008. – 529 p.

33.*Differential* Games in Economics and Management Science / Dockner E., Jorgensen S., Long N.V., Sorger G. – Cambridge: Cambridge University Press, 2000. – 382 p.

34.*Gorelov, M.A., Kononenko, A.F.* Dynamic Models of Conflicts. III. Hierarchical Games // Automation and Remote Control. – 2015. – Vol. 76, no. 2. – P. 264–277.

35.*Ougolnitsky, G.A., Usov, A.B.* Computer Simulations as a Solution Method for Differential Games // Computer Simulations: Advances in Research and Applications. Eds. M.D. Pfeffer and E. Bachmaier. – N.Y.: Nova Science Publishers, 2018. – P. 63–106.

36.*Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. – М.: Физматлит, 2010. – 228 с. [*Gubanov, D.A., Novikov, D.A., Chkhartishvili, A.G.* Social'nyeseti: modeli informacionnogo vliyaniya, upravleniya i protivoborstva. – M.: Fizmatlit, 2010. – 228 s. (In Russian)]

37.*Белов М.В., Новиков Д.А.* Сетевые активные системы: модели планирования и стимулирования // Проблемы управления. – 2018. – № 1. – С. 47–57. [*Belov, M.V., Novikov, D.A.* Network Active Systems: Planning and Stimulation Models // Control Sciences. – 2018. – No. 1. – P. 47–57. (In Russian)]

38.*Новиков Д.А.* «Когнитивные» игры: линейная импульсная модель // Проблемы управления. – 2008. – № 3. – С. 14–22. [*Novikov, D.A.* Cognitive Games: A Linear Step-Function Model // Control Sciences. – 2008. – No. 3. – P. 14–22. (In Russian)]

39.*Антоненко В.В., Караулова Н.М.* К вопросу о сроках окупаемости инвестиций в образование // Финансы и кредит. – 2015. – № 40 (644). – С. 10–21. [*Antonenko, V.V., Karaulova, N.M.* On Payback Period of Investment in Education // FINANCE and CREDIT. – 2015. – No. 40 (644). P. – 10–21. (In Russian)]

40.*Горбанёва О.И., Мурзин А.Д., Угольницкий Г.А.* Управление социо-экономическими системами на основе когнитивного моделирования. Свидетельство о государственной реги-

страции программы для ЭВМ № 2022611893. Зарег. 04.02.2022. [*Gorbaneva, O.I., Murzin, A.D., Ugol'nickij, G.A.* Upravlenie socio-ekonomicheskimi sistemami na osnove kognitivnogo modelirovaniya. Svidetel'stvo o gosudarstvennoj registracii programmy dlya EVM № 2022611893. Reg.04.02.2022. (InRussian)]

41. *Новиков Д.А.* Игры и сети // Математическая теория игр и её приложения. – 2010. – № 2(1). – С 107–124. [*Novikov, D.A.* Games and Networks // Matematicheskaya teoriya igr i ee prilozheniya. – 2010. – No. 2(1). – P. 107–124 (In Russian)]

42. *Павлов А.Н., Соколов Б.В.* Методы обработки экспертной-информации. – СПб.: ГУАП, 2005. – 42 с. [*Pavlov, A.N., Sokolov, B.V.* Metody obrabotki ekspertnoj informacii. – SPb.: GUAP, 2005. – 42 s. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.П. Кузнецовым

Поступила в редакцию 8.08.2022,
после доработки 15.11.2022.
Принята к публикации 15.11.2022.

Горбанёва Ольга Ивановна - д-р техн. наук,
✉ oigorbaneva@sfedu.ru,

Мурзин Антон Дмитриевич - д-р техн. наук,
✉ admurzin@sfedu.ru,

Угольницкий Геннадий Анатольевич – д-р физ.-мат. наук,
✉ gaugolnickiy@sfedu.ru,

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону.

A MATHEMATICAL FORMULATION OF CONTROL PROBLEMS ON COGNITIVE MODELS[1]

O.I. Gorbaneva[1], A.D.Murzin[2], and G.A. Ougolnitsky[3]

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

[1]✉ oigorbaneva@sfedu.ru, [2]✉ admurzin@sfedu.ru, [3]✉ gaugolnickiy@sfedu.ru

Abstract. This paper considers cognitive modeling methods under different types of control. Relevant publications are briefly surveyed. The cognitive model is formally described as a simulation model based on a directed graph (signed or weighted digraph). Mathematical formulations of the optimal, conflict, and hierarchical control problems are proposed for cognitive models in the case of pulse processes and in the general case as well. The methodology is applied to the predator-prey model and the aggregative model of a national economy. The methodological assumptions are detailed for another control problem on a cognitive map (the optimal management of a university). In this model, a university determines the number of commercial places and the price of commercial education. The model is identified on real data for the three largest universities of the Rostov region (the Russian Federation). Some conclusions and recommendations are formulated based on model analysis.

Keywords: control problems, discrete dynamic models, cognitive modeling, control in social and economic systems.

Funding. This work was supported by Southern Federal University within the project “The Digital Atlas of Political and Socio-economic Threats and Risks to the Development of Russia’s Southern Border Area: The National and Regional Context (The Digital South),” no. SP-14-22-06.

УДК 004.942 DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2022.5.4

ПРИМЕНЕНИЕ СЕМИОТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ В ЗАДАЧАХ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

А.А. Кулинич

Аннотация. Предложен подход к построению систем поддержки принятия решений, основанный на применении семиотической модели предметной области и методов обработки естественного языка. В качестве базы знаний семиотической модели используется корпус текста, релевантный предметной области, в которой построена субъективная семиотическая модель ситуации и полученный из сети Интернет. Предложен метод решения обратной задачи в семиотической системе. Для интерпретации получаемых решений в предметной области предложен семантический калькулятор, в котором применяются метод извлечения родовидовых отношений из корпуса текста на основе лексико-синтаксических шаблонов и метод определения частоты совместной встречаемости слов в решении на основе дистрибутивного анализа корпуса текста. Предложены обобщенные структуры подсистем мониторинга и принятия решений, основанные на семиотической модели ситуации и методах обработки естественного языка. Разработан программный макет подсистемы принятия решений. Эксперименты показали эффективность предложенного подхода.

Ключевые слова: принятие решений, семиотическая система, субъективная модель, обработка естественного языка, дистрибутивный анализ.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время методы поддержки принятия решений в сложных социально-экономических и политических системах в условиях неопределенности можно разделить на ряд классов. Первый класс методов (Data Mining) основан на получении закономерностей предметной области и представляет собой извлечение знаний из данных, представленных в числовых шкалах.

Другой класс методов основан на непосредственном извлечении знаний экспертов – это их представление лучшего решения в моделях выбора или в моделях прогноза развития ситуаций. Эти методы используют субъективные предпочтения экспертов, их оценки, знания закономерностей предметной области и др. Однако при этом возникают сложности построения математической модели объекта и измерения его параметров. В условиях неопределенности такая модель – это концептуальная имитационная модель, построенная экспертом и качественно отражающая основные закономерности ситуации. В таких условиях модель ситуации трудно верифицировать и поэтому результаты моделирования, трудно интерпретируемые в терминах предметной области, оказываются ненадежными.

Методы принятия решений с использованием лингвистической информации об объекте управления исследовались в рамках ситуационного управления [1]. Здесь описание объекта на естественном языке представляется на ограниченном естественном языке с помощью ядерных конструкций, включающих в себя элементы языка и разнообразные отношения между ними. Такое описание называется состоянием объекта и управление возможно, если для некоторого целевого состояния существует описание управляющего воздействия на естественном языке. В ситуационном управлении необходимо перечислить все возможные состояния объекта управления и привязать к каждому состоянию управляющее воздействие на естественном языке. Для сложных объектов такая задача оказывается труднорешаемой, требующей большой экспертной работы.

Идеи ситуационного управления получили развитие в рамках прикладной семиотики [2]. Здесь модель объекта строится с использованием знаков-

символов. Знак-символ определен немецким логиком Г. Фреге и представляется тройкой [3]: имя, смысл и значение знака. Знак-символ связывает знания эксперта (это имя и смысл) с объектом реального мира (это значение знака).

В работе [4] знак определяется как четверка: имя, образ (перцепт), значение и личностный смысл. Здесь определена математическая модель знака, операторы связывания всех его элементов, операции на множествах элементов знака. В этой работе акценты сделаны на распознавание перцептивных образов в виде связанной знаковой картины мира, определяющей поведение субъекта, основанное на опыте (личностном смысле).

В работе [2] определена модель семиотической системы, известная как квадрат Поспелова. Квадрат Поспелова включает в себя: метазнак, определяющий имя семиотической системы (множество знаков-символов); синтаксис, определяющий правила построения знаковой системы; семантику, определяющую смысл – основные свойства семиотической системы; прагматику, определяющую основные действия, которые возможно выполнить в рамках этой семиотической системы.

Основные аспекты семиотических систем – синтаксис, семантика и прагматика семиотической системы – были сформулированы в классических работах логиков Ч. Пирса [5] и Дж. Морриса [6].

Семиотический подход применяется: при проектировании информационных систем [7]; при проектировании компьютерных систем (*computer semiotics*) [8]; для представления интерфейсов систем в разных, но эквивалентных знаковых системах (*algebraic semiotic*) [9]; в концептуальном моделировании в базах данных [10], основанном на расширении модели «сущность – связь», с помощью алгебры фреймов и образов данных.

Применение семиотического подхода для решения сложных стратегических задач в энергетической сфере и других критических инфраструктурах рассматривалось в работах [11, 12].

В настоящей работе рассматриваются вопросы построения семиотических систем поддержки принятия решений в условиях неопределенности. Для этого совместно используются качественная семиотическая модель ситуации и технологии получения релевантной информации из сети Интернет с применением различных методов обработки естественного языка. Качественная субъективная семиотическая модель используется как шаблон для получения релевантной информации из сети Интернет. Рассматриваются задачи: мониторинга состояния ситуации и получения прогнозов ее развития; поддержки принятия решений для управления ситуацией с интерпретацией решений и поиска их прецедентов в сети Интернет.

1. АРХИТЕКТУРА СЕМИОТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Архитектура систем управления, основанная на прикладной семиотике [1, 2, 13], формировалась в рамках исследований систем ситуационного управления сложными объектами.

Архитектура семиотической системы поддержки принятия решений ориентирована на работу с объектами (ситуациями), описанными на естественном языке, и включает в себя следующие подсистемы (рис. 1):

- интерпретатор входного языка, который переводит неструктурированную лингвистическую информацию об объекте управления на естественном языке на внутренний язык системы;
- анализатор, который осуществляет предварительную классификацию текущей ситуации на ситуации, требующие и не требующие управления;
- классификатор, осуществляющий обобщение и редукцию текущей ситуации к одному или нескольким классам типовых ситуаций, включенных в базу знаний и допускающих одношаговые управляющие воздействия;
- коррелятор, который организует процесс формирования управляющих воздействий на управляемый объект, адекватных текущим ситуациям и текущей модели мира в базе знаний системы;
- экстраполятор, который оценивает полученное решение на основе прогноза развития ситуации в текущей модели мира и, возможно, корректирует его, подбирая модель мира в цикле «анализатор – классификатор – коррелятор»;
- интерпретатор внутреннего языка, который представляет полученное решение на естественном языке.

Основным элементом этой архитектуры является база знаний, включающая в себя множество классов типовых ситуаций и моделей возможных миров. Последовательная передача результатов работы от интерпретатора анализатору, классификатору, а затем коррелятору и экстраполятору образует цикл работы семиотической архитектуры системы.

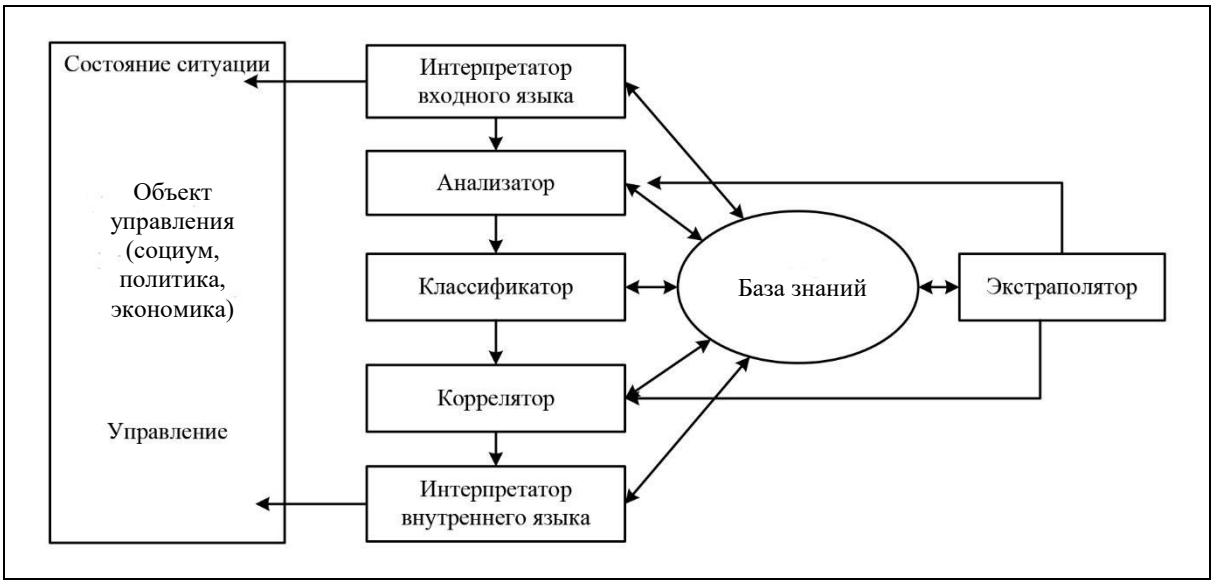


Рис. 1. Архитектура семиотической системы [13]

В системах управления, построенных на принципах прикладной семиотики, происходит чередование шагов математического моделирования ситуаций и синтеза управления в рамках фиксированных формальных моделей мира, представленных в базе знаний. Семиотическое моделирование приводит к перестройке формальных моделей мира на основе знаний о предметной области и реальных ситуациях, возникающих в процессе функционирования объекта и системы управления [13].

В этой семиотической архитектуре модели и возможные миры для принятия решений, представленные в базе знаний, замкнуты в отношении знаний о проблемной области.

В условиях неопределенности семиотическая система должна быть открыта, т. е. должна иметь возможность пополнения знаний. Поэтому основное отличие рассматриваемой здесь семиотической системы поддержки принятия решений заключается в том, что для ее работы в качестве базы знаний используется информация сети Интернет.

В международных и российских стандартах даются различные определения информации. Например, в области информационных технологий информация – это знания о фактах, событиях, вещах, идеях и понятиях, которые в определенном контексте имеют конкретный смысл (ISO/IEC 2382:2015), а в области обработки информации это любые данные, представленные в электронном или любом другом виде, предназначенные для обработки информационными системами и системами принятия решений. Федеральный закон «Об информации, информационных технологиях и о защите информации» № 149-ФЗ трактует информацию как «сведения (сообщения, данные) независимо от формы их представления».

При этом данные определяются как представление информации формализованным способом, подходящим для коммуникации, интерпретации или коммуникации или обработки (ISO/IEC 2382-1:2015).

По форме представления выделяют структурированные и неструктурированные данные. Структурированные данные (*structured data*) – это данные, которые организованы на основе заранее определенного набора правил. Предопределенный набор правил, регулирующий основу, на которой структурированы данные, должен быть четко установлен и обнародован и может быть использован для управления структурированием данных (ИСО/МЭК 20546:2019(ru), 3.1.35). Примеры структурированных данных – это данные, представленные в таблицах баз данных, или же размеченный вручную или автоматически текст. Разметка предполагает привязку к словам текста определенных меток (тегов), что позволяет представить информацию в табличном виде и обработать.

Неструктурированные данные (*unstructured data*) – это данные, характеризуемые отсутствием какой-либо структуры, кроме структуры на уровне записи или файла. Примером неструктурированных данных является свободный текст (ИСО/МЭК 20546:2019(ru), 3.1.37). Формально свободный текст имеет синтаксическую структуру и передает конкретный смысл. Однако для получения информации из текста необходима его предварительная обработка методами обработки естественного языка и интеллектуального анализа.

Отметим, что архитектура, предложенная в работе [13], – абстрактная. Здесь сформулированы основные идеи: как такая семиотическая система и ее подсистемы могут функционировать, но ее реализация невозможна. В настоящей работе предлагается возможная реализация семиотической системы поддержки принятия решений в условиях неопределенности. Предложенная архитектура включает в себя семиотическую модель, подсистему мониторинга ситуации, подсистему выработки альтернатив решений и их объяснение. Внутренний язык задается субъективной семиотической моделью, построенной экспертом. Интерпретатор входного языка – это подсистема мониторинга состояния. Эта подсистема позволяет представить свободный текст, полученный из сети Интернет, на внутреннем языке семиотической системы. Подсистема выработки альтернатив решений основана на решении обратной задачи в семиотической системе. Кроме того, в этой подсистеме реализуется интерпретатор внутреннего языка. Интерпретатор переводит решения, полученные в семиотической системе, на естественный язык, определяя имя класса решений и объясняя контекст, в котором имя класса используется (это предложение – свободный текст).

В условиях неопределенности в качестве базы знаний предложено использовать неструктурированные данные сети Интернет (свободный текст), который предварительно структурируется с помощью методов обработки естественного языка.

2. СЕМИОТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИТУАЦИИ

В роли качественной субъективной модели ситуации выступает семиотическая модель предметной области, предложенная в работе [14]. Семиотическая модель ситуации [14] является субъективной качественной моделью представления знаний эксперта о динамических системах, элементами которой является модель знака Г. Фреге [3], связывающая реальный мир (денотат) с ментальными представлениями о мире (знаниями) в виде имени знака (символа) и смысла, определяющего его основные признаки (свойства). Семиотическая модель описывает ситуацию в трех аспектах: синтаксическом, семантическом, прагматическом. Синтаксис отвечает за представление отношений между знаками, описывающими реальность. Семантика изучает отношения между знаками и тем, что они обозначают в реальном мире, а прагматика отвечает за отношения между знаками и теми, кто ими пользуется. В нашем случае пользователь знаковой системы – это лицо, принимающее решение (ЛПР).

Синтаксическая модель. При построении синтаксической модели будем основываться на логико-лингвистическом представлении основных элементов исследуемой системы [15]. В логико-лингвистических моделях основные элементы, отношения между ними, их возможные состояния (значения) представляются на естественном языке. В синтаксической модели представлены основные части анализируемой системы в виде множества их имен $D = \{d_i\}$, $i = 1,\ldots,M$. На этом множестве определено отношение «часть – целое» – $\Theta \subseteq D \times D$. Для каждой составной части d_i моделируемой ситуации определено множество имен его параметров $F_i = \{f_{ij}\}$, где j – номер параметра i-й части. Для каждого параметра задано множество значений, $Z_i = \{Z_{ij}\}$ в виде упорядоченного множества лингвистических значений, т. е. $Z_{ij} = \{z_{ij1},\ldots z_{ijq}\}$, $z_{ijq+1} \succ z_{ijq}$, $q = 0,\ldots, n-1$. Вектор значений всех параметров ситуации в момент времени t, $Z(t) = (z_{1je},\ldots, z_{njq},)$, называется ее состоянием.

Логико-лингвистическая модель строится для представления динамики изменения параметров ситуации и решения обратной задачи для нахождения значений параметров, способных изменить текущее состояние ситуации на целевое. Для моделирования динамики необходимо определить причинно-следственные связи между параметрами и их силу.

Сила причинно-следственной связи определяется на естественном языке из множества возможных значений: например, RF = {«*Сильно усиливает*», «*Усиливает*», «*Слабо усиливает*»}. Сила причинной связи определяет бинарное отношение между множествами возможных значений параметров. Например, RF(«*Сильно усиливает*») $\subseteq Z_{1j} \times Z_{2u}$ означает, что параметр j первой подсистемы (причина) связан с параметром u второй подсистемы (следствие). Силу влияния определяют пары значений из множества $Z_{1j} \times Z_{2u}$: например, для отношения «*Сильно усиливает*» пары значений этого отношения (z_{1j2}, z_{2u3}; …, z_{1jn}, z_{2um}) означают, что изменение значения параметра j первой подсистемы до второго элемента (z_{1j2}) множества значений Z_{1j} (причины) увеличит значение параметра u второй подсистемы до третьего элемента (z_{2u3}) множества Z_{2u} и т. д.

В синтаксической модели экспертным способом определяются причинно-следственные отношения между параметрами и представляются в виде отношения W, заданного на множествах значений всех параметров. Для определения прогноза разви-

тия ситуации это отношение в виде логико-лингвистических уравнений для системы, имеющей f_i параметров ($i = 1,\ldots, n$), каждый из которых имеет множество значений Z_i, запишем в виде отображения [15]

$$W: Z(t) \to Z(t + 1), \qquad (1)$$

где $Z(t) \in \underset{i}{\times} Z_i$, $Z(t) = (z_{1e},\ldots, z_{nq},)$ – вектор состояния ситуации; $\underset{i}{\times} Z_i$ – множество векторов возможных состояний; W – причинно-следственные отношения; $i = 1,\ldots, n$.

Для вычисления прогноза развития ситуации в модели, заданной логико-лингвистическими уравнениями, обычно применяют теорию нечетких множеств и систем [16]. В этом случае для всех параметров должны быть определены функции принадлежности и нечеткое причинно-следственное отношение. Несмотря на то, что все теоретические вопросы для вычисления прогноза в нечетком виде решены, процесс построения функций принадлежности и определения нечетких отношений требует большой экспертной работы.

В работе [17] Б. Коско предложил нечеткую каузальную алгебру, которая не требует построения функций принадлежности, достаточно упорядоченных лингвистических значений силы причинных связей. Он предлагает способ вычисления влияния одного параметра на другой по цепочкам причинно-следственных связей. Сила влияния цепочки определяется минимумом силы, включенной в цепочку, а агрегированное значение влияния всех цепочек определяется как максимум из всех сил, влияющих на параметр цепочек влияния.

В настоящей работе применяется метод получения прогноза развития ситуации, предложенный в статье [18].

Здесь строится шкала лингвистических значений параметра $Z_{ij} = \{z_{ij1},\ldots, z_{ijq}\}$ как отображение в числовое множество $X_{ij} = \{x_{ij1},\ldots, x_{ijq}\}$, элементы которого определены на отрезке числовой оси [0, 1], т. е. $x_{ij1},\ldots, x_{ijq} \in [0, 1]$. Точки числовой оси образуют упорядоченное множество числовых точек X_{ij} , элементы которого упорядочены так же, как упорядочены лингвистические значения, т. е. если $z_{ijq+1} \succ z_{ijq}$, то $x_{ijq+1} \succ x_{ijq}$. Таким образом, определено отображение φ: $Z_{ij} \to X_{ij}$. Определено также и обратное отображение φ^{-1}: $X_{ij} \to Z_{ij}$, позволяющее интерпретировать любое значение $x_{ijq} \in [0, 1]$ в лингвистическое значение $z_{ijq} \in Z_{ij}$, $\forall q$.

В этом случае сила причинно-следственной связи может быть интерпретирована как коэффициент передачи, определенный как действительное число. Значения параметра причины и параметра следствия связаны соотношением $x_{ijq} = w_{ijpt}^{*}\, x_{pto}$, где $x_{ijq} \in X_{ij}$ – значение параметра следствия, $x_{pto} \in X_{pt}$ – значение параметра причины. Коэффициент передачи $w_{ijpt}^{*} = 1$, если моделируется отношение «*Усиливает*», $w_{ijpt}^{*} > 1$, если моделируется отношение «*Сильно усиливает*», и $w_{ijpt}^{*} < 1$ при отношении «*Слабо усиливает*». Подробно вопросы определения силы причинной связи (коэффициентов передачи) описаны в работе [18].

Линейная связь значений параметров причины и следствия оправдана в условиях неопределенности, при субъективных оценках силы причинно-следственного влияния.

Вычисление прогноза развития ситуации в числовой системе определится с помощью конечно-разностного уравнения

$$X(t + 1) = W^{*} \circ X(t),$$

где $X(t)$ и $X(t + 1)$ – векторы параметров ситуации в последовательные моменты времени; $W^{*} = |\, w_{ij}^{*} \,|_{n \times n}$ – матрица коэффициентов передачи; $\circ$ – правило вычисления прогнозных значений.

В качестве правила вычисления прогнозных значений вектора $X(t + 1)$ используется правило агрегации значений max-product (умножение и взятия максимума). Таким образом, элемент прогнозного вектора определится из соотношения: $x_i(t + 1) = \max\limits_{r=1,\ldots,n} x_r(t)\, w_{ir}$, $\forall i$.

Прогнозный вектор может быть представлен в лингвистическом виде: $Z(t + 1) = \varphi^{-1}(X(t + 1))$.

Таким образом, синтаксическая модель определена кортежем

$$\langle F, Z, W, Z(t)\rangle, \qquad (2)$$

где F – множество параметров; Z – множество множеств значений параметров; W – причинно-следственное отношение на множестве значений параметров; $Z(t)$ – состояние (вектор значений всех параметров).

Семантическая модель. В семантической модели предметной области представлены возможные состояния синтаксической модели (2) в виде частично упорядоченного множества именованных классов состояний.

Такое представление основано на интерпретации пространства возможных состояний динамической системы (1) $SS = \underset{i}{\times} Z_i$ как признакового семантического пространства (*Semantic Space*).

В признаковом семантическом пространстве состояния ситуации представляются как понятия. Реальные ситуации (состояния-денотаты), опреде-

ляются именами и векторами значений признаков, характеризующих их содержание (смысл). В семантических пространствах ситуации с близкими значениями параметров образуют классы состояний, а между классами определяются отношения («класс – подкласс» или «род – вид»), т. е. определяется понятийная структура.

В работе [19] был предложен метод структуризации пространства состояний SS динамической системы (1) на вложенные области возможных состояний $SS(d^H) \subset SS$, имеющие искусственные имена d^H, определяющие класс состояний системы (1): $SS(d^H) \Leftrightarrow d^H$, $H = 0,\ldots, 3^N$, где N – число параметров.

На рис. 2–5 дана иллюстрация предложенного метода структуризации пространства состояний на примере системы с двумя параметрами (признаками).

На рис. 2 показан пример семантического пространства для ситуации с двумя признаками $F = \{f_1, f_2\}$, значения которых определяются из множеств значений соответственно $Z_1 = \{Z_{11},\ldots, Z_{1n}\}$ и $Z_2 = \{Z_{21},\ldots, Z_{2m}\}$. Начальное состояние ситуации $Z(0)$ показано как точка с координатами $Z(0) = (Z_{1q}, Z_{2s})$, в пространстве $SS = Z_1 \times Z_2$.

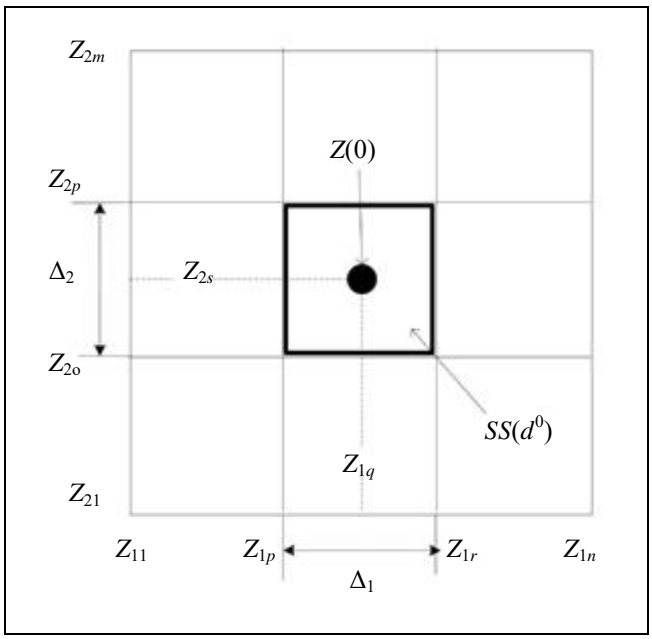


Рис. 2. Область базового класса состояний

Экспертным путем определяются окрестности точки начального состояния по признаку 1 (это $\Delta_1 = \{Z_{1p},\ldots, Z_{1r}\}$) и по признаку 2 ($\Delta_2 = \{Z_{2o},\ldots, Z_{2p}\}$), которые называются интервалами толерантности начального состояния по признакам 1 и 2. Область семантического пространства $SS(d^0) \subseteq SS$, полученная прямым произведением интервалов толерантности всех признаков состояния $Z(0)$, определяет базовый класс состояний $SS(d^0) = \Delta_1 \times \Delta_2$. Любое состояние $Z(t)$ системы (1), которое принадлежит базовому классу $SS(d^0)$, $Z(t) \in SS(d^0)$, будет иметь имя d^0 , т. е. базовый класс определяет класс малоразличимых, эквивалентных состояний.

На рис. 3 показаны области семантического пространства $SS(d^1)$, $SS(d^2)$, $SS(d^3)$, $SS(d^4)$. Например, область $SS(d^3)$ определяется так: $SS(d^3) = \{Z_{2o},\ldots, Z_{2p}\} \times \{Z_{11},\ldots, Z_{1r}\} = \Delta_2 \times \Delta_3$. Поскольку области $SS(d^1)$, $SS(d^2)$, $SS(d^3)$, $SS(d^4)$ включают в себя область базового класса состояний $SS(d^0)$, то считается, что они обобщают базовый класс состояний. Причем области $SS(d^1)$, $SS(d^3)$ обобщают область $SS(d^0)$ по признаку 2, а $SS(d^2)$, $SS(d^4)$ – по признаку 1. Областям $SS(d^1)$, $SS(d^2)$, $SS(d^3)$, $SS(d^4)$ соответствуют имена этих областей, соответственно имена классов состояний d^1, d^2, d^3, d^4. Далее мы будем оперировать именами классов состояний.

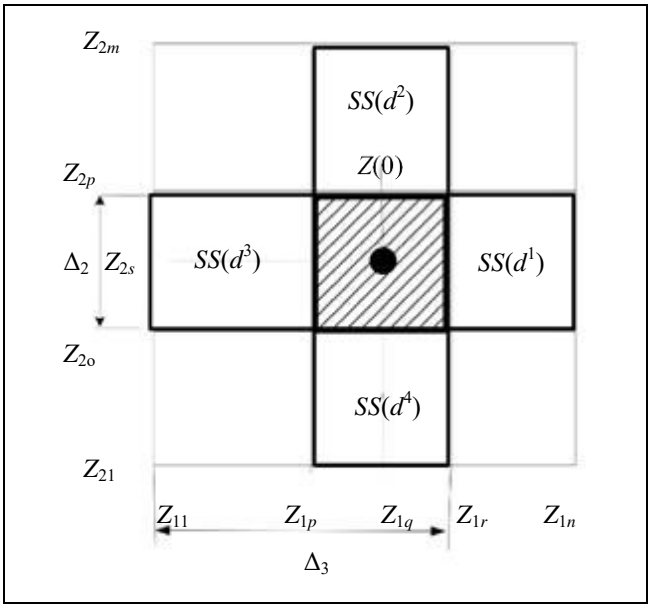


Рис. 3. Области обобщенных классов состояний по признакам 1, 2

На рис. 4 показаны области семантического пространства $SS(d^5)$, $SS(d^6)$, $SS(d^7)$, $SS(d^8)$. Например, область $SS(d^5)$ определяется так: $SS(d^5) = \{Z_{2o},\ldots, Z_{2m}\} \times \{Z_{1r},\ldots, Z_{1n}\} = \Delta_4 \times \Delta_3$. Эти области включают в себя область базового класса и обобщенные области по одному из признаков. Например, $SS(d^5)$ включает в себя области $SS(d^1)$, $SS(d^2)$ и область базового класса $SS(d^0)$. Такая вложенность позволяет говорить, что эти области обобщают обобщенные области по одному признаку, а базовый класс состояний – по двум признакам. Эти области обозначаются именами d^5, d^6, d^7, d^8.

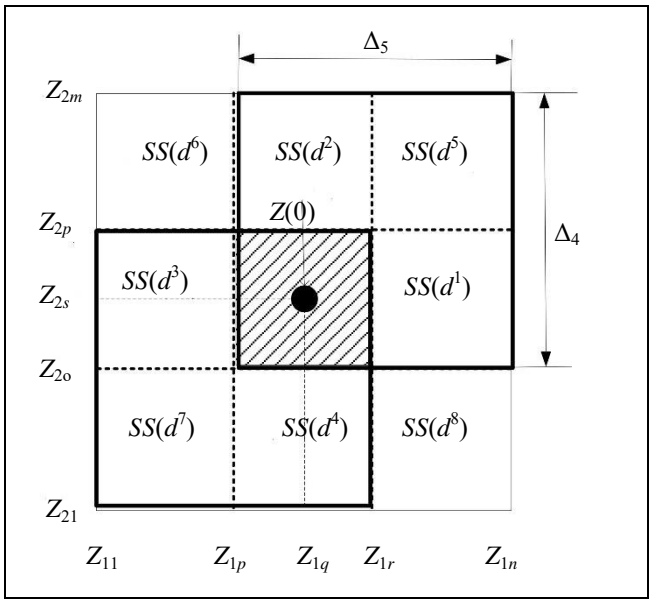


Рис. 4. Области обобщенных классов состояний по двум признакам

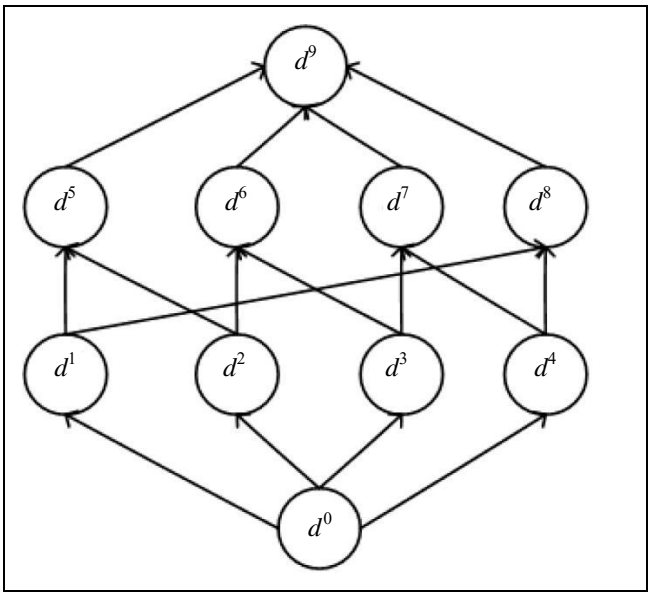


Рис. 5. Концептуальный каркас предметной области

В работе [16] было показано, что имена d^H по вложению областей состояний $SS(d^H)$ образуют частично упорядоченное множество имен $\{d^H\}$ классов состояний $CF = (\{d^H\}, \leq)$, называемое качественным концептуальным каркасом (*Conceptual Framework*), который определяет качественную онтологию предметной области, для которой, в свою очередь, была построена синтаксическая модель (2).

На рис. 5 показана диаграмма Хассе, определяющая частичный порядок имен классов состояний. Первый уровень имен классов обобщает базовый класс, а второй обобщает имена первого уровня. Такая качественная онтология определяет понятийную систему плохо определенной предметной области.

Таким образом, семантика синтаксической модели (2) определена качественным концептуальным каркасом

$$CF = (\{d^H\}, \leq), \tag{3}$$

где $d^H \Leftrightarrow SS(d^H)$ – имена классов состояний, которые однозначно определяют области семантического пространства.

Отметим, что состояния синтаксической модели $Z(t)$ в разные моменты времени могут принадлежать разным областям $SS(d^H)$ и, следовательно, иметь разные имена d^H, $Z(t) \in SS(d^H)$.

Отметим также, что концептуальный каркас (3) является идеализированной семантической моделью предметной области. Здесь явно определено только имя базового понятия (класса) d^0, а для всех остальных классов состояний определены искусственные имена d^H и области семантического пространства $SS(d^H)$, которое они определяют. В условиях неопределенности, когда онтологию предметной области построить невозможно, концептуальный каркас задает «опорные точки» возможных классов состояний. Эти «опорные точки» связаны с базовым классом отношением «класс – подкласс». Реальные (не искусственные) имена классов состояний, которые будут соответствовать решениям обратной задачи, мы будем искать с помощью методов обработки неструктурированных данных (обработки свободного текста) в сети Интернет.

Прагматическая модель. В семиотике прагматика отвечает за отношения между знаками и теми, кто ими пользуется. В прагматической модели рассматривается оценка полезности состояния системы для ЛПР. Оценка основана на определении значений коэффициентов предпочтений эксперта α_j относительно значений параметров в векторе состояний $(Z(t))$.

Оценка состояния $O(Z(t))$ представляется линейной сверткой

$$O(Z(t)) = \sum_j \alpha_j x_j(t), \; j = 1,\ldots, n, \tag{4}$$

$$\sum_j a_j = 1.$$

где $x_j(t) \in [0, 1]$ – отображение φ лингвистических значений параметров $z_j(t)$ на отрезок числовой оси [0, 1], т. е. φ: $z_j(t) \to x_j(t) \in [0, 1]$, $z_j(t) \in Z(t)$, $O(Z(t)) \in [0, 1]$.

Все три модели связаны между собой общими параметрами, и поэтому изменение состояния любой из них приведет к изменению состояний других моделей.

Общая постановка задачи принятия решения в семиотической системе следующая. Для семиотического описания сложной системы (2)–(4) необходимо найти новое описание системы в синтаксической и семантической модели, такое чтобы их прагматическая оценка O^* была бы лучше существующей O. В работе [20] был предложен метод решения этой задачи. Он основан на решении обратной задачи в семиотической модели путем определения цели в прагматической модели, решения обратной задачи в этой модели и последовательной передачи результатов решения из прагматической модели в синтаксическую, а затем в семантическую модель.

Для решения обратной задачи в синтаксической модели применялись методы решения обратных задач для систем, параметры которых определены качественно или нечетко. Эти методы рассматривались в работах [21, 22].

3. МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Рассмотрим алгоритм решения обратной задачи (*inverse problem*) в общем виде. Считается заданным отношение $W = |w_{ij}|_{n\times n}$ между признаками ситуации и целевой вектор значений признаков ситуации $G = (g_1, g_2, \ldots, g_n)$. Задача заключается в нахождении множества векторов входных воздействий $\Omega = \{U_k\}$ таких, что для всех $U_k = (u_{k1}, u_{k2}, \ldots, u_{kn})$ выполняется равенство $U_k \mathcal{O} W = G$, $\forall k$. Задача решается в числовой системе, т. е. элементы отношения W, вектора цели $g_i \in G$ и вектора управляющих воздействий $u_{ij} \in U$ определяются как действительные числа: $w_{ij} \in \mathrm{R}$, $g_i \in [0, 1]$, $u_{ki} \in [0, 1]$.

Поскольку для получения прогнозов развития ситуации использовалась композиция max-product, то в дальнейшем будем рассматривать алгоритмы решения обратных задач для композиционного правила max-product. Задача здесь заключается в нахождении обратного отображения к композиции max-product.

В работе [22] разработан итерационный алгоритм, позволяющий получить множество решений обратной задачи $\Omega = \{U_{\max}, U_{\min}\}$ – одно максимальное $U_{\max}$ и множество минимальных решений $U_{\min} = \{U_1, U_2, \ldots, U_q\}$, где $U_{\max}, U_1, \ldots, U_q$ – векторы значений параметров ситуации. Итерационный алгоритм такой.

1. Определяется вектор $U_{\max} = (u_{1\max}, \ldots, u_{n\max})$ максимального решения $U_{\max} = \min(W\alpha' G^{\mathrm{T}})$, где

$$w_{ij}\,\alpha\, g_j = \begin{cases} 1, \text{ если } g_j \ge w_{ij}; \\ \dfrac{g_j}{w_{ij}} \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Элемент вектора $U_{\max}$ определяется из соотношения $u_{i\max} = \min\limits_{r=1}^{n} w_{ir}\alpha\, g_r$. При определении вектора $U_{\max}$, в отличие от обычного умножения матриц, для композиции max-product вместо обычного умножения используется операция α, а вместо – суммы взятие минимума.

2. Множество минимальных решений определяется из соотношения

$$U_{\min} = \{\max \Phi\, [((W\beta\, G^{\mathrm{T}})\, \gamma\, (U_{\max})^{\mathrm{T}})]\}.$$

2.1. Здесь операция β определяется так:

$$U_\beta = w_{ij}\,\beta\, g_j = \begin{cases} 0, \text{ если } g_j > w_{ij} \text{ или } g_j = w_{ij} = 0; \\ \dfrac{g_j}{w_{ij}} \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Элемент вектора строки $U_\beta = (u_{\beta 1}, \ldots, u_{\beta n})$ определяется из соотношения $u_{\beta i} = \max\limits_{r=1}^{n} w_{ir}\alpha\, g_r$.

2.2. Операция γ для матриц U_β и $U_{\max}{}^{\mathrm{T}}$ определяется так:

$$U_\gamma = u_{\beta i}\,\gamma\, u_{i\max} = \begin{cases} 0, \text{ если } u_{i\max} \ne u_\beta; \\ u_{i\max}, \text{ если } u_{i\max} = u_\beta. \end{cases}$$

Элементы матрицы $U_\gamma = |u_{\gamma ij}|_{n\times n}$ определяются из соотношения:

$$u_{\gamma ij} = \left(u_{i\,max}\,\gamma\, u_{\beta j}\right)_{\substack{j=1,\ldots,n,\\ i=1,\ldots,n}}.$$

2.3. Операция $\Phi(U_\gamma)$ образует множество матриц $\Phi(U_\gamma) = \{\phi(U_{\gamma k})\}$, полученных из U_γ по определенному правилу:

- матрицы $\phi(U_{\gamma k})$ формируются таким образом, чтобы в каждом столбце матрицы содержался только один ненулевой элемент, а все остальные элементы обнуляются. В этом случае сумма элементов для каждого столбца матрицы $\phi(U_{\gamma k})$ будет равна ненулевому элементу;
- любая матрица $\phi(U_{\gamma k}) \in \Phi(U_\gamma)$ содержит уникальное сочетание ненулевых элементов столбцов исходной матрицы $U_{\gamma k}$.

2.4. Операция $\max(\Phi(U_\gamma))$ формирует все минимальные решения обратной задачи путем взятия максимума по строкам для каждой матрицы $\phi(U_{\gamma k}) = |u_{\gamma kij}|$. Минимальные решения определяются из соотношения $U_k = \max\limits_{i=1,\ldots,n} \phi(U_{\gamma k})$, $U_k = (u_{\gamma k1}, \ldots, u_{\gamma kn})$.

Таким образом, получаем векторы-столбцы решений ($U_1,\ldots, U_k$).

Применяя к элементам векторов решений обратное отображение φ^{-1}, получаем вектор лингвистических значений решения обратной задачи, т. е. $Z^*_k = \varphi^{-1}(U_k) = (z_{k1},\ldots, z_{kn})$, $\forall z_{ki} \in Z_i$.

Все решения обратной задачи представляются в виде точек с координатами элементов векторов решений в структурированном семантическом пространстве $CF(3)$. Тогда решения (точки в семантическом пространстве) попадают в разные области $SS(d^H)$, характеризующие классы состояний с разными именами d^H. Таким образом, формальное решение обратной задачи дает множество имен классов решений, которые структурируются по вложению областей $SS(d^H)$, соответствующих этим именам в виде качественной онтологии – концептуального каркаса решений.

Формальные имена классов решений определены математическими символами d^H. Для определения имен классов решений в предметной области в работе [20] были рассмотрены методы, основанные на исследованиях процессов классификации [23] и категоризации [24], выполненных психологами. Предложен метод определения составного имени нового класса, суть которого заключается в добавлении к имени базового класса d^0 оценки отличительного признака или признаков. Поясним этот метод.

В семантической модели определена область базового класса $SS(d^0) = \underset{i}{\times} \Delta_i$, где $\Delta_i = z_{i0} \pm \varepsilon_i$ – интервал толерантности по признаку i, $z_{i0} \in Z_i$ – значение признака в начальном состоянии, $\pm\varepsilon_i$ – определяет границы интервала толерантности по признаку f_i. Решение обратной задачи – это вектор $Z_k = (z_{k1},\ldots, z_{kn})$, $z_{ki} \in Z_i$. Результат решения обратной задачи в семантической модели (3) будем представлять в виде вектора $A_k = (a_{k1},\ldots, a_{kn})$, $a_{ki} \in \{-1, 0, 1\}$, где $a_{ki} = -1$, если $u_{ki} < z_{i0} - \varepsilon_i$; $a_i = 1$, если $u_{ki} > z_{i0} + \varepsilon_i$; $a_i = 0$, если $u_{ki} \in z_{i0} \pm \varepsilon_i$.

В векторе решения $A_k = (a_{k1},\ldots, a_{kn})$, $a_{ki} \in \{1, 0, -1\}$, компонента a_{ki} качественно характеризует оценку значения i-го параметра (f_i) в решении обратной задачи: т. е. если $a_{ki} = 1$, то параметр имеет большое значение, а если $a_{ki} = -1$, то параметр имеет малое значение. Этот вектор можно представить в виде вектора с лингвистическими оценками $L_k = (l_{k1},\ldots, l_{kn})$, где l_{ki} = «*Большой*», если $a_{ki} = 1$, l_{ki} = «*Малый*», если $a_{ki} = -1$. Тогда составное искусственное имя класса решений будет иметь вид

$$d_k^H = d^0 \underset{i\,(a_{k_i} \neq 0)}{\&} l_{ki}.$$

Например, если имя базового класса d^0 = «*Инфляция*», то возможные составные имена новых классов по признаку «*Уровень инфляции*» могут быть такими: d_k^1 = «*Инфляция высокая*» или d_k^2 = = «*Инфляция низкая*».

Этот метод определения составного искусственного имени дает для каждого решения из множества Z_k, $\forall k$, решение, выраженное на ограниченном естественном языке – это имя базового класса решений d^0 и перечисление оценок (l_{ki}) значений признаков отличных от значений признаков базового класса.

В психологии возможен и другой метод определения имени класса решения. Он основан на психологической теории прототипов (категорий) [24]. В этой теории считается, что имя прототипа определяется именем наиболее характерного и часто употребляемого имени представителя этого класса. Отметим, что прототип имеет социокультурный контекст. Это означает, что имя прототипа в разных социальных или культурных сообществах может иметь разный смысл. Смысл в определении Г. Фреге [3] – это информация об объекте, иначе – множество его свойств.

В нашем случае прототипом класса решений с именем d_k^H считаются слова (знаки-символы), которые часто употребляются с составным именем класса решений d_k^H в контексте предметной области.

Особенность семиотических моделей заключается в том, что в условиях неопределенности и неполноты знаний они позволяют представить множество альтернативных синтаксических моделей ситуации в виде частично упорядоченного множества имен классов состояний семантической модели – концептуального каркаса предметной области.

Недостаток субъективных качественных семиотических моделей – это сложность их верификации и множественность субъективных интерпретаций результатов моделирования. Суть этой проблемы и методы ее решения описаны в работах [25, 26]. В настоящей работе для поддержки интерпретации решений в предметной области предлагается применить методы обработки естественного языка корпуса текста, релевантного предметной области и полученного из сети Интернет.

4. МОНИТОРИНГ СОСТОЯНИЯ СИТУАЦИИ

Под мониторингом понимают процесс наблюдения и регистрации состояния некоторого объекта или ситуации. Когда речь идет о наблюдении за

состоянием технического объекта, параметры которого могут быть измерены и представлены в числовых шкалах, реализация процесса мониторинга, как правило, не вызывает затруднений. При мониторинге социальных и политических ситуаций, множество параметров которых представлено в лингвистических шкалах, отражающих мнения, точки зрения, поведение социальных групп или отдельных политических деятелей, программная реализация наблюдения за состоянием ситуации значительно усложняется.

Применение для определения состояния ситуации полного лингвистического анализа (*Knowledge Acquisition*), предполагающего морфологический, синтаксический и семантический анализ текста, результатом которого является семантическая сеть концептов предметной области, из-за теоретических сложностей обработки естественного языка оказывается нецелесообразным.

Подсистему мониторинга состояния ситуации можно рассматривать как интерпретатор входного языка в семиотической архитектуре системы поддержки принятия решений [13].

Обобщенная структура подсистемы для решения задачи мониторинга состояния ситуации с использованием технологий обработки текстовой информации, основанная на субъективной семиотической модели, показана на рис. 6.

Здесь есть две основные подсистемы:

– подсистема получения и обработки неструктурированных данных из сети Интернет,

– подсистема семиотической модели ситуации.

Мониторинг состояния ситуации основан на субъективной семиотической модели ситуации (2)–(4). Параметры этой модели используются как параметры в подсистеме информационного поиска (Information Retrieval) для получения неструктурированных данных о текущем состоянии ситуации из сети Интернет. Под текущим состоянием понимается состояние ситуации в момент наблюдения $Z(t)$. Текущее состояние может отличаться от начального состояния $Z(0)$. Анализируются неструктурированные данные новостных лент.

Для работы этой подсистемы имена параметров ситуации семиотической модели $f_i \in F$ и их лингвистические значения Z_i используются для построения базы образцов $\langle\{f_i\}, \{Z_i\}\rangle$. Имена параметров ситуации семиотической модели $f_i \in F$ и имя базового класса d^0 используются при формировании запроса для подсистемы Information Retrieval. Из полученной информации извлекается текстовая информация о значениях параметров, т. е. о текущем состоянии ситуации.

В нашем случае будем ориентироваться на технологию извлечения из текста информации (Information Extraction), представленную в работах [27–29]. Эта технология ориентирована на работу с семиотической моделью ситуации и использует параметры синтаксической модели: $\{f_i\}$ – множество имен параметров и $\{Z_i\}$ – множество их возможных значений. Метод основан на построении образцов на корпусе текста предметной области. При построении образцов в предложениях предметной области определяется опорный элемент – это имя

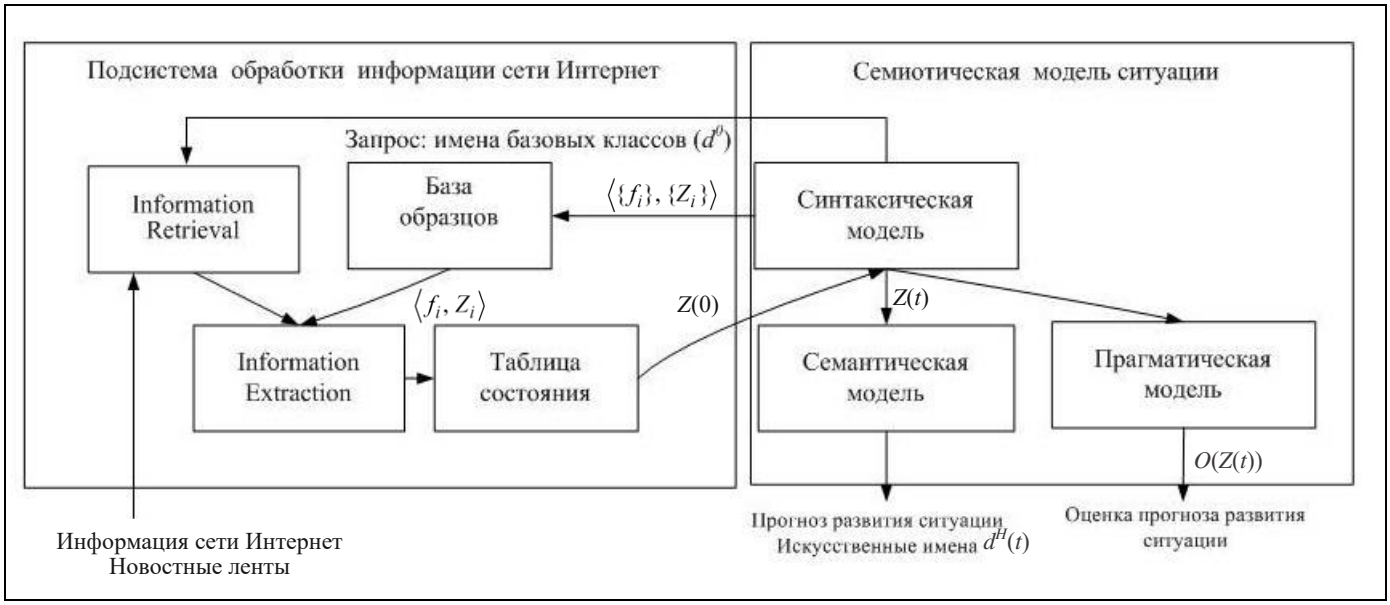


Рис. 6. Обобщенная структура подсистемы для решения задачи мониторинга состояния ситуации

параметра семиотической системы f_i. В предложении слева или справа от опорного элемента эксперт с помощью программы разметки текста определяет текстовые значения этого параметра.

Например, для параметра «*Социальная напряженность*» возможные текстовые значения таковы: *«Единичный пикет»*, «*Многочисленный митинг*» и т. д. Этим текстовым значениям эксперт ставит оценку из множества возможных лингвистических оценок: *«Очень сильно растет», «Сильно растет», «Растет», «Слабо растет», «Не меняется», «Слабо падает», «Падает», «Сильно падает», «Очень сильно падает»*. Например, текстовое значение «*Единичный пикет*» относительно текущего состояния может иметь экспертную оценку *«Слабо растет»,* а «*Многочисленный митинг*» – оценку *«Сильно растет».* В этой технологии шкала значений каждого параметра Z_i также имеет шкалу оценок лингвистических значений, которые совпадают с ранее перечисленными оценками. В этом случае любой текстовой оценке, выявленной экспертом в корпусе текста, ставится в соответствие лингвистическое значение параметра шкалы Z_i, если совпадают их оценки. Таким образом, формируется текстовый образец – это имя параметра, текстовое значение в корпусе текста и соответствующее ему лингвистическое значение шкалы этого параметра.

Качество метода Information Extraction зависит от количества построенных образцов. Но построение каждого образца требует большой экспертной работы. При этом каждый текстовый образец уникален и может быть распознан только в конкретном тексте. Для сокращения объема экспертной работы и повышения качества выявления фактографической информации авторы предлагают использовать интеллектуальный тезаурус, выявляющий синонимы возможных текстовых значений параметров.

Итоговый образец формируется в результате концептуальной сборки текстового образца с учетом синонимов текстовых значений, а также с учетом концептов онтологии предметной области (учитывается связь «общее – частное»). В базе образцов представляются концептуальные образцы, которые с учетом синонимии и связей «часть – целое» в онтологии позволяют распознавать классы схожей фактографической информации.

Таким образом, результат работы подсистемы Information Extraction – это вектор параметров ситуации, полученный в результате извлечения лингвистических значений параметров: $Z^* = (z^*_{1h}, \ldots, z^*_{nq})$, $z^*_{ij} \in Z_i$. Этот вектор нормализуется, φ: $Z^* \to X^*$, $X^* = (x^*_{1h}, \ldots, x^*_{nq})$, $x^*_{ij} \in [0, 1]$, после чего передается в таблицу состояния ситуации.

Если вновь полученное состояние Z^* отличается от текущего $Z(0)$, то в семиотической модели рассчитывается прогноз развития ситуации: в синтаксической модели это вектор значений $Z(n)$; в семантической модели – имя класса состояния ($d^H \in CF$), в прагматической – оценка нового состояния $O(Z^*)$.

Основные элементы подсистемы мониторинга – это технологии Information Retrieval и Information Extraction. Эти технологии исследуются множеством ученых, предлагающих методы и алгоритмы их реализации. Анализируя оценки качества этих технологий, приведенные в литературе, можно понять и качественно оценить эффективность предлагаемого подхода мониторинга, основанного на семиотической модели.

Технология Information Retrieval представляется в виде множества поисковых интернет-сервисов, позволяющих извлечь информацию из сети Интернет на основе запросов. Запросы включают параметры семиотической модели – это названия параметров и имена базовых классов.

Качество этой технологии – полнота и релевантность получаемой по запросу информации – обеспечивают разработчики этих сервисов, а возможность использования результатов поддерживается библиотеками для разных языков программирования. Это позволяет применять данную технологию в программных разработках конечных пользователей, решающих конкретные задачи.

Технология Information Extraction выделяет из текста информацию, шаблон которой представлен в базе образцов, включающих в себя параметры семиотической модели. Для структурированных данных, в которых явным образом удается распознать шаблон, качество работы этой подсистемы считается удовлетворительным.

Однако с неструктурированными данными (когда шаблон отсутствует) для работы этой системы приходится решать ряд специфических лингвистических задач: определение именованных сущностей, разрешение кореферентности, построение связей, сценариев. Все эти задачи сложны: например, даже приближенное решение задачи кореферентности возможно только в некоторых предметных областях при условии использования базы знаний этой области [29]. Так, по результатам конференции Message Understanding Conference (MUC-6; Колумбия, Мэриленд, США, 1995 г.) лучшие результаты при решении задачи кореферентности достигали 59 % полноты при 72 % точ-

ности. Результаты работы человека при этом были оценены в 80 % [30]. Эти показатели считаются некоторым пределом качества этой технологии при анализе неструктурированных данных, отражающих свойства естественного языка. Дальнейшее повышение качества работы этой подсистемы с неструктурированными данными связаны с большими затратами [30].

Интерес представляют методы извлечения родовидовых отношений из текста для пополнения таксономий, тезаурусов и онтологий предметной области. Были организованы многочисленные международные конференции (соревнования) алгоритмов извлечения гиперонимов из текста для автоматического или автоматизированного пополнения существующих таксономий для английского и других западноевропейских языков [31–33].

В рамках конференции «Диалог-2020» (Москва, 2020 г.) была поставлена задача извлечения гиперонимов для автоматизированного пополнения тезауруса русского языка RuWordNet [34]. Задача заключалась в нахождении гиперонимов для некоторого целевого слова (существительного или глагола) на основе анализа корпуса текста [35]. Разработчиками предложены комбинированные методы, основанные на вычислении векторов совместной встречаемости целевого слова и множества слов корпуса текста [35]. Выделение множества кандидатов-гиперонимов из вектора совместной встречаемости осуществляется с применением различных приемов (взвешивание слов на основе эвристик, нахождение близости векторов слов корпуса текста и векторов известных таксономий и тезаурусов, размеченных вручную).

Для выделения гиперонимов также используются словари (например, Викисловарь), лексические шаблоны, предварительно обученные мультиязычные нейросети (R-BERT) [36] и др.

В настоящее время имеется большое количество коммерческих систем, реализующих технологию Information Extraction, большинство из которых предполагает предварительную подготовку, структуризацию корпуса текста и извлечение числовой информации о значениях некоторых параметров.

Интерес представляет модульная система обработки естественного языка Gate(General Architecture for Text Engineering), разработанная на факультете информатики Шеффилдского университета (Великобритания) [37]. Для задачи Information Extraction на базе архитектуры Gate было разработано приложение ANNIE (ANearly-NewIEsystem) [38].

В настоящее время применение технологии Information Extraction в задачах мониторинга состояния ситуации совместно с субъективной семиотической моделью целесообразно для предварительной структуризации корпуса текста и построения образцов для выделения фактов изменения состояния ситуации. В этом случае снимается значительная часть рутинной работы аналитика в задачах мониторинга состояния ситуации.

5. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В СЕМИОТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Результатом работы подсистемы мониторинга является оценка прогноза развития ситуации $O(\mathrm{Z}(n))$. Если в прогнозе развития ситуации оценка $O(\mathrm{Z}(n))$ хуже текущей $O(\mathrm{Z}(0))$, то в этом случае возникает задача принятия решений. В работе [20] задача принятия решений сводилась к решению обратной задачи в семиотической модели. При этом задается вектор цели $G = (g_1, g_2, \ldots, g_n)$ (см. § 3), элементы которого содержат значения параметров, которые с точки зрения эксперта позволят улучшить прагматическую оценку развития ситуации, т. е. $O(G) > O(\mathrm{Z}(n))$. В результате решения обратной задачи для заданной цели в синтаксической модели получается множество решений – $U_{\max}$, U_1, …, U_k. Данные решения – это управляющие воздействия (альтернативы решений), применение которых позволит достичь цели и, следовательно, улучшить прагматическую оценку. Эти решения в семантической модели представлены составными именами классов решений d_k^H. Эти составные имена представлены на внутреннем формальном языке эксперта, создавшего субъективную экспертную модель. В условиях неопределенности аргументация, обоснование и выбор экспертом приемлемого решения, полученного с помощью субъективной модели, возможны в рамках его знаний, которые могут быть неполными и противоречивыми. В этом случае для поддержки работы эксперта необходима внешняя база знаний, в качестве которой могут выступать неструктурированные данные (свободный текст) сети Интернет.

Задача подсистемы принятия решений, основанной на семиотической модели, заключается в поиске в сети Интернет интерпретаций искусственных составных имен классов решений и их объяснение.

Обобщенная структура подсистемы для решения задачи принятия решений с использованием технологий обработки текстовой информации, основанная на субъективной семиотической модели, показана на рис. 7.

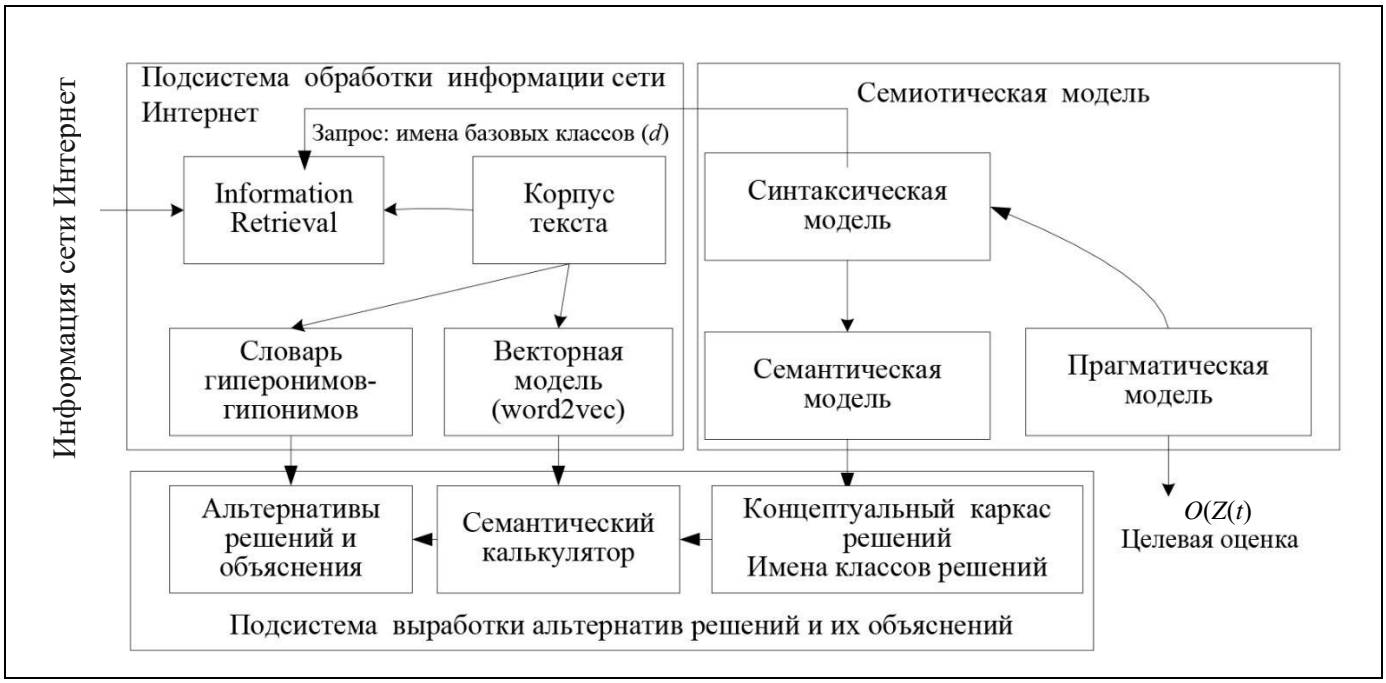


Рис. 7. Обобщенная структура подсистемы для принятия решений

Система принятия решений включает в себя основные подсистемы:
– подсистему семиотической модели,
– подсистему обработки неструктурированных данных сети Интернет,
– подсистему выработки альтернатив решений и их объяснений.

5.1. Подсистема обработки неструктурированных данных сети Интернет

Подсистема обработки неструктурированных данных сети Интернет включает в себя следующие блоки: информационного поиска информации в сети Интернет; корпус текста; словарь гиперонимов – гипонимов; векторную модель.

Корпус текста. Задача блока информационного поиска в сети Интернет (Information Retrieval) заключается в получении как можно большей по объему информации, релевантной запросу. Запрос на поиск информации в сети Интернет включает в себя имена базовых понятий семиотической модели. В результате получаем корпус текстов, релевантный имени базового понятия семиотической модели. Однако для построения векторной модели word2vec [39] корпус текста необходимо нормализовать с учетом синтаксических связей родовидовых отношений. Для этого используется синтаксическое окно, выделяющее в корпусе текста существительные, которые приводятся к нормальной форме (именительный падеж единственного числа).

Векторная модель. Векторная модель корпуса текста основана на технологии дистрибутивного анализа текста. В работе [40] дистрибутивный анализ определен как метод исследования языка, основанный на изучении окружения (дистрибуции, распределения) отдельных единиц в тексте и не использующий сведений о лексическом или грамматическом значении этих единиц. При дистрибутивном анализе каждое слово (словосочетание) в некотором тексте представляется в виде вектора слов, употребляемых совместно с этим словом в этом контексте. Каждое из слов в этом векторе характеризуется числом, отражающим частоту их совместной встречаемости в этом контексте. В работе [41] сформулирована гипотеза, согласно которой лингвистические единицы, встречающиеся в схожих контекстах, имеют близкие значения векторов слов, употребляемых совместно.

Формально эту технологию можно представить следующем виде: задан корпус текстов в виде множества предложений, характеризующих предметную область. При дистрибутивном анализе синтаксические связи в предложениях игнорируются, тогда предметная область характеризуется множеством слов всех предложений $Tp = \{v_{gh}\}$, где g – номер предложения, h – номер слова в предложении (корпус текста). На множестве всех слов определены слова без их повторов – подмножество слов $V \subseteq Tp$, которое называется словарем предметной области, $V = \{v_r\}$, $r = 1,\ldots, q$, – индексы слов в словаре. Между словами словаря определя-

ется характеристика их совместной встречаемости в данном контексте, т. е. определяется отношение

$$R_{w2v}: V \times V \rightarrow r_{ij},$$

где $r_{ij} \in [0, 1]$ характеризует совместную встречаемость слов v_i и v_j в рассматриваемой предметной области.

Для каждого слова словаря $v_r \in V$ определяется вектор $R_p = (v_1/r_{p1},\ldots, v_q/r_{pq})$, $p = 1,\ldots, q$, который характеризует его совместную встречаемость r_{pi} с другими словами $(v_1,\ldots, v_q)$ рассматриваемой предметной области и называется контекстным вектором. Косая черта в контекстном векторе используется как разделитель. Перед разделителем стоит слово из словаря, а после разделителя – характеристика совместной встречаемости с другими словами.

В настоящее время в качестве метода построения отображения R_{w2v} применяется метод, основанный на машинном обучении искусственной нейронной сети [39], при котором обучающая выборка – это корпус текста *Tp*.

В технологии word2vec определены операции с векторами слов, позволяющие определить новые векторы, определяющие частоту совместного употребления сочетания отдельных слов словаря *V* с другими словами предметной области. Операции в технологии word2vec можно представить в виде отображения

$$\text{w2v}:((\bullet)(v_1,\ldots, v_p)) \rightarrow R^*_w,$$

где R^*_w – результирующий вектор, который характеризует частоту совместного употребления слов $(v_1,\ldots, v_n)$ с другими словами предметной области.

Здесь (•) – операции, определенные в word2vec как positive() и negative(). Операция positive() определяет результирующий вектор R^*_w, характеризующий частоту совместного употребления слов в аргументе этой операции с другими словами предметной области, а операция negative() определяет вектор R^*_w, характеризующий частоту слов предметной области, которые не употребляются со словами, включенными в аргумент операции negative().

Как работают такие векторные модели, можно понять на примере браузера Google: в строку поиска вводится одно слово, с помощью векторной модели получаем подсказку в виде вектора слов, часто употребляемых с этим словом; добавляем еще слово – получаем подсказку в виде вектора слова (слов), часто употребляемых с двумя словами, и т. д. Все вводимые слова – это аргументы операции positive(). Но в технологии word2vec можно искать слова, которые не употребляются совместно. Эти слова добавляют в аргумент операции negative(). Результат – тоже вектор слов.

Контекстные векторы в этой технологии включают в себя слова и характеристику их совместной встречаемости с другими словами предметной области. В настоящей работе, считается, что слова – это имена знаков (Г. Фреге [3]), которые обозначают реальный объект или ситуацию и определяют его свойства – смысл объекта или ситуации. В определении Г. Фреге смысл – это информация об объекте, иначе – множество его свойств в контексте употребления слова. Зная слово, обозначающее объект, можно определить его свойства – смысл.

Другими словами, в технологии word2vec определена функция

$$\text{w2v}(\text{positive}(v_t,\ldots, v_s); \text{negative}(v_q,\ldots, v_n)) = R^*_w, \quad (5)$$

где $(v_t,\ldots, v_s) \in V$ – слова в аргументе операции positive, $(v_q,\ldots, v_n) \in V$ – слова в аргументе операции negative.

Ранее было определено, что именем класса решений можно считать имя прототипа, которое определяется по частоте употребления для обозначения категории. Контекстный вектор содержит информацию о совместной встречаемости слов, поэтому здесь предполагается, что слова, имеющие большие значения совместной встречаемости со словами, включенными в аргумент функции (5), могут быть именами прототипов.

Словарь гиперонимов – гипонимов. В словаре гиперонимов – гипонимов отражены родовидовые отношения, выделяемые из корпуса текста предметной области. Для выделения таких отношений используются лексико-синтаксические шаблоны [42]. Лексико-синтаксический шаблон – это структурный образец языковой конструкции, отражающий ее лексические и поверхностно-синтаксические свойства. В общем случае шаблон определяет последовательность элементов, из которых должна состоять описываемая языковая конструкция, и задает условия грамматического согласования этих элементов.

В научной литературе встречается много работ, посвященных выделению родовидовых отношений в английских, русских текстах, оценкам качества обнаружения отношений, построения и отладки самих шаблонов и их приложений. В работе [43] предложены шаблоны, которые, по словам авторов, позволяют выделить из текста 78,5 %, содержащихся в них родовидовых отношений.

Предложенные в работе [43] шаблоны взяты за основу для построения алгоритмов выделения родовидовых отношений из текста, характеризующего предметную область. При разработке алгорит-

мов, реализующих шаблоны, использовались морфологические характеристики слов в анализируемых предложениях. В частности, считается, что гипероним и гипоним – это существительные, которые должные иметь одинаковую характеристику одушевленности. В шаблонах использовалось правило согласования падежных окончаний гиперонимов и гипонимов в предложении.

Использование правил, основанных на морфологическом анализе, позволяет повысить качество выделения родовидовых отношений в предложениях.

В дистрибутивном анализе слова́, находящиеся слева и справа от анализируемого слова, равнозначны, поскольку исключаются синтаксические связи между ними. Для устранения этого недостатка дистрибутивного анализа в работах [44, 45] предложено использовать отдельные словари для слов модели и контекстов. В словарь гиперонимов – гипонимов будем включать контекст, поясняющий родовидовую связь.

Применение лексико-синтаксических шаблонов позволяет сформировать словарь гиперонимов – гипонимов предметной области и связанный с этими словами контекстный словарь [46]. В этой работе контекстный словарь расширен до толкового словаря, куда включены предложения, в которых были выделены родовидовые отношения в результате применения шаблонов. Добавление контекста в словарь гиперонимов – гипонимов помогает выбрать гипероним в качестве прототипа, ориентируясь на контекст его употребления в предметной области.

Так формируется словарь гиперонимов – гипонимов и предложений, описывающих родовидовые отношения. Таким образом, определена структура в виде кортежа

$$\langle \text{HYPER, HYPO, Contex} \rangle. \qquad (6)$$

Элементы кортежа – HYPER, HYPO – это множества гипонимов и гиперонимов предметной области, приведенных к нормальной форме, Contex – это множество предложений, в которых родовидовые отношения были определены.

Отметим, что родовидовые отношения, включенные в словарь, отражают структуру знаний о предметной области, по сути это элементы онтологии предметной области. Ранее мы определили в семантической модели качественную онтологию плохо определенной области в виде идеализированной концептуальной структуры с искусственными именами – концептуальным каркасом (3). Отметим, что выявленные гиперонимы могут заменить искусственные имена класса состояний концептуального каркаса, а гипонимы – служить экземплярами этого класса состояний. Фактически выявляя родовидовые отношения, мы пытаемся определить возможные имена классов состояний идеализированного концептуального каркаса, полученные из корпуса текста предметной области.

5.2. Подсистема выработки альтернатив имен классов решений и их объяснений

Подсистема выработки альтернатив решений и их объяснений включает в себя: концептуальный каркас решений, семантический калькулятор, блок определения и объяснение альтернатив имен классов решений.

Концептуальный каркас решений. Формальное решение обратной задачи, полученное в семиотической модели, дает множество имен классов решений, структурированное в виде качественной онтологии – концептуального каркаса решений. Эти решения – знаки-символы, имеющие имя и содержание, выражены на внутреннем языке семиотической модели. Эти решения необходимо интерпретировать в предметной области.

Результат решения обратной задачи в семантической модели (3) представляется в виде вектора $A_k = (a_{k1},\ldots, a_{kn})$, $a_{ki} \in \{1, 0, -1\}$, где a_{ki} – качественно характеризует оценку значения i-го параметра (f_i) в решении обратной задачи, т. е. $a_{ki} = 1$ – параметр имеет большое значение, $a_{ki} = -1$ – параметр имеет малое значение.

Например, если вектор решения равен (1, 0, 0), то это означает, что первый признак при решении обратной задачи получил значение, существенно превышающее значение этого признака в базовом понятии d^0, а два других признака не изменились. Этот вектор определяет область семантического пространства $SS(d_k^H)$ и соответственно имя класса решения. Все имена классов решений (d_k^H) могут быть представлены в виде частично упорядоченного множества по вложениям областей семантического пространства, которые они определяют, (d_k^H, ≤). Ранее было показано, что все имена классов решений – это составные имена, которые мы далее будем использовать для поиска в корпусе текста имен прототипов с помощью семантического калькулятора.

Семантический калькулятор. Семантический калькулятор предназначен для определения вектора совместного употребления слов, включенных в составное имя класса решений обратной задачи, полученного в семиотической модели, и слов корпуса текста о предметной области. Работа семантического калькулятора основана на обученной дистрибутивной модели предметной области и

представляется в виде функции (5), аргументами которой являются искусственные имена классов решений обратной задачи. Составное имя решения содержит имя базового понятия и различные оценки изменения различных параметров: «*Большой*», «*Малый*» или синонимы этих оценок

В семантическом калькуляторе решение обратной задачи в семантической модели $A_k = (a_{k1},\ldots, a_{kn})$ представляется так:

$$\text{w2v (positive}(d^0, f_t|a_{kt} = 1,\ldots, f_s|a_{ks} = 1);$$

$$\text{negative}(f_q|a_{kq} = -1,\ldots, f_n|fa_{kn} = -1)) = R^*_w$$

где f_t, f_s – имена параметров модели, для которых элемент вектора решений $a_{kt} = 1$ включается в аргумент операции positive(), а $f_q,\ldots,f_n$ – имена, для которых $a_{kq} = -1$, включаются в аргумент операции negative(). В аргумент операции positive() добавляется также и имя базового класса (d^0).

В результате вычисления получаем вектор слов $R^*_w = (v_i/r_{i1},\ldots, v_n/r_{in})$, в котором упорядочено совместное употребление слов (r_{ij}), параметров модели, которые определены в решении обратной задачи, и всех слов корпуса текста о предметной области, включенных в словарь $v_i \in V$. Ранее говорилось, что слова с большой частотой встречаемости могут рассматриваться как прототипы имени класса решений.

Альтернативы имен классов решений и их объяснение. Решения в семиотической системе – это возможные имена классов решений. Гиперонимы, которые были выделены в корпусе текста, могут быть именами классов решений, так как они определяют элементы онтологии предметной области. Поэтому для получения альтернатив классов решений находим пересечение гиперонимов из словаря (6) слов в векторе решения R^*_w. Возможные имена класса решений представим в виде кортежа

$$\langle (V \cap \text{HYPER}); \text{Context}\rangle,$$

где пересечение множества $V = \{v_i\} \in R^*_w$ и множества гиперонимов из словаря (5) дает множество имен классов решений, а Context (текст предложения) поможет выбрать нужное имя.

6. ПРИМЕР И ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Экспериментальная проверка предложенной семиотической системы проводилась для подсистемы поддержки принятия решений [46]. Была разработана семиотическая модель социально-политической ситуации. В синтаксической модели определены: базовые понятия – «*Власть*» (d_1^0), «*Население*» (d_2^0), «*Экономика*» (d_3^0), «*Олигархи*» (d_4^0); признаки этих понятий, $f_i \in F$; возможные значения признаков $Z_i \in Z$ и причинно-следственная сеть W.

Для заданной цели $O(Z(t))$ при решении обратной задачи у базового понятия «*Олигархи*», имеющего признаки «*Уровень недовольства*» и «*Уровень патриотизма*», увеличилось значение признака «*Уровень недовольства*». Таким образом, получили новое понятие d_4^1 «*Олигархи*» с высоким значением признака «*Уровень недовольства*». В семантической модели это решение формально представлено вектором $A_4 = (1, 0)$, которое обозначается искусственным именем d_4^1 = «*Недовольные олигархи*».

Задача заключается в том, чтобы найти интерпретацию этого решения в предметной области.

Для этого на языке Python3 был разработан программный макет.

Для построения корпуса текста был разработан WebScraper, позволяющий извлечь из сети Интернет релевантную информацию. Считывалась информация со 150 URL (сайтов), кроме этого, в корпус текста включен текст книги, посвященной олигархам России [47]. В качестве поисковой системы использовалась библиотека Google – это googlesearch с параметрами поиска: имя базового понятия и количество ссылок на сайты в ответе, а для синтаксического анализа html-кода полученных страниц сайтов (парсинг) использовалась библиотека Python3-a -BeautifulSoup.

Для построения словаря гиперонимов – гипонимов были разработаны и отлажены лексико-синтаксические шаблоны. При построении шаблонов использовалась программа морфологического анализа русского языка Pymorphy2 [48].

Для получения векторной модели корпуса текста использовалась программа word2vec. Параметры для обучения модели word2vec следующие: модель обучения – skipgram, окно обучения – 5, количество итераций обучения – 10, метод агрегации – softmax, порог встречаемости слов – 3, размерность вектора слов – 150.

Словарь и векторная модель сохраняются в базе данных SQLite-3.

Для выработки альтернатив решений и их объяснений были разработаны SQL-запросы к базе данных SQLite-3, которые позволяют получить имена классов решений с комментариями.

Пример. Для нахождения интерпретации решения обратной задачи d_4^1 = «*Недовольные олигархи*» нормализуем и подставляем его в семантический калькулятор:

$$\text{w2v(positive(«}\textit{Олигархи}\text{», «}\textit{Недовольство}\text{»))} = R^*_w.$$

В результате на обученной векторной модели word2vec получаем вектор слов R^*_w, отражающий ча-

стоту совместного употребления слов «*Олигархи*» и «*Недовольство*»:

R^*_w = (*Вред/0,904; Факт/0,885; Респондент/0,873; Эксперт/0,872; Аннексия/0,866; Сожаление/0,863; Положение/0,852; Фактор/0,844; Тренд/0,833; Претензия/0,830; Недоверие/0,817; Эффективность/0,813; Преимущество/0,808; Характер/0,806; Запрос/0,805; Причина/0,805;…;*).

Далее получаем возможные имена классов решений путем пересечения вектора слов R^*_w с гиперонимами предметной области:

($W \cap$HYPER) = (*Вред/0,904; Факт/0,885; Сожаление/0,863; Положение/0,852; Претензия/0,830; Недоверие/0,817; Характер/0,806;…;*).

Из примера видно, что к решению обратной задачи с именем «*Недовольные олигархи*» в векторе слов ближе всего находится слово «*Вред*» – совместная встречаемость 0,904. Поэтому возможный новый класс решений – это класс с именем «*Вредные олигархи*».

Для выбора имен классов решений экспертным способом анализируется контекст кандидата-гиперонима. Например, для слова «*Недоверие*» с совместной встречаемостью 0,817 имеется следующий контекст: «Между этой категорией бизнеса и условным «коллективным Путиным» сложилось устойчивое взаимное недоверие: первые всегда опасались отъема собственности, а «коллективный Путин» – нелояльности»[1]. ♦

Таким образом, предложенная семиотическая архитектура системы поддержки принятия решения позволяет получить альтернативы имен классов решений и выбрать решение, анализируя текст, аргументирующий этот выбор.

Отметим, что корпус текста примера включал в себя порядка 30 000 предложений, характеризующих разные аспекты предметной области. Применение этого подхода позволило определить возможные имена классов решений, анализируя значительно меньшее число предложений. Это определяет эффективность метода, которая заключается в сокращении рутинной аналитической работы, повышает интеллектуальную продуктивность эксперта.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена семиотическая система поддержки принятия решений в сложных динамических системах в условиях неопределенности. Поддержка основана на извлечении, обработке и структуризации информации из сети Интернет, релевантной семиотической модели ситуации, включающей в себя три связанные параметрами модели: синтаксическую, семантическую и прагматическую. Решение обратной задачи в семиотической модели представляется в виде качественной онтологии классов решений (концептуального каркаса). Методы определения и интерпретации имен классов решений основаны на извлечении из сети Интернет релевантной информации. С помощью лексико-семантических шаблонов в корпусе текстов предметной области определяются словари: родовидовых отношений (гиперонимов – гипонимов) и контекстный. На основе методов дистрибутивной семантики (word2vec) построен семантический калькулятор, позволяющий определить смыслы имен классов решений концептуального каркаса.

Экспериментальная проверка предложенной архитектуры показала ее работоспособность. Дальнейшие экспериментальные исследования будут направлены на повышение качества предложенного подхода с помощью методов увеличения объема корпуса текстов предметной области, применения словарей гиперонимов – гипонимов, имеющихся в открытом доступе, и дополнительного семантического анализа предложений, включающих в себя слова вектора решений, имеющих высокий уровень совместной встречаемости с составным именем класса решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Поспелов Д.А.* Ситуационное управление: теория и практика. – М.: Наука, 1986. – 288 с. [*Pospelov, D.A.* Situatsionnoe upravlenie: teoriya i praktika. – M.: Nauka, 1986. – 288 s. (In Russian)]
2. *Поспелов Д.А., Осипов Г.С.* Прикладная семиотика// Новости искусственного интеллекта. – 1999. – № 1. – С. 9–35. [*Pospelov, D.A., Osipov, G.S.* Prikladnaya semiotika // Novosti iskusstvennogo intellekta. – 1999. – No. 1. – P. 9–35. (In Russian)]
3. *Frege, G.* On Sense and Nominatum // Readings in Philosophical Analysis. – 1949. – P. 85–102.
4. *Осипов Г.С., Чудова Н.В., Панов А.И., Кузнецова Ю.М.* Знаковая картина мира субъекта поведения. – М.: Физматлит, 2018. – 264 с. [*Osipov, G.S., Chudova, N.V., Panov, A.I., Kuznetsova, Yu.M.* Znakovaya kartina mira sub"ekta povedeniya. – M.: Fizmatlit, 2018. – 264 s. (In Russian)]
5. *Пирс Ч.С.* Что такое знак? // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. – 2009. – № 3(7). – С. 88–95. [*Pirs, Ch.S.* Chto takoe znak? // Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya. – 2009. – No. 3(7). – P. 88–95. (In Russian)]
6. *Моррис Ч.У.* Основания теории знаков. – Семиотика: антология. Изд. 2-е, перераб. и доп. М. –Екатеринбург. – 2001. – С. 45–97. [*Morris, Ch.U.* Osnovaniya teorii znakov. Semiotika: antologiya. Izd. 2-e, pererab. idop. – M.-Ekaterinburg. - 2001. – P. 45–97.(In Russian)]

[1] https://carnegie.ru/commentary/76115 (Дата обращения 24.02.2022).

7. *Barron, T.M., Chiang Roger, H.L., Storey, V.C.* A Semiotics Framework for Information Systems Classification and Development // Decision Support Systems. – 1999. – No. 25. – P. 1–17.
8. *Andersen, P.B.* A Theory of Computer Semiotics: Semiotic Approaches to Construction and Assessment of Computer Systems. – Cambridge University Press, 2006. – 460 p.
9. *Goguen, J.* An Introduction to Algebraic Semiotics, with Applications to User Interface Design /In: Computation for Metaphor, Analogy and Agents, ed. by Ch. Nehaniv. – Springer Lecture Notes in Artificial Intelligence. – 1999. – Vol. 1562. – P. 242–291.
10. *Furtado, A.L., Casanova, M.A., Barbosa, S.D.J.* A Semiotic Approach to Conceptual Modelling / In: ER 2014: Conceptual Modeling, ed. by Yu E., Dobbie G., Jarke M., Purao S. – Lecture Notes in Computer Science. – 2014. – Vol. 8824. – P. 1–12.
11. *Массель Л.В., Массель А.Г.* Ситуационное управление и семантическое моделирование в энергетике // IV Международная конференция OSTIS: Тр. – Минск. – 2014. – С. 111–116. [*Massel', L.V., Massel', A.G.* Situatsionnoe upravlenie I semanticheskoe modelirovanie v ehnergetike // IV Mezhdunarodnaya konferentsiya OSTIS: Trudy. – Minsk. – 2014. – P. 111–116. (In Russian)]
12. *Массель Л.В.* Проблемы создания интеллектуальных систем семиотического типа для стратегического ситуационного управления в критических инфраструктурах // Информационные и математические технологии в науке и управлении. Научный журнал. – 2016. – № 1. – С. 7–27. [*Massel', L.V.* Problemy sozdaniya intellektual'nykh system semioticheskogo tipa dlya strategicheskogo situatsionnogo upravleniya v kriticheskikh infrastrukturakh // Informatsionnye I matematicheskie tekhnologii v nauke I upravlenii. Nauchnyi zhurnal. – 2016. – No. 1. – P. 7–27. (In Russian)]
13. *Эрлих А.И.* Прикладная семиотика и управление сложными объектами // Программные продукты и системы. – 1997. – № 3. – Р. 3–11. [*Ehrlikh, A.I.* Prikladnaya semiotika i upravlenie slozhnymi ob"ektami // Programmnye produkty i sistemy. – 1997. – No. 3. – P. 3–11. (In Russian)]
14. *Кулинич А.А.* Семиотический подход в моделировании и принятии решений в плохо определенных сложных ситуациях // Матер. одиннадцатой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем MLSD'2018». – ИПУ РАН. – 2018. – Т. 2. – С. 298–301. [*Kulinich, A.A.* Semioticheskii podkhod v modelirovanii i prinyatii reshenii v plokhoopredelennykh slozhnykh situatsiyakh // Materialy odinnadtsatoi mezhdunarodnoi konferentsii «Upravlenie razvitiem krupnomasshtabnykh system MLSD'2018». – IPU RAN. – 2018. – Vol. 2. – P. 298–301. (In Russian)]
15. *Поспелов Д.А.* Логико-лингвистические модели в системах управления. – М.: Энергоиздат, 1981. – С. 232. [*Pospelov, D.A.* Logiko-lingvisticheskie modeli v sistemakh upravleniya. - M.: Ehnergoizdat. – 1981. – S. 232. (In Russian)]
16. *Борисов В.В., Круглов В.В., Федулов А.С.* Нечеткие модели и сети. – 2-е изд., стереотип. – М.: Горячая линия – Телеком, 2012. – 284 с. [*Borisov, V.V., Kruglov, V.V., Fedulov, A.S.* Nechetkie modeli i seti. – 2-e izd., stereotip. – M.: Goryachaya liniya – Telekom, 2012. – 284 c. (In Russian)]
17. *Kosko, B.* Fuzzy Cognitive Maps // International Journal of Man-Machine Studies. – 1986. – Vol. 24, iss. 1. – P. 65–75.
18. *Кулинич А.А.* Компьютерные системы моделирования когнитивных карт: подходы и методы // Проблемы управления. – 2010. – № 3. – С. 2–16. [*Kulinich, A.A.* Cognitive Maps Modelling Computer Systems (Approaches and Methods) // Control Sciences. – 2010. – No. 3. – P. 2–16. (In Russian)]
19. *Кулинич А.А.* Концептуальные каркасы онтологий слабо структурированных предметных областей // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2014. – № 4. – С. 31–41. [*Kulinich, A.A.* Kontseptual'nye karkasy ontologii slabostrukturirovannykh predmetnykh oblastei // Iskusstvennyi intellect i prinyatie reshenii. – 2014. – No. 4. – C. 31–41. (In-Russian)]
20. *Кулинич А.А.* Решение обратной задачи в семиотических системах в условиях неопределенности // Сб. науч. тр. IX Междунар. науч.-практ. конф. «Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте». – (Коломна, 2019 г. – Т. 2. – С. 572–582. [*KulinichA.A.* Reshenie obratnoi zadachi v semioticheskikh sistemakh v usloviyakh neopredelennosti // Sb. nauch. tr. IX Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. «Integrirovannye modeli i myagkie vychisleniya v iskusstvennom intellekte». – Kolomna, 2019 g. – 2019. – Vol. 2. – P. 572–582. (In Russian)]
21. *Pedrycz, W.* Fuzzy Models and Relational Equations // Math. Modeling. – 1987. – No. 9. – P. 427–434.
22. *Pedrycz, W.* Algorithms for Solving Fuzzy Relational Equations in a Probabilistic Setting // Fuzzy Sets and Systems. – 1990. – No. 38. – P. 313–327.
23. *Выготский Л.С.* Мышление и речь // Собр. соч.: – Т. 2. –М.: Педагогика, 1982. – С. 5–361. [*Vygotskij, L.S.* Myshlenie i rech' // Sobr. soch.: – M.: Pedagogika, 1982. – Vol. 2. – P. 5–361. (In Russian)]
24. *Rosch, E.* Principles of Categorization / In: Rosch, E., Lloyd B.D. Cognition and categorization. – N.-Y.: Lawrence Erlbaum association, 1978.
25. *Абрамова Н. А.* Экспертная верификация при использовании формальных когнитивных карт. Подходы и практика // Управление большими системами. Специальный выпуск 30.1 «Сетевые модели в управлении». – М.: ИПУ РАН, 2010. – С. 371–410. [*Abramova, N.A.* Expert Verification in Formal Cognitive Map Application. Approaches and Practices / Large-Scale Systems Control. Special'nyj vypusk 30.1 «Setevye modeli v upravlenii». – M.: IPU RAN, 2010. – S. 371–410. (In Russian)]
26. *Abramova, N.A.* Interdisciplinary Approach to Verification in Decision-Making with Formal Methods / In: Handbook on Psychology of Decision-Making: New Research. Series: Psychology of Emotions, Motivations and Actions. – Hauppauge, USA: Nova Science Publishers, 2012. – P. 89–111.
27. *Рубашкин В.Ш.* Онтологии - проблемы и решения. Точка зрения разработчика // Компьютерная лингвистика и интеллектуальные технологии: Тр. междунар. конф. «Диалог 2007». – Бекасово, 2007 г. – С. 481–485. [*Rubashkin, V.Sh.* Ontologii – problemy i resheniya. Tochka zreniya razrabotchika // Komp'yuternaya lingvistika i intellektual'nye tekhnologii: Trudy mezhdunarodnoj konferencii «Dialog 2007». – Bekasovo, 2007. – S. 481–485. (In Russian)]
28. *Пивоварова Л.М.* Фактографический анализ текста в системе поддержки принятия решений // Вестник СПбГУ. Язык и литература. – 2010. – № 4. – С. 190–197. [*Pivovarova, L.M.* Faktograficheskij analiz teksta v sisteme podderzhki prinyatiya reshenij // Vestnik SPbGU. Yazyk i literatura. – 2010. – № 4. – S. 190–197. (In Russian)]. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/faktograficheskiy-analiz-teksta-v-sisteme-podderzhki-prinyatiya-resheniy (дата обращения: 19.05.2022).

29. *Рубашкин В.Ш.* Представление и анализ смысла в интеллектуальных информационных системах. – М.: Наука, 1989. [*Rubashkin, V.Sh.* Predstavlenie i analiz smysla v intellektual'nykh informatsionnykh sistemakh. - M.: Nauka, - 1989. (InRussian)]
30. *Grishman, R.* Information Extraction: Techniques and Challenges // In: Information Extraction, ed. by Pazienza, M.T. – Lecture Notes in Artificial Intelligence. – Rome: Springer-Verlag, 1997. – Vol. 1299. – P. 10–27.
31. *Camacho-Collados, J., Delli Bovi, C., Espinosa-Anke, L.,* et al. SemEval-2018 task 9: Hypernym Discovery // Proceedings of the 12th International Workshop on Semantic Evaluation (SemEval-2018). – New Orleans, Stroudsburg, 2018. – P. 712–724.
32. *Jurgens, D., Pilehvar, M.T.* SemEval-2016 task 14: Semantic taxonomy enrichment // Proceedings of the 10th International Workshop on Semantic Evaluation (SemEval-2016). – San Diego, California, 2016. – P. 1092–1102.
33. *Bernier-Colborne, G., Barriere, C.* CRIM at SemEval-2018 task 9: A Hybrid Approach to Hypernym Discovery // Proceedings of the 12th International Workshop on Semantic Evaluation. – New Orleans, Louisiana, 2018. – P. 725–731.
34. *Loukachevitch, N.V., Dobrov, B.V.* RuThes Linguistic Ontology vs. Russian Wordnets // Proceedings of the Seventh Global Wordnet Conference. – Tartu, 2014. – P. 154–162.
35. *Nikishina, I., Logacheva, V., Panchenko, A., Loukachevitch, N.* RUSSE'2020: Findings of the First Taxonomy Enrichment Task for the Russian language // Proceedings of International Conference on Computational Linguistics and Intellectual Technologies Dialog-2020. – Moscow, 2020. – P. 579–595. – DOI: 10.28995/2075-7182-2020-19-579-595.
36. *Tikhomirov, M.M., Loukachevitch, N.V. Parkhomenko, E.A.* Combined Approach to Hypernym Detection for Thesaurus Enrichment // Computational Linguistics and Intellectual Technologies: Papers from the Annual Conference «Dialogue». – Moscow, 2020. – P. 736–746. – DOI: 10.28995/2075-7182-2020-19-736-746.
37. *Cunningham, H., Maynard, D., Bontcheva, K., Tablan, V.* GATE: A Framework and Graphical Development Environment for Robust NLP Tools and Applications // Proceedings of the 40th Anniversary Meeting of the Association for Computational Linguistics (ACL'02), – Philadelphia, 2002.
38. *Gate's* ANNIE system. URL: http://gate.ac.uk/ie/annie.html. (Дата обращения 24.02.2022). [Accessed February 24, 2022]
39. *Mikolov, T., Sutskever, I., View, M., et al.* Distributed Representations of Words and Phrases and Their Compositionality // Advances in Neural Information Processing Systems: 27th Annual Conference on Neural Information Processing Systems. Proceedings of a meeting held December 5-8, 2013. – Lake Tahoe, Nevada, United States, 2013. – P. 3111–3119.
40. *Лингвистический* энциклопедический словарь // Под ред. Ярцева В.Н. – М.: Советская энциклопедия, 1990. [*Lingvisticheskii* ehntsiklopedicheskii slovar' // pod red. Yartseva, V.N. – M.: Sovetskaya ehntsiklopediya, 1990. (In Russian)]
41. *Sahlgren, M.* The Distributional Hypothesis. From context to meaning // Distributional Models of the Lexicon in Linguistics and Cognitive Science (Special issue of the Italian Journal of Linguistics), Rivista di Linguistica. – 2008. – Vol. 20, no. 1. – P. 33 –53.
42. *Большакова Е.И., Васильева Н.Э., Морозов С.С.* Лексико-синтаксические шаблоны для автоматического анализа научно-технических текстов // 10-я Национальная конференция по искусственному интеллекту (КИИ-2006). Тр. конф. – М.: Физматлит, – 2006. – Т. 2. – С. 506–524. [*Bol'shakova, E.I., Vasil'eva, N.Eh., Morozov, S.S.* Leksiko-sintaksicheskie shablony dlya avtomaticheskogo analiza nauchno-tekhnicheskikh tekstov // 10-ya Natsional'naya konferentsiya po iskusstvennomu intellektu (KII-2006). Trudy konferentsii. – M.: Fizmatlit. – 2006. – T. 2. – P. 506–524 (In Russian)]
43. *Sabirova, K., Lukanin, A.* Automatic Extraction of Hypernyms and Hyponyms from Russian Texts // CEUR Workshop Proceedings. – 2014. – Vol. 1197. – P. 35–40.
44. *Levy, O., Goldberg, Y.* Dependency-Based Word Embeddings // Proceedings of the 52nd Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics, Short Papers. – Baltimore, Maryland, USA, 2014. – P. 302–308.
45. *Трофимов И.В., Сулейманова Е.А.* Дистрибутивно-семантическая модель для выявления категориального сходства // Программные системы: теория и приложения. – 2018. – Т. 9, № :4(39). – С. 443–460. [*Trofimov, I.V., Suleimanova, E.A.* Distributivno-semanticheskaya model' dlya vyyavleniya kategorial'nogo skhodstva // Programmnye sistemy: teoriya i prilozheniya. – 2018. – Vol.9, no. 4(39). – P. 443–460. (In Russian)]
46. *Kulinich, A.* Semiotic Models in Monitoring and Decision Support Systems // In: RCAI 2021: Artificial Intelligence, ed. by Kovalev, S.M., Kuznetsov, S.O., Panov, A.I. – Lecture Notes in Computer Science. – Cham: Springer, 2021. – Vol. 12948. – P. 303–316.
47. *Хоффман Д.* Олигархи. Богатство и власть в новой России. – Изд-во Corpus, 2010. – 816 с. [*Hoffman, D.* Oligarkhi. Bogatstvoivlast' v novoj Rossii. – Iz-vo Corpus, 2010. – 816 s. (In Russian)]
48. *Korobov, M.* Morphological Analyzer and Generator for Russian and Ukrainian Language's // Analysis of Images, Social Networks and Texts. – 2015. – P. 320–332.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Г. Лебедевым

Поступила в редакцию 1.03.2022,
после доработки 1.11.2022.
Принята к публикации 22.11.2022.

Кулинич Александр Алексеевич – канд. техн. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия, ✉ alexkul@rambler.ru.

APPLICATION OF SEMIOTIC MODELS TO DECISION-MAKING

A.A. Kulinich

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

✉ alexkul@rambler.ru

Abstract. This paper introduces an approach to building decision support systems based on a semiotic domain model and natural language processing methods. The knowledge base of this model is a text corpus of linguistic information obtained from the Internet. The text corpus is relevant to the subject domain in which the subjective semiotic model of the situation is constructed. A method for solving the inverse problem in a semiotic system is proposed. The obtained solutions are interpreted in the subject domain using a semantic calculator. The semantic calculator extracts generic relations from the text corpus based on lexico-syntactic patterns and determines the frequency of joint occurrence of words in the solution based on the distributive analysis of the text corpus. The generalized structures of monitoring and decision-making subsystems with the semiotic model of the situation and natural language processing methods are described. A software layout of the decision-making subsystem is developed. The effectiveness of this approach is demonstrated by experiments.

Keywords: decision-making, semiotic system, subjective model, natural language processing, distributive analysis.

УДК 004.921+514 DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2022.5.5

ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ И ИНТЕГРИРОВАНИЕ В ФУНКЦИОНАЛЬНО-ВОКСЕЛЬНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ

А.В. Толок, Н.Б. Толок

Аннотация. Рассматривается способ простой генерации частных производных для многомерной функции на функционально-воксельных моделях (ФВ-моделях). Рассматривается общий принцип построения ФВ-модели, её дифференцирования и интегрирования на примере двумерной функции. Под интегрированием понимается получение локальных геометрических характеристик для первообразной локальной функции с дальнейшим решением задачи Коши при окончательном построении ФВ-модели. Алгоритм прямой и обратной задачи дифференцирования базируется на применении основных свойств локальных геометрических характеристик ФВ-моделирования и заложенного принципа линейной аппроксимации области задания алгебраической функции. Он позволяет посредством простых компьютерных вычислений получить искомый результат в виде ФВ-модели, пригодной к любым дальнейшим алгебраическим операциям. Рассматривается пример построения ФВ-модели сложной двумерной алгебраической функции. На основе такой модели получены ФВ-модели частных производных. На основе этих моделей и краевого условия в заданной точке получена исходная ФВ-модель сложной алгебраической функции. Подход применим для работы с алгебраическими функциями, заданными на области различных измерений.

Ключевые слова: функционально-воксельная модель, локальные геометрические характеристики, локальная функция, частная производная, первообразная.

ВВЕДЕНИЕ

Вопрос дифференциального исчисления не теряет актуальности, поскольку на нём базируется почти вся теоретическая механика и теория математической физики, а также теория управления. На сегодняшний день существует развитый математический аппарат, основанный на формализации частных производных, а также вывода подынтегральных выражений для решения обратной задачи. С помощью таблицы известных первообразных для различных типов простых выражений и правил интегрирования можно формулировать достаточно сложные решения. Существует множество попыток автоматизации этого процесса, приводящего к получению уравнений для дальнейших вычислений [1–6]. В этом случае компьютер выступает больше как калькулятор, не приобретая при этом никаких «интеллектуальных навыков». Главной проблемой остаётся неприменимость таких подходов к работе со сложно дифференцируемыми функциями, имеющими пики и разрывы. Такие функции возникают в *R*-функциональном моделировании и активно участвуют в задачах аналитического моделирования геометрической модели для описания как объектов, так и различных непрерывных процессов. Например, функция, описывающая прямоугольный или многоугольный нулевой контур и т. п. Примером такой функции может являться выражение, описывающее положительную область прямоугольника со сторонами a и b:

$$a^2+b^2-x^2-y^2-\sqrt{\left(a^2-x^2\right)^2+\left(b^2-y^2\right)^2}\geq 0. \quad (1)$$

Численные методы, базирующиеся на дискретном исчислении, внесли немалый вклад в решение задач автоматизации процесса дифференцирования (метод разностей) и интегрирования (метод трапеций и др.). Проблема резко возрастает при увеличении размерности задачи, особенно это относится к автоматизации получения выражений. В численных методах задача сводится к тому, что все аргументы функции становятся константами, кроме аргумента, по которому проводится дифференцирование, а требуемый порядок производной достигается в процессе последовательного дифференцирования. Однако недостатком численного метода является то, что в качестве результата мы имеем

значение производной в точке, а не её алгебраическую функцию, которая требуется при решении обратной задачи интегрирования [7–9].

Таким образом, рассмотренные подходы не могут в общем случае выступать автоматизированным решением прямой и обратной задач дифференцирования.

Рассмотрим один из развивающихся компьютерных методов функционально-воксельного моделирования (ФВМ), предназначенный для компьютерного дискретного представления непрерывных функций на заданной многомерной области. Метод основан на представлении локальных геометрических характеристик (ЛГХ) на задаваемой области алгебраической функции. Более подробно этот метод ФВМ описан в работах [10, 11]. В основе метода лежит организация компьютерного представления области локальных функций, заменяющих заданную область исследуемой алгебраической функции в каждой точке. В итоге, в отличие от численного метода, результатом в точке является не полученное числовое значение, а функция простого линейного вида. На примере двумерной сложной алгебраической функции рассмотрим основной принцип получения области локальных линейных функций в виде функционально-воксельной компьютерной модели (ФВ-модели) и проводимые основные дифференциальные операции для получения производных и первообразной.

1. ФУНКЦИОНАЛЬНО-ВОКСЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

В качестве тестового примера получения ФВ-модели рассмотрим гладкую функцию вида

$$u = x\sin\left(\pi\frac{y}{k}\right) + y^2\cos\left(\pi\frac{x}{k}\right), \qquad (2)$$

взятую на области $[-1;\ 1]\times[-1;\ 1]$ в пространстве xOy, где коэффициент k принимает любое значение, например 0,5.

Приведённый пример непрерывной и гладкой функции в качестве тестового выбран не случайно, поскольку обеспечивает для сопоставления ФВ-моделей математическое решение частных производных.

На область задания функции нанесём регулярную прямоугольную сетку с шагом ячеек в обе стороны, равным 0,02. Распределим номера по узловым точкам в порядке, указанном на рис. 1, формируя группу узлов треугольного сегмента сетки.

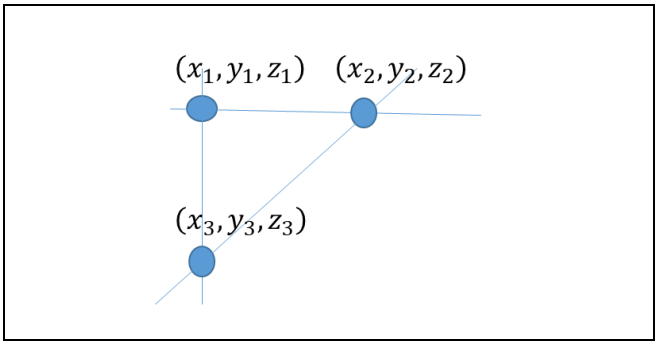


Рис. 1. Графическое представление узлов аппроксимационной сетки

По полученным координатам трёх точек через определитель формулируем уравнение плоскости:

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = ax + by + cz + d = 0,$$

где

$$a = y_1(z_2 - z_3) - y_2(z_1 - z_3) + y_3(z_1 - z_2),$$

$$b = -\left(x_1(z_2 - z_3) - x_2(z_1 - z_3) + x_3(z_1 - z_2)\right),$$

$$c = x_1(y_2 - y_3) - x_2(y_1 - y_3) + x_3(y_1 - y_2),$$

$$d = -(x_1(y_2 z_3 - y_3 z_2) - x_2(y_1 z_3 - y_3 z_1) + \\ + x_3(y_1 z_2 - y_2 z_1). \qquad (3)$$

Нормируем коэффициенты длиной четырёхмерного вектора градиента:

$$n_1 = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}},$$

$$n_2 = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}},$$

$$n_3 = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}},$$

$$n_4 = \frac{d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}}.$$

Ставим значения полученных компонентов нормали (ЛГХ) в соответствие значениям цветовой градации монохромной палитры P:

$$M_i = \frac{P(1 + n_i)}{2}, \left(P = 256,\ i = \overline{1,4}\right).$$

На рис. 2 приведены M-образы (образы-модели) цветового отображения ФВ-модели для соответствующей области локальных геометрических характеристик функции (2).

Такая форма организации и хранения данных позволяет в каждой точке области автоматически сформулировать локальную функцию, дублирующую в этой точке функцию (1), но имеющую максимально упрощённый вид:

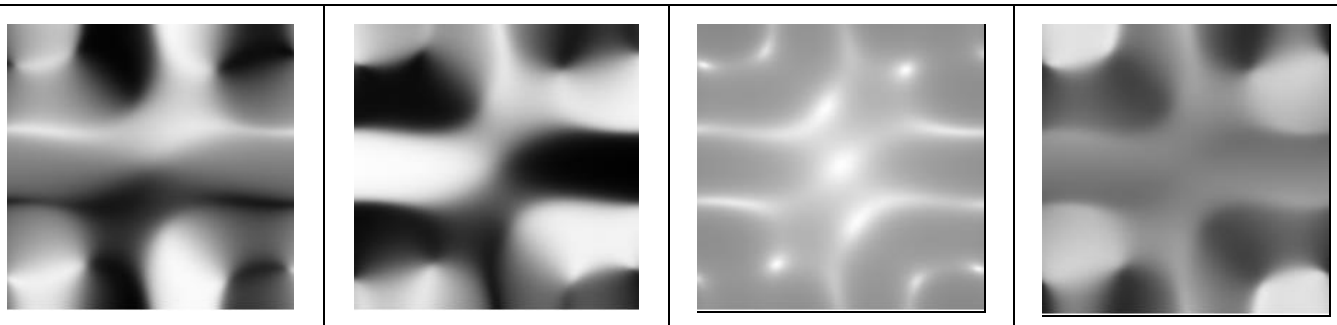
$$n_1 x + n_2 y + n_3 z + n_4 = 0. \quad (4)$$

Для наглядного построения следующих этапов дифференцирования промоделируем *M*-образы для выраженных традиционным способом частных производных для функции (2):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \sin\left(\pi \frac{y}{a}\right) - y^2 \frac{\pi}{a} \sin\left(\pi \frac{x}{a}\right), \quad (5)$$

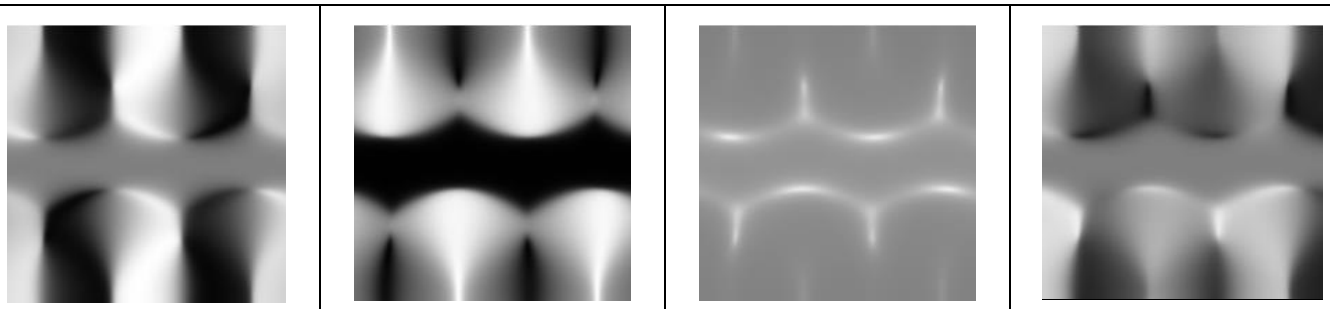
$$\frac{\partial u}{\partial y} = x \frac{\pi}{a} \cos\left(\pi \frac{y}{a}\right) + 2y \cos\left(\pi \frac{x}{a}\right). \quad (6)$$

На рис. 3 и 4 демонстрируются ФВ-модели, полученные для уравнений (5) и (6) соответственно. На каждом *M*-образе наглядно представлены изменения локальных геометрических характеристик, формирующих локальную функцию для каждой точки.



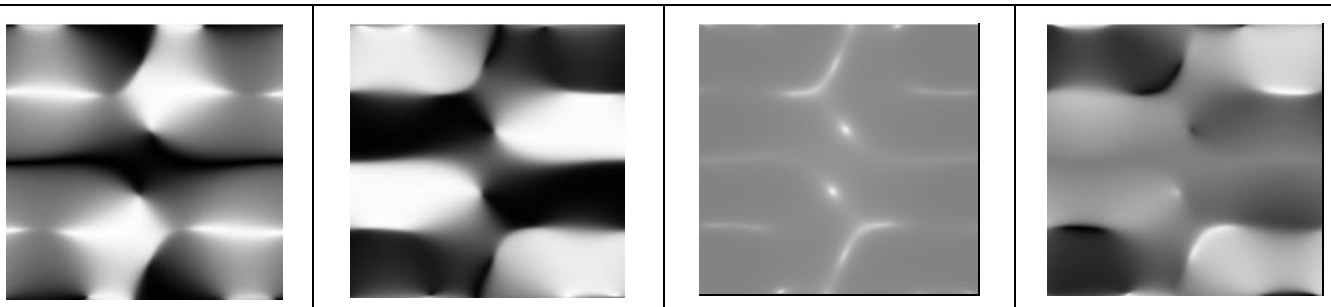
M_1^u M_2^u M_3^u M_4^u

Рис. 2. Графическое представление базовых *M*-образов функции *u*



M_1^u M_2^u M_3^u M_4^u

Рис. 3. Графическое представление базовых *M*-образов функции *∂u / ∂x*



M_1^u M_2^u M_3^u M_4^u

Рис. 4. Графическое представление базовых *M*-образов функции *∂u / ∂y*

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФВ-МОДЕЛЕЙ ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ФВМ

Промоделируем частную производную по оси Ox. Для этого применим вышеизложенный алгоритм исходя из того, что

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{a}{c} = \frac{n_1}{n_3}, \qquad (7)$$

где n_1, n_3 – коэффициенты уравнения (4).

Имея такие значения для каждой точки области, описанной M-образами M_1^u и M_3^u (см. рис. 2), получим аналогичную схему аппроксимации, показанную на рис. 5.

По полученным трём точкам формулируем уравнение плоскости:

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & \left(\frac{n_1}{n_3}\right)_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & \left(\frac{n_1}{n_3}\right)_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & \left(\frac{n_1}{n_3}\right)_3 & 1 \end{vmatrix} = ax + by + cz + d = 0.$$

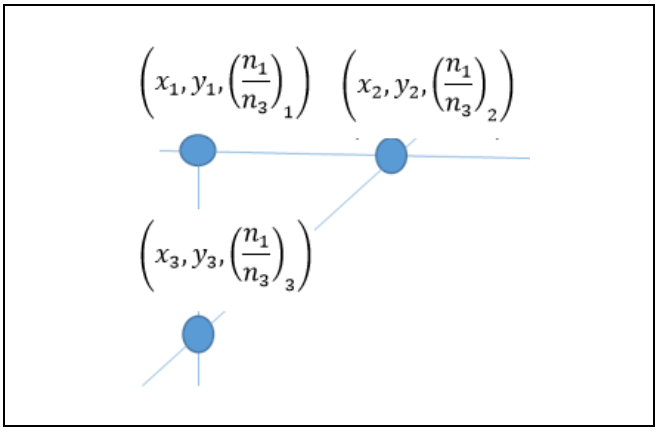


Рис. 5. Графическое представление узлов аппроксимационной сетки

На рис. 6 приведены M-образы цветового отображения соответствующей области локальных геометрических характеристик для выражения (7). Как видим, полученные M-образы визуально совпадают с M-образами, полученными на рис. 3.

По аналогии можно получить M-образы для производной по оси Oy (рис. 7), где

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{b}{c} = \frac{n_2}{n_3}. \qquad (8)$$

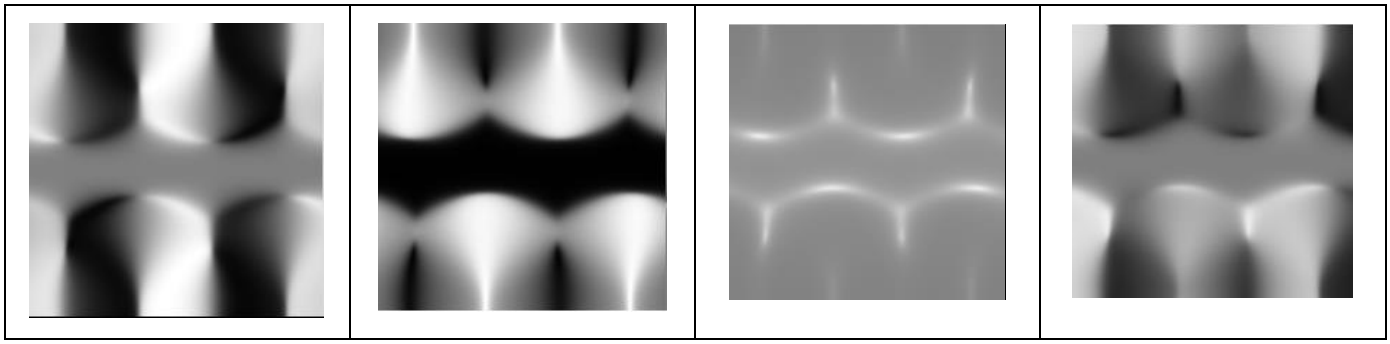


Рис. 6. Графическое представление базовых M-образов функции n_1 / n_3

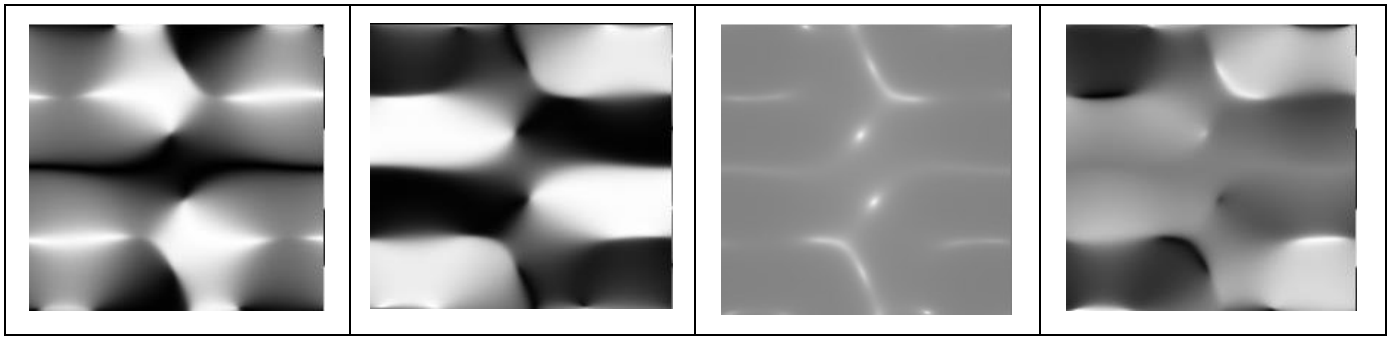


Рис. 7. Графическое представление базовых M-образов функции n_2 / n_3

Рассмотрим пример моделирования второй производной по оси Ox. Для этого продифференцируем функцию (3), применив её ФВ-модель, представленную на рис. 6, и предложенный ранее алгоритм локального дифференцирования. На рис. 8 показан результат получения ФВ-модели производных

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \text{ и } \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}.$$

Таким образом, можно предположить, что представленный подход ФВМ дифференциальных образов позволяет без особого труда получать производные различного порядка.

3. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФВ-МОДЕЛЕЙ ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ МЕТОДОМ ФВМ

Рассмотрим обратную дифференцированию задачу – нахождение первообразной (интегрирование). Обратимся к формулам (7) и (8), а именно к равенствам

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{a}{c}, \ \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{b}{c}.$$

Воспользуемся тем свойством, что коэффициент c в знаменателе обоих равенств представляет собой удвоенную площадь треугольника в плоскости xOy с вершинами в точках с координатами $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$, т. е. вычисляется по формуле (3).

Поскольку координаты в узлах аппроксимационной сетки нам известны либо они могут быть легко определены исходя из области задания функции и размеров изображения M-образов, можно рассчитать значение коэффициента c. Следовательно, значения коэффициенты a и b также можно вычислить по формулам

$$a = \frac{\partial u}{\partial x} c, \ b = \frac{\partial u}{\partial y} c.$$

Таким образом, мы приходим к неопределённому локальному интегралу в точке (x_i, y_j):

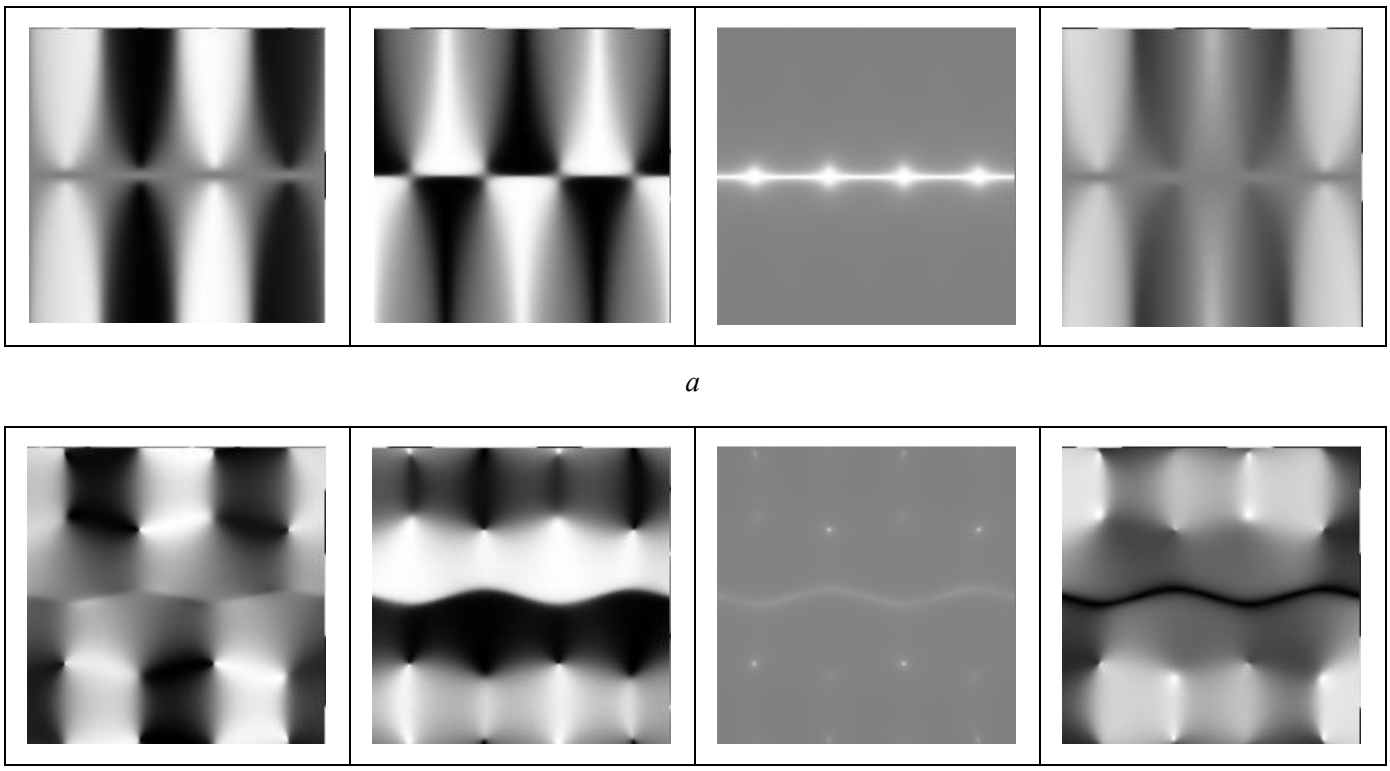
$$ax + by + cz = 0.$$

Для определения первообразной зададимся условием, что нам известно $z_1 = f(x_1, y_1)$, т. е. вычислим

$$z_1 = x_1 \sin\left(\pi \frac{y_1}{0,5}\right) + y_1^2 \cos\left(\pi \frac{x_1}{0,5}\right),$$

тогда

$$d = -ax_1 - by_1 - cz_1.$$



а

б

Рис. 8. Графическое представление базовых *M*-образов функции: *а* – $\partial^2 u / \partial x^2$, *б* – $\partial^2 u / \partial x \partial y$

Доопределив коэффициенты локального уравнения, можно получить значения функции z_1 для оставшихся узлов сегмента аппроксимационной сетки (рис. 9):

$$z_2 = -\frac{a}{c}x_2 - \frac{b}{c}y_2 - \frac{d}{c},$$

$$z_3 = -\frac{a}{c}x_3 - \frac{b}{c}y_3 - \frac{d}{c}.$$

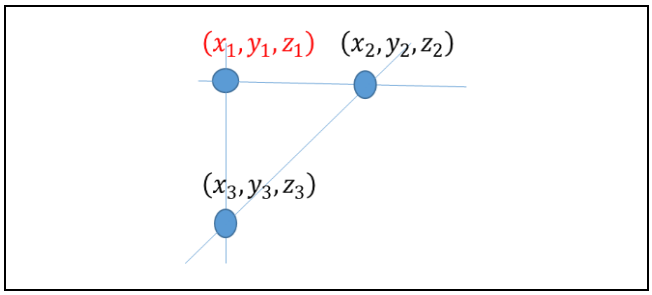


Рис. 9. Графическое представление узлов аппроксимационной сетки

Применим алгоритм для определения локального интеграла второй производной. В результате следует ожидать получения *M*-образов, максимально схожих с *M*-образами ФВ-модели первой производной (см. рис. 6). Исходными *M*-образами являются *M*-образы, полученные для производных $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ и представленные на рис. 7 и рис. 8. Результат работы алгоритма локального интеграла изображён на рис. 10. Продемонстрированные *M*-образы зрительно совпадают с *M*-образами, приведёнными на рис. 6.

Погрешность полученных образов связана с потерей точности при переходе к целочисленным значениям палитры и во многих случаях особой роли не играет, поскольку в значениях имеются отличия в третьем знаке после запятой.

Применение алгоритма локального интегрирования к *M*-образам первой производной даёт результат, представленный на рис. 11. Он вполне сопоставим с *M*-образами исходной функции *u*, ФВ-модель которой демонстрируется на рис. 2.

Рассмотрим пример дифференцирования функции (1) с помощью предложенного подхода. На рис. 12 демонстрируются *M*-образы ФВ-модели для выражения

$$u = a^2 + b^2 - x^2 - y^2 - \sqrt{\left(a^2 - x^2\right)^2 + \left(b^2 - y^2\right)^2}$$

при $a = 0{,}5$, $b = 1$ на области $[-1, 1] \times [-1, 1]$.

На рис. 13 приведены *M*-образы частной производной по оси *Ox*.

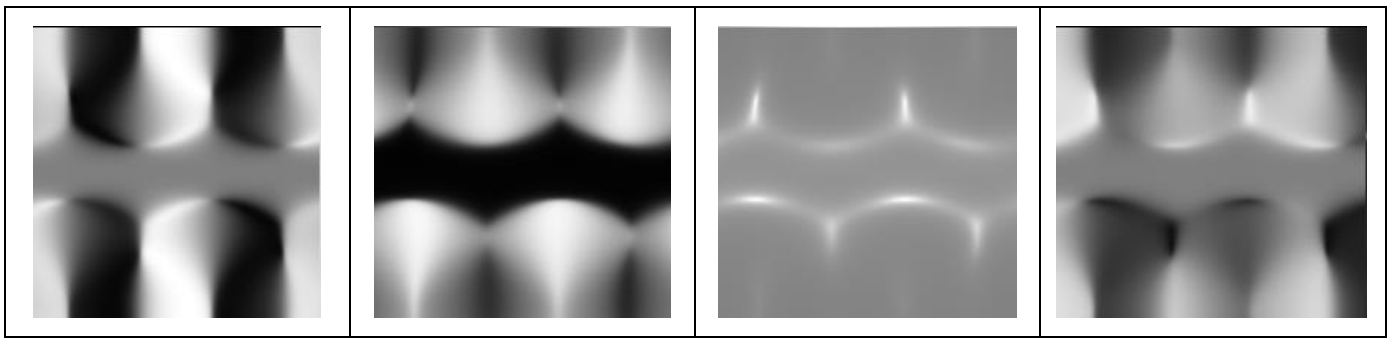


Рис. 10. Графическое представление базовых *M*-образов интеграла второй производной функции *u*

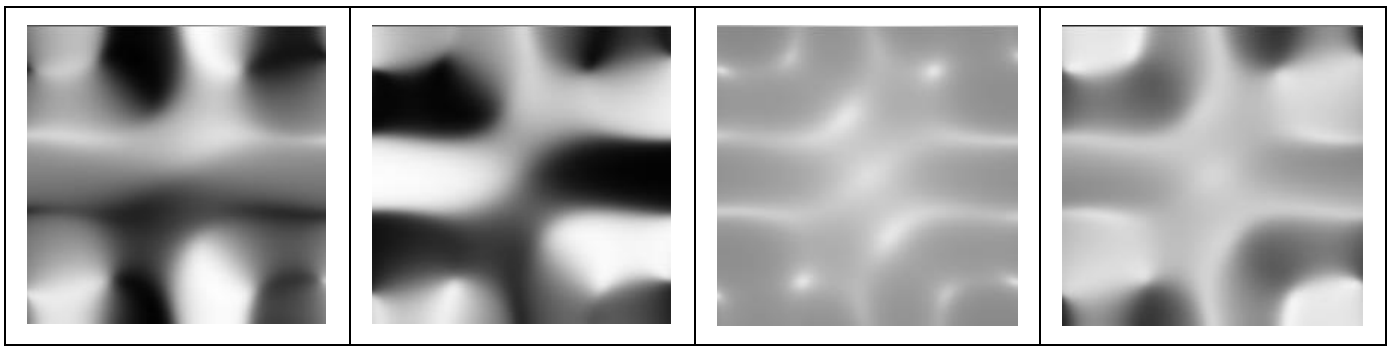


Рис. 11. Графическое представление базовых *M*-образов интеграла второй производной функции *u*

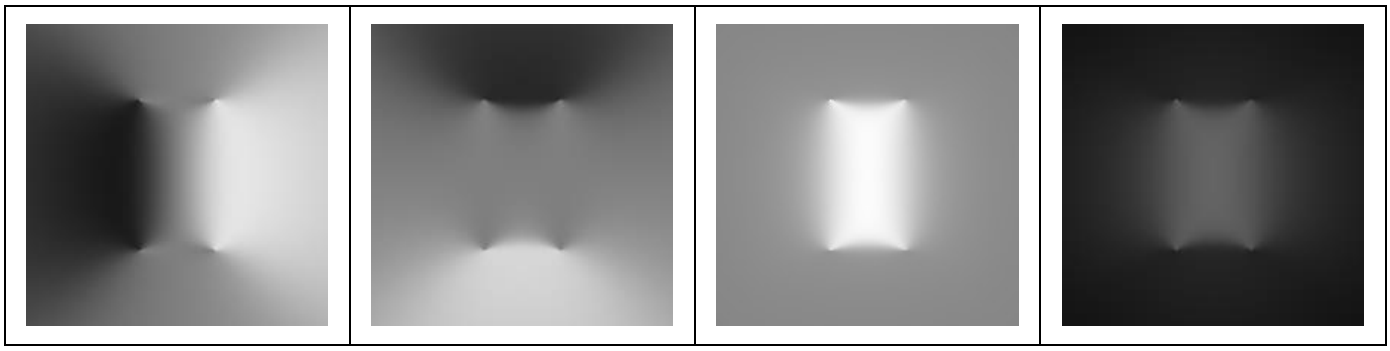


Рис. 12. Графическое представление базовых *M*-образов интеграла второй производной функции *u*

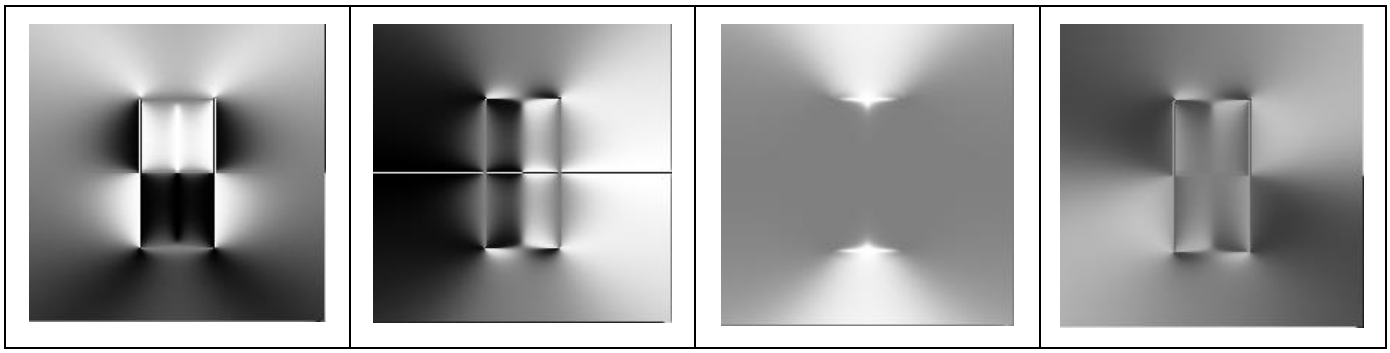


Рис. 13. Графическое представление базовых *M*-образов первой производной функции n_1/n_3

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье представлен инструмент автоматизации процесса дифференцирования и интегрирования широкого класса сложных алгебраических функций с помощью средств функционально-воксельного моделирования. Ввиду применения линейной аппроксимации предложенный подход позволяет включить в процесс дифференцирования и интегрирования широкий класс недифференцируемых функций, возникающих в *R*-функциональном моделировании. Несмотря на присутствующую визуальную погрешность результата, предложенный подход является робастным и гарантированно обеспечивает решение даже в случаях, когда функция не может иметь математически сформулированного результата. Приведённый пример функции является двумерным, что позволяет наглядно демонстрировать и визуально сравнивать результаты, при этом алгоритм без труда переносится на любую размерность.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рысцов Д.* Автоматическое дифференцирование // Abnormal programming, Mathematics. – M.: Habr LLC, 2009. http://habrahabr.ru/post/63055/ [*Rystsov, D.* Automatic Differentiation // Abnormal programming, Mathematics. – Moscow, Habr LLC, 2009]
2. *Neidinger, R.D.* Introduction to Automatic Differentiation and MATLAB Object-Oriented Programming // SIAM Review. – 2010. – Vol. 52, no. 3. – P. 545–563. DOI:10.1137/080743627
3. *Baydin, A.G.*, *Pearlmutter, B.A.*, *Radul, A.A.*, *Siskind, J.* Automatic Differentiation in Machine Learning: a Survey // Journal of Machine Learning Research. – 2018. – Vol. 18, art. no. 153. – P. 1–-43.
4. *Ралл Л.Б.* Автоматическая дифференциация: методы и приложения / Конспекты лекций по информатике. – 1981. – Т. 120. Springer. – 174 с. ISBN 978-3-540-10861-0. [*Rall, L.B.* Automatic Differentiation: Techniques and Applications. Lecture Notes in Computer Science 120. Berlin-Heidelberg-New York, Springer-Verlag, 1981. – Vol. VIII, 174 p. ISBN 3-540-10861-0]
5. *Conal, E.* The Simple Essence of Automatic Differentiation // Proc. ACM Program. Lang. – 2018. – Vol. 2, iss. ICFP, art. no. 70. – P. 1–29. – DOI: https://doi.org/10.1145/3236765.
6. *Liao, H., Pearlmutter, B.A., Potluru, V.K., and Woodruff, D.P.* Automatic Differentiation of Sketched Regression // Proceedings of the 23rdInternational Conference on Artificial Intelligence and Statistics (AISTATS). – Palermo, Italy, 2020. – PMLR, vol. 108. – P. 4367–4376.
7. *Бахвалов Н.С.*, *Жидков Н.П.*, *Кобельков Г.М.* Численные методы / 3-е изд., доп. и перераб. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 636 с. ISBN 5-94774-175-X. [*Bahvalov, N.C., Zhidkov, N.P., Kobelkov, G.M.* Numerical methods / 3-rd Issue, Revised & expanded. Moscow: BINOM. Laboratoriya Znaniy, 2004. – 636 s. (In Russian)]
8. *Березин*, *И.С.*, *Жидков Н.П.* Методы вычислений. – 1962. – Т. I. 2-е изд., стереотипное. – М.: ГИФМЛ. – 464 с. [*Bere-*

zin, I.S., *Zhidkov, N.P.* Methods of calculations / 2-nd edition, stereotypical. – Moscow: GIFML, 1962. – 464 s. (In Russian)]
9. *Мысовских И.П.* Лекции по методам вычислений. – М.: Наука. 1982. – 342 с. [*Mysovskikh, I.P.* Lectures on computational methods. – M.: Nauka, 1982. – 342 s. (In Russian)]
10. *Толок А.В.* Функционально-воксельный метод в компьютерном моделировании. – М.: Физматлит, 2016. – 112 с. [*Tolok, A.V.* Functional Voxel Method in Computer Modeling. – M.: Fizmatlit, 2016. – 112 s. (In Russian)]
11. *Толок А.В.* Локальная компьютерная геометрия. Учебное пособие. – М.: Ай Пи Ар Медиа, 2022. – 147 с. [*Tolok, A.V.* Local Computer Geometry. – M.: IPR-Media, 2022. – 147 s. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Г. Лебедевым.

Поступила в редакцию 18.07.2022,
после доработки 15.09.2022.
Принята к публикации 3.10.2022.

Толок Алексей Вячеславович – д-р техн. наук, ✉ tolok_61@mail.ru,

Толок Наталия Борисовна – канд. техн. наук, ✉ nat_tolok@mail.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

DIFFERENTIATION AND INTEGRATION IN FUNCTIONAL VOXEL MODELING

A.V. Tolok[1] and N.B. Tolok[2]

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

[1]✉ tolok_61@mail.ru, [2]✉ nat_tolok@mail.ru

Abstract. This paper presents a simple method for generating the partial derivatives of a multidimensional function using functional voxel models (FV-models). The general principle of constructing, differentiating, and integrating an FV-model is considered for two-dimensional functions. Integration is understood as obtaining local geometrical characteristics for the antiderivative of a local function with solving the Cauchy problem when finally constructing the FV-model. The direct and inverse differentiation algorithm involves the basic properties of the local geometrical characteristics of functional voxel modeling and the inherent linear approximation principle of the codomain of the algebraic function. Simple computer calculations of this algorithm yield an FV-model suitable for any further algebraic operations. An illustrative example of constructing a functional voxel model of a complex two-dimensional algebraic function is provided. Functional voxel models of partial derivatives are obtained based on this model. These models and the boundary condition at a given point are used to obtain an initial FV-model of a complex algebraic function. The approach is applicable to algebraic functions defined on the domain of various dimensions.

Keywords: functional voxel model, local geometrical characteristics, local function, partial derivative, antiderivative.

Исправление к статье Г.Г. Стецюры «СПОСОБ УСКОРЕНИЯ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ОДНОВРЕМЕННЫМ ЗАПУСКОМ ДЕЙСТВИЙ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ГРУППЕ АВТОМАТИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ С ВКЛЮЧЕНИЕМ РЕТРАНСЛЯТОРА»

В статье Г.Г. Стецюры «Способ ускорения децентрализованного управления одновременным запуском действий в распределенной группе автоматических устройств с включением ретранслятора», опубликованной в журнале «Проблемы управления» № 3 за 2022 г., допущена неточность на с. 60. Формулу $D_j = C - t_j + a_j$ (§ 4, левая колонка, седьмая строка снизу) следует читать так:

$$D_j = 2(C - t_j) + a_j.$$