

# ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

4/2021

CONTROL  SCIENCES

## РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

С. Н. Васильев, академик РАН,  
И. А. Каляев, академик РАН,  
В. А. Левин, академик РАН,  
Н. А. Махутов, чл.-корр. РАН,  
А. Ф. Резчиков, чл.-корр. РАН,  
Е. А. Федосов, академик РАН

## РЕДКОЛЛЕГИЯ

Ф. Т. Алескеров, д-р техн. наук,  
В. Н. Афанасьев, д-р техн. наук,  
Н. Н. Бахтадзе, д-р техн. наук,  
В. Н. Бурков, д-р техн. наук,  
В. М. Вишневский, д-р техн. наук,  
В. В. Клочков, д-р экон. наук,  
С. А. Краснова, д-р техн. наук,  
Н. В. Кузнецов, д-р физ.-мат. наук,  
О. П. Кузнецов, д-р техн. наук,  
В. В. Кульба, д-р техн. наук,  
А. Г. Кушнер, д-р физ.-мат. наук,  
А. А. Лазарев, д-р физ.-мат. наук,  
В. Г. Лебедев, д-р техн. наук,  
В. Е. Лепский, д-р психол. наук,  
Н. Е. Максимова, канд. техн. наук  
(ответственный секретарь),  
А. С. Мандель, д-р техн. наук,  
Р. В. Мещеряков, д-р техн. наук,  
А. И. Михальский, д-р биол. наук,  
Д. А. Новиков, чл.-корр. РАН  
(гл. редактор),  
Б. В. Павлов, д-р техн. наук,  
Ф. Ф. Пашченко, д-р техн. наук  
(зам. гл. редактора),  
Л. Б. Рапопорт, д-р физ.-мат. наук,  
С. В. Ратнер, д-р экон. наук,  
Е. Я. Рубинович, д-р техн. наук,  
В. Ю. Рутковский, д-р техн. наук,  
М. В. Хлебников, д-р физ.-мат. наук,  
А. Д. Цвиркун, д-р техн. наук,  
П. Ю. Чеботарёв, д-р физ.-мат. наук,  
И. Б. Ядыкин, д-р техн. наук

## РУКОВОДИТЕЛИ РЕГИОНАЛЬНЫХ РЕДСОВЕТОВ

Владивосток – О. В. Абрамов, д-р техн. наук,  
Волгоград – А. А. Воронин, д-р физ.-мат. наук,  
Воронеж – С. А. Баркалов, д-р техн. наук,  
Курск – С. Г. Емельянов, д-р техн. наук,  
Липецк – А. К. Погодаев, д-р техн. наук,  
Пермь – В. Ю. Столбов, д-р техн. наук,  
Ростов-на-Дону – Г. А. Угольницкий,  
д-р техн. наук,  
Самара – М. И. Гераськин, д-р экон. наук,  
Саратов – В. А. Твердохлебов, д-р техн. наук,  
Уфа – Б. Г. Ильясов, д-р техн. наук

## ADVISORY BOARD

E. A. Fedosov, Academician of RAS<sup>1</sup>,  
I. A. Kalyaev, Academician of RAS,  
V. A. Levin, Academician of RAS,  
N. A. Makhutov, Corr. Member of RAS,  
A. F. Rezchikov, Corr. Member of RAS,  
S. N. Vassilyev, Academician of RAS

## EDITORIAL BOARD

V. N. Afanas'ev, Dr. Sci. (Tech.),  
F. T. Aleskerov, Dr. Sci. (Tech.),  
N. N. Bakhtadze, Dr. Sci. (Tech.),  
V. N. Burkov, Dr. Sci. (Tech.),  
P. Yu. Chebotarev, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
V. V. Klochkov, Dr. Sci. (Econ.),  
M. V. Khlebnikov, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
S. A. Krasnova, Dr. Sci. (Tech.),  
V. V. Kulba, Dr. Sci. (Tech.),  
A. G. Kushner, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
N. V. Kuznetsov, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
O. P. Kuznetsov, Dr. Sci. (Tech.),  
A. A. Lazarev, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
V. G. Lebedev, Dr. Sci. (Tech.),  
V. E. Lepskiy, Dr. Sci. (Phych.),  
N. E. Maximova, Cand. Sci. (Tech),  
Executive Editor-in-Chief,  
A. S. Mandel, Dr. Sci. (Tech.),  
R. V. Meshcheryakov, Dr. Sci. (Tech.),  
A. I. Michalski, Dr. Sci. (Biol.),  
D. A. Novikov, Corr. Member of RAS,  
Editor-in-Chief,  
F. F. Pashchenko, Dr. Sci. (Tech.),  
Deputy Editor-in-Chief,  
B. V. Pavlov, Dr. Sci. (Tech.),  
L. B. Rapoport, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
S. V. Ratner, Dr. Sci. (Econ.),  
E. Ya. Rubinovich, Dr. Sci. (Tech.),  
V. Yu. Rutkovskii, Dr. Sci. (Tech.),  
A. D. Tsvirkun, Dr. Sci. (Tech.),  
V. M. Vishnevsky, Dr. Sci. (Tech.),  
I. B. Yadykin, Dr. Sci. (Tech)

## LEADERS OF REGIONAL BOARDS

Kursk – S. G. Emelyanov, Dr. Sci. (Tech.),  
Lipetsk – A. K. Pogodaev, Dr. Sci. (Tech.),  
Perm – V. Yu. Stolbov, Dr. Sci. (Tech.),  
Rostov-on-Don – G. A. Ougolnitsky,  
Dr. Sci. (Tech.),  
Samara – M. I. Geraskin, Dr. Sci. (Econ.),  
Saratov – V. A. Tverdokhlebov, Dr. Sci. (Tech.),  
Ufa – B. G. Ilyasov, Dr. Sci. (Tech.),  
Vladivostok – O. V. Abramov, Dr. Sci. (Tech.),  
Volgograd – A. A. Voronin, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
Voronezh – S. A. Barkalov, Dr. Sci. (Tech.)

<sup>1</sup>Russian Academy of Sciences.



**CONTROL SCIENCES**  
Научно-технический  
журнал

6 номеров в год  
ISSN 1819-3161 (Print)  
ISSN 2712-8687 (Online)  
Издается с 2003 года

**УЧРЕДИТЕЛЬ и ИЗДАТЕЛЬ**

Федеральное государственное  
бюджетное учреждение науки  
Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор  
чл.-корр. РАН  
Д.А. Новиков

Заместитель главного редактора  
Ф.Ф. Пащенко

Ответственный секретарь  
Н.Е. Максимова

Выпускающий редактор  
Л.В. Петракова

Адрес редакции  
117997, ГСП-7, Москва,  
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410

Тел./факс (495) 198-17-20, доб. 1410

E-mail: pu@ipu.ru

Интернет: <http://pu.mtas.ru>,  
<http://controlsciences.org>

Опубликовано: 24 Августа 2021 г.

Свидетельство о регистрации  
ПИ № ФС 77-49203 от 30 марта 2012 г.  
выдано Министерством Российской  
Федерации по делам печати,  
телерадиовещания и средств массовых  
коммуникаций

Свидетельство о регистрации  
Эл № ФС 77-80482 от 17 февраля 2021 г.  
выдано Федеральной службой  
по надзору в сфере связи,  
информационных технологий и  
массовых коммуникаций

Журнал входит в RSCI на платформе  
Web of Science и Перечень  
рецензируемых научных изданий ВАК

Журнал включен в Российский индекс  
научного цитирования (РИНЦ).  
На сайте Научной электронной  
библиотеки ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)) доступны  
полные тексты статей.

© Федеральное государственное  
бюджетное учреждение науки  
Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН

# ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

## 4.2021

### СОДЕРЖАНИЕ

---

#### Обзоры

---

**Широкий А.А., Калашников А.О.** Применение методов  
естественных вычислений для управления рисками  
сложных систем . . . . . 3

---

#### Анализ и синтез систем управления

---

**Хлебников М.В., Квинто Я.И.** Параметрическая функция  
Ляпунова для дискретных систем управления с внешними  
возмущениями: анализ . . . . . 21

**Краснов Д.В., Антипов А.С.** Синтез двухконтурного  
наблюдателя в задаче управления однозвенным манипулятором  
в условиях неопределенности . . . . . 27

---

#### Управление в социально-экономических системах

---

**Коренная К.А., Голлай А.В., Логиновский О.В.**  
Модели управления промышленными предприятиями  
в условиях нестабильности внешней среды и необходимости  
технологического перевооружения . . . . . 40

---

#### Информационные технологии в управлении

---

**Промыслов В.Г., Семенов К.В.** Применение метода  
Network Calculus для расчета временных характеристик  
систем управления с циклическим алгоритмом работы . . . . . 50

**Сорокин А.А.** Применение кусочных функций  
для нормализации входных переменных  
систем нечеткого вывода . . . . . 66

**Барабанова Е.А., Вытовтов К.А., Подлазов В.С.**  
Неблокируемые отказоустойчивые двухкаскадные дуальные  
фотонные коммутаторы . . . . . 82



**CONTROL SCIENCES**  
Scientific Technical  
Journal

6 issues per year

ISSN 1819-3161 (Print)

ISSN 2712-8687 (Online)

Published since 2003

**FOUNDER and PUBLISHER**

**V.A. Trapeznikov**

Institute of Control Sciences  
of Russian Academy of Sciences

**Editor-in-Chief**

**D.A. Novikov, Corr. Member of RAS**

**Deputy Editor-in-Chief**

**F.F. Pashchenko**

**Executive Editor-in-Chief**

**N.E. Maximova**

**Editor**

**L.V. Petrakova**

Editorial address

65 Profsoyuznaya st., office 410,  
Moscow 117997, Russia

☎ +7(495) 198-17-20, ext. 1410

✉ pu@ipu.ru

URL: <http://pu.mtas.ru>

<http://controlsciences.org>

Published: August 24, 2021

Registration certificate of  
ПИ № ФС 77-49203 от 30 March 2012  
issued by the Ministry of Press,  
Broadcasting, and Mass Media  
of the Russian Federation

Registration certificate of  
Эл № ФС 77-80482 of 17 February 2021  
issued by the Federal Service  
for Supervision of Communications,  
Information Technology, and Mass Media

The Journal is indexed in RSCI (Russian  
Science Citation Index) on the platform  
Web of Science and in the list of peer-  
reviewed scientific publications of HAC

On the website of the Scientific electronic  
library ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)) full texts of  
articles are available

© V.A. Trapeznikov

Institute of Control Sciences

of Russian Academy of Sciences

# CONTROL SCIENCES

## 4.2021

### CONTENTS

---

#### Surveys

---

**Shiroky, A.A. and Kalashnikov, A.O.** Natural Computing  
with Application to Risk Management in Complex Systems . . . . . 3

---

#### Analysis and Design of Control Systems

---

**Khlebnikov, M.V. and Kvinto, Ya.I.** A Parametric  
Lyapunov Function for Discrete-Time Control Systems  
with Bounded Exogenous Disturbances: Analysis . . . . . 21

**Krasnov, D.V. and Antipov, A.S.** Designing a Double-Loop  
Observer to Control a Single-Link Manipulator under Uncertainty . . 27

---

#### Control in Social and Economic Systems

---

**Korennaya, K.A., Hollay, A.V., and Loginovskiy, O.V.**  
Models of Managing Industrial Enterprises under an Unstable  
Environment and Technological Re-equipment . . . . . 40

---

#### Information Technology in Control

---

**Promyslov, V.G. and Semenov, K.V.** Estimating  
Time Characteristics of Control Systems with Cyclic Operation:  
A Network Calculus Approach . . . . . 50

**Sorokin, A.A.** Using Piecewise Functions to Normalize  
Input Variables of Fuzzy Inference Systems . . . . . 66

**Barabanova, E.A., Vytovtov, K.A., and Podlazov, V.S.**  
Non-blocking Fault-Tolerant Two-Stage Dual Photon Switches . . . . 82

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ЕСТЕСТВЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ РИСКАМИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

А.А. Широкий, А.О. Калашников

**Аннотация.** Представлен обзор моделей и методов естественных вычислений в контексте их применимости к решению задач управления рисками сложных систем. Обоснована эквивалентность задачи минимизации рисков задаче эффективного управления. Приводится общая постановка задачи управления рисками сложных систем в условиях неопределённости, описана структура фундаментальных и прикладных задач управления рисками. Наиболее известные модели и методы естественных вычислений кратко описаны и проанализированы с точки зрения их применимости для решения задач управления рисками по критериям формализма, универсальности и способности к обучению. Проведён анализ предпочтений научного сообщества в части применения тех или иных моделей и методов естественных вычислений для решения различных классов задач управления рисками. Сделаны выводы о перспективных с этой точки зрения подходах, которым в настоящий момент, на взгляд авторов, уделяется недостаточно внимания.

**Ключевые слова:** управление рисками, задача эффективного управления, естественные вычисления.

## ВВЕДЕНИЕ

Многие задачи управления сложными системами могут быть сведены к оценке и минимизации рисков для управляемой системы или интерпретированы в этих терминах. Задача управления рисками является комплексной и предполагает решение подзадач различных классов, включая задачи идентификации, мониторинга, прогноза, оптимизации и др. В условиях непрерывной циркуляции объёмных потоков данных эффективные решения невозможны без построения достаточно сложных моделей управляемых систем и применения адекватных вычислительных методов. Реально существующие динамические системы, для которых ставятся такие задачи, являются открытыми – соответственно, применяемые методы также должны обеспечивать способность моделей адаптироваться к непрерывно изменяющимся (в том числе непрогнозируемо) условиям внешней среды.

В связи с этим напрашивается аналогия с процессами, протекающими в живой природе, – живые организмы постоянно решают задачу выживания в условиях переменного окружения, являющегося источником как предсказуемых, так и непрогнозируемых угроз. Анализ моделей поведения

живых организмов, структур группового управления, механизмов защиты от внешних угроз представляется весьма перспективным ввиду заведомой работоспособности таких моделей (чему в природе есть множество примеров), а также их высокой эффективности, достигнутой в ходе эволюционных процессов. В настоящий момент активно развивается такая научная область, как природные (или естественные) вычисления (natural computing), соединяющая в себе аспекты связности элементов, группового поведения и эмерджентности. В книге [1] термин «естественные вычисления» определяется как область исследований, изучающая модели и вычислительные методы, вдохновлённые природой, а также рассматривающая происходящие в природе явления с точки зрения обработки информации.

Многие подразделы естественных вычислений (например, искусственные нейронные сети) сейчас находятся на пике популярности, другие (к примеру, бактериальные и ДНК-вычисления) изучены сравнительно мало. Настоящая работа представляет собой обзор основных известных классов алгоритмов природных вычислений с анализом их применимости в задачах управления рисками. Отметим, что описание самих подходов не является целью авторов.

Структура изложения материала такова. В § 1 сформулирована общая постановка задачи управления рисками сложных систем в условиях неопределённости и показана её эквивалентность задаче эффективного управления. В § 2 рассматриваются фундаментальные и прикладные задачи управления рисками сложных систем, делается вывод о том, какие из них могут быть решены методами естественных вычислений. В § 3 приводятся возможные основания классификации естественных вычислений и выделяются те из них, которые важны для оценки применимости описываемых алгоритмов и методов к задачам управления рисками сложных систем. В § 4 приведён обзор известных методов и алгоритмов естественных вычислений и их классификация по основаниям, отобранным в § 3. В § 5 делаются выводы о перспективных с точки зрения решения задач управления рисками подходах, которым в настоящий момент, на взгляд авторов, уделяется недостаточно внимания.

## 1. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ РИСКАМИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

В настоящей работе под сложными системами будем понимать системы с бесконечным разнообразием реакций на внешние воздействия. В самой общей постановке задача управления такими системами заключается в нахождении управляющих воздействий, переводящих их в целевое состояние. Такие управляющие воздействия называют *эффективными*. Формально эту задачу можно записать следующим образом.

Пусть  $U$  – множество наборов управляющих воздействий,  $Q$  и  $\Theta$  – множества состояний системы и внешней среды соответственно, причём состояние системы  $q \in Q$  однозначно определяется состоянием внешней среды и применяемыми управляющими воздействиями, т. е.  $q = q(u, \theta)$ ,  $u \in U$ ,  $\theta \in \Theta$ . Введём функционал  $K = K(u, q, \theta) = K(q(u, \theta))$  – *целевой функции* управления  $u$  при состоянии системы  $q$  и состоянии внешней среды  $\theta$ . Задача заключается в поиске *оптимальных в широком смысле* управляющих воздействий  $u^* \in U$ , т. е. таких, что

$$K(u^*, q, \theta) = \max_{u \in U} K(u, q, \theta). \quad (1)$$

В вырожденном случае, когда управляющей системе известны актуальные состояния управляемой системы  $q_0 \in Q$  и внешней среды  $\theta_0 \in \Theta$ , целевая функция является функцией одной переменной  $u$  и задача (1) записывается так:

$$K(u^*, q_0, \theta_0) = \max_{u \in U} K(u, q_0, \theta_0). \quad (2)$$

Допустим, что существует набор (возможно, не единственный) аргументов  $(u^*, q^*, \theta^*)$ , при котором целевая функция принимает максимально возможное значение (*идеальная ситуация*):

$$K(u^*, q^*, \theta^*) = \max_{u \in U} \max_{q \in Q} \max_{\theta \in \Theta} K(u, q, \theta).$$

Величину

$$\varphi(u, q, \theta) = K(u^*, q^*, \theta^*) - K(u, q, \theta),$$

равную разности максимального и текущего (при некоторых  $u$ ,  $q$  и  $\theta$ ) значения целевой функции назовём *функцией потерь*. Легко видеть, что

$$\min_{u \in U} \varphi(u, q, \theta) = K(u^*, q^*, \theta^*) - \max_{u \in U} K(u, q, \theta),$$

т. е. задача максимизации целевой функции эквивалентна задаче минимизации функции потерь. В детерминированном случае эквивалентность также сохраняется:

$$\begin{aligned} \min_{u \in U} \varphi(u, q_0, \theta_0) &= \\ &= K(u^*, q^*, \theta^*) - \max_{u \in U} K(u, q_0, \theta_0). \end{aligned} \quad (3)$$

В реальных постановках полная информированность встречается редко, главным образом, при управлении техническими системами. Чаще всего управляющая система не имеет полной и/или достоверной информации о состоянии управляемой системы и внешней среды. В этом случае для решения задачи необходимо тем или иным образом устранить неопределённость. Например, можно выбирать наиболее вероятные состояния, наименее благоприятные состояния или действовать иным образом – см., например, статью [2].

Зафиксируем некоторое управляющее воздействие  $u \in U$ . Зададим устраняющий неопределённость оператор  $\mathfrak{Z}$ , т. е. такой, что результат его применения к целевой функции зависит только от выбранного управления  $u$ :

$$\mathfrak{K}(u) = \mathfrak{Z}K(u, \cdot, \cdot).$$

Тогда, по аналогии с выражением (2), можем записать задачу поиска оптимального в широком смысле управления  $u^*$ , максимизирующего значение целевой функции в условиях неопределённости:

$$\mathfrak{K}(u^*) = \max_{u \in U} \mathfrak{K}(u). \quad (4)$$

Зададим действительзначную *функцию риска*

$$\rho(u) = \mathfrak{K}(u^*) - \mathfrak{K}(u).$$

В общем случае *риск* часто определяют как системный параметр, свойство системы управления, в частности ЛПР, принимать решения в условиях неопределённости, которые могут повлечь за собой как нежелательные (опасные), так и существенно выигрышные последствия (см., например,



работу [3]). В рассматриваемой постановке задачи введем абсолютный максимум значения целевой функции, поэтому выигрышных последствий быть не может и значения  $\rho(u)$  интерпретируются как нежелательный риск, связанный с применением управляющего воздействия  $u$ . По аналогии с выражением (3) поставим задачу минимизации риска:

$$\rho(u^*) = \min_{u \in U} \rho(u). \quad (5)$$

Очевидно, что

$$u^* = \operatorname{Argmax}_{u \in U} \mathfrak{R}(u) = \operatorname{Argmin}_{u \in U} \rho(u). \quad (6)$$

Таким образом, в случае управления сложной системой в условиях неопределённости задача **максимизации целевой функции** (4), при условии, что **функция риска** определяется выражением (5), становится эквивалентной задаче **минимизации риска** (6).

## 2. СТРУКТУРА ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ РИСКАМИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Постановка задачи управления рисками сложных систем, приведённая в предыдущем параграфе, может быть без потери общности декомпозирована на несколько более специфических, последовательно возникающих задач.

Вначале для определения компонентов рассматриваемой системы и её операционного окружения необходимо решить *задачу идентификации*. Затем для идентифицированных объектов нужно определить эталонную модель их поведения, т. е.

решить *задачу моделирования*. Далее необходимо сравнивать поведение объектов с эталонной моделью с целью *выявления аномалий* в нём. Наконец, требуется *спрогнозировать* развитие ситуации с учётом выявленных на предыдущем шаге аномалий.

На основе результатов решения этих четырёх задач можно искать общее решение задачи минимизации риска. Отметим, что эти задачи не зависят от сущности и структуры рассматриваемой системы. В то же время, для построения технологии их решения необходимо учесть специфику области применения и перейти к прикладным и технологическим задачам управления рисками. Классов таких задач тоже можно выделить четыре (рис. 1).

Соотнесём фундаментальные и прикладные задачи управления рисками сложных систем (см. рис. 1). Решение фундаментальной задачи идентификации объектов предполагает определение наиболее существенных их параметров. Совокупность (например, декартово произведение) областей значений всех принимаемых во внимание параметров всех допустимых в модели объектов образует пространство состояний системы и её окружения. Построение такого пространства представляет собой решение прикладной задачи параметризации.

Различные объекты системы и её окружения могут демонстрировать отличающееся поведение. Поэтому, чтобы начать решать фундаментальную задачу моделирования последнего, необходимо вначале решить прикладную задачу классификации объектов управляемой системы.

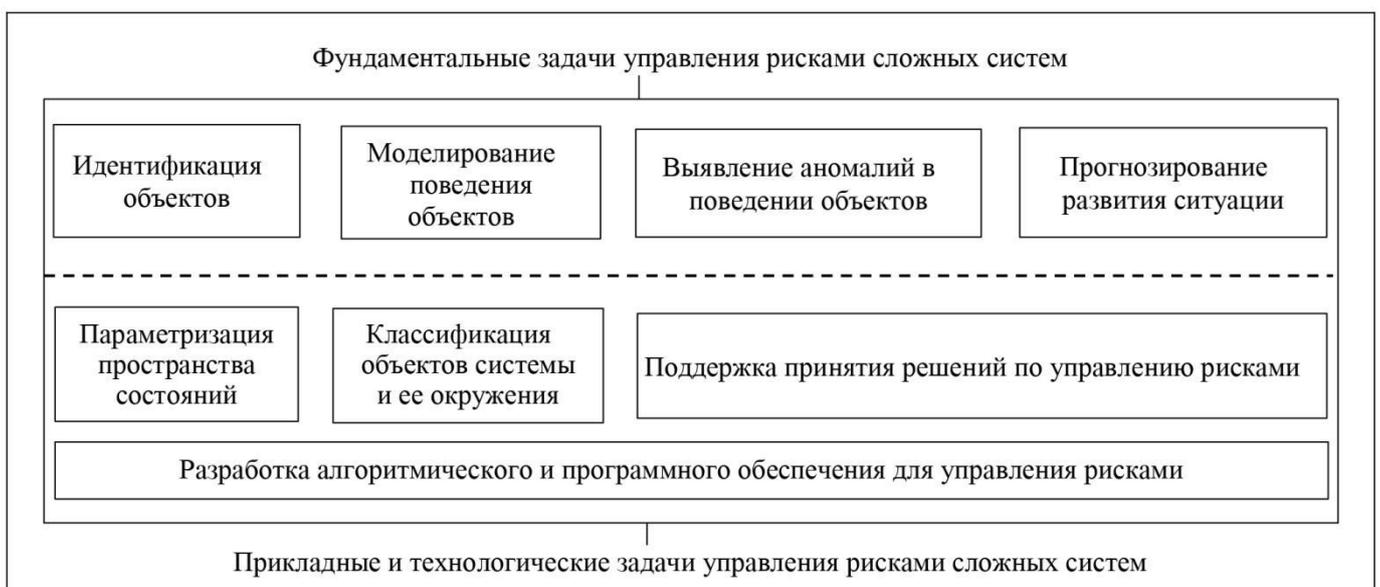


Рис. 1. Иерархическая структура задач управления рисками сложных систем

Фундаментальные задачи выявления аномалий в поведении и прогнозировании развития ситуации связаны на прикладном уровне с алгоритмами классификации, моделирования поведения, выявления аномалий и прогнозирования, которые при управлении рисками применяются совместно. В то же время разработка алгоритмов принятия решений является отдельной прикладной задачей, зависящей от предметной области, но не зависящей, как правило, от реализации других алгоритмов.

Рассматриваемые в настоящей работе алгоритмы и методы естественных вычислений призваны решать весь спектр вышеперечисленных прикладных задач классификации, моделирования поведения, выявления аномалий и прогнозирования. С точки зрения авторов, хороший метод должен быть применим для решения любой из этих задач, в том числе позволять разрабатывать алгоритмы для реализации в прикладном программном обеспечении. Все дальнейшие рассуждения мы будем строить исходя из этой посылки.

### 3. КЛАССИФИКАЦИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

При классификации естественных вычислений исследователи часто прибегают к основанию *биологического процесса* (биологическая эволюция, работа мозга, работа органов чувств и т. д.), на котором базируется алгоритм или модель вычислений. Это основание удобно тем, что хорошо разделяет классы алгоритмов. Его минус заключается в невозможности понять, какие задачи разрешимы с их помощью.

Другим подходом к классификации моделей и методов естественных вычислений является использование в качестве основания *принципа построения алгоритма*. Например, в обзоре [4] все алгоритмы естественных вычислений разделены на эволюционные, роевые и экологические. Отметим, что эти классы пересекаются: например, искусственные иммунные сети имеют характерные черты, присущие как роевым алгоритмам, так и эволюционным.

При рассмотрении моделей и алгоритмов естественных вычислений с точки зрения применимости к задаче управления рисками сложных систем (6) представляется целесообразным использовать для их классификации основания, отвечающие специфике этой задачи. С точки зрения авторов, последняя заключается в том, что разнообразие реакций таких систем на внешние воздействия не описывается конечным множеством. В условиях неопределённости также можно говорить о том, что множество внешних воздействий  $\Theta$  идентифи-

цировано нами не полностью. Стандартные методы оптимизации будут работать только в идентифицированной части этого множества. В то же время, весьма важная задача заключается в минимизации риска при возникновении новых, ранее не прогнозировавшихся внешних воздействий.

Технологическая задача разработки алгоритмического и программного обеспечения, будучи решаемой в рамках единой парадигмы, требует от применяемого подхода *универсальности*. Иными словами, выбранный подход должен позволять решать все прикладные задачи управления рисками сложных систем. Поэтому первым (и самым важным) основанием классификации природных вычислений будем считать универсальность их возможного применения. Поскольку речь идёт о вычислительных моделях, то под универсальностью понимается прежде всего способность реализовать произвольный алгоритм (*универсальный вычислитель*) или, по крайней мере, вычислить с заданной точностью произвольную функцию (*универсальный аппроксиматор*).

Формулировка задачи управления рисками сложных систем предполагает, что применяемый метод или алгоритм должен иметь адекватный задаче *формализм*. Кроме того, поскольку рассматриваемые системы чаще всего функционируют в нестационарном окружении, вид функций может (и будет) со временем меняться. Отсюда вытекает ещё одно требование к применяемому алгоритму или методу – *обучаемость*.

Таким образом, для решения поставленной задачи целесообразно использовать следующие основания классификации:

- универсальность применения (универсальный вычислитель, универсальный аппроксиматор),
- тип вычислений (формальная грамматика, математическая модель, семейство алгоритмов, элементная база и др.),
- формализм (лежит в основе формальная модель или нет),
- обучаемость (возможность реализации алгоритмов машинного обучения, возможность реализации адаптивных алгоритмов, нет обучаемости),
- техническая реализация (аппаратная платформа, программная платформа).

### 4. ОБЗОР ЕСТЕСТВЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Модели и методы естественных вычислений включают в себя эвристические алгоритмы (или их семейства, объединённые общей идеей), некоторые формальные грамматики, элементные базы вычислителей, а также ряд математических моде-



лей. К первым относятся искусственные иммунные системы, роевой интеллект, аморфные и эволюционные вычисления. Формальными грамматиками описываются мембранные вычисления [5] и системы Линденмайера [6] (P- и L-системы соответственно). Относящиеся к естественным элементарным базам вычислителей основаны на молекулах ДНК [7], амёбах *Physarum* [8] и некоторых видах бактерий [9, 10]. К естественным вычислениям на основе математических моделей относят клеточные автоматы [11], искусственные нейронные сети [12] и вычисления, основанные на динамических системах и хаосе [13]. Кратко опишем некоторые из них.

### 4.1. Формальные грамматики

Формальная **P-система** определяется как кортеж

$$\Pi = (O, C, \mu, w_1, \dots, w_m, R_1, \dots, R_m, i_0),$$

где

$O$  – непустой конечный алфавит объектов;

$C \subset O$  – множество катализаторов;

$\mu$  – мембранная структура, состоящая из пронумерованных от 1 до  $m$  мембран, задающих регионы P-системы;

$w_1, \dots, w_m$  – строки над алфавитом  $O$ , описывающие мультимножества объектов, находящихся в регионах мембранной структуры с номерами 1, ...,  $m$  соответственно;

$R_1, \dots, R_m$  – конечный набор правил эволюции регионов мембранной структуры с номерами 1, ...,  $m$  соответственно;

$i_0 \in \{0, \dots, m\}$  – номер региона, в который будет помещён результат вычислений (если он равен нулю, результат будет отправлен во внешнюю среду).

Правила эволюции имеют вид  $u \rightarrow v$  или  $u \rightarrow v\delta$ , где  $u \in O^+$ ,  $v \in (O \times Tar)^*$ ,  $Tar = \{here, in, out\}$ . Через  $O^+$  здесь обозначено множество всех возможных строк над алфавитом  $O$ , за исключением пустой строки  $\lambda$ , а  $O^* = O^+ + \{\lambda\}$ . Правила с произвольным воздействием  $u$  называют *кооперативными*, правила с  $u \in O - C$  – *некооперативными*. Некооперативные правила с катализатором, т. е. вида  $cu \rightarrow cv$  или  $cu \rightarrow cv\delta$ , где  $u \in O - C$ ,  $c \in C$ ,  $v \in ((O - C) \times Tar)^*$ , называют *каталитическими*. Катализаторы в таких правилах «помогают» эволюционировать другим объектам P-системы, но сами не изменяются и никогда не перемещаются между её регионами.

Мембранная структура и мультимножества объектов, расположенных в ограниченных мембранах регионах, задают конфигурацию P-системы. Начальная конфигурация задана мембранной структурой и содержащимися в регионах объектами  $(\mu, w_1, \dots, w_m)$ . В ходе эволюции системы в результате применения правил могут изменяться как мультимножества объектов, так и мембранная структура. Пример начальной конфигурации P-системы приведён на рис. 2.

Отметим, что правила эволюции на каждом её шаге применяются во всех регионах системы одновременно. Подробное описание мембранных вычислителей можно найти в работе [5].

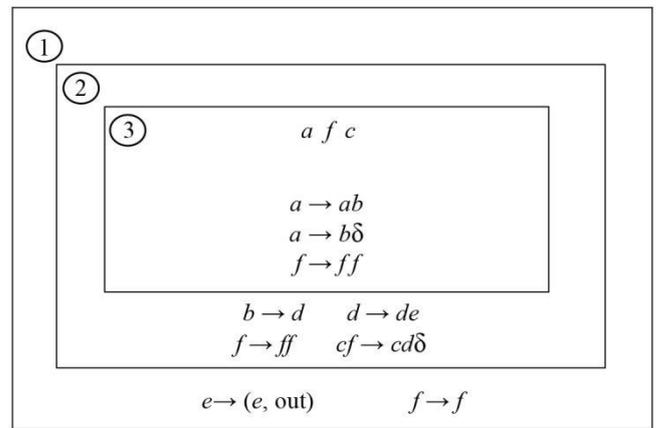


Рис. 2. Начальная конфигурация P-системы с тремя мембранами, алфавитом  $O = \{a, b, c, d, e, f, \delta\}$  и множеством катализаторов  $C = \{c\}$

Базовая **L-система** состоит из алфавита  $V$ , начальной строки – аксиомы  $\omega \in V^+$ , где  $V$  – множество всех строк ненулевой длины над  $V$ , и набора порождающих правил  $P$  вида  $p: a \rightarrow x$ ,  $a \in V$ ,  $x \in V^+$ . Для каждого символа  $a \in V$ , не входящего в левую часть правил  $P$ , предполагается правило  $a \rightarrow a$ . Такие символы называются *константами* или *терминальными символами*.

Правила из множества  $P$  применяются итеративно, начиная с аксиомы (начального состояния). На каждой итерации все символы, входящие в левую часть правил  $P$ , заменяются на соответствующие правые части. Например, система  $G = (V = \{a, b\}, \omega = a, P = \{a \rightarrow b, b \rightarrow ba\})$  порождает строки  $a \rightarrow b \rightarrow ba \rightarrow ba b \rightarrow ba b ba \rightarrow ba b ba ba b \rightarrow \dots$

Базовые L-системы (так называемые 0L-системы) не используют специальных символов. Более сложные символьные L-системы (SL-системы) распознают специальные подстроки – зарезервированные символы-операторы. Подробное описание этих символов, а также L-систем в целом с рядом содержательных примеров можно найти в работе [6].

## 4.2. Элементные базы

ДНК-вычислители кодируют информацию в нуклеотидных последовательностях. Молекулы ДНК имеют в своём составе четыре азотистых основания – цитозин (C), гуанин (G), аденин (A) и тимин (T). Соответственно, в модели ДНК-вычислителя нуклеотидные последовательности представлены в виде строк над конечным алфавитом  $\{A, T, G, C\}$ . Производимые вычислителем с помощью различных ферментов операции над молекулами ДНК полностью описываются правилами расширенных Н-систем (или сплайсинг-систем, см. книгу [14], *гл. 7*).

Пусть

$$S = (V, \Sigma, A, R),$$

где  $V$  – конечный алфавит,  $\Sigma \in V$  – терминальный алфавит,  $A \subset V^*$  – множество аксиом, а  $A \subset V^* \times V^* \times V^* \times V^*$  – правила сплайсинга.

Каждое правило  $r = (u_1, u_2, u_3, u_4) \in R$  записывается в виде

$$r = u_1 \# u_2 \$ u_3 \# u_4; u_1, u_2, u_3, u_4 \in V^*; \#, \$ \notin V.$$

Интерпретируется эта запись так: разрезать строку между подряд идущими вхождениями подстрок  $u_1$  и  $u_2$ ,  $u_3$  и  $u_4$ , а затем склеить фрагменты слева от первого разреза и справа от второго таким образом, чтобы  $u_1$  и  $u_4$  оказались рядом. Например, для некоторых  $x_1, x_2, y_1, y_2 \in V^*$  и строк  $x = x_1 u_1 u_2 x_2$ ,  $y = y_1 u_3 u_4 y_2$  правило  $r$ , применённое к паре  $(x, y)$ , даст результирующую строку  $z = x_1 u_1 u_4 y_2$ .

Более подробно формальная модель ДНК-компьютера описана в работе [15]. Примером реализации такого вычислителя в живом организме являются бактериальные вычисления [9, 10].

## 4.3. Математические модели

**Клеточный автомат** задаётся кортежем  $(\mathcal{L}, \mathcal{S}, \mathcal{N}, f)$ , где

$\mathcal{L} \subseteq \mathbb{Z}^D$  –  $D$ -мерное клеточное пространство – множество (возможно, бесконечное) ячеек в  $\mathcal{L}$ , образующее регулярную решётку;

$\mathcal{S}$  – конечное множество состояний клеток;

$\mathcal{N} = (\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_N)$  – вектор окружения из  $N$  элементов множества  $\mathcal{L}$ , связывающий клетку с соседними, причём соседями клетки, расположенной в  $\vec{v} \in \mathcal{L}$ , будут клетки в расположениях  $(\vec{v} + \vec{v}_i) \in \mathcal{L} \forall i \in \{1, \dots, N\}$ ;

$f: \mathcal{S}^N \rightarrow \mathcal{S}$  – локальное правило перехода, задающее состояние клетки в следующий момент вре-

мени,  $f(a_1, \dots, a_N)$ , где  $a_1, \dots, a_N$  – состояния соседних с ней  $N$  клеток.

*Конфигурацией* клеточного автомата называют глобальное состояние  $C: \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{S}$ . Зададим множество всех конфигураций  $\mathcal{S}^{\mathcal{L}}$ . Тогда отображение  $G: \mathcal{S}^{\mathcal{L}} \rightarrow \mathcal{S}^{\mathcal{L}}$  называется глобальной функцией перехода и клеточный автомат можно задать набором  $(\mathcal{L}, \mathcal{S}, \mathcal{S}^{\mathcal{L}}, G)$ .

Вычисления с помощью клеточного автомата происходят путём последовательного вычисления функции перехода. Как правило, клеточный автомат полагают синхронным (т. е. все клетки меняют своё состояние одновременно) и гомогенным (все клетки используют единое правило перехода). Тогда, если конфигурация  $y = (y_{\vec{v}})_{\vec{v} \in \mathcal{L}}$  следует за конфигурацией  $x = (x_{\vec{v}})_{\vec{v} \in \mathcal{L}}$  (т. е.  $y = G(x)$ ), то  $y$  – результат вычисления следующего выражения для каждого  $\vec{v} \in \mathcal{L}$ :

$$y_{\vec{v}} = G(x)_{\vec{v}} = G(x_{\vec{v}}) = f(x_{\vec{v} + \vec{v}_1}, \dots, x_{\vec{v} + \vec{v}_N}).$$

Подробнее о модели, типах и свойствах клеточных автоматов можно прочитать в книге [16].

Формальная модель **искусственного нейрона** записывается так:

$$s = \mathbf{w} \cdot \mathbf{x} + b, z = g(s),$$

где  $\mathbf{x} \in \mathbb{Z}_{\{0,1\}}^N$  – вектор входных данных;  $\mathbf{w}$  – вектор весов;  $b$  – смещение;  $g(\cdot)$  – функция активации;  $z$  – выход. При формировании искусственной нейронной сети отдельные нейроны  $s$  объединяются в слой

$$\mathbf{s} = \mathbf{W}\mathbf{x} + \mathbf{b}, \mathbf{z} = g(\mathbf{s}),$$

где  $\mathbf{W}$  – матрица весов. В нейронной сети может быть несколько связанных между собой слоёв.

Обучение искусственной нейронной сети осуществляется путём корректировки весов, как правило, на основе минимизации некоторого функционала потерь  $L(\mathbf{w}) \rightarrow \min_{\mathbf{w}}$ .

Эволюция архитектур искусственных нейронных сетей, режимов обучения и практического применения подробно обсуждается в обзоре [17].

Модель вычислений, основанных на динамических системах и хаосе, базируется на понятии хаотического элемента – *хаотического чипа* или *хаотического процессора* [18]. Пусть состояние некоторого такого элемента определяется значением переменной  $x$ . Логический вентиль, реализуемый этим элементом, построен так:

- входные сигналы:

$x \rightarrow x_0 + X_1 + X_2$  – для бинарных логических операций (NAND, NOR, XOR, AND, OR, XNOR);

$x \rightarrow x_0 + X$  – для унарных операций (NOT),

где  $x_0$  – начальное состояние системы, а



$$X = \begin{cases} 0 & \text{при } I=0, \\ V_{in} > 0 & \text{при } I=1, \end{cases}$$

где  $V_{in}$  – положительная константа.

- динамическое обновление, т. е.  $x \rightarrow f(x)$ , где  $f(x)$  – нелинейная функция.

- пороговый механизм для получения выходного сигнала  $Z$ :

$$Z = \begin{cases} 0, & \text{если } f(x) \leq E, \\ f(x) - E, & \text{если } f(x) > E, \end{cases}$$

где  $E$  – пороговое значение.

Выходное значение интерпретируется как логический нуль, если  $Z = 0$ , и как логическая единица, если  $Z > 0$ .

Особенностью хаотических элементов является возможность менять тип реализуемого ими логического вентиля с помощью управления значениями  $(x_0, E)$ . Классическим примером служит хаотический элемент с  $f(x) = 4x(1-x)$  и  $V_{in}=1/4$ . Такой элемент способен реализовывать одну из логических операций AND, OR, XOR, NAND или NOT в зависимости от значений  $(x_0, E)$  (табл. 1).

Таблица 1

**Значения  $x_0$  и  $E$ , соответствующие различным логическим операциям хаотического элемента с  $f(x) = 4x(1-x)$  и  $V_{in}=1/4$**

Логическая операция	AND	OR	XOR	NAND	NOT
$x_0$	0	1/8	1/4	3/8	1/2
$E$	3/4	11/16	3/4	11/16	3/4

Подробно парадигма хаотических вычислений обсуждается в работе [18].

Остальные подходы либо являются уникальными в классе природных вычислений, либо объединяют в себе столь разнородные элементы, что не могут быть чётко отнесены ни к одной из описанных групп.

#### 4.4. Универсальность применения естественных вычислений

Рассмотрим вопрос об универсальности применения различных видов естественных вычислений.

Клеточные автоматы и искусственные нейронные сети представляют собой универсальные вычислители. Описанию Тьюринг-полного клеточного автомата посвящена классическая работа Элви Смита [19]. Теорема о Тьюринг-полноте полностью связанных рекуррентных искусственных нейронных сетей с сигмоидальными функциями активации была доказана в статье [20].

Парадигма вычислений, основанных на нелинейных динамических системах (хаосе), появилась как возможный ответ на ограничения транзисторов как традиционной элементной базы. Логические элементы, построенные на основе транзисторов, не могут быть изменены после аппаратной реализации. Программирование же осуществляется путём переключения между несколькими различными одноцелевыми элементами. А вот хаотический элемент способен преобразовываться в различные логические элементы с помощью механизма морфинга на основе порогов. В работе [21] описаны реализации логических вентилей AND, OR, NOT, XOR, а также обоснована универсальность хаотических чипов.

Вычисления на основе столкновений [22], также называемые в литературе «баллистическими вычислениями», «вычислениями свободного пространства» и «бильярдными вычислениями», используют для реализации логических схем однородную неструктурированную среду с перемещающимися мобильными локализациями. Таковыми могут быть планеры в клеточных автоматах, солитоны в оптической системе, волновой фрагмент в возбудимой химической системе. Логическая истина соответствует наличию локализации, логическая ложь – отсутствию локализации. При столкновении двух или более перемещающихся локализаций они изменяют свои векторы скорости и/или состояния. Постколлизонные траектории и/или состояния локализаций представляют собой результаты логических операций, реализуемых столкновением. Для модели бильярдных вычислений на основе двумерного блочного клеточного автомата доказана эквивалентность обратимой машине Тьюринга [23].

Под термином «вычисления «реакция – диффузия» может пониматься как вычислительная модель на основе соответствующего семейства дифференциальных уравнений, так и химический компьютер, где данные представляются в виде концентраций различных химических элементов, а обработка выполняется с помощью химических реакций – например, реакции Белоусова – Жаботинского [24, 25]. Уравнения же реакции-диффузии часто используются для моделирования других вычислительных сред, в частности хаоса и вычислений на основе столкновений. В работе [26] показана возможность универсальных вычислений в химических компьютерах в условиях ограниченных ресурсов. В этой же работе аналогичный результат был получен для Physarum – вычислений, которые обсуждаются далее.

Перейдём к рассмотрению формальных грамматик. Мембранные вычисления – они же P-

системы [5] – используют понятие мембраны, основанное на простейшей аналогии с биологическими клетками. Особенность таких систем заключается в том, что в процессе их функционирования происходит эволюция не только объектов вычислений (наборов символьных мультимножеств), но и самих мембранных структур. Поскольку каждая мембранная структура – клетка рассматривается как отдельный вычислительный элемент, а также благодаря применению принципа максимального параллелизма, такая грамматика позволяет записывать Р-системы, решающие NP-полные задачи за полиномиальное время (за счёт экспоненциального роста числа мембран и, соответственно, параллелизма). Для некоторых Р-систем доказана вычислительная полнота. В частности, в работе [27] это было сделано для коммуникативных (действия над объектом производятся только при его переходе через мембрану) мембранных систем. В статье [28] аналогичное утверждение доказано для нескольких классов Р-систем с катализаторами (символы в мультимножестве, вызывающие применение того или иного правила, но не «потребляемые» им). В 2009 г. для расширения Р-систем под названием «The mutual mobile membrane systems» (возможный перевод – «взаимно мобильные мембранные системы») была показана Тьюринг-полнота для случая с тремя мембранами [29].

Системы Линденмайера (L-системы) первоначально были предложены ботаником А. Линденмайером [30] как формальный язык для описания роста водорослей. В дальнейшем подход был расширен до полноценной формальной грамматики. В 1991 г. было показано, как можно использовать L-системы для разложения в ряд Тейлора некоторых элементарных функций [6], а вскоре создан компилятор и подсистема визуализации для платформы IBM PC [31]. Однако основной областью применения систем Линденмайера остаётся генерация фрактальных структур, вопросы вычислительной полноты таких систем в литературе не обсуждаются.

Отдельным направлением развития природных вычислений является поиск новых, альтернативных вычислительных элементных баз. Например, в 1994 г. было предложено использовать в качестве таковой молекулу ДНК [7]. Одно из преимуществ этого подхода заключается в том, что метод ДНК позволяет сгенерировать сразу все возможные варианты решений комбинаторных задач (например, задачу о гамильтоновом пути в ориентированном графе) с помощью известных биохимических реакций. Затем возможно быстро отфильтровать именно ту молекулу-нить, в которой закодирован

нужный ответ. Однако при масштабировании предложенной Л. Адлеманом методики с ростом размерности задачи число необходимых для поиска решения молекул ДНК экспоненциально растёт, что накладывает физические ограничения на вычислительные возможности такого компьютера. Тем не менее, уже в 1999 г. были получены первые результаты, свидетельствующие о том, что ДНК-компьютеры могут быть универсальными вычислителями [32], а в 2017 г. предложен дизайн ДНК-компьютера, реализующего недетерминированную универсальную машину Тьюринга [33].

В 2010 г., используя идеи Адлемана, группа исследователей создала бактериальный компьютер на основе генетически модифицированной кишечной палочки [10]. В отличие от более ранних экспериментов [9], в этот раз исследователи поместили кодирующие задачу ДНК-последовательности в разрывы ДНК-цепочек генов, кодирующих флуоресцентные белки. При этом внедрённые фрагменты обрамлялись так называемыми *hix*-сайтами, что позволило использовать эффект сайт-специфической инверсии ДНК бактерий в присутствии специального белка – ДНК-инвертазы *Hin*. При инверсии цепочки нуклеотидов кодирующие флуоресцентные белки восстанавливаются – и «нашедшие» правильное решение бактерии светятся под микроскопом.

Другой подход к созданию нетрадиционных вычислителей заключается в использовании некоторых специальных свойств живых организмов. Наиболее известен эксперимент с амёбой *Physarum polycephalum* (L.), которая всегда стремится принять форму, минимизирующую воздействие на неё солнечного света. В работе [34] описано применение такого «амёбного компьютера» для приближённого решения NP-полной задачи коммивояжёра. Было показано, что амёба решает эту задачу за линейное время. Однако для расчёта схемы освещения амёбы используется рекуррентная нейронная сеть, динамика которой определяется весовой матрицей с  $n^4$  элементами ( $n$  – число городов). Так что выигрыш во времени на больших размерностях представляется неочевидным. Вопрос об универсальности такого вычислителя также пока не исследовался.

Наконец, рассмотрим семейства эвристических и метаэвристических алгоритмов, обычно относимые к естественным вычислениям. Искусственные иммунные системы включают в себя несколько классов таких алгоритмов, созданных по аналогии с их природной реализацией в иммунных системах позвоночных животных. Несмотря на отсутствие общепринятой формализации (вариант, предложенный в статье [35], не получил широкого рас-



пространения), результаты работ [36, 37] позволяют предположить, что на основе искусственной иммунной системы можно построить универсальный аппроксиматор.

К алгоритмам роевого интеллекта обычно относят модели систем, состоящих из множества агентов, локально взаимодействующих с окружающей средой и между собой. Несмотря на то, что агенты подчиняются некоторым достаточно простым правилам поведения, система в целом демонстрирует сложное, «интеллектуальное» поведение. На практике такие алгоритмы применяются для решения различных задач оптимизации – см., например, обзор [38]. Вопрос об универсальности их применения (например, в роли универсального аппроксиматора) в литературе, по всей видимости, не поднимался.

Термин «аморфные вычисления» был введён группой исследователей из Массачусетского технологического института в 1996 г. для обозначения класса вычислительных устройств, состоящих из очень большого числа дешёвых, практически идентичных блоков обработки информации. Дешевизна является в данном случае существенным свойством, поскольку практическое применение таких устройств предполагало в том числе добав-

ление их в качестве присадки при оптовом производстве «умных» конструкционных материалов. В работе [39] была впервые показана возможность проведения универсальных вычислений на аморфном компьютере, вычислительные блоки которого являются асинхронно работающими конечными вероятностными автоматами. В работе [40] рассмотрен ряд аморфных вычислительных систем, относящихся к числу универсальных вычислительных устройств.

Эволюционные вычисления, наряду с уже рассмотренными ранее моделями нечёткой логики и роевого интеллекта, относят к большому классу так называемых «мягких вычислений», основанных на приближённых моделях. Технически эволюционные вычисления – это семейство алгоритмов глобальной оптимизации, основанных на идее биологической эволюции. Семейство возможных решений-кандидатов образует «популяцию», которая постепенно улучшается с помощью селекции или случайных «мутаций». Процесс прекращается, когда решения достигают требуемого уровня точности.

Виды природных вычислений, их типы и сведения об универсальности их применения со ссылками описаны в табл. 2.

Таблица 2

### Известные методы и алгоритмы естественных вычислений и универсальность их применения

Вид вычислений	Тип	Универсальность применения
Клеточные автоматы	Математическая модель, элементная база	Универсальный вычислитель [19]
Искусственные нейронные сети	– ” – ” –	– ” – ” – [20]
Вычисления, основанные на динамических системах и хаосе	– ” – ” –	– ” – ” – [21]
Вычисления, основанные на столкновениях	Вычислительная модель	– ” – ” – [23]
Вычисления «реакция – диффузия»	Математическая модель, элементная база	– ” – ” – [26]
Мембранные вычисления (P-системы)	Формальная грамматика	– ” – ” – [27–29]
Системы Линденмайера (L-системы)	– ” – ” –	Можно применять для символьных вычислений [6]
ДНК-вычисления	Элементная база	Универсальный вычислитель [32, 33]
Бактериальные вычисления	– ” – ” –	Возможно, являются универсальным вычислителем
Physarum-вычисления	– ” – ” –	Универсальный вычислитель [26]
Искусственные иммунные системы	Семейство алгоритмов	Возможно, являются универсальным аппроксиматором [36, 37]
Роевой интеллект	– ” – ” –	Возможно, является универсальным аппроксиматором
Аморфные вычисления	– ” – ” –	Универсальный вычислитель [39, 40]
Эволюционные вычисления	Семейство метаэвристических алгоритмов	Неприменимо

## 5. АНАЛИЗ ПРИМЕНИМОСТИ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ ЕСТЕСТВЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ РИСКАМИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Как уже отмечалось ранее, инструменты из числа природных вычислений, подходящие для решения задач управления рисками сложных систем, должны прежде всего быть универсальными, иметь в своей основе формальную математическую модель и, наконец, продемонстрировать высокий уровень адаптивности. В смысле практического применения также важно, чтобы модель или алгоритм были реализованы программно (и результаты их работы можно было использовать при создании специализированного ПО) или аппаратно (для ускорения работы). Последнее требование особенно актуально при решении задач управления рисками в сфере информационной безопасности – например, при создании анализаторов трафика. В предыдущем параграфе мы отобрали те виды природных вычислений, для которых доказана их универсальность. Обсудим теперь соответствие отобранных моделей и методов остальным критериям отбора.

Для клеточных автоматов в 1969 г. был доказана теорема Кёртиса – Хедлунда – Линдона, утверждающая, что переходы между любыми двумя пространствами сдвига могут быть определены равномерно локальным правилом [41]. Класс адаптивных стохастических клеточных автоматов позволяет реализовывать адаптивные алгоритмы [42]. Технически формальная модель автомата реализуется на обычном компьютере – доступны свободно распространяемые программные модули на языках Python и Wolfram (пакет Mathematica). Таким образом, на основе этого типа вычислений вполне могут создаваться адаптивные системы управления.

Искусственные нейронные сети получили формальную модель на основе теории конечных автоматов ещё в 1956 г. [43]. Уже в следующем году была опубликована классическая работа с описанием алгоритма обучения искусственной нейронной сети на основе перцептрона с двумя слоями, один из которых является скрытым и необучаемым [44]. В настоящий момент доступно множество запрограммированных архитектур нейронных сетей для решения различных классов задач (в основном распознавания и классификации), а также постоянно совершенствуются их аппаратные реализации – см, например, обзор [45].

В основе хаотических вычислений лежат модели различных нелинейных динамических систем [13], что даёт необходимый формализм. Инструменты для численного моделирования поведения таких систем есть, например, в пакете MATLAB. Также ведётся работа по созданию хаотического процессора – в частности, в статье [18] описана работа хаотических транзисторов. Этой же командой запатентована архитектура арифметико-логического устройства на основе таких транзисторов [46]. Способности к обучению такие системы сами по себе не демонстрируют.

Вычислительные системы, основанные на столкновениях, часто называют бильярдными компьютерами, а лежащую в их основе модель – «моделью формального бильярда». В работе [47] описаны все используемые в настоящее время варианты подвижных и стационарных локализаций – «шаров» и «столов» соответственно. Способностью к обучению такие системы не обладают. Построение моделей таких вычислителей возможно в системе MATLAB. Аппаратной реализации пока нет, в наиболее свежей известной работе по этому направлению [48] описана идея химического транзистора, использующего в качестве стационарных локализаций химические волновые фрагменты.

Первой формальной моделью системы «реакция – диффузия» для одномерного случая считают уравнение Колмогорова – Петровского – Пискунова [49]. Для описания сред, пригодных для использования в качестве вычислителя, требуются более сложные модели. В качестве примера можно привести химический компьютер, основанный на реакции Белоусова – Жаботинского [26, 50]. Обучаемостью такие системы не обладают. Наиболее современная программная реализация модели вычислений «реакция – диффузия» – библиотека ReaDDy 2 [51]. Также проводились эксперименты с программированием химического компьютера [24].

Основной компонент мембранного вычислителя – мембранная структура – был формально описан автором P-систем Г. Пауном [5]. Такая грамматика позволяет записывать адаптивные алгоритмы, но сам по себе мембранный вычислитель способностью обучаться не обладает. Программная реализация представлена в виде языка программирования P-Lingua [52], доступного в виде плагина к IDE Eclipse. Аппаратных реализаций нет.

Природные вычисления, основанные на альтернативных вычислительных базах (ДНК-вычисления, бактериальные компьютеры и



Physarum-вычисления), не имеют в основе уникальной вычислительной модели, а используют классические – машину Тьюринга, недетерминированные конечные автоматы или другие, в зависимости от предпочтений исследователя. Соответственно, «врождённых» способностей к обучению у таких вычислителей нет, хотя они позволяют реализовывать адаптивные и даже самообучающиеся алгоритмы. Все такие вычислители имеют аппаратную реализацию (см. ссылки в табл. 3).

Искусственные иммунные системы пока ещё рассматриваются большинством исследователей как набор эвристических алгоритмов. В 1998 г. была предпринята попытка положить в основу таких систем модель формального пептида [35], но этот формализм пока не является общепринятым. Возможно, именно это сдерживает развитие программных модулей для реализации решений на основе искусственных иммунных систем – несколько найденных авторами программных продуктов (см. табл. 3) в настоящий момент не развиваются. Иммунные сети обладают «врождённой» способностью к обучению и по потенциальным

возможностям сравнимы с искусственными нейронными сетями – см., например, работу [53].

Алгоритмы роевого интеллекта не имеют в своей основе единой формальной модели элемента (частицы, агента и т. д.) роя, их объединяет принцип локального взаимодействия элементов между собой и с окружающей средой. Соответственно, такие алгоритмы не могут обучаться, хотя некоторые задачи прогнозирования и решаются с помощью роевых алгоритмов. Наиболее популярный из этого семейства метод роя частиц имеет несколько программных реализаций в виде подключаемых модулей для пакетов MATLAB [54] и SCILAB [55]. Остальные роевые алгоритмы распространены меньше и обычно реализуются исследователями для решения конкретных узких задач.

Аморфные вычисления также не подразумевают наличия формальной модели в своей основе – это скорее название класса вычислительных систем с очень высокой степенью параллелизма. Для облегчения программирования подобных систем – например, сенсорных сетей, – созданы специализированные языки программирования (см. табл. 3).

Таблица 3

**Методы и алгоритмы природных вычислений и их характеристики: наличие в их основе формальной модели, способность этой модели к обучению, примеры технической реализации**

Вид вычислений	Формализм	Обучаемость	Техническая реализация
Клеточные автоматы	Да [41]	Адаптивность [42]	Программная платформа (модули Python, Wolfram Mathematica)
Искусственные нейронные сети	– ” – [43]	Да [44]	Программные (PyTorch, TensorFlow и др.) и аппаратные (см. обзор [45]) реализации
Вычисления, основанные на динамических системах и хаосе	– ” – [13]	Нет	Программная (MATLAB) и аппаратная [18]
Вычисления, основанные на столкновениях	– ” – [47]	– ” –	Программная реализация в MATLAB
Вычисления «реакция – диффузия»	– ” – [49, 50]	– ” –	Программная – библиотека ReaDDy для Python и Java [51]
Мембранные вычисления (P-системы)	– ” – [5]	– ” –	Программная – язык P-lingua [52]
ДНК-вычисления	– ” – [15]	– ” –	Самособирающиеся ДНК-плитки [56]
Бактериальные вычисления	Нет	– ” –	Модифицированная E. Coli [9]
Physarum-вычисления	– ” –	– ” –	Amoeba-based computing system [34]
Искусственные иммунные системы	Да [35]	Да [53]	Программная – система Jisys [57], библиотеки iNet Framework [58] и libtissue [59]
Роевой интеллект	Нет	Нет	Программная, для PSO [54, 55]
Аморфные вычисления	– ” –	– ” –	Языки программирования GPL (Growing Point Language) [60] и Proto [61]

## 6. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ РИСКАМИ С ПОМОЩЬЮ ПРИРОДНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Приведённый анализ позволил формально выявить несколько методов природных вычислений, определённо подходящих для решения задач управления рисками сложных систем. Это клеточные автоматы, искусственные нейронные сети и искусственные иммунные системы.

Для того чтобы сравнить распространённость этих подходов для решения фундаментальных и

прикладных задач управления рисками сложных систем, проанализируем количество ссылок, выдаваемых Google Scholar в ответ на запрос, содержащий формулировку задачи (с синонимическими конструктами) и название метода (табл. 4 и 6). Отметим, что эффективность рассматриваемых методов в решении конкретных задач не оценивается и не сравнивается. Предложенный показатель скорее позволяет оценить «популярность» подхода в обществе и косвенно характеризует глубину его разработки.

Таблица 4

### Перечень запросов к Google Scholar для поиска публикаций, посвящённых решению фундаментальных задач управления рисками сложных систем

Класс задач	Текст запроса, примеры результатов поиска
<b>Клеточные автоматы</b>	
Идентификация	intext: «identification» allintitle: «by cellular automata»   «cellular automata for» – «identification of cellular automata» – «identification of optimal cellular automata» – «identification number» [62, 63]
Моделирование поведения	allintext: «behavior» «activity» «modeling»   «simulation» allintitle: «by cellular automata»   «cellular automata for» [64, 65]
Выявление аномалий	allintext: «anomaly detection» allintitle: «by cellular automata»   «cellular automata for» [66, 67]
Прогнозирование	allintext: «forecast»   «prediction» allintitle: «by cellular automata»   «cellular automata for» [68, 69]
<b>Искусственные нейронные сети</b>	
Идентификация	identification «artificial neural network» OR «neural network» OR «deep learning» – «identification of ANN» – «identification of neural network» – «identification number» – «neural network identification» [70, 71]
Моделирование поведения	behavior activity (simulation OR modelling) AND («artificial neural network» OR «neural network» OR «deep learning») – «neural network dynamics» – «neural network training» [72, 73]
Выявление аномалий	«anomaly detection» AND («artificial neural network» OR «neural network» OR «deep learning») [74, 75]
Прогнозирование	(forecast OR prediction) AND («artificial neural network» OR «neural network» OR «deep learning») [76, 77]
<b>Искусственные иммунные сети</b>	
Идентификация	allintext: «identification» «computing» «artificial immune system» allintitle: «AIS»   «immune system»   «artificial immune» – «identification of AIS» – «identification of artificial immune system» – «identification number» – «immune system identification» [78, 79]
Моделирование поведения	allintext: «behavior» «activity» «modeling»   «simulation» «artificial immune system» allintitle: «AIS»   «immune system» [80, 81]
Выявление аномалий	allintext: «anomaly detection» «artificial immune system» allintitle: «AIS»   «immune system» [82, 83]
Прогнозирование	allintext: «forecast»   «prediction» «artificial immune system» allintitle: «AIS»   «immune system» [84, 85]



Запросы структурированы следующим образом. В тексте подходящей под запрос работы должна содержаться формулировка задачи (например, «identification» – для задачи идентификации; «forecast OR prediction» – для задачи прогнозирования). Также в тексте работы должно быть указание на соответствующий метод или модель природных вычислений (например, «artificial immune system» – для искусственных иммунных систем), причём это может быть не полное наименование метода, а общепринятое сокращение или аббревиатура. Синонимы в запросе перечислены через оператор OR (логическое «ИЛИ»).

Отметим, что высокие значения результатов, полученных для искусственных нейронных сетей, на самом деле могли быть ещё выше – Google Scholar ограничивает время выполнения поискового запроса и по его истечении прекращает просматривать индекс публикаций. Таким образом, этот подход для решения задач управления рисками сложных систем применяется намного чаще других моделей искусственного интеллекта. При-

чём это замечание касается как фундаментальных, так и прикладных, и технологических задач (см. табл. 7).

Таблица 5

**Применение моделей и методов искусственного интеллекта (число ссылок в Google Scholar) для решения фундаментальных задач управления рисками сложных систем**

Задача	Клеточные автоматы	Искусственные нейронные сети	Искусственные иммунные сети
Идентификация	2 390	17 800	5 720
Моделирование поведения	1 630	20 700	2 550
Выявление аномалий	56	17 200	4 170
Прогнозирование	4 220	18 000	7 520

Таблица 6

**Перечень запросов к Google Scholar для поиска публикаций, посвящённых решению прикладных и технологических задач управления рисками сложных систем**

Класс задач	Текст запроса
Клеточные автоматы	
Классификация	allintext: «classification of» allintitle: «by cellular automata»   «cellular automata for» [86, 87]
Поддержка принятия решений	allintext: «decision support» allintitle: «by cellular automata»   «cellular automata for» [88, 89]
Разработка информационно-управляющих систем	allintext: «information system development»   «software development» «control» allintitle: [96, 97]
Искусственные нейронные сети	
Классификация	«classification of» AND («artificial neural network» OR «neural network» OR «deep learning») – «ANN classification» – «neural network classification» – «classification of neural» [92, 93]
Поддержка принятия решений	«decision support» AND («artificial neural network» OR «neural network» OR «deep learning») [94, 95]
Разработка информационно-управляющих систем	«control» AND («software development» OR «system development») AND («artificial neural network» OR «neural network» OR «deep learning») [96, 97]
Искусственные иммунные сети	
Классификация	allintext: «classification of» «artificial immune system» allintitle: «AIS»   «immune system» – «AIS classification» – «classification of artificial immune» – «classification of immune» – «immune system classification» [98, 99]
Поддержка принятия решений	allintext: «decision support» «artificial immune system» allintitle: «AIS»   «immune system» [100, 101]
Разработка информационно-управляющих систем	allintext: «information system development»   «software development» «control» «artificial immune system» allintitle: «AIS»   «immune system» [102, 103]

А вот клеточные автоматы уступают по частоте применения и нейронным, и иммунным сетям. Особенно редко удаётся встретить работы, где они применены для выявления аномалий и в качестве компонента информационной системы. При этом задачи выявления аномалий успешно решаются с их помощью, в том числе есть свежие публикации на эту тему (см., например, статью [67]).

Искусственные иммунные сети начали развиваться сравнительно недавно, при этом во многих областях показали себя довольно перспективным подходом. Этим можно объяснить их положение между клеточными автоматами и нейронными сетями по количеству работ, посвящённых решению одних и тех же классов задач. Однако применение их в информационных системах сдерживается отсутствием общепринятого формализма и, соответственно, программной реализации в виде софтверной библиотеки.

Таблица 7

**Применение моделей и методов искусственного интеллекта для решения прикладных и технологических задач управления рисками сложных систем**

Задача	Клеточные автоматы	Искусственные нейронные сети	Искусственные иммунные сети
Классификация	4 330	18 200	4 780
Поддержка принятия решений	1 050	17 800	2 210
Разработка информационно-управляющих систем	242	17 300	628

Ещё раз заметим, что число ссылок, выводимых поисковой системой по запросам из табл. 5 и 7 обосновывает не сравнительную «пригодность» модели для решения того или иного класса задач, а скорее описывает распределение предпочтений сообщества исследователей. Сравнительно малое число ссылок свидетельствует лишь о том, что метод или модель пользуется меньшей популярностью, чем другие. Причинами этого может быть как недостаточная исследованность модели, так и недостаток удобных программных инструментов для её использования.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение аналитических методов для решения задач управления рисками сложных систем показывает предсказуемые результаты. Однако качество управления напрямую зависит от структуры управляемой системы. Для многоагентных гетерогенных открытых систем поиск аналитического решения такой задачи может занимать продолжительное время, при этом найденное решение чаще всего работает лишь в небольшой области пространства состояний.

Решения, основанные на естественных вычислениях, выглядят более перспективными из-за их высокой адаптивности, являющейся следствием сложности природных систем. Но не все такие подходы обладают нужным уровнем абстрактности, адаптивности и обучаемости.

В настоящей работе проанализированы известные модели и методы природных вычислений на предмет их применимости для решения как фундаментальных, так и прикладных/технологических задач управления рисками сложных систем. Выделены три модели, полностью соответствующие всем критериям – искусственные нейронные сети, клеточные автоматы, искусственные иммунные сети.

Искусственные нейронные сети применяются для решения задач управления рисками сложных систем уже много лет и доказали свою эффективность. Другие два подхода менее распространены, при этом нельзя сказать, что их потенциал ниже. Наиболее вероятными причинами, сдерживающими их развитие, является отсутствие общепринятого формализма для искусственных иммунных сетей и необучаемость клеточных автоматов.

Представляется целесообразным развивать методы управления рисками сложных систем на основе клеточных автоматов и искусственных иммунных систем в будущих исследованиях.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Handbook of Natural Computing* / Rozenberg, G., Bäck, T., Kok, J.N. (eds.). – Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2012. – 2105 p.
2. *Калашиников А.О.* Управление информационными рисками организационных систем: общая постановка задачи // Информатика и безопасность. – 2016. – Т. 19, № 1. – С. 36–45. [Kalashnikov, A.O. Upravlenie informatsionnymi riskami organizatsionnykh sistem: obshchaya postanovka zadachi // Informatsiya i bezopasnost'. – 2016. – Vol. 19, no. 1. – P. 36–45. (In Russian)]



3. Кононов Д.А. Исследование безопасности систем управления на основе анализа их системных параметров / Материалы 28-й Международной конференции «Проблемы управления безопасностью сложных систем» (ПУБСС'2020, Москва). М.: ИПУ РАН, 2020. С. 102–108. [Kononov, D.A. Issledovanie bezopasnosti sistem upravleniya na osnove analiza ikh sistemnykh parametrov / Materialy 28-i Mezhdunarodnoi konferentsii «Problemy upravleniya bezopasnost'yu slozhnykh sistem» (ICSS'2020, Moscow). – М.: ICS RAS, 2020. – P. 102–108. (In Russian)]
4. Nemade, M.N., Rane, M.D. A Review on Bio-Inspired Computing Algorithms and Application // Proceedings of National Conference on Recent Trends in Computer Science and Information Technology (NCRTCSIT-2016). – Nagpur, India, 2016. – P. 12–19.
5. Paun, G. Introduction to Membrane Computing / in book Ciobanu, G., Paun, G., Perez-Jimenez, M.J. (eds.) Applications of Membrane Computing. – Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2006. – P. 1–42.
6. Goel, N.S., Goodwin, M.D. Symbolic computation using L-systems // Applied Mathematics and Computation. – 1991. – Vol. 42, no. 3. – P. 223–253.
7. Adleman, L.M. Molecular computation of solutions to combinatorial problems // Science : journal. – 1994. – Vol. 266, no. 5187. – P. 1021–1024.
8. Adamatzky, A. Physarum machines: computers from slime mould. – Vol. 74. – Singapore: World Scientific, 2010. – 280 p.
9. Haynes, K., Broderick, M., Brown, A. et al. Engineering bacteria to solve the Burnt Pancake Problem // Journal of biological engineering. – 2008. – Vol. 2. – P. 8–12.
10. Poet, J.L., Campbell, A.M., Eckdahl T.T., Heyer L.J. Bacterial computing // XRDS: Crossroads, The ACM Magazine for Students. – 2010. – Vol. 17, no. 1. – P. 10–15.
11. Codd, E.F. Cellular automata. – New-York: Academic Press, 2014. – 122 p.
12. Гудфеллоу Я., Бенджо И., Курвилль А. Глубокое обучение. – М.: ДМК-Пресс, 2018. – 652 с. [Goodfellow, I., Bengio, Y., Courville, A. Deep Learning. – Cambridge: The MIT Press, 2016.]
13. Ditto, W.L., Miliotis, A., Murali, K., Sinha, S. The Chaos Computing Paradigm / in book Reviews of nonlinear dynamics and complexity by Heinz Georg Schuster. – Weinheim, Germany: Wiley-VCH, 2010. – P. 1–35.
14. Paun, G., Rozenberg, G., Salomaa, A. DNA Computing. New Computing Paradigma. – Berlin: Springer, Heidelberg, 1998. – 420 p.
15. Krasinski, T., Sakowski, S. A theoretical model of the Shapiro finite state automaton built on DNA // Theoretical and Applied Informatics. – 2006. – Vol. 18. – P. 161–174.
16. Haderl, K.-P., Müller, J. Cellular Automata: Analysis and Applications. – Cham, Switzerland: Springer, Cham, 2017. – 467 p.
17. Макаренко А.В. Глубокие нейронные сети: зарождение, становление, современное состояние // Проблемы управления. – 2020. – № 2. – С. 3–19. [Makarenko, A.V. Deep neural networks: origins, development, current status // Control Sciences. – 2020. – No 2. – P. 3–19. (In Russian)]
18. Ditto, W.L., Miliotis, A., Murali, K., et al. Chaogates: Morphing logic gates that exploit dynamical patterns // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. – 2010. – Vol. 20, no. 3. – P. 037107–037107-8.
19. Smith, A. Simple Computation-Universal Cellular Spaces // Journal of the ACM. – 1971. – Vol. 18, no. 3. — P. 339–353.
20. Siegelmann, H., Sontag, E. Turing computability with neural nets // Appl. Math. Lett. – 1991. – Vol. 4, no. 6. – P. 77–80.
21. Munakata, T., Sinha, S., Ditto, W.L. Chaos computing: implementation of fundamental logical gates by chaotic elements // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. – 2002. – Vol. 49, no. 11. – P. 1629–1633.
22. Adamatzky, A. Collision-Based Computing. – London: Springer-Verlag, 2002. – 549 p.
23. Durand-Lose, J. About the Universality of the Billiard ball model // Multiple-Valued Logic. — 1998. – Vol. 6, no. 5. – P. 118–132.
24. Adamatzky, A. Programming Reaction-Diffusion Processors / in book Unconventional Programming Paradigms. – Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2005. – P. 33–46.
25. Gorecki, J., Gizynski, K., Guzowski, J., et al. Chemical computing with reaction-diffusion processes // Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – 2015. – Vol. 373, no. 2046. – art. ID 20140219.
26. Adamatzky, A., de Lacy Costello, B., Shirakawa, T. Universal Computation with Limited Resources: Belousov – Zhabotinsky and Physarum Computers // International Journal of Bifurcation and Chaos. – 2008. – Vol. 18, no. 8. – P. 2373–2389.
27. Alhazov, A., Margenstern, M., Rogozhin, V., et al. Communicative P systems with minimal cooperation // Membrane Computing. International Workshop WMC5. Revised Papers, LNCS 3365. – Milan, Italy, 2004. – Berlin: Springer, 2005. – P. 162–178.
28. Freund, R., Kari, L., Oswald, M., Sosik, P. Computationally universal P systems without priorities: two catalysts are sufficient // Theoretical Computer Science. – 2005. – Vol. 330, no. 2. — P. 251–266.
29. Aman, B., Ciobanu, G. Turing Completeness Using Three Mobile Membranes / in book Calude, C.S., Costa, J.F., Derzhovitz, N., Freire, E., Rozenberg, G. (eds) Unconventional Computation. UC 2009. Lecture Notes in Computer Science, vol. 5715. – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009. – P. 42–55.
30. Lindenmayer, A. Mathematical models for cellular interaction in development I-II // J. Theoret. Biology. – 1968. – No. 18. – P. 280–315.
31. Goel, N., Rozenhal, I. A High-Level Language for L-systems and Its Applications / in book Rozenberg, G., Salomaa, A. (eds.) Lindenmayer Systems: Impacts on Theoretical Computer Science, Computer Graphics, and Developmental Biology. – Berlin: Springer-Verlag, 1992. – P. 231–251.
32. Winfree, E., Yang, X., Seeman, N.C. Universal Computation via Self-assembly of DNA: Some Theory and Experiments // DNA Based Computers II: DIMACS Workshop June 10–12, 1996. DIMACS series in discrete mathematics and theoretical computer science. – No. 44, 1999. Proceeding of the Second DIMACS Workshop on DNA based computers. – Princeton, NJ, 1996. – P. 191–213.
33. Currin, A., Korovin, K., Ababi, M., et al. Computing exponentially faster: implementing a non-deterministic universal Turing machine using DNA // Journal of the Royal Society, Interface. – 2017. – Vol. 14, no. 128. – art. ID 20160990.
34. Zhu, L., Kim, S.-J., Hara, M., Aono, M. Remarkable problem-solving ability of unicellular amoeboid organism and its mechanism // Royal Society Open Science. – 2018. – Vol. 5, no. 12. – P. 180396–180396-13.
35. Tarakanov, A., Dasgupta, D. A formal model of an artificial immune system // Biosystems. – 2000. – Vol. 55, no. 1-3. – P. 151–158.
36. Gong, M., Jiao, L., Zhang, X. A population-based artificial immune system for numerical optimization // Neurocomputing. – 2008. – Vol. 72, no. 1–3. – P. 149–161.
37. Ülker E., Arslan, A. Automatic knot adjustment using an artificial immune system for B-spline curve approximation // Information Sciences. – 2009. – Vol. 179, no. 10. – P. 1483–1494.

38. *Chakraborty, A., Kar, A.K.* Swarm Intelligence: A Review of Algorithms / in book Patnaik, S., Yang, X.S., Nakamatsu, K. (eds) Nature-Inspired Computing and Optimization. Modeling and Optimization in Science and Technologies, vol. 10. – Cham, Switzerland: Springer, Cham, 2017. – P. 475–494.
39. *Wiedermann, J.* Computability and Non-computability Issues in Amorphous Computing / in book Baeten, J.C.M., Ball, T., de Boer, F.S. (eds.) Theoretical Computer Science. TCS 2012. Lecture Notes in Computer Science, vol 7604. – Berlin: Springer, Heidelberg, 2012. – P. 1–9.
40. *Wiedermann, J., Petru, L.* On the Universal Computing Power of Amorphous Computing Systems // Theory of Computing Systems. – 2009. – Vol. 45, no. 4. – P. 995–1010.
41. *Hedlund, G.A.* Endomorphisms and automorphisms of the shift dynamical system // Mathematical Systems Theory. – 1969. – Vol. 3, no. 4. – P. 320–375.
42. *Lee, Y.C., Qian, S., Jones, R.D., et al.* Adaptive stochastic cellular automata: Theory // Physica D: Nonlinear Phenomena. – 1990. – Vol. 45, no. 1-3. – P. 159–180.
43. *Kleene, S.C.* Representation of Events in Nerve Nets and Finite Automata / in book Automata Studies. (AM-34), Vol. 34. – Princeton: Princeton University Press, 1956. – P. 3–42.
44. *Rosenblatt, F.* The Perceptron – a perceiving and recognizing automaton. Report 85–460–1, Cornell Aeronautical Laboratory. – 1957. – 29 P.
45. *Schuman, C.D., Potok, T.E., Patton, R.M., et al.* A survey of neuromorphic computing and neural networks in hardware // arXiv preprint. – 2017. – arXiv:1705.06963.
46. *Ditto, W.L., Sinha, S., Murali, K.* Method and apparatus for a chaotic computing module using threshold reference signal implementations // US Patent No WO/2005/036353. – 2006.
47. *Adamatzky, A., Durand-Lose, J.* Collision-Based Computing / in book G. Rozenberg et al. (eds.), Handbook of Natural Computing. – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012. – P. 1950–1978.
48. *Toth, R., Stone, C., de Lacy Costello, B., et al.* Simple Collision-Based Chemical Logic Gates with Adaptive Computing // International Journal of Nanotechnology and Molecular Computation. – 2009. – Vol. 1, no. 3. – P. 1–16.
49. *Колмогоров А.Н., Петровский И.Г., Пискунов Н.С.* Исследование уравнения диффузии, соединённой с возрастанием вещества, и его применение к одной биологической проблеме // Бюллетень МГУ, Сер. А. Математика и Механика. – 1937. – № 1. – С. 1–26. [*Kolmogorov, A.N., Petrovskii, I.G., Piskunov, N.S.* Issledovanie uravneniya diffuzii, soedinnenoi s vozrastaniem veshchestva, i ego primenenie k odnoi biologicheskoi probleme // Byulleten' MGU, Ser. A. Matematika i Mekhanika. – 1937. – No. 1. – P. 1–26. (In Russian)]
50. *Vanag, V.K.; Epstein, I.R.* Stationary and Oscillatory Localized Patterns, and Subcritical Bifurcations // Physical Review Letters. – 2004. – Vol. 92, no. 12. – P. 128301–128301-4.
51. *Hoffmann, M., Fröhner, C., Noé, F.* ReaDDy 2: Fast and flexible software framework for interacting-particle reaction dynamics // PLOS Computational Biology. – 2019. – Vol. 15, no. 2. – P. e1006830.
52. *Garcia-Quismondo, M., Gutiérrez-Escudero, Rosa, Martínez-del-Amor, M.A., et al.* P-Lingua 2.0: A software framework for cell-like P systems // International Journal of Computers, Communications & Control. – 2009. – Vol. 4, no. 3. – P. 234–243.
53. *Dasgupta, D.* Artificial neural networks and artificial immune systems: similarities and differences // Proceedings of IEEE 1997 International Conference on Computational Cybernetics and Simulation: Systems, Man, and Cybernetics. – Vol. 1. – Orlando, FL, 1997. – P. 873–878.
54. *Birge, B.* PSOT – a particle swarm optimization toolbox for use with Matlab // Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium. SIS'03 (Cat. No. 03EX706). – Indianapolis, IN, USA, 2003. – P. 182–186.
55. *Qi, R., Hu, B., Cournède, P.* PSOTS: A Particle Swarm Optimization toolbox in Scilab // Proceedings of IEEE 2009 International Workshop on Open-source Software for Scientific Computation (OSSC). – Guiyang, China, 2009. – P. 107–114.
56. *Woods, D., Doty, D., Myhrvold, C., et al.* Diverse and robust molecular algorithms using repro-grammable DNA self-assembly // Nature. – 2019. – Vol. 567, no. 7748. – P. 366–372.
57. *Hunt, J., Timmis, J., Cooke, D., et al.* Jisys: Development of an Artificial Immune System for real world applications / in book Dasgupta D. (ed.) Artificial Immune Systems and their Applications. – Berlin: Springer-Verlag, 1998. – P. 157–186.
58. *Shen, X., Gao, X.Z., Bie, R., Jin, X.* Artificial Immune Networks: Models and Applications // Proceedings of the International Conference on Computational Intelligence and Security, IC-CIAS 2006. – Guangzhou, China, 2006. – P. 394–397.
59. *Twycross, J., Aickelin, U.* Libtissue – Implementing Innate Immunity // Proceedings of IEEE 2006 International Conference on Evolutionary Computation (CEC). – Vancouver, Canada, 2006. – P. 499–506.
60. *Coore, D.* Botanical Computing: A Developmental Approach to Generating Interconnect Topologies on an Amorphous Computing / PhD thesis, MIT, 1999. – 295 p.
61. *Beal, J., Bachrach, J.* Infrastructure for engineered emergence on sensor/actuator networks // IEEE Intelligent Systems. – 2006. – Vol. 21, no. 2. – P. 10–19.
62. *Secco, J., Farina, M., Demarchi, D., et al.* Memristor cellular automata for image pattern recognition and clinical applications // Proceedings of IEEE 2016 International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS). – Montreal, QC, 2016. – P. 1378–1381.
63. *Miranda, G., Machicao, J., Bruno, O.* Exploring Spatio-temporal Dynamics of Cellular Automata for Pattern Recognition in Networks // Scientific Reports. – 2016. – Vol. 6. – P. 37329–37329-15.
64. *Partanen J.* An Urban Cellular Automata Model for Simulating Dynamic States on a Local Scale // Entropy. – 2017. – Vol. 19, no. 1. P. 12–12-19.
65. *Das, A.K., Chattaraj, U.* Heterogeneous Traffic Simulation for Urban Streets Using Cellular Automata // Arabian Journal for Science and Engineering. – 2019. – Vol. 44, no. 10. – P. 8557–8571.
66. *Sree, P.K., Babu, I.R.* Towards a Cellular Automata Based Network Intrusion Detection System with Power Level Metric in Wireless Adhoc Networks (IDFADNWCA) // Proceedings of the 2008 International Conference on Advanced Computer Theory and Engineering (ICACTE). – Phuket, Thailand, 2008. – P. 1071–1075.
67. *Nisha, V.M., Jeganathan, L.* A symmetry based anomaly detection in brain using cellular automata for computer aided diagnosis // Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science. – 2019. – Vol. 14, no. 1. – P. 471–477.
68. *Kabli, F., Hamou, R.M., Amine, A.* DNA data clustering by combination of 3D cellular automata and n-grams for structure molecule prediction // International Journal of Bioinformatics Research and Applications. – 2016. – Vol. 12, no. 4. – P. 299–311.
69. *Berberoğlu, S., Akın, A., Clarke, K.C.* Cellular automata modeling approaches to forecast urban growth for adana, Turkey: A comparative approach // Landscape and Urban Planning. – 2016. – Vol. 153. – P. 11–27.
70. *Shen, L., Shen, Y., Song, C., et al.* A Novel Power System Anomaly Data Identification Method Based on Neural Network



- and Affine Propagation // Proceedings of the International Conference on Artificial Intelligence and Security (ICAIS). – New York City, NY, 2019. – P. 499–508.
71. *Ishitaki, T., Oda, T., Barolli, L.* A neural network based user identification for Tor networks: Data analysis using Friedman test // Proceedings of IEEE 2016 30th International Conference on Advanced Information Networking and Applications Workshops (WAINA). – Crans-Montana, Switzerland, 2016. – P. 7–13.
  72. *Tobiyama, S., Yamaguchi, Y., Shimada, H., et al.* Malware detection with deep neural network using process behavior // Proceedings of IEEE 40th Annual Computer Software and Applications Conference (COMPSAC). – Vol. 2. – Atlanta, GA, 2016. – P. 577–582.
  73. *Manoj, K., Charul, B.* Hybrid tracking model and GSLM based neural network for crowd behavior recognition // Journal of Central South University. – 2017. – Vol. 24, no. 9. – P. 2071–2081.
  74. *Raman, M.G., Somu, N., Mathur, A.P.* Anomaly Detection in Critical Infrastructure Using Probabilistic Neural Network // Proceedings of the International Conference on Applications and Techniques in Information Security 2019. – Tamil Nadu, India, 2019 – P. 129–141.
  75. *Yuan, F., Cao, Y., Shang, Y.* Insider threat detection with deep neural network // Proceedings of the International Conference on Computational Science 2018. – Wuxi, China, 2018. – P. 43–54.
  76. *Jiang, Y., Li, C.H., Yu, L.S., Bao, B.* On network security situation prediction based on RBF neural network // Proceedings of IEEE 2017 36th Chinese Control Conference (CCC). – Liaoning, China, 2017. – P. 4060–4063.
  77. *Pang, Y., Xue, X., Wang, H.* Predicting vulnerable software components through deep neural network // Proceedings of the 2017 International Conference on Deep Learning Technologies. – Chengdu, China, 2017. – P. 6–10.
  78. *Poteralski, A.* Hybrid artificial immune strategy in identification and optimization of mechanical systems // Journal of computational science. – 2017. – Vol. 23. – P. 216–225.
  79. *Lima, F.P., Chavarette, F.R., Souza, S.S., Lopes, M.L.* Monitoring and fault identification in aeronautical structures using an wavelet-artificial immune system algorithm / in book Ekwaro-Osire, S., Gonçalves, A., Alemanyeh, F. (eds.) Probabilistic Prognostics and Health Management of Energy Systems. – Cham, Switzerland: Springer, Cham, 2017. – P. 203–219.
  80. *Purbasari, A., Supriana, I., Santoso, O.S., Mandala, R.* Designing Artificial Immune System Based on Clonal Selection: Using Agent-Based Modeling Approach // Proceedings of IEEE 2013 7th Asia Modelling Symposium. – Hong Kong, 2013. – P. 11–15.
  81. *Liu, Y., Ding, Y., Hao, K., Chen, L.* An immune system-inspired information diffusion model // Proceeding of IEEE 2017 36th Chinese Control Conference (CCC). – Liaoning, China, 2017. – P. 11238–11243.
  82. *Vasilyev, V., Shamsutdinov, R.* Distributed Intelligent System of Network Traffic Anomaly Detection Based on Artificial Immune System // Proceedings of 7th Scientific Conference on Information Technologies for Intelligent Decision Making Support (ITIDS 2019). – Ufa, Russia, 2019. – Atlantis Press, 2019. – P. 40–45.
  83. *Jiang, Q., Chang, F.* A novel antibody population optimization based artificial immune system for rotating equipment anomaly detection // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2020. – Vol. 34, no. 9. – P. 3565–3574.
  84. *Wang, M., Ge, J., Zhang, D., Zhang, F.* An Improved Artificial Immune System Model for Link Prediction // Proceedings of the Pacific Rim International Conference on Artificial Intelligence (PRICAI). – Nanjing, China, 2018. – P. 1–9.
  85. *Günay, M., Orman, Z., Ensari, T., et al.* Diagnosis of Lung Cancer Using Artificial Immune System // Proceedings of IEEE 2019 Scientific Meeting on Electrical-Electronics & Biomedical Engineering and Computer Science (EBBT). – Istanbul, Turkey, 2019. – P. 1–4.
  86. *Maji, P., Shaw, C., Ganguly, N., et al.* Theory and application of cellular automata for pattern classification // Fundamenta Informaticae. – 2003. – Vol. 58, no. 3-4. – P. 321–354.
  87. *Zhou, L., Yang, M.* A classifier build around cellular automata for distributed data mining // Proceedings of IEEE 2008 International Conference on Computer Science and Software Engineering. – Vol. 4. – Wuhan, China, 2008. – P. 312–315.
  88. *Chang, H., Baek, S., Kim, H., et al.* Development of distributed real-time decision support system for traffic management centers using microscopic CA model // Iranian Journal of Science & Technology, Transaction B, Engineering. – 2007. – Vol. 31, no B2. – P. 155–166.
  89. *Benhacine, F.Z., Atmani, B., Benamina, M., et al.* A Visual Decision Making Support System for the Diabetes Prevention // Alfaries, A., Mengash, H., Yasar, A., Shakshuki, E. (eds) Advances in Data Science, Cyber Security and IT Applications: First International Conference on Computing, ICC 2019, Proceedings, Part II. – Riyadh, Saudi Arabia, 2019. – P. 81–92.
  90. *Liu, Y., He, J.* Developing a web-based cellular automata model for urban growth simulation // Proceedings of SPIE 7492, International Symposium on Spatial Analysis, Spatial-Temporal Data Modeling, and Data Mining. – Wuhan, China, 2009. – P. 74925C–74925C-8.
  91. *Wainer, G.* Developing a software toolkit for urban traffic modeling // Software: Practice and Experience. – 2007. – Vol. 37, no. 13. – P. 1377–1404.
  92. *Li, Y., Zhang, H., Shen, Q.* Spectral-spatial classification of hyperspectral imagery with 3D convolutional neural network // Remote Sensing. – 2017. – Vol. 9, no. 1. – P. 67–88.
  93. *Jia, F., Lei, Y., Lu, N., Xing, S.* Deep normalized convolutional neural network for imbalanced fault classification of machinery and its understanding via visualization // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2018. – Vol. 110. – P. 249–367.
  94. *Beşikçi, E.B., Arslan, O., Turan, O., Ölçer, A.I.* An artificial neural network based decision support system for energy efficient ship operations // Computers & Operations Research. – 2016. – Vol. 66. – P. 393–401.
  95. *Boonpeng, S., Jeatrakul, P.* Decision support system for investing in stock market by using OAA-neural network // Proceedings of IEEE 2016 8th International Conference on Advanced Computational Intelligence (ICACI). – Chiang Mai, Thailand, 2016. – P. 1–6.
  96. *Tang, G., Zeng, H.* Chemical Production Information Management System Based on Artificial Intelligence Neural Network Algorithm // Chemical Engineering Transactions. – 2018. – Vol. 66. – P. 967–972.
  97. *Elechi, P.* Improved Ghost Worker Fraud Detection System Using Artificial Neural Network // Journal of Electrical Engineering, Electronics, Control and Computer Science. – 2019. – Vol. 5, no. 1. – P. 17–24.
  98. *Magna, G., Casti, P., Jayaraman, S.V., et al.* Identification of mammography anomalies for breast cancer detection by an ensemble of classification models based on artificial immune system // Knowledge-Based Systems. – 2016. – Vol. 101. – P. 60–70.
  99. *Aldhaheeri, S., Alghazzawi, D., Cheng, L., et al.* DeepDCA: Novel Network-Based Detection of IoT Attacks Using Artificial Immune System // Applied Sciences. – 2020. – Vol. 10, no. 6. – P. 1909–1909-23.
  100. *Mnif, S., Elkosantini, S., Darmoul, S., Said, L.B.* An immune multi-agent based decision support system for the control of public transportation systems // Proceedings of International

- Conference on Practical Applications of Agents and Multi-Agent Systems. – Seville, Spain, 2016. – P. 187–198.
101. *Berquedich, M., Kamach, O., Masmoudi, M., Deshayes, L.* Agile decision support system for the management of tensions in emergency services using AIS techniques // Proceedings of the 2017 IEEE International Colloquium on Logistics and Supply Chain Management (LOGISTIQUA). – Rabat, France, 2017. – P. 118–123.
102. *do Nascimento Alves, H., Machado, R.C., Bergê, I.G.* Design and development of a software for fault diagnosis in radial distribution networks // Proceedings of IEEE/IAS 9th International Conference on Industry Applications INDUSCON 2010. – São Paulo, Brazil, 2010. – P. 1–6.
103. *Chitra, M.E., Rajaram, M.* A Software Reliability Estimation Tool Using Artificial Immune Recognition System // Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists IMECS. – 2008 (Vol. 1). – Hong Kong, 2008. – P. 967–975.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии В.В. Кульбой.*

*Поступила в редакцию 28.01.2021,  
после доработки 31.03.2021.  
Принята к публикации 6.04.2021.*

**Широкий Александр Александрович** – канд. физ.-мат. наук,  
✉ [shiroky@ipu.ru](mailto:shiroky@ipu.ru).

**Калашников Андрей Олегович** – д-р техн. наук,  
✉ [aokalash@ipu.ru](mailto:aokalash@ipu.ru).

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,  
г. Москва.

## NATURAL COMPUTING WITH APPLICATION TO RISK MANAGEMENT IN COMPLEX SYSTEMS

A.A. Shiroky and A.O. Kalashnikov

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

✉ [shiroky@ipu.ru](mailto:shiroky@ipu.ru), ✉ [aokalash@ipu.ru](mailto:aokalash@ipu.ru)

**Abstract.** This paper surveys natural computing models and methods with application to risk management in complex systems. The equivalence of risk minimization and effective control problems is shown. The general risk management problem is stated for complex systems under uncertainty. The structure of fundamental and applied risk management problems is described. The well-known natural computing methods are briefly considered with application to risk management by the criteria of formalism, universality, and learning capability. The scientific community's preferences in natural computing models and methods for solving different classes of risk management problems are analyzed. Some promising approaches are outlined, which are currently underinvestigated according to the authors' opinion.

**Keywords:** risk management, effective control problem, natural computing.

# ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ ЛЯПУНОВА ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ВНЕШНИМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ: АНАЛИЗ

М.В. Хлебников, Я.И. Квинто

**Аннотация.** В работе рассматривается линейная динамическая система в дискретном времени, подверженная воздействию произвольных ограниченных внешних возмущений, матрица которой принадлежит выпуклому аффинному семейству. Предложен простой подход к построению параметрической квадратичной функции Ляпунова для данной системы. В его основе лежит систематическое применение аппарата линейных матричных неравенств, а также полезный технический прием, позволяющий обособить матрицу системы и матрицу функции Ляпунова в матричного неравенстве, представляющем собой условие устойчивости системы. Этот прием достаточно известен, однако для динамических систем, подверженных воздействию неслучайных ограниченных внешних возмущений, он ранее не применялся. Как показывают результаты численного моделирования, использование предложенного подхода для построения параметрической функции Ляпунова для рассматриваемого класса систем приводит к заметно меньшему консерватизму по сравнению с использованием общей квадратичной функции Ляпунова.

**Ключевые слова:** динамическая система, линейная дискретная система, параметрическая квадратичная функция Ляпунова, общая квадратичная функция Ляпунова, ограниченные внешние возмущения, робастность, линейные матричные неравенства, задача анализа, консерватизм, структурированная матричная неопределенность.

## ВВЕДЕНИЕ

Большой теоретический и практический интерес представляет исследование динамических систем в условиях параметрической неопределенности и внешних возмущений. Один из классических подходов к решению данного класса задач основан на построении общей квадратичной функции Ляпунова для всего семейства систем [1–4], а удобным техническим инструментом служит аппарат линейных матричных неравенств [5].

Однако, как хорошо известно, использование общей функции Ляпунова часто приводит к довольно консервативным результатам [6]. В связи с этим обратимся к проблематике построения параметрической функции Ляпунова для непрерывных и дискретных систем с неопределенностью. В работах [6–8] продемонстрированы преимущества построения параметрической квадратичной функции Ляпунова и показано, что применение данного подхода приводит к уменьшению консервативности решения по сравнению с использованием общей функции

Ляпунова. Среди сравнительно недавних публикаций по этому вопросу отметим, например, работы [1, 9–11]. В статье [8] был предложен эффективный способ построения параметрической квадратичной функции Ляпунова с помощью линейных матричных неравенств в рамках исследования устойчивости аффинного семейства непрерывных систем; в статье [7] этот подход был распространен на случай дискретных систем с параметрической неопределенностью. В работе [12] результат из статьи [7] был обобщен на случай дискретной системы с параметрической и структурированной матричной неопределенностью.

В настоящей статье исследуется построение параметрической квадратичной функции Ляпунова для аффинного семейства дискретных систем, подверженных воздействию произвольных ограниченных внешних возмущений. Задачи такого рода нередко встречаются в приложениях и имеют прозрачную физическую мотивацию (см., например, работы [9, 13]). При этом в качестве важного технического приема используется и обобщается предложенное в статье [7] (см. также статью [14]) эквивалентное представление условия

устойчивости системы в виде матричного неравенства, позволяющее обособить матрицу системы и матрицу функции Ляпунова. Этот прием породил целый ряд дальнейших обобщений, однако для динамических систем, подверженных воздействию неслучайных ограниченных внешних возмущений, он ранее не применялся. Соответствующее утверждение, сформулированное ниже в виде теоремы 1, является новым, так же как и полученная на его основе теорема 2. Как показывают результаты численного моделирования, ее использование для построения параметрической функции Ляпунова для рассматриваемого класса систем приводит к заметно меньшему консерватизму по сравнению с использованием общей квадратичной функции Ляпунова.

Сравнительно близкая задача рассматривалась в статье [6], где были установлены новые достаточные условия робастной квадратичной устойчивости дискретной системы с параметрической неопределенностью. Мы рассматриваем более общую постановку задачи; при этом в качестве технического средства используется аппарат линейных матричных неравенств.

Статья структурирована таким образом: § 1 посвящен постановке задачи и подходу к её решению; основные результаты сформулированы в § 2; результаты численного моделирования рассматриваются в § 3.

Всюду далее  $\|\cdot\|$  – евклидова норма вектора и спектральная норма матрицы,  $^T$  – символ транспонирования,  $I$  – единичная матрица соответствующей размерности, а все матричные неравенства понимаются в смысле знакоопределенности матриц.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПОДХОДЫ К ЕЕ РЕШЕНИЮ

Рассмотрим линейную динамическую систему в дискретном времени

$$x_{k+1} = A(\alpha)x_k + Dw_k \quad (1)$$

с состоянием  $x_k \in \mathbb{R}^n$ , начальным условием  $x_0$  и внешним возмущением  $w_k \in \mathbb{R}^m$ , удовлетворяющим ограничению

$$\|w_k\| \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Пусть  $D \in \mathbb{R}^{n \times m}$ , а матрицы  $A(\alpha) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  принадлежат выпуклому семейству

$$\mathbb{A} = \left\{ A(\alpha) : A(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i A_i, \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1, \alpha_i \geq 0 \right\}. \quad (3)$$

Будем полагать, что система (1) устойчива, т. е. все матрицы  $A(\alpha) \in \mathbb{A}$  шуровские (их собственные значения лежат внутри единичного круга), а пара  $(A, D)$  – управляемая.

Основная задача заключается в построении параметрической квадратичной функции Ляпунова для системы (1), (2).

Прежде всего обсудим подход к построению параметрической квадратичной функции Ляпунова для динамической системы вида

$$x_{k+1} = Ax_k + Dw_k, \quad \|w_k\| \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots \quad (4)$$

с матрицами  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $D \in \mathbb{R}^{n \times m}$ , состоянием  $x_k \in \mathbb{R}^n$ , начальным условием  $x_0$  и внешним возмущением  $w_k \in \mathbb{R}^m$ , удовлетворяющим ограничению (2).

Как показано в статье [15] (см. также монографию [16]), матрица  $0 < P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , удовлетворяющая линейному матричному неравенству

$$\frac{1}{\mu} APA^T - P + \frac{1}{1-\mu} DD^T \leq 0 \quad (5)$$

при некотором  $0 < \mu < 1$  определяет квадратичную функцию Ляпунова

$$V(x) = x^T P^{-1} x$$

для системы (4), (2).

Для дальнейшего изложения нам понадобится следующий технический результат.

**Теорема 1. Эквивалентны утверждения:**

I. Существует матрица  $P > 0$  такая, что

$$\frac{1}{\mu} APA^T - P + \frac{1}{1-\mu} DD^T \leq 0 \quad (6)$$

при некотором  $0 < \mu < 1$ .

II. Существуют матрицы  $0 < P = P^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$  и  $G \in \mathbb{R}^{n \times n}$  такие, что

$$\begin{pmatrix} P & AG & D \\ G^T A^T & \mu(G + G^T - P) & 0 \\ D^T & 0 & (1-\mu)I \end{pmatrix} \geq 0 \quad (7)$$

при некотором  $0 < \mu < 1$ .

**Доказательство.** Дважды применяя лемму Шура к матричному неравенству (7), последовательно получаем эквивалентные соотношения

$$\begin{pmatrix} P - \frac{1}{1-\mu} DD^T & AG \\ G^T A^T & \mu(G + G^T - P) \end{pmatrix} \geq 0 \quad (8)$$

и

$$P - \frac{1}{1-\mu} DD^T - \frac{1}{\mu} AG(G + G^T - P)^{-1} G^T A^T \geq 0. \quad (9)$$



Полагая в неравенстве (9)  $G = G^T = P$ , приходим к неравенству (6). Таким образом, из утверждения 1 следует утверждение II.

Покажем обратное. Умножая соотношение (8)

$$\text{слева на } \begin{pmatrix} I & -\frac{1}{\mu}A \end{pmatrix} \text{ и справа на } \begin{pmatrix} I \\ -\frac{1}{\mu}A^T \end{pmatrix}, \text{ имеем}$$

$$\begin{pmatrix} I & -\frac{1}{\mu}A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P - \frac{1}{1-\mu}DD^T & AG \\ G^T A^T & \mu(G + G^T - P) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ -\frac{1}{\mu}A^T \end{pmatrix} \geq 0$$

или  $P - \frac{1}{1-\mu}DD^T - \frac{1}{\mu}AG^T A^T - \frac{1}{\mu}AGA^T + \frac{1}{\mu}A(G + G^T - P)A^T \geq 0$ , что эквивалентно неравенству (6). Теорема 1 доказана. ♦

Таким образом, теорема 1 позволяет придать неравенству (5) эквивалентный вид (7), линейный относительно совокупности  $P$  и  $A$ .

Перейдем к системе (1); в силу выпуклости множества (3), решение  $P > 0$  системы матричных неравенств

$$\frac{1}{\mu}A_i P A_i^T - P + \frac{1}{1-\mu}DD^T \leq 0, \quad 0 < \mu < 1, \quad i = 1, \dots, N,$$

или, согласно теореме 1, эквивалентной ей системы

$$\begin{pmatrix} P & A_i G & D \\ G^T A_i^T & \mu(G + G^T - P) & 0 \\ D^T & 0 & (1-\mu)I \end{pmatrix} \geq 0, \quad 0 < \mu < 1, \quad (10)$$

определяет общую квадратичную функцию Ляпунова  $V(x) = x^T P^{-1} x$  для аффинного семейства (1)–(3).

Отметим при этом достаточно высокий консерватизм этого результата, обусловленный тем, что матрица  $P > 0$  должна удовлетворить всем неравенствам (10) при одном и том же значении параметра  $\mu$ .

Существенно меньшим консерватизмом обладает параметрическая квадратичная функция Ляпунова  $V(x) = x^T P^{-1}(\alpha) x$  с матрицей

$$P(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i P_i, \quad 0 < P_i = P_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}. \quad (11)$$

Опираясь на теорему 1, в § 2 мы получим достаточное условие существования параметрической квадратичной функции Ляпунова (11) для аффинного семейства (1)–(3).

## 2. ОСНОВНОЙ РЕЗУЛЬТАТ

В силу выпуклости множества (3) и структуры параметрической квадратичной функции Ляпунова (11) достаточно потребовать, чтобы вершине  $A_i$  в системе (1) соответствовал компонент  $P_i$  параметрической функции Ляпунова. Следующее утверждение составляет основной результат статьи.

**Теорема 2.** Пусть существуют матрицы  $0 < P_i = P_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$  и  $G \in \mathbb{R}^{n \times n}$  такие, что выполняются условия

$$\begin{pmatrix} P_i & A_i G & D \\ G^T A_i^T & \mu(G + G^T - P_i) & 0 \\ D^T & 0 & (1-\mu)I \end{pmatrix} \geq 0, \quad i = 1, \dots, N, \quad (12)$$

при некотором  $0 < \mu < 1$ .

Тогда система (1), (3), (2) обладает параметрической квадратичной функцией Ляпунова с матрицей

$$P(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i P_i. \quad (13)$$

**Доказательство.** В силу неравенства (5), матрица  $P_i > 0$ , удовлетворяющая матричному неравенству

$$\frac{1}{\mu}A_i P_i A_i^T - P_i + \frac{1}{1-\mu}DD^T \leq 0 \quad (14)$$

при некотором  $0 < \mu < 1$  определяет квадратичную функцию Ляпунова  $V(x) = x^T P_i^{-1} x$  для системы (1) в вершине  $A_i$ .

Согласно теореме 2, условие (14) эквивалентно матричному неравенству

$$\begin{pmatrix} P_i & A_i G & D \\ G^T A_i^T & \mu(G + G^T - P_i) & 0 \\ D^T & 0 & (1-\mu)I \end{pmatrix} \geq 0 \quad (15)$$

при некотором  $0 < \mu < 1$ .

Умножив неравенство (15) на  $\alpha_i$  и просуммировав по  $i = 1, \dots, N$ , получим

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N \alpha_i P_i & \left( \sum_{i=1}^N \alpha_i A_i \right) G & \sum_{i=1}^N \alpha_i D \\ G^T \sum_{i=1}^N \alpha_i A_i^T & \mu \left( \sum_{i=1}^N \alpha_i (G + G^T) - \sum_{i=1}^N \alpha_i P_i \right) & 0 \\ \sum_{i=1}^N \alpha_i D^T & 0 & \sum_{i=1}^N \alpha_i (1-\mu)I \end{pmatrix} \geq 0.$$

Учитывая, что  $\sum_{i=1}^N \alpha_i A_i = A(\alpha)$ ,  $\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$ , имеем

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N \alpha_i P_i & A(\alpha)G & D \\ G^T A^T(\alpha) & \mu \left( G + G^T - \sum_{i=1}^N \alpha_i P_i \right) & 0 \\ D^T & 0 & (1-\mu)I \end{pmatrix} \geq 0.$$

Таким образом, матрица (13) определяет параметрическую квадратичную функцию Ляпунова  $V(x) = x^T P^{-1}(\alpha)x$  для системы (1)–(3). Теорема 2 доказана. ♦

Понятно, что консервативность такого подхода обусловлена, прежде всего, тем, что условия (12) должны выполняться при одном и том же значении параметра  $\mu$ . Однако, как мы увидим ниже, предложенный подход приводит к менее консервативным оценкам по сравнению с использованием общей квадратичной функции Ляпунова.

### 3. ПРИМЕР

В качестве демонстрационного примера рассмотрим систему из работы [4] с матрицами

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0,0061 & -0,2630 & 0,2748 \\ 0,1266 & 0,1242 & -0,3029 \\ -0,5100 & 0,4678 & -0,9712 \end{pmatrix},$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0,1330 & 0,2009 & 0,1672 \\ 0,1224 & -0,5987 & 0,3100 \\ -0,5235 & 0,0297 & -0,4784 \end{pmatrix},$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} -0,2733 & -0,1868 & -0,0077 \\ -0,0253 & -0,2828 & 0,6112 \\ -0,2412 & -0,0844 & -0,8024 \end{pmatrix},$$

подверженную воздействию ограниченных внешних возмущений при

$$D = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Воспользуемся теоремой 2: решая соответствующую оптимизационную задачу с критерием  $\min \sum_i \|P_i\|$ , находим матрицы

$$\hat{P}_1 = \begin{pmatrix} 1,1381 & 0,8630 & -0,2336 \\ 0,8630 & 1,1608 & 0,2290 \\ -0,2336 & 0,2290 & 0,8764 \end{pmatrix} \cdot 10^4,$$

$$\hat{P}_2 = \begin{pmatrix} 1,1552 & 0,8149 & -0,2110 \\ 0,8149 & 1,3914 & 0,1546 \\ -0,2110 & 0,1546 & 0,3824 \end{pmatrix} \cdot 10^4,$$

$$\hat{P}_3 = \begin{pmatrix} 1,2724 & 1,1669 & 0,1901 \\ 1,1669 & 1,4113 & -0,2095 \\ 0,1901 & -0,2095 & 0,5410 \end{pmatrix} \cdot 10^4$$

параметрической квадратичной функции Ляпунова  $V(x) = x^T \left( \sum_{i=1}^3 \alpha_i \hat{P}_i \right) x$ .

Для сравнения найдем матрицу общей квадратичной функции Ляпунова для рассматриваемой системы, определяемую как решение оптимизационной задачи  $\min \|P\|$  при ограничении (10):

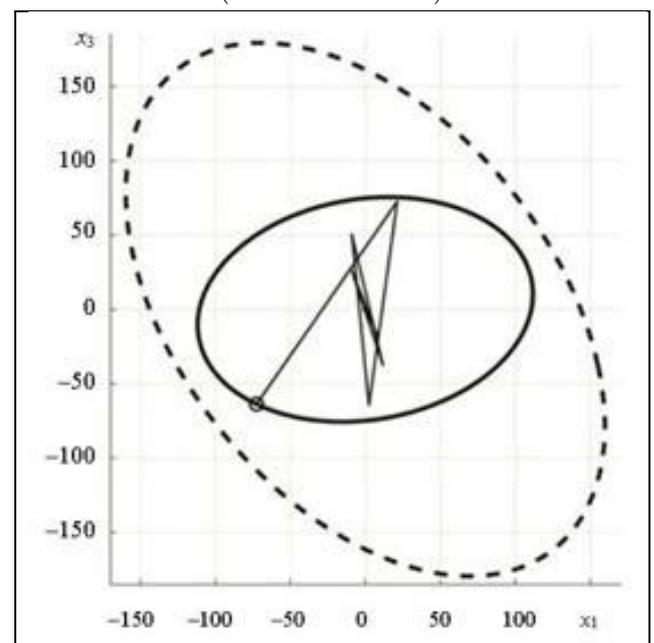
$$\hat{P} = \begin{pmatrix} 2,5519 & -0,3322 & -1,2518 \\ -0,3322 & 4,7636 & 0,5922 \\ -1,2518 & 0,5922 & 3,2176 \end{pmatrix} \cdot 10^4.$$

Как хорошо известно, матрица квадратичной функции Ляпунова ассоциирована с так называемым инвариантным эллипсоидом (подробнее см. монографию [16]). Напомним, что траектория системы, начавшись в точке, принадлежащей инвариантному эллипсоиду, будет оставаться в этом эллипсоиде при всех допустимых внешних возмущениях.

Сравним инвариантные эллипсоиды, определяемые найденными параметрической и общей квадратичными функциями Ляпунова. На рисунке показаны проекции соответствующих инвариантных эллипсоидов на плоскость  $(x_1, x_3)$ . Заметные различия подтверждают пониженный консерватизм предлагаемого подхода.

На этом же рисунке показана проекция траектории системы с начальным условием из инвариантного эллипсоида с матрицей  $\hat{P}(\alpha)$  при некотором (так называемом наихудшем, см. монографию [16]) внешнем возмущении

$$\tilde{w}_k = \text{sign}(D^T \hat{P}^{-1}(\alpha) A(\alpha) x_k), \quad k = 1, 2, \dots$$



Проекция инвариантных эллипсоидов и траектории системы



Вычисления производились в среде Matlab с помощью программного пакета *cvx* [17].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложен подход к построению параметрической квадратичной функции Ляпунова для аффинного семейства систем в дискретном времени, подверженного воздействию произвольных ограниченных внешних возмущений. Он отличается простотой и, как показывают примеры, обладает пониженным консерватизмом.

В последующих публикациях авторы предполагают распространить полученные результаты на задачу синтеза для семейства дискретных систем управления с параметрической неопределенностью.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Ebihara, Y., Peaucelle, D., Arzelier, D.* S-Variable Approach to LMI-Based Robust Control. – London: Springer-Verlag, 2015.
2. *Mao, W.-J., Chu, J.* Correction to «Quadratic Stability and Stabilization of Dynamic Interval Systems» // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2006. – Vol. 51, no. 8. – P. 1404–1405.
3. *Mao, W.-J., Chu, J.* Quadratic Stability and Stabilization of Dynamic Interval Systems // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2003. – Vol. 48, no. 6. – P. 1007–1012.
4. *Pessim, P.S.P., Lacerda, M.J., Agulhari, C.M.* Parameter-Dependent Lyapunov Functions for Robust Performance of Uncertain Systems // IFAC PapersOnLine. – 2018. – Vol. 51, no. 25. – P. 293–298.
5. *Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., Balakrishnan, V.* Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. – Philadelphia: SIAM, 1994.
6. *Ramos, D.C.W., Peres, P.L.D.* A Less Conservative LMI Condition for the Robust Stability of Discrete-Time Uncertain Systems // Systems & Control Letters. – 2001. – Vol. 43. – P. 371–378.
7. *De Oliveira, M.C., Bernussou, J., Geromel, J.C.* A New Discrete-Time Robust Stability Condition // Systems & Control Letters. – 1999. – Vol. 37. – P. 261–265.
8. *Geromel, J.C., De Oliveira, M.C., Hsu, L.* LMI Characterization of Structural and Robust Stability // Linear Algebra and Its Applications. – 1998. – Vol. 285. – P. 69–80.
9. *Cox, P.B., Weiland, S., Toth, R.* Affine Parameter-Dependent Lyapunov Functions for LPV Systems with Affine Dependence // arXiv:1803.11543v2. – Last revised April 5, 2018.
10. *Liu, Z., Theilliol, D., Gu, F., et al.* State Feedback Controller Design for Affine Parameter-Dependent LPV Systems // IFAC PapersOnLine. – 2017. – Vol. 50, no. 1. – P. 9760–9765.
11. *Oliveira, R.C.L.F., Peres, P.L.D.* LMI Conditions for Robust Stability Analysis Based on Polinomially Parameter-Dependent Lyapunov Functions // Systems & Control Letters. – 2006. – Vol. 55. – P. 52–61.
12. *Хлебников М.В., Квинто Я.И.* Условия робастной устойчивости для семейства линейных дискретных систем с неопределенностями // Проблемы управления. – 2020. – № 5. – С. 17–21. [*Khlebnikov, M.V., Kvinto, Y.I.* Robust Stability Conditions for a Family of Linear Discrete-Time Systems Subjected to Uncertainties // Control Sciences. – 2020. – No. 5. – P. 17–21.]
13. *Gahinet, P., Apkarian, P., Chilali, M.* Affine Parameter-Dependent Lyapunov Functions and Real Parametric Uncertainty // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1996. – Vol. 41, no. 3. – P. 436–442.
14. *Daafouz, J., Bernussou, J.* Parameter Dependent Lyapunov Functions for Discrete Time Systems with Time Varying Parametric Uncertainties // Systems & Control Letters. – 2001. – Vol. 43, iss. 5. – P. 355–359.
15. *Хлебников М.В., Поляк Б.Т., Кунцевич В.М.* Оптимизация линейных систем при ограниченных внешних возмущениях (техника инвариантных эллипсоидов) // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 11. – С. 9–59. [*Khlebnikov, M.V., Polyak, B.T., Kuntsevich, V.M.* Optimization of Linear Systems Subject to Bounded Exogenous Disturbances: The Invariant Ellipsoid Technique // Automation and Remote Control. – 2011. – Vol. 72, no. 11. – P. 2227–2275.]
16. *Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербakov П.С.* Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств. – М.: ЛЕНАНД, 2014. [*Polyak, B.T., Khlebnikov, M.V., Shcherbakov, P.S.* Control of Linear Systems Subjected to Exogenous Disturbances: An LMI Approach. – Moscow: LENAND, 2014. (in Russian).]
17. *Grant, M., Boyd, S.* CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming, Version 2.1. – URL: <http://cvxr.com/cvx/>.

Статья представлена к публикации членом редколлегии С.А. Красновой.

Поступила в редакцию 30.04.2021,  
после доработки 08.07.2021.  
Принята к публикации 14.07.2021.

**Хлебников Михаил Владимирович** – д-р. физ.-мат. наук,  
✉ [khlebnik@ipu.ru](mailto:khlebnik@ipu.ru),

**Квинто Яна Игоревна** – канд. техн. наук,  
✉ [yanakvinto@mail.ru](mailto:yanakvinto@mail.ru),

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,  
г. Москва.

# A PARAMETRIC LYAPUNOV FUNCTION FOR DISCRETE-TIME CONTROL SYSTEMS WITH BOUNDED EXOGENOUS DISTURBANCES: ANALYSIS

M.V. Khlebnikov<sup>1</sup> and Ya.I. Kvinto<sup>2</sup>

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>1</sup>✉ khlebnik@ipu.ru, <sup>2</sup>✉ yanakvinto@mail.ru

**Abstract.** This paper considers a linear discrete-time dynamic system subjected to arbitrary bounded exogenous disturbances described by a matrix from a convex affine family. A simple approach to designing a parametric quadratic Lyapunov function for this system is proposed. It involves linear matrix inequalities and a fruitful technique to separate the system matrix and the Lyapunov function matrix in the matrix inequality expressing a stability condition of the system. Being well known, this technique, however, has not been previously applied to dynamic systems with nonrandom bounded exogenous disturbances. According to the numerical simulations, the parametric quadratic Lyapunov function-based approach yields appreciably less conservative results for the class of systems under consideration than the common quadratic Lyapunov function-based one.

**Keywords:** dynamic system, linear discrete-time system, parametric quadratic Lyapunov function, common quadratic Lyapunov function, bounded exogenous disturbances, robustness, linear matrix inequalities, analysis problem, conservatism, structured matrix uncertainty.



# СИНТЕЗ ДВУХКОНТУРНОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ОДНОЗВЕННЫМ МАНИПУЛЯТОРОМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ<sup>1</sup>

Д.В. Краснов, А.С. Антипов

**Аннотация.** Для однозвенного манипулятора с электрическим исполнительным устройством рассмотрена проблема синтеза управления в форме динамической обратной связи, обеспечивающего отслеживание угловым положением манипулятора задающего сигнала в следующих предположениях: выходная (регулируемая) переменная не измеряется, датчики расположены только на электроприводе, на механическую подсистему действуют внешние и параметрические возмущения. В предположении о гладкости возмущений сформирован закон разрывного управления в терминах канонической системы «вход – выход», записанной относительно ошибки слежения. Для его реализации разработан двухконтурный наблюдатель с кусочно-линейными корректирующими воздействиями. В первом контуре с помощью наблюдателя электрической подсистемы восстанавливается регулируемая переменная, которая вместе с задающим воздействием служит для синтеза корректирующих воздействий во втором контуре. Второй наблюдатель строится на основе виртуальной системы «вход – выход» и восстанавливает смешанные переменные. Это – функции от переменных состояния, внешних воздействий и их производных, по которым формируется обратная связь. Порядок наблюдателей в каждом контуре понижен за счет отбрасывания динамики оцениваемых переменных, которые в задаче наблюдения трактуются как ограниченные возмущения. Представлена процедура настройки, обеспечивающая оценивание неизмеряемых внутренних и внешних сигналов с заданной точностью за заданное время при наличии аддитивного паразитного сигнала в корректирующих воздействиях. Приведены результаты численного моделирования.

**Ключевые слова:** электромеханическая система, слежение, инвариантность, скользящий режим, наблюдатель состояния и возмущения, кусочно-линейные функции.

## ВВЕДЕНИЕ

Роботы-манипуляторы с электрическими исполнительными устройствами выполняют разнообразные работы в машиностроительных и других производствах. Прогресс в современной робототехнике связан, в первую очередь, с совершенствованием информационно-управляющих систем, применением передовых информационных технологий и алгоритмов управления. Для нелинейных и многосвязных математических моделей механических систем в настоящее время в рамках различных подходов разработаны эффективные методы

управления [1–3]. Но для их реализации (за редким исключением) требуется измерение всех переменных вектора состояния электромеханической системы, а также текущая информация о внешних воздействиях и их производных. Если не все параметры объекта управления и среды его функционирования, необходимые для управления движением и ориентацией робота в рабочем пространстве, могут быть непосредственно измерены, в контуре обратной связи используют наблюдатели состояния и возмущения того или иного типа [4–15]. Это алгоритмы, реализуемые в вычислительной среде, позволяющие при выполнении условий наблюдаемости восстановить неизвестные сигналы по измерениям части переменных состояния. В системах слежения рациональным является построение наблюдателя на основе не исходной мо-

<sup>1</sup>Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 20-01-00363-А).

дели объекта управления, а эквивалентной канонической или блочной формы «вход – выход». Такой наблюдатель, размерность которого не превышает размерность объекта управления, совмещает в себе функции наблюдателя состояния и возмущения, идентификатора параметров, а также генератора заданий. По измерениям ошибок слежения он дает оценки смешанных переменных (функции от переменных состояния, внешних воздействий и их производных), по которым формируется обратная связь [4, 7, 8, 14, 15], что упрощает структуру регулятора. В некоторых случаях для целей управления одновременно используют наблюдатели, построенные на основе и исходной, и преобразованной модели [13].

В настоящей работе для однозвенного манипулятора, эластично сочлененного с двигателем постоянного тока, рассматривается случай, когда регулируемое угловое положение манипулятора и его скорость не могут быть качественно измерены (из-за агрессивной среды, резких перепадов температур или вибрации [16]), и датчики установлены только на приводе. Для синтеза следящей системы в условиях параметрических и внешних возмущений разработан двухконтурный наблюдатель внутренних и внешних переменных. Предлагаемая структура подсистемы наблюдения отличается от применяемой в работе [13], где регулируемые переменные измерялись, а оба наблюдателя настраивались независимо друг от друга. В настоящей работе первый наблюдатель, который строится на основе электрической подсистемы, служит для оценивания ее входа – регулируемой переменной, которая вместе с командным сигналом является выходом для второго наблюдателя. Он строится на основе виртуальной канонической системы «вход – выход» и дает оценки смешанных переменных, по которым формируется динамическая обратная связь. В условиях неопределенности относительно корректирующих воздействий второго наблюдателя появляется аддитивный паразитный сигнал – незатухающая ошибка оценивания первого наблюдателя.

Научная новизна работы состоит в организации подсистемы наблюдения в следящей системе при отсутствии измерений регулируемой переменной для конкретного электромеханического объекта. Разработана процедура синтеза наблюдателя с кусочно-линейными корректирующими воздействиями для канонической системы с неопределенным входом и аддитивной детерминированной помехой на выходе.

## 1. ОПИСАНИЕ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ. БАЗОВЫЙ ЗАКОН УПРАВЛЕНИЯ

В качестве объекта управления рассматривается однозвенный жесткий манипулятор с поворотным шарниром, упруго соединенный с валом двигателя постоянного тока (ДПТ) [17]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \quad \dot{x}_2 = a_{21}(x_3 - x_1) - a_{22} \sin(x_1) + f(t), \quad (1) \\ \dot{x}_3 &= x_4, \quad \dot{x}_4 = -a_{43}(x_3 - x_1) - a_{44}x_4 + \\ &+ a_{45}x_5, \quad \dot{x}_5 = -a_{54}x_4 - a_{55}x_5 + bu. \quad (2) \end{aligned}$$

Уравнениями (1) описывается динамика манипулятора (механической подсистемы), уравнениями (2) – динамика ДПТ с постоянными магнитами [3, 18] (электрической подсистемы),  $a_{ij}$ ,  $b$  – положительные конструктивные коэффициенты:

$$\begin{aligned} a_{21} &= k_l / J_l, \quad a_{22} = \bar{m}gh / J_l, \quad a_{43} = k_l / J_m, \\ a_{44} &= d / J_m, \quad a_{45} = k_m / J_m, \\ a_{54} &= c / L, \quad a_{55} = R / L, \quad b = 1 / L. \end{aligned}$$

Описание переменных  $x = (x_1, \dots, x_5)^T$  и параметров системы (1)–(2) приведено в табл. 1.

Таблица 1

### Описание переменных и параметров объекта управления

Обозначение	Описание, единица измерения
$x_1$	Угловое положение звена манипулятора, $ x_1  < \pi$ , рад
$x_2$	Угловая скорость звена манипулятора, рад/с
$f(t)$	Неконтролируемое возмущение, Н/(кг·м)
$x_3$	Угловое положение вала ДПТ, рад
$x_4$	Угловая скорость вала ДПТ, рад/с
$x_5$	Ток якоря ДПТ, А
$u$	Напряжение питания якорной цепи ДПТ, В
$\bar{g} = 9,8$	Ускорение свободного падения, м/с <sup>2</sup>
$\bar{m}$	Масса звена манипулятора, кг
$h$	Длина звена манипулятора, м
$k_l$	Жесткость передаточного механизма, Н·м/рад
$J_l$	Момент инерции звена манипулятора, кг·м <sup>2</sup>
$d$	Коэффициент демпфирования, кг·м <sup>2</sup> /с
$J_m$	Момент инерции ДПТ, кг·м <sup>2</sup>
$k_m$	Коэффициент передачи, Н·м/А
$L$	Индуктивность якоря ДПТ, Гн
$c$	Коэффициент противо-ЭДС ДПТ, В·с/рад
$R$	Сопротивление якоря ДПТ, Ом



В системе (1)–(2) выходной регулируемой переменной является угловое положение звена манипулятора  $x_1$ , функция  $f(t)$  трактуется как внешнее неконтролируемое возмущение, управляющим воздействием является напряжения якоря ДПТ  $u$ , которое выбирается из класса разрывных функций;  $x \in X \subset R^5$ ,  $X$  – открытая ограниченная область изменения переменных состояния, обусловленная проектными ограничениями.

Для системы (1)–(2) ставится задача синтеза разрывного управления в форме обратной связи, обеспечивающего отслеживание выходной переменной  $x_1(t)$  заданного допустимого сигнала  $g(t)$  в следующих предположениях:

– датчики расположены только на исполнительном устройстве, прямым измерениям подлежат переменные  $x_3(t), x_4(t), x_5(t)$ , шумы в измерениях отсутствуют;

– значения параметров  $k_l, J_m, d, k_m$  и, следовательно,  $a_{43}, a_{44}, a_{45}$ , известны, параметры  $\bar{m}, h, J_b, c, R, L$  и, следовательно,  $a_{21}, a_{22}, a_{54}, a_{55}, b$  точно не определены, но диапазоны их значений ограничены известными константами;

–  $f(t)$  – неизвестная кусочно-дифференцируемая функция времени, ограниченная вместе со своими производными до третьего порядка включительно известными константами при  $t \geq 0$ ;

– задающий сигнал  $g(t)$  поступает в реальном времени из автономного источника и заранее неизвестен,  $g(t)$  полагается кусочно-дифференцируемой функцией времени, ее аналитическое описание отсутствует, ее производные  $g^{(i)}(t), i = \overline{1, 5}$ , неизвестны, но ограничены известными константами при  $t \geq 0$ ;

– генераторы внешних воздействий в построения не вводятся, задача оценивания по отдельности производных задающего и возмущающего воздействий не ставится.

В сделанных предположениях стабилизация ошибки слежения  $e_1(t) = x_1(t) - g(t)$  возможна лишь с некоторой точностью. Пусть  $\Delta_1 > 0, t^* > 0$  – заданные точность стабилизации и время ее достижения. Цель управления – обеспечить в замкнутой системе выполнение условия

$$|e_1(t)| \leq \Delta_1, t \geq t^*. \quad (3)$$

Система (1)–(2) представляет собой частный случай лагранжевой полноприводной системы. При  $f(t) \equiv 0$  она является управляемой и наблюда-

емой относительно выходной переменной  $x_1(t)$ , ее относительный порядок равен размерности системы, что позволяет представить ее в канонической форме «вход – выход» без выделения внутренней динамики [11, 14, 15]. В работе [7] показано, что этот класс систем обладает инвариантностью канонической формы по отношению к внешним аффинным возмущениям. А именно, наличие во втором уравнении подсистемы (1) внешнего возмущения с числовым множителем не изменит свойств наблюдаемости, управляемости и относительный порядок, присущие невозмущенной системе, при переходе к каноническому базису смешанных переменных. Таким образом, путем пятикратного дифференцирования ошибки слежения (3) и диффеоморфных замен переменных состояния с аффинным вхождением внешних воздействий и их производных математическая модель объекта управления (1)–(2) представима в каноническом виде

$$\dot{e}_i = e_{i+1}, i = \overline{1, 4}; \quad (4)$$

$$\dot{e}_5 = \psi(e, t) + \tilde{b}u \quad (5)$$

относительно смешанных переменных  $e = (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5)^T$ :

$$\begin{aligned} e_2 &= x_2 - \dot{g}(t), \\ e_3 &= a_{21}(x_3 - x_1) - a_{22} \sin(x_1) + f(t) - \ddot{g}(t), \\ e_4 &= a_{21}(x_4 - x_2) - a_{22}x_2 \cos(x_1) + \dot{f}(t) - \ddot{g}(t), \\ e_5 &= a_{21}[(a_{43} + a_{21} + a_{22} \cos(x_1))(x_1 - x_3) - \\ &\quad - a_{44}x_4 + a_{45}x_5] + (a_{21} + a_{22} \cos(x_1) + x_2^2)a_{22} \sin(x_1) - \\ &\quad - (a_{21} + a_{22} \cos(x_1))f(t) + \ddot{f}(t) - g^{(4)}(t), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\tilde{b} = a_{21}a_{45}b > 0$ , функция  $\psi(e, g, \dot{g}, \dots, g^{(5)}, f, \dot{f}, \ddot{f}, \ddot{f}) = \frac{d}{dt}e_5 - \tilde{b}u$ , которая получена после обратной замены переменных (6), трактуется как ограниченное возмущение. С учетом известных диапазонов внешних воздействий, их производных, а также конструктивных ограничений на переменные и параметры системы (1)–(2), получим такие оценки:

$$|e_i(0)| \leq E_{0i}, i = \overline{1, 5}; \quad \bar{b} \leq \tilde{b} \leq \bar{\bar{b}}. \quad (7)$$

Разрывное управление сформируем в целях организации в замкнутой системе скользящего режима на поверхности  $s = c_1e_1 + c_2e_2 + c_3e_3 + c_4e_4 + e_5 = 0$  в виртуальном пространстве канонических переменных (6)  $e \in R^5$ , где  $c_i = \text{const} > 0$  – коэффициенты гурвицева полинома  $\prod_{i=1}^4 (\lambda - \lambda_i) = \lambda^4 + c_4\lambda^3 +$

+  $c_3\lambda^2 + c_2\lambda + c_1$ ,  $\text{Re}\lambda_i < 0$ ,  $i = \overline{1, 4}$ , которые назначаются исходя из требований к переходному процессу по ошибке слежения. Для системы (4)–(5) базовый закон разрывного управления с постоянной амплитудой  $M = \text{const} > 0$  имеет вид

$$u = -M\text{sign}(s), \quad (8)$$

где

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} +1, & s > 0, \\ -1, & s < 0, \end{cases}$$

при  $s = 0$  значение данной функции не определено, но ограничено отрезком  $[-1; 1]$ .

Нижнюю оценку для выбора амплитуды определим из достаточного условия  $s\dot{s} < 0$  [3],

$$\begin{aligned} \dot{s} &= c_1e_2 + c_2e_3 + c_3e_4 + c_4e_5 + \psi(e, t) + \tilde{b}u, \\ s\dot{s} &\leq |s| \left( \sum_{i=1}^4 c_i |e_{i+1}| + |\psi(e, t)| - \bar{b}M \right), \end{aligned}$$

которое обеспечивается при условии

$$M > \left( \sum_{i=1}^4 c_i |e_{i+1}| + |\psi(e, t)| \right) / \bar{b}, \quad (9)$$

и желаемого времени  $t_s: 0 < t_s < t^*$  возникновения скользящего режима:

$$\begin{aligned} M &\geq \frac{1}{\bar{b}} \left( \frac{|s(0)|}{t_s} + \sum_{i=1}^4 c_i |e_{i+1}| + |\psi(e, t)| \right), \\ |s(0)| &\leq \sum_{i=1}^4 c_i E_{0i} + E_{05} = S_0. \end{aligned} \quad (10)$$

Управление (8), (10) обеспечит в замкнутой виртуальной системе за конечное время монотонную сходимость  $s(t)$  в нуль [3], если априорные предположения, при которых определены начальные условия (7), продолжают выполняться вдоль всей траектории замкнутой системы.

С учетом равенства  $e_5 = s - (c_1e_1 + c_2e_2 + c_3e_3 + c_4e_4)$  получим устойчивую редуцированную систему

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= e_{i+1}, \quad i = \overline{1, 3}; \quad \dot{e}_4 = -(c_1e_1 + \\ &+ c_2e_2 + c_3e_3 + c_4e_4) + s, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $s(t) = 0$ ,  $t \geq t_s$ , и, как следствие, асимптотическую стабилизацию ошибки слежения:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0 \Leftrightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = g(t).$$

Диапазоны изменения смешанных переменных, требуемые для назначения амплитуды (10), найдем на основе системы (11) с учетом выражения (7),  $|s(t)| \leq S_0$ ,  $t \geq 0$ , и принятых значений  $c_i$ ,  $i = \overline{1, 4}$ :

$$|e_i(t)| \leq E_i, \quad i = \overline{1, 4}; \quad |\psi(e, t)| \leq \Psi, \quad t \geq 0;$$

$$\begin{aligned} |e_5(t)| &\leq S_0 + (c_1E_1 + c_2E_2 + \\ &+ c_3E_3 + c_4E_4) = E_5. \end{aligned} \quad (12)$$

Системой (11) описывается движение в идеальном скользящем режиме, когда изображающая точка  $e(t) \in R^5$  за конечное время попадает на поверхность переключений  $s = 0$  и при  $t > t_s$  движется по ней к положению равновесия, теоретически совершая колебания с бесконечно малой амплитудой и бесконечно большой частотой [3].

Обратная связь (8) формируется по смешанным переменным  $e_i(t)$ ,  $i = \overline{1, 5}$  (6). Ставится задача их оценивания с помощью динамического наблюдателя с использованием измеряемых сигналов  $g(t)$ ,  $x_3(t)$ ,  $x_4(t)$ ,  $x_5(t)$ . В условиях неопределенных параметров и отсутствия динамических генераторов внешних воздействий нужны специальные подходы для организации и настройки подсистемы наблюдения, которые представлены в § 2. Предварительно отметим, что в указанных условиях задача наблюдения может быть решена только с некоторой точностью. Пусть  $\tilde{e}_i(t)$  – оценки смешанных переменных, которые будут получены в подсистеме наблюдения,  $\delta_i > 0$ ,  $T > 0$  – соответствующие точности и время решения задачи наблюдения. Тогда при выполнении условий

$$|e_i(t) - \tilde{e}_i(t)| \leq \delta_i, \quad i = \overline{1, 5}, \quad t \geq T, \quad T < t_s, \quad (13)$$

в замкнутой виртуальной системе (4)–(5) с динамической обратной связью

$$u = -M\text{sign}(\tilde{s}), \quad \tilde{s} = c_1\tilde{e}_1 + c_2\tilde{e}_2 + c_3\tilde{e}_3 + c_4\tilde{e}_4 + \tilde{e}_5, \quad (14)$$

за конечное время  $t_s \geq T$  возникнет так называемый реальный скользящий режим [3], когда движение изображающей точки системы (11) при  $t \geq t_s$

происходит в пограничном слое поверхности переключений  $|s(t)| \leq \Delta \leq (c_1\delta_1 + c_2\delta_2 + c_3\delta_3 + c_4\delta_4 + \delta_5)$ , что снижает точность регулирования в установившемся режиме. С учетом принятых коэффициентов обратной связи  $c_i$ ,  $i = \overline{1, 4}$ , определяется допустимая область  $\Delta \leq \bar{\Delta}$ , при которой обеспечивается желаемая точность стабилизации ошибки слежения  $\Delta_1$  (3), а также ограничения на точность оценивания  $\delta_i$ ,  $i = \overline{1, 5}$  (13), которые надо обеспечить в подсистеме наблюдения, из условия

$$(c_1\delta_1 + c_2\delta_2 + c_3\delta_3 + c_4\delta_4 + \delta_5) \leq \bar{\Delta}. \quad (15)$$

При достаточно малых ошибках наблюдения (13) вне области  $|s(t)| \leq \Delta$  выполняется равенство знаков  $\text{sign}(\tilde{s}) = \text{sign}(s)$ . Но из-за несовпадения началь-



ных условий наблюдателя и объекта наблюдения разница между переменными  $e_i(t)$  и их оценками  $\tilde{e}_i(t)$  и, как следствие, между  $s(t)$  и  $\tilde{s}(t)$  в начале переходного процесса достаточно существенная. Поэтому в системе с динамической обратной связью (14) на отрезке  $t \in [0; T]$  достаточные условия возникновения скользящего режима (9) могут быть нарушены, а монотонная сходимость  $s(t)$  в  $\Delta$ -окрестность нуля в худшем случае гарантируется только при  $t \geq T$ . С учетом неравенства

$|s(T)| \leq |s(0)| + (\sum_{i=1}^4 c_i |e_{i+1}| + |\psi(e, t)| + M\bar{b})T$  скорректируем нижнюю оценку амплитуды (10):

$$M \geq \frac{1}{b} \left( \frac{|s(T)| - \Delta}{t_s - T} + \sum_{i=1}^4 c_i |e_{i+1}| + |\psi(e, t)| \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M \geq \frac{|s(0)| - \Delta + (\sum_{i=1}^4 c_i |e_{i+1}| + |\psi(e, t)|)t_s}{\bar{b}t_s - (\bar{b} + \bar{b})T}. \quad (16)$$

Из выражения (16) следует ограничение на время оценивания (13) при фиксированном значении  $t_s < t^*$ :

$$0 < T < \bar{b}t_s / (\bar{b} + \bar{b}), \quad (17)$$

которое надо обеспечить в подсистеме наблюдения.

## 2. СИНТЕЗ ДВУХКОНТУРНОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ

### 2.1. Наблюдатель для оценивания регулируемой переменной

Первый контур служит для оценивания углового положения манипулятора по измерениям переменных состояния электрической подсистемы. Вместе с задающим воздействием полученная оценка будет использована для синтеза наблюдателя во втором контуре. Он служит для оценивания смешанных переменных, по которым непосредственно формируется обратная связь (14), и строится на основе виртуальной системы «вход – выход» (4)–(5), где все функциональные и внешние возмущения сосредоточены в уравнении (5) и не сужают наблюдаемого относительно ошибки слежения пространства канонических переменных. Такая организация подсистемы наблюдения удобна для следящих систем, так как выполнение в реальном времени обратных замен переменных не требуется, а в условиях неопределенности нет необходимости в дополнительном оценивании внешних воздействий и их производных, а также в идентификации параметров.

Система (1)–(2) при  $f(t) \equiv 0$  является наблюдаемой относительно измерений  $x_3(t), x_4(t), x_5(t)$ . Однако наличие в механической подсистеме (1) параметрических и внешних возмущений является препятствием для построения полноразмерного наблюдателя состояния. Для оценивания неизмеряемой регулируемой переменной  $x_1(t)$  воспользуемся идеологией оценивания внешних сигналов по их воздействию на объект управления с помощью «силовых» корректирующих воздействий в виде глубоких обратных связей, разрывных управлений или их комбинаций. В этом случае наблюдатель возмущения строится на основе части динамической модели объекта управления, на которую действует внешний ограниченный сигнал, а остальные переменные и параметры известны [5, 6]. Для оценивания в рамках данного метода внешнего сигнала достаточно знать диапазоны его изменения, а его динамическая модель при построении наблюдателя не используется.

Тот факт, что значения параметров  $a_{43}, a_{44}, a_{45}$  известны, позволяет принять за основу для построения редуцированного наблюдателя второе уравнение электрической подсистемы (2), так как его правая часть является линейной комбинацией известных сигналов и переменной  $x_1(t)$ , подлежащей оцениванию. Таким образом, динамический наблюдатель для оценивания углового положения манипулятора (по сути, дифференциатор) будет иметь первый порядок

$$\dot{z} = -a_{43}x_3 - a_{44}x_4 + a_{45}x_5 + v, \quad (18)$$

где  $z$  – переменная состояния,  $v$  – корректирующее воздействие наблюдателя. Относительно ошибки наблюдения  $\varepsilon = x_4 - z$  в силу выражений (2), (18) получим уравнение

$$\dot{\varepsilon} = a_{43}x_1 - v, \quad (19)$$

где неизвестный сигнал  $x_1(t)$  трактуется как внешнее возмущение, ограниченное известной константой  $|x_1(t)| < \pi, t \geq 0$ . Выбором воздействия  $v(\varepsilon)$  нужно обеспечить с заданной точностью за заданное время стабилизацию ошибки наблюдения и ее производной

$$|\varepsilon(t)| \leq \alpha, |a_{43}x_1(t) - v(t)| \leq \bar{\alpha}, t \geq T_1. \quad (20)$$

Тогда при достаточно малом  $\bar{\alpha} > 0$  и при  $t \geq T_1$  корректирующее воздействие  $v(t)$  можно использовать для оценки регулируемой переменной.

Для решения поставленной задачи (20) будем использовать в наблюдателе кусочно-линейную обратную связь [6, 7, 13], которая является гибри-

дом разрывных и линейных управлений с большими коэффициентами

$$v = msat(l\varepsilon) = \begin{cases} m\text{sign}(\varepsilon), & |\varepsilon| > 1/l, \\ ml\varepsilon, & |\varepsilon| \leq 1/l, \end{cases} \quad m, l = \text{const} > 0, \quad (21)$$

и имеет два настраиваемых параметра:  $m = \text{const} > 0$  – амплитуду, от выбора которой зависит время сходимости ошибки наблюдения в окрестность нуля, где корректирующее воздействие (21) является линейным;  $l = \text{const} > 0$  – большой коэффициент, от которого обратно пропорционально зависит радиус этой окрестности и, следовательно, точность оценивания.

Вне линейной зоны система (19), (21) имеет вид  $\dot{\varepsilon} = a_{43}x_1 - m\text{sign}(\varepsilon)$ . По аналогии с системами с разрывным управлением, функционирующими в скользящем режиме (9), найдем нижнюю оценку для выбора амплитуды. Достаточное условие  $\varepsilon\dot{\varepsilon} < 0$ , где  $\varepsilon\dot{\varepsilon} = \varepsilon(a_{43}x_1 - m\text{sign}(\varepsilon)) \leq |\varepsilon|(a_{43}\pi - m)$ , выполняется при

$$m > a_{43}\pi, \quad (22)$$

что обеспечит выполнение условия  $|\varepsilon(t)| \leq 1/l$  за конечное время.

Тот факт, что переменная  $x_4(t)$  измеряется, позволяет обеспечить нулевые начальные условия по ошибке наблюдения  $z(0) = x_4(0) \Rightarrow \varepsilon(0) = 0$ . Тогда при выбранной на основе условия (22) амплитуды и при  $l \geq 1/\alpha$  первое неравенство (21) будет выполнено для всех  $t \geq 0$ .

В линейной зоне система (19), (21) имеет вид  $\dot{\varepsilon} = a_{43}x_1 - ml\varepsilon$ . Для обеспечения выполнения второго неравенства (20) проведем анализ оценки ее решения на отрезке  $t \in [0; T_1]$ :

$$\begin{aligned} |\varepsilon(T_1)| &\leq \frac{a_{43}|x_1(t)|}{ml} + \left( \frac{1}{l} - \frac{a_{43}|x_1(t)|}{ml} \right) e^{-mlT_1} \leq \\ &\leq \frac{a_{43}\pi}{ml} + \frac{m - a_{43}\pi}{ml} e^{-mlT_1}, \\ ml|\varepsilon(T_1)| - a_{43}\pi &\leq (m - a_{43}\pi)e^{-mlT_1}, \end{aligned}$$

$$|a_{43}x_1(t) - v(t)| \leq \bar{\alpha}, \quad t \geq T_1 \Leftrightarrow (m - a_{43}\pi)e^{-mlT_1} \leq \bar{\alpha}. \quad (23)$$

Из выражения (23) следует, что при  $t \geq T_1$  ошибка наблюдения сходится в такую окрестность нуля:

$$|\varepsilon(t)| \leq \frac{a_{43}\pi + \bar{\alpha}}{ml}.$$

Тот факт, что  $m > a_{43}X_1$  (22), позволяет уменьшить нижнюю оценку  $l \geq 1/\alpha$ , а именно, оба неравенства (20) будут выполнены при таком выборе большого коэффициента:

$$l \geq \frac{1}{m} \max \left\{ \frac{a_{43}\pi + \bar{\alpha}}{\alpha}; \frac{1}{T_1} \ln \frac{m - a_{43}\pi}{\bar{\alpha}} \right\}.$$

Таким образом, оценкой регулируемой переменной  $x_1(t)$  при  $t > T_1$  является сигнал

$$\tilde{x}_1(t) = v(t)/a_{43}; \quad |x_1(t) - \tilde{x}_1(t)| = |\eta_1(t)| \leq \bar{\alpha}/a_{43} = \alpha_1, \quad (24)$$

который вместе с задающим воздействием  $g(t)$  поступает во второй контур и служит для настройки наблюдателя смешанных переменных  $e_i(t)$ ,  $i = \overline{1, 5}$ , (6) канонической системы (4)–(5). Как следствие, точность и время оценивания смешанных переменных во втором контуре будут зависеть от точности и времени оценивания регулируемой переменной в первом контуре и

$$\bar{\alpha}/a_{43} = \alpha_1 < \delta_1, \quad T_1 < T. \quad (25)$$

Учитывая, что на неравенства (25) установлены верхние ограничения (15) и (17) соответственно, а также возможность обеспечить в первом контуре (18) любую заданную точность оценивания за любое заданное время, в процессе настройки второго контура будут формализованы более конкретные требования к показателям оценивания  $\alpha_1(\delta_1), T_1(T)$  (25).

## 2.2. Наблюдатель смешанных переменных пониженного порядка

И во втором контуре построение наблюдателя полной размерности затруднительно, так как множитель  $\tilde{b} = a_{21}a_{43}b$  перед разрывным управлением точно не известен. Из-за невозможности полностью компенсировать управляющий сигнал в системе относительно ошибок наблюдения к имеющимся неопределенностям  $\psi(e, t)$  добавится высокочастотный паразитный сигнал, что может снизить качество оценивания. Чтобы избежать этой проблемы, для оценивания смешанных переменных предлагается редуцированный наблюдатель, построенный на основе линейной подсистемы (4) в виде

$$\dot{z}_i = z_{i+1} + v_i, \quad i = \overline{1, 3}; \quad \dot{z}_4 = v_4, \quad (26)$$

где  $z_i$  – переменные состояния наблюдателя,  $v_i$  – его корректирующие воздействия. В силу выраже-



ний (4), (26) относительно ошибок наблюдения  $\varepsilon_i = e_i - z_i, i = \overline{1, 4}$ , получим систему

$$\dot{\varepsilon}_i = \varepsilon_{i+1} - v_i, i = \overline{1, 3}; \dot{\varepsilon}_4 = \varepsilon_5 - v_4, \quad (27)$$

где  $e_5(t)$  трактуется как внешнее ограниченное возмущение  $|e_5(t)| \leq E_5, t \geq 0$  (12). Оценки смешанных переменных  $\tilde{e}_i(t), i = \overline{1, 4}$ , будут получены с помощью соответствующих переменных наблюдателя  $\tilde{z}_i(t) = z_i(t)$ , а оценкой «внешнего возмущения», по аналогии с системой (19), будет служить корректирующее воздействие  $\tilde{v}_5(t) = v_4(t)$ . В терминах системы (27) задача стабилизации (13) с учетом ограничений (15), (17) формулируется так:

$$|\varepsilon_i(t)| = |e_i(t) - z_i(t)| \leq \delta_i, i = \overline{1, 4}; \\ |e_5(t) - v_4(t)| \leq \delta_5, t \geq T. \quad (28)$$

Для решения поставленной задачи также будем использовать кусочно-линейные корректирующие воздействия, которые формируются по каскадному принципу [7] в виде

$$v_i = m_i \text{sat}(l_i v_{i-1}) = \begin{cases} m_i \text{sign}(v_{i-1}), |v_{i-1}| > 1/l_i, \\ m_i l_i v_{i-1}, |v_{i-1}| \leq 1/l_i, i = \overline{1, 4}, \end{cases} \quad (29)$$

где  $v_0(t) = \tilde{x}_1(t) - g(t) - z_1(t) = \varepsilon_1(t) - \eta_1(t)$ . Отличие наблюдателя (26), (29) от представленного в работе [7] заключается в том, что переменная  $v_0(t)$ , по которой формируется обратная связь (29), аддитивно содержит незатухающий паразитный сигнал  $\eta_1(t)$ , который нельзя ничем компенсировать, но при  $t > T_1$  его можно сделать сколь угодно малым по модулю.

При установке в наблюдателе (26) нулевых начальных условий  $z_i(0) = 0 \Rightarrow \varepsilon_i(0) = e_i(0), i = \overline{1, 4}$ , в качестве области начальных условий ошибок наблюдения примем оценки (7):

$$|\varepsilon_i(0)| = |e_i(0)| \leq E_{0i}, i = \overline{1, 4}. \quad (30)$$

Сформулируем достаточные условия решения поставленной задачи (28).

**Лемма.** Если в системе (27), (29) начальные условия и функция  $e_5(t)$  ограничены известными константами (30), (12) соответственно, то тогда для любых  $T > 0, \delta > 0$  найдутся такие действительные числа  $m_i^*, l_i^* > 0$ , что при всех  $m_i, l_i: m_i \geq m_i^*, l_i \geq l_i^*, i = \overline{1, 4}$ , неравенства (28) будут выполнены.

Конструктивное доказательство леммы представлено в приложении. В процессе доказательства формализована итерационная процедура настрой-

ки параметров корректирующих воздействий (29) с реализацией метода разделения движений в пространстве ошибок наблюдения. Данную процедуру легко можно распространить на канонические системы более высокого порядка, а также на квадратные канонические системы с векторными переменными. В процессе доказательства установлены требования к времени и точности оценивания (25) в первом контуре подсистемы наблюдения в виде

$$0 < T_1 \leq T/46, \alpha_1 = \delta_1/2 \Rightarrow 0 < \bar{\alpha} \leq a_{43} \delta_1/2.$$

Заметим, что доказательства стабилизации ошибок слежения и наблюдения основаны на достаточных условиях устойчивости, что приводит к консервативным (завышенным) нижним оценкам для выбора параметров динамической обратной связи, которые могут быть скорректированы в меньший диапазон по результатам имитационного моделирования.

Обратим внимание на тот факт, что в разработанном подходе используются не только ограниченные по модулю корректирующие воздействия в наблюдателях, но и ограниченный по модулю закон разрывного управления. Поэтому известная проблема возникновения в начале переходного процесса перерегулирования большой величины, характерная для замкнутых систем с линейной обратной связью по переменным линейных наблюдателей с большими коэффициентами, здесь отсутствует. Задача рассматривалась в детерминированной постановке. Вопрос применимости наблюдателей с кусочно-линейными корректирующими воздействиями в условиях неизвестного входа при наличии шумов в измерениях требует отдельного рассмотрения и выходит за рамки данного исследования.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Численное моделирование разработанных алгоритмов проводилось в среде MATLAB-Simulink для системы (1)–(2) при нулевых начальных условиях  $x(0) = \bar{0}$ . При интегрировании применялся метод Эйлера с постоянным шагом  $10^{-5}$ . Для обеспечения целевых показателей  $\Delta_1 = 0,05$  рад,  $t^* = 3$  с учетом условия (3) были приняты такие значения параметров обратной связи (14):

$$c_1 = 625, c_2 = 500, c_3 = 150, c_4 = 20, M = 90. \quad (31)$$

Исходя из худшего расчетного случая с учетом допустимых значений конструктивных коэффициентов и внешних воздействий

$$\begin{aligned}
 k_l &= 0,2, J_m = 0,01, d = 0,045, k_m = 0,3; \\
 \bar{m} &\in [0,2; 0,8], h \in [0,15; 1,2], J_l \in [0,045; 1,15], \\
 c &\in [0,25; 0,33], R \in [3,8; 4,2], L \in [0,006; 0,013]; \\
 |g^{(i)}(t)| &< \pi, i = \overline{0,5}, |f^{(i)}(t)| \leq 0,01, i = \overline{0,3}, t \geq 0
 \end{aligned}$$

были выбраны параметры кусочно-линейных корректирующих воздействий (21), (29) наблюдателей (18), (26) соответственно и указанные начальные условия:

$$\begin{aligned}
 m &= 280, l = 30, z(0) = x_4(0); & (32) \\
 m_1 &= 150, m_2 = 116, m_3 = 150, m_4 = 100, l_1 = 30, \\
 l_2 &= 30, l_3 = 10, l_4 = 2, z_i(0) = 0, i = \overline{1,4}.
 \end{aligned}$$

Было проведено два численных эксперимента с одинаковыми параметрами обратной связи (31), (32) и разными неопределенными коэффициентами и внешними воздействиями из указанных диапазонов. В каждом эксперименте рассматривалось три варианта:

- эталонная система (1)–(2) с базовым законом управления (8) в условиях полных данных о коэффициентах системы, внутренних и внешних сигналах и их производных;
- система (1)–(2) с бездатчиковым приводом при измерении только ошибки слежения  $e_i(t) = x_i(t) - g(t)$ , где для оценки смешанных переменных  $e_i(t)$ ,  $i = \overline{2,5}$  используется наблюдатель (26), (29), корректирующее воздействие  $v_0(t) = e_i(t) - z_1(t) = \varepsilon_1(t)$  не содержит паразитного сигнала  $\eta_1(t)$ , требования к определенности значений  $k_l, J_m, d, k_m$  не предъявляются, закон управления (14) реализуется на основе  $\tilde{s} = c_1 e_1 + c_2 z_2 + c_3 z_3 + c_4 z_4 + v_4$ ;
- система (1)–(2) с бездатчиковым манипулятором при измерении значений параметров  $g(t), x_3(t), x_4(t), x_5(t)$  с двухконтурным наблюдателем (18), (21) и (26), (29), где закон управления (14) реализуется с учетом оценки (24) на основе  $\tilde{s} = c_1(v/a_{43} - g) + c_2 z_2 + c_3 z_3 + c_4 z_4 + v_4$ .

**Эксперимент 1:**  $\bar{m} = 0,5, h = 1, J_l = 0,5, c = 0,2865, R = 4,1, L = 0,0103$ ;

$$\begin{aligned}
 f(t) &= 0,01 \sin(t); \\
 g(t) &= \begin{cases} +\pi/3, & t \in [0, 5], [10, 15], [20, 25], \dots; \\ -\pi/3, & t \in (5, 10), (15, 20), (25, 30), \dots \end{cases}
 \end{aligned}$$

Для эталонной системы на рис. 1 показаны графики изменения задающего воздействия  $g(t)$  и углового положения манипулятора  $x_1(t)$ , на рис. 2 – график изменения ошибки слежения  $e_{13}(t) = x_1(t) - g(t)$ , пунктиром обозначены заданные границы ошибки в установившемся режиме  $|e_{13}(t)| \leq \Delta_1 = 0,05$  [рад],  $t \geq t^* = 3$  с. На рис. 3 представлены графики изменения  $e_{13}(t) - e_{1н}(t)$  и  $e_{13}(t) - e_{1м}(t)$  – отклонения от ошибки слежения эталонной системы  $e_{1н}(t)$  (ошибки слежения в системе с бездатчиковым приводом) и  $e_{1м}(t)$  (ошибки слежения в системе с бездатчиковым манипулятором), пунктиром обозначены границы допустимых отклонений. На рис. 4 для системы с бездатчиковым манипулятором показан график  $x_1(t) - \tilde{x}_1(t)$  – ошибки оценивания углового положения  $x_1(t)$  с помощью наблюдателя (18) в виде сигнала  $\tilde{x}_1(t) = v(t)/a_{43}$ .

**Эксперимент 2:**  $\bar{m} = 0,45, h = 1,1, J_l = 0,5445, c = 0,25, R = 3,9, L = 0,0103$ ;

$$\begin{aligned}
 g(t) &= \frac{\pi}{3} \sin(0,5t); \\
 f(t) &= \begin{cases} -0,01, & t \in [0, 2], [4, 6], [8, 10], \dots; \\ +0,01, & t \in (2, 4), (6, 8), (10, 12), \dots \end{cases}
 \end{aligned}$$

На рис. 5–8 представлены графики изменения переменных, аналогичные соответствующим графикам на рис. 1–4.

В табл. 2 для обоих экспериментов и всех вариантов указаны показатели качества регулирования: время регулирования  $t^* : |e_1(t)| \leq 0,05, t \geq t^*$ ; величина перерегулирования  $e_{1\max} \geq |e_1(t)|$  и точность слежения  $\bar{\Delta}_1 \geq |x_1(t) - g(t)|$  в установившемся режиме.

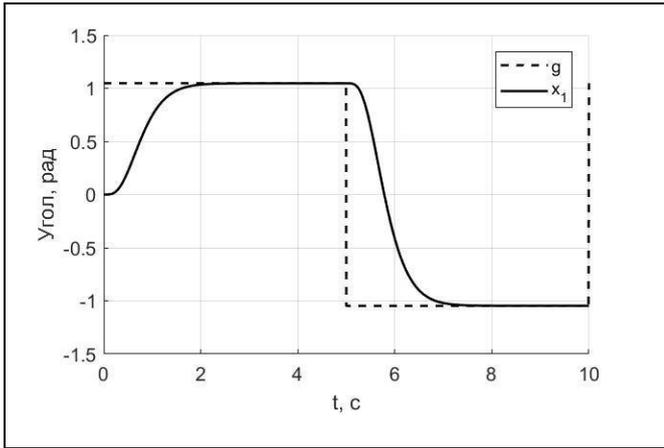


Рис. 1. Графики изменения параметров  $g(t)$ ,  $x_1(t)$  для эталонной системы

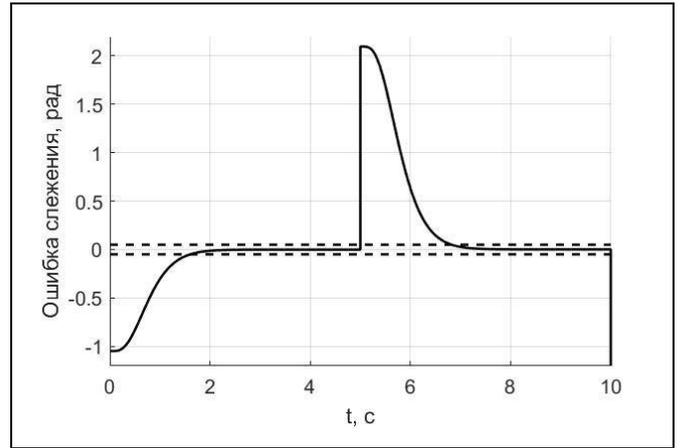


Рис. 2. График изменения ошибки слежения  $e_{1s}(t) = x_1(t) - g(t)$  для эталонной системы

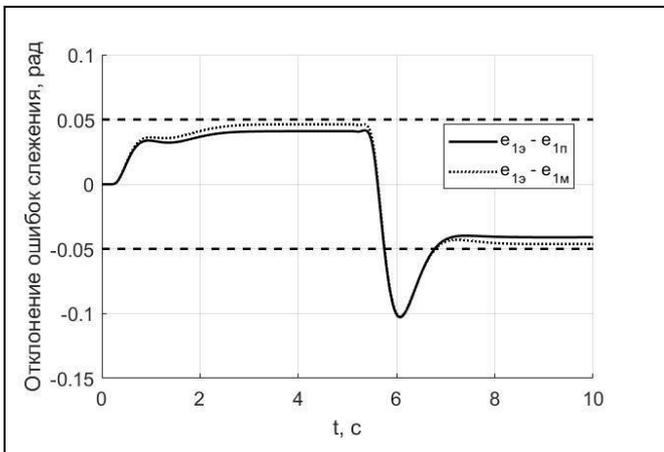


Рис. 3. Графики изменения отклонений от ошибок слежения эталонной системы  $e_{1a}(t) - e_{1n}(t)$ ,  $e_{1a}(t) - e_{1m}(t)$

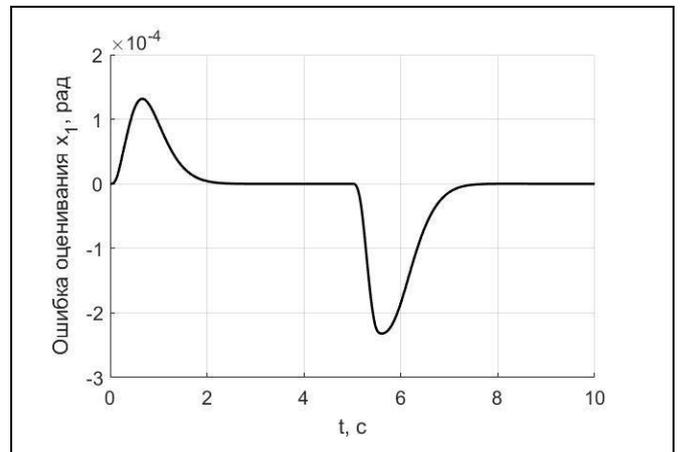


Рис. 4. График изменения ошибки оценивания  $x_1(t) - \hat{x}_1(t)$

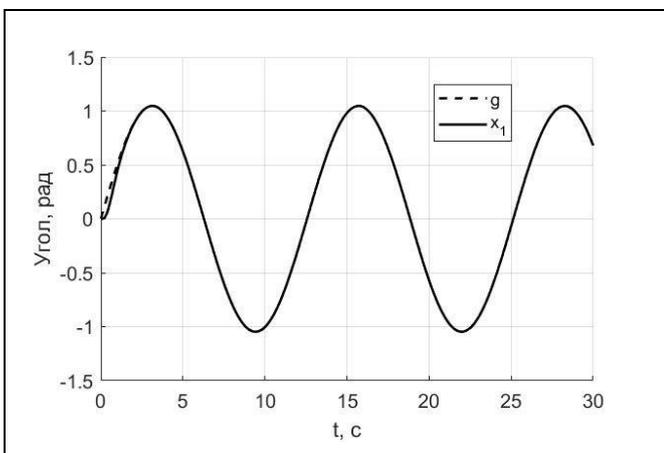


Рис. 5. Графики изменения параметров  $g(t)$ ,  $x_1(t)$  для эталонной системы

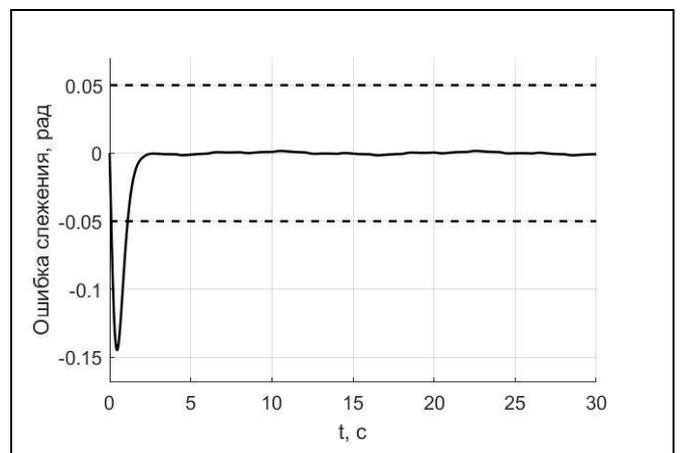


Рис. 6. График изменения ошибки слежения  $e_{1s}(t) = x_1(t) - g(t)$  для эталонной системы

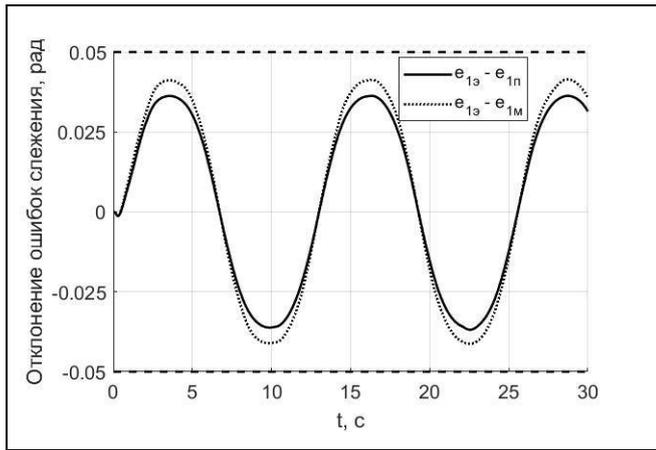
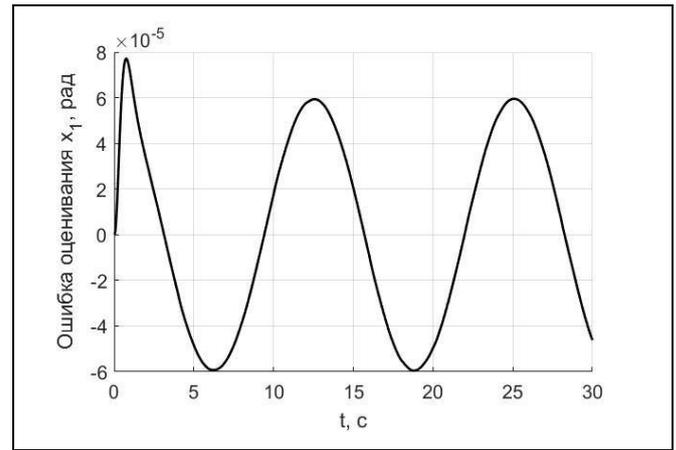

 Рис. 7. Графики изменения отклонений от ошибок слежения эталонной системы  $e_{1a}(t) - e_{1n}(t)$ ,  $e_{1a}(t) - e_{1m}(t)$ 

 Рис. 8. График изменения ошибки оценивания  $x_1(t) - \hat{x}_1(t)$ 

Таблица 2

**Значения показателей качества регулирования**

Показатель, единица измерения	Эталонная система в условиях полной информации	Система с бездатчиковым приводом	Система с бездатчиковым манипулятором
Эксперимент 1 (для первого переходного процесса $0 \leq t \leq 5$ )			
$t^*$ , с	1,6039	1,9968	2,1753
$e_{1max}$ , рад	1,0472	1,0472	1,0472
$\bar{\Delta}_1$ , рад	0,0013	0,0421	0,0473
Эксперимент 2			
$t^*$ , с	1,1137	1,2292	1,2568
$e_{1max}$ , рад	0,1448	0,1448	0,1449
$\bar{\Delta}_1$ , рад	0,0016	0,0385	0,0430

Как видно из табл. 2, заданные целевые показатели достигаются во всех случаях. При этом в эталонной системе и в системах с наблюдателями обеспечивается одинаковое перерегулирование ошибки слежения. В системах с неполным комплектом датчиков время регулирования увеличивается незначительно, однако точность стабилизации ошибки слежения в установившемся режиме ухудшается примерно в 30 раз (из-за ошибок наблюдения, которые порождают реальный скользящий режим в пограничном слое поверхности переключения  $|s(t)| \leq \Delta$ ) по сравнению с эталонной системой, где обеспечивается скользящий режим, близкий к идеальному. Однако сравнение с эталонной системой не конструктивно, она не реализуема на практике, поскольку для формирования базового закона управления (8) требуется точное знание не только значений параметров объекта

управления, но также внешних возмущений и их производных. Интерес представляет сравнение между собой систем с неполными измерениями.

Время регулирования и точность в установившемся режиме в системе с бездатчиковым манипулятором несколько хуже, но сопоставимы с указанными показателями системы с бездатчиковым приводом. Причина этого заключается в быстрой сходимости наблюдателя регулируемой переменной (см. рис. 4, 8), которая обеспечивается с помощью нулевого начального условия ошибки наблюдения в системе (19). Таким образом, в замкнутых системах с неполным комплектом датчиков и динамической обратной связью поддерживаются различные допустимые сценарии при изменении параметров объекта и внешних факторов в расчетных пределах без перенастройки регулятора.



**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Для электромеханической системы с однозвенным манипулятором разработан двухконтурный наблюдатель и декомпозиционная процедура синтеза линейных корректирующих воздействий с насыщением для случая, когда выходная переменная содержит паразитный сигнал, не подлежащий компенсации. Суммарная размерность подсистемы наблюдения, которая в комплексе восстанавливает все внутренние и внешние сигналы, необходимые для синтеза обратной связи, равна размерности объекта управления.

Результаты численного моделирования подтвердили работоспособность разработанного метода синтеза динамической обратной связи. Показано, что при использовании в следящей системе наблюдателя смешанных переменных для синтеза обратной связи достаточно знать области изменения параметров объекта управления, внешних воздействий и их производных. В условиях неопределенности, без датчика регулируемой переменной и генератора внешних воздействий, обеспечивается решение задачи слежения с заданной точностью за заданное время.

Разработанный метод синтеза двухконтурной подсистемы наблюдения без ограничения общности может быть распространен на полноприводные следящие электромеханические системы с многозвенными бездатчиковыми манипуляторами, модели которых представлены системой дифференциальных уравнений одинакового порядка, аналогичных системе (1)–(2), относительно векторных переменных с матричными коэффициентами [8].

**ПРИЛОЖЕНИЕ**

**Д о к а з а т е л ь с т в о** леммы. Обозначим  $0 = t_0 < T_1 = t_1 < t_2 < t_3 < \dots < t_8 < t_9 = T$  и формализуем во времени желаемое поведение ошибок наблюдения в замкнутой системе (27), (29), отвечающее поставленной цели (28):

$$|v_{i-1}(t)| \leq 1/l_i \Leftrightarrow |\varepsilon_i(t)| \leq \alpha_i + 1/l_i, t \geq t_{2i}; \quad (\text{П.1})$$

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{i+1}(t) - v_i(t)| &= |\eta_{i+1}(t)| \leq \alpha_{i+1} < \delta_{i+1}, \\ |\varepsilon_i(t)| &\leq \delta_i, t \geq t_{2i+1}, i = \overline{1, 4}. \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

Выполнение неравенств (П.1) должно быть обеспечено выбором амплитуд  $m_i > 0, i = \overline{1, 4}$ , соответствующих корректирующих воздействий, а неравенств (П.2) – выбором больших коэффициентов  $l_i > 0, i = \overline{1, 4}$ .

В системе (27), (29) совпадение знаков ошибок

наблюдения и соответствующих корректирующих воздействий  $\text{sign}(v_i(t)) = \text{sign}(\varepsilon_i(t)), i = \overline{1, 4}$ , может не иметь места при  $0 \leq t \leq t_{2i-1}$  и гарантируется только при  $t > t_{2i-1}$  вне окрестности  $|\varepsilon_i| \leq \alpha_i$  (П.1).

В общем случае  $\delta_i \ll E_{0i}, i = \overline{1, 4}$ , система (27), (29) согласно неравенствам (П.1), (П.2) на указанных временных интервалах представима в виде

$$\dot{\varepsilon}_i = \begin{cases} \varepsilon_{i+1} + m_i \text{sign}(\varepsilon_i), t \in [t_0; t_{2i-1}), \\ \varepsilon_{i+1} - m_i \text{sign}(\varepsilon_i), t \in [t_{2i-1}; t_{2i}), \\ \varepsilon_{i+1} - m_i l_i (\varepsilon_i \pm \eta_i), t \geq t_{2i}; i = \overline{1, 4}, \varepsilon_5 := e_5. \end{cases} \quad (\text{П.3})$$

Оценим области изменений ошибок наблюдения в замкнутой системе (П.3) с учетом неравенств (П.2):

$$\begin{aligned} |\varepsilon_i(t)| \leq |\varepsilon_i(t_{2i-1})| &\leq E_{0i} + (F_{i+1} + m_i)t_{2i-1} = \\ &= F_i, i = \overline{1, 4}, F_5 = E_5. \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

По аналогии с выражениями (10)–(11), т. е. из достаточных условий  $\varepsilon_i \dot{\varepsilon}_i < 0$  и с учетом указанных временных интервалов (П.3), составим иерархические неравенства для выбора амплитуд, при которых последовательно, сверху вниз, обеспечивается сходимость аргументов корректирующих воздействий в линейные зоны (П.1):

$$m_i \geq \frac{|\varepsilon_i(t_{2i-1})|}{t_{2i} - t_{2i-1}} + F_{i+1}, i = \overline{1, 4}.$$

Подставляя в полученные неравенства оценки (П.4), получим последовательную, снизу вверх, иерархическую схему выбора амплитуд корректирующих воздействий

$$\begin{aligned} m_i &\geq \frac{E_{0i} + (F_{i+1} + m_i)t_{2i-1}}{t_{2i} - t_{2i-1}} + F_{i+1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_i^* = \frac{E_{0i} + F_{i+1}t_{2i}}{t_{2i} - 2t_{2i-1}}, i = \overline{4, 1}. \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

Из схемы (П.5) следуют ограничения на временные интервалы:  $t_{2i} > 2t_{2i-1}, i = \overline{1, 4}$ . Положим, например, в качестве приращения времени величину  $T_1$ , а именно:

$$t_1 = T_1, t_{2i} = 2t_{i-1} + T_1, t_{2i+1} = t_{2i} + T_1, i = \overline{1, 4}, \quad (\text{П.6})$$

откуда следует верхнее ограничение на выбор времени сходимости (20) наблюдателя регулируемой переменной (18) при заданном значении  $T$  (17):

$$T = [3(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + 1]T_1 \Rightarrow 0 < T_1 \leq T/46. \quad (\text{П.7})$$

При подстановке выражений (П.6)–(П.7) в схему (П.5) будут определены значения  $m_i^* : \forall m_i \geq m_i^*, i = \overline{1, 4}$ , неравенства (П.1) будут выполнены.

Для определения нижних оценок на выбор больших коэффициентов  $l_i > 0$ , обеспечивающих выполнение неравенств (П.2), аналогично выражению (23), рассмотрим оценки  $i$ -х переменных, описываемых третьими уравнениями системы (П.3), на интервалах  $[t_{2i}; t_{2i} + T_1 = t_{2i+1}], i = \overline{1, 4}$ :

$$\begin{aligned}
 |\varepsilon_i(t_{2i+1})| &\leq \frac{|\varepsilon_{i+1}(t)|}{m_i l_i} + |\eta_i(t)| + \left( \frac{1}{l_i} - \frac{|\varepsilon_i(t)|}{m_i l_i} \right) e^{-m_i l_i T_i} \leq \\
 &\leq \frac{F_{i+1}}{m_i l_i} + \alpha_i + \frac{m_i - F_{i+1}}{m_i l_i} e^{-m_i l_i T_i}, \\
 m_i l_i (|\varepsilon_i(t_{2i+1})| - \alpha_i) - F_{i+1} &\leq (m_i - F_{i+1}) e^{-m_i l_i T_i}, \quad (\text{П.8}) \\
 |\varepsilon_{i+1}(t) - v_i(t)| &\leq \alpha_{i+1}, \quad t \geq t_{2i+1} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow (m_i - F_{i+1}) e^{-m_i l_i T_i} &\leq \alpha_{i+1}, \quad i = \overline{1, 4}.
 \end{aligned}$$

Для обеспечения границ линейных зон, отвечающих заданной точности оценивания (15), рассмотрим с учетом выражения (П.8) оценки ошибок наблюдения  $\varepsilon_i(t)$ ,  $i = \overline{1, 4}$ , при  $t \geq t_{2i+1}$ :

$$|\varepsilon_i| \leq \frac{F_{i+1} + \alpha_{i+1}}{m_i l_i} + \alpha_i \leq \delta_i, \quad i = \overline{1, 4}. \quad (\text{П.9})$$

Примем, например,  $\alpha_i = \delta_i / 2$ ,  $i = \overline{1, 4}$ ,  $\alpha_5 = \delta_5$ . Из выражений (П.8), (П.9) следует, что при  $t \geq T$  оба неравенства  $|\varepsilon_i(t)| \leq \delta_i$  и  $|\varepsilon_{i+1}(t) - v_i(t)| \leq \delta_{i+1}$ ,  $i = \overline{1, 4}$  будут выполнены при любых значениях  $m_i \geq m_i^*$  (П.5) и  $l_i \geq l_i^*$ , где

$$\begin{aligned}
 l_i^* &= \frac{1}{m_i} \max \left\{ \frac{2F_{i+1} + \delta_{i+1}}{\delta_i}; \frac{1}{T_i} \ln \frac{2(m_i - F_{i+1})}{\delta_{i+1}} \right\}, \quad i = \overline{1, 3}; \\
 l_4^* &= \frac{1}{m_4} \max \left\{ \frac{2(F_5 + \delta_5)}{\delta_4}; \frac{1}{T_1} \ln \frac{m_4 - F_5}{\delta_5} \right\}.
 \end{aligned}$$

Лемма доказана.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Spong, M., Hutchinson S., Vidyasagar, M.* Robot Modeling and Control. – New York: Wiley, 2005. – 496 p.
2. *Angeles, J.* Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods and Algorithms. Third Edition. – New York: Springer, 2007. – 573 p.
3. *Utkin, V.I., Guldner, J., Shi, J.* Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. – New York: CRC Press, 2009. – 485 p.
4. *Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В.* Блочный синтез управления механическими системами в условиях неопределенности // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2009. – № 6. – С. 41–54. [*Krasnova, S.A., Utkin, V.A., Utkin, A.V.* Block Control Synthesis for Mechanical Systems under Uncertainties // Mechatronika, automation, control. – 2009. – No. 6. – P. 41–54. (In Russian)]
5. *Краснова С.А., Кузнецов С.И.* Оценивание на скользящих режимах неконтролируемых возмущений в нелинейных системах // Автоматика и телемеханика. – 2005. – № 10. – С. 54–69. [*Krasnova, S.A., Kuznetsov, S.I.* Uncontrollable perturbations of nonlinear dynamic systems: estimation on moving modes // Automation and Remote Control. – 2005. – Vol. 66, no. 10. – P. 1580–1593.]
6. *Краснова С.А.* Оценивание производных внешних возмущений на основе виртуальных динамических моделей // Управление большими системами. – 2018. – Вып. 76. – С. 6–25. [*Krasnova, S.A.* Estimating the Derivatives of External
7. *Краснов Д.В., Уткин А.В.* Синтез многофункциональной системы слежения в условиях неопределенности // Управление большими системами. – 2017. – Вып. 69. – С. 29–49. [*Krasnov, D.V., Utkin, A.V.* Synthesis of a Multifunctional Tracking System in Conditions of Uncertainty // Automation and Remote Control. – 2019. – Vol. 79, no. 12. – P. 345–357.]
8. *Антипов А.С., Краснов Д.В., Уткин А.В.* Декомпозиционный синтез системы управления электромеханическими объектами в условиях неполной информации // Прикладная математика и механика. – 2019. – Т. 83, Вып. 4. – С. 530–548. [*Antipov, A.S., Krasnov, D.V., Utkin, A.V.* Decomposition Synthesis of the Control System of Electromechanical Objects in Conditions of Incomplete Information // Mechanics of Solids. – 2019. – Vol. 54, no. 5. – P. 47–60.]
9. *Маликов А.И.* Синтез наблюдателей состояния и неизвестных входов для нелинейных липшицевых систем с неопределенными возмущениями // Автоматика и телемеханика. – 2018. – № 3. – С. 21–43. [*Malikov, A.I.* Synthesis of State Unknown Input Observers for Nonlinear Lipschitz Systems with Uncertain Disturbances // Automation and Remote Control. – 2018. – Vol. 79, no. 3. – P. 406–424.]
10. *Никифоров В.О.* Наблюдатели внешних детерминированных возмущений. Ч. 2. Объекты с неизвестными параметрами // Автоматика и телемеханика. – 2004. – № 11. С. 40–48. [*Nikiforov, V.O.* Observers of External Deterministic Disturbances. P. II. Objects with Unknown Parameters // Automation and Remote Control. – 2004. – Vol. 65, no. 11. – P. 1724–1732.]
11. *Голубев А.Е.* Стабилизация однозвеного манипулятора при неполном измерении состояния: обратная связь по угловой координате звена манипулятора // Научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. Наука и образование. – 2012. – № 11. С. 395–412. [*Golubev, A.E.* Single-Link Manipulator Output Feedback Control: Manipulator Link Angular Coordinate Feedback // Scientific Periodical of the Bauman MSTU. Science and Education. – 2020. – No. 11. – P. 395–412. (In Russian)]
12. *Андреевский Б.Р., Фуртат И.Б.* Наблюдатели возмущений: методы и приложения. Часть 2. Приложения // Автоматика и телемеханика. – 2020. – № 10. – С. 35–91. [*Andrievskiy, B.R., Furtat, I.B.* Disturbance Observers: Methods and Applications. P. II. Applications. // Automation and Remote Control. – 2020. – Vol. 81, no. 10. – P. 1775–1818.]
13. *Кокунько Ю.Г., Краснов Д.В., Уткин А.В.* Два метода синтеза наблюдателей состояния и возмущений для беспилотного летательного аппарата // Проблемы управления. – 2020. – № 1. – С. 3–16. [*Kokunko, Ju.G., Krasnov, D.V., Utkin, A.V.* Two Method of Synthesis of State and Disturbances Observers for an Unmanned Aerial Vehicle // Control Sciences. – 2020. – No. 1. – P. 3–16. (In Russian)]
14. *Уткин В.А., Уткин А.В.* Задача слежения в линейных системах с параметрическими неопределенностями при неустойчивой нулевой динамике // Автоматика и телемеханика. – 2014. – № 9. – С. 62–81. [*Utkin, V.A., Utkin, A.V.* Problem of Tracking in Linear Systems with Parametric Uncertainties under Unstable Zero Dynamics // Automation and Remote Control. – 2014. – Vol. 75, no. 9. – P. 1577–1592.]
15. *Краснова С.А., Уткин А.В.* Анализ и синтез минимально-фазовых нелинейных SISO-систем при действии внешних несогласованных возмущений // Проблемы управления. –



2014. – № 6. – С. 22–30. [Krasnova, S.A., Utkin, A.V. Analysis and Synthesis of Minimum Phase Nonlinear SISO Systems under External Unmatched Perturbations // Automation and Remote Control. – 2016. – Vol. 77, no. 9. – P. 1665–1675. (In Russian)]
16. Бусурин В.И., Ёин Н.В., Жеглов М.А. Анализ влияния линейного ускорения на характеристики кольцевого оптоэлектронного преобразователя угловой скорости и его компенсация // Автометрия. – 2019. – № 3. – С. 120–128. [Busurin, V.I., Win, Y.N., Zheglov, M.A. Effect of Linear Acceleration on the Characteristics of an Optoelectronic Ring Transducer of Angular Velocity and its Compensation // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2019. – Vol. 55, no. 3. – P. 309–316.]
17. Spong, M. Modeling and control of elastic joint robots // ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. – 1987. – Vol. 109. – P. 310–319.
18. Кочетков С.А., Уткин В.А. Вихревые алгоритмы в задаче управления двигателем постоянного тока // Проблемы

управления. – 2014. – № 5. – С. 20–27. [Kochetkov, S.A., Utkin, V.A. DC Motor Control on the Base of Vortex Algorithm // Control Sciences. – 2014. – No. 5. – P. 20–27. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии Л.Б. Рапопортом.

Поступила в редакцию 18.02.2021,  
после доработки 30.04.2021.  
Принята к публикации 13.05.2021

Краснов Дмитрий Валентинович – науч. сотрудник,  
✉ dim93kr@mail.ru,

Антипов Алексей Семенович – науч. сотрудник,  
✉ scholess18@mail.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,  
г. Москва.

## DESIGNING A DOUBLE-LOOP OBSERVER TO CONTROL A SINGLE-LINK MANIPULATOR UNDER UNCERTAINTY

D.V. Krasnov<sup>1</sup> and A.S. Antipov<sup>2</sup>

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>1</sup>✉ dim93kr@mail.ru, <sup>2</sup>✉ scholess18@mail.ru

**Abstract.** A single-link manipulator with an electrical actuator is considered, and a dynamic feedback control is designed for tracking a given reference signal of its angular position. The problem statement includes the following assumptions: the output (controlled) variable is not measured; the sensors are located only on the electrical drive; the mechanical subsystem has exogenous and parametric disturbances. Under the smooth disturbances, a discontinuous control law is formed in terms of the canonical input–output system written in the tracking error. For implementing this law, a double-loop observer with piecewise linear corrections is developed. In the first loop, the controlled variable is restored using an observer of the electrical subsystem. This variable, together with the reference signal, serves to design corrections in the second loop. The second observer is a replica of the virtual input–output system. It restores mixed variables—functions of the state variables, the exogenous actions, and their derivatives—to form the feedback law. The order of the observers in each loop is reduced by discarding the dynamics of the estimated variables, treated as bounded perturbations in the observation problem. A tuning procedure is proposed that allows estimating the unmeasured endogenous and exogenous signals with a required accuracy in a given time under an additive parasitic signal in the corrections. The simulation results are presented.

**Keywords:** electromechanical system, tracking, invariance, sliding mode, observer of states and disturbances, piecewise linear functions.

**Funding.** This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 20-01-00363-A.

# МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫМИ ПРЕДПРИЯТИЯМИ В УСЛОВИЯХ НЕСТАБИЛЬНОСТИ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ И НЕОБХОДИМОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПЕРЕВООРУЖЕНИЯ

К.А. Коренная, А.В. Голлай, О.В. Логиновский

**Аннотация.** В настоящее время в условиях продолжающегося процесса экономической глобализации российские промышленные предприятия сталкиваются с необходимостью вести конкурентную борьбу на мировых рынках, которые, в свою очередь, характеризуются крайней степенью нестабильности, обусловленной политическими, социальными, экономическими и иными факторами. В таких условиях классические методы стратегического управления показывают свою неэффективность, прежде всего из-за отсутствия инструментов учета и корректировки ряда факторов, которые во все большей степени воздействуют на результативность деятельности предприятий. Так, в связи с ухудшающейся экологической ситуацией в мире, которую уже можно рассматривать как экологическую катастрофу, правительства разных стран, а также различного рода общественные организации оказывают давление на индустриальные предприятия с целью проведения технологического перевооружения. В работе проведен обзор классических подходов к постановке задачи стратегического управления промышленными предприятиями и формирования взглядов на оценку эффективности их деятельности в виде математических моделей. Показаны недостатки данных подходов. Предложена модель стратегического управления, учитывающая колебания спроса на продукцию промышленных предприятий, происходящие в результате периодических экономических кризисов. Также разработана модель оценки эффективности деятельности предприятий с учетом технологических преобразований, обусловленных необходимостью минимизации вреда, наносимого окружающей среде со стороны производственных компаний. Разработанные модели могут применяться для совершенствования механизмов принятия стратегических решений по управлению промышленными предприятиями.

**Ключевые слова:** стратегия, стратегическое управление, управление предприятием, управление промышленностью, глобальная нестабильность, модель принятия решений, промышленность, управление стоимостью, технологическое перевооружение.

## ВВЕДЕНИЕ

В эпоху глобализации и развития единого мирового рынка [1] результативность деятельности промышленных предприятий определяется не только их внутренним технико-экономическим потенциалом, но и внешними условиями [2]. За последние годы в мире резко возросла нестабильность, обусловленная политическими, социальными, экономическими факторами [3]. В 2020 г. шоковое воздействие на экономику всех стран мира оказали последствия распространения коронавирусной инфекции COVID-19 [4, 5].

В таких условиях резко возрастает сложность управления различными организационными и производственными структурами [6, 7]. В особенной степени это коснулось российских промышленных

предприятий, так как наряду с общемировыми проблемами, отечественные предприятия испытывают беспрецедентное политическое давление, выражающееся в проведении санкционной политики со стороны крупных мировых держав и международных организаций [8, 9] в отношении как самих российских предприятий, так и их владельцев [10, 11].

В этой связи решение задачи ведения конкурентной борьбы на международных рынках становится жизненно необходимым условием для российских производителей [12], что обуславливает, в первую очередь, необходимость повышения эффективности их деятельности [13, 14]. При этом многим российским предприятиям требуется провести технологическое перевооружение [15–17], что значительно осложняется текущей политиче-



ской ситуацией, сложившейся в отношении России [18].

Можно констатировать, что в условиях глобальной нестабильности именно качество управления предприятиями будет определять их жизнеспособность и перспективы дальнейшего развития [19]. Отметим, что в подобных условиях выбор подходов, моделей и критериев оценки эффективности решений в области стратегического и оперативного управления промышленными предприятиями становится одной из главных задач эффективного управления ими.

## 1. АНАЛИЗ ПОДХОДОВ К СТРАТЕГИЧЕСКОМУ УПРАВЛЕНИЮ ПРОМЫШЛЕННЫМИ ПРЕДПРИЯТИЯМИ И ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИХ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Наиболее распространенным показателем оценки эффективности деятельности промышленных предприятий, используемым в настоящее время, является прибыль, т. е. величина превышения доходов компании над ее расходами [20]. К недостаткам применения данного показателя относятся короткие горизонты планирования, чаще всего от одного до трех лет, что создает значительные риски для организации. В частности, время перевооружения крупного промышленного предприятия может значительно превышать эти сроки, что в условиях цикличности мировой экономики [21, 22] создает «ловушки» неплатежеспособности, когда предприятие несет убытки в кризисные периоды и не может завершить свое технологическое перевооружение из-за недостаточности финансовых ресурсов.

Дальнейшим развитием этого подхода является расширение числа показателей, используемых в оценке эффективности деятельности предприятия, и формирование комплекса финансовых результатов, на который ориентируется высшее руководство при принятии решений [23]. Такой комплекс может включать в себя показатели финансовой устойчивости, платежеспособности, рентабельности, эффективности использования ресурсов и др.

Ориентация в управлении на комплекс финансовых показателей, наряду с малыми горизонтами планирования, порождает проблему согласования множества показателей для постановки задачи оптимального управления предприятием [24, 25]. Чаще всего в рамках данного подхода результаты деятельности компании за текущий период сопоставляются с результатами деятельности за предшествующие периоды. На основании такого сопоставления либо вырабатывается общий вывод и

разрабатывается стратегия поведения компании на рынке [26, 27], либо делаются частные выводы и формируется комплекс мероприятий, направленный на улучшение деятельности [28, 29].

Одной из попыток решения проблем, возникающих при применении в качестве целевого ориентира величины прибыли, генерируемой предприятием, является разработка подхода, направленного на рост стоимости компании. В 1938 г. Дж. Б. Уильямс [30] предложил использовать в качестве меры такой стоимости «внутреннюю» стоимость инвестиционного актива, в данном случае – предприятия, вычисляемую по формуле дисконтирования будущих дивидендов, т. е. общую величину средств, полученных акционерами от этого предприятия. Далее Б. Грэм [31] разделил внутреннюю (фундаментальную) стоимость и внешнюю (цену актива), которые под действием рыночных механизмов должны сближаться; таким образом, руководству компании необходимо стремиться к росту фундаментальной стоимости предприятия. У. Баффетт показал, что внутренняя стоимость может быть рассчитана как дисконтированная стоимость денежных средств, которые могут быть изъяты из бизнеса [32, 33].

В настоящий момент направление, ориентированное на рост стоимости компании, носит название Value-Based Management (VBM) и его основная цель заключается в максимизации стоимости компаний [34, 35]. Основным недостатком данного направления является то, что не существует однозначного понимания того, как рассчитывать стоимость компании, поэтому в разных подходах фигурируют свои методы и формулы расчета.

В ходе оценки и анализа эффективности инвестиционных проектов зачастую используется метод дисконтирования денежных потоков (англ. *Discounted cash flow*, DCF), где в качестве целевой функции выступает показатель чистой текущей (приведенной) стоимости (англ. *Net Present Value*, NPV), рассчитываемый по формуле

$$NPV = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t} - I_0,$$

где  $CF_t$  – денежный поток в  $t$ -й период из  $n$ ;  $I_0$  – первоначальный объем инвестиций;  $r$  – ставка дисконтирования.

Если показатель  $NPV > 0$ , то уровень доходности проекта выше стоимости вложенного капитала. А это значит, что реализация проекта может обеспечить рост стоимости компании на величину  $NPV$ . Если же  $NPV < 0$ , то это свидетельствует об уменьшении стоимости компании при условии осуществления проекта.

В соответствии с данным подходом, рост стоимости компании может быть достигнут либо посредством прироста денежных потоков, полученных в результате реализации проекта ( $CF_t$ ), либо благодаря сокращению стоимости первоначальных инвестиций ( $I_0$ ), либо с помощью уменьшения ставки дисконтирования (например, путем снижения рисков).

Имеются и другие методы, которые позволяют рассчитать стоимость компании. К ним, в частности, относятся метод суммарной доходности акционеров, метод доходности денежного потока на единицу инвестиций и др. [36, 37].

Все вышеуказанные методы строятся на основе расчета величины будущих дисконтированных денежных потоков, которые формирует предприятие в ходе осуществления своей деятельности, и на основе расчета средневзвешенной стоимости капитала [38, 39].

Существенным достоинством подхода, основанного на повышении стоимости компании, по сравнению с подходом, строящемся на базе анализа ряда финансовых показателей деятельности предприятия, является более долгосрочный характер формируемого прогноза [40].

Отметим, что подход, ориентированный на повышение стоимости компании, несмотря на свое преимущество, по сути своей является моделированием деятельности компании и предназначен для выявления параметров, благоприятно влияющих на целевое значение этого показателя. Таким образом, топ-менеджеры после формирования и анализа модели стоимости компании сосредоточивают свои усилия на улучшении отдельных параметров функционирования организации: снижении себестоимости, оптимизации запасов, сокращении сроков оборачиваемости активов и т. п. [41].

Еще одним направлением оценки эффективности деятельности предприятия является подход, ориентированный на удовлетворение потребностей заинтересованных сторон (стейкхолдеров) – Stakeholder Value (STV) [42, 43]. Данная концепция позволяет учесть интересы не только собственников, но и множества других субъектов, тем или иным образом связанных с предприятием при реализации проектов (менеджеры, кредиторы, работники, профсоюзы и т. д.). Проблемы этого подхода заключаются в выборе критерия для оценки степени удовлетворенности конкретных стейкхолдеров (соответствующие показатели приведены в таблице) и в необходимости согласования (разработки механизмов согласования) интересов различных стейкхолдеров для выработки стратегии управления предприятием, так как в большинстве случаев интересы стейкхолдеров могут быть разнонаправлены.

### Параметры оценки эффективности работы предприятия с точки зрения различных групп стейкхолдеров

Стейкхолдеры	Параметры оценки эффективности работы предприятия
Собственники (акционеры, инвесторы)	Доходность на одну акцию, прирост стоимости акций, общая величина дивидендов
Управленцы	Финансовые показатели предприятия, от которых зависит доход управленцев: выручка от продаж, финансовый результат, уровень рентабельности, оборачиваемость активов, рыночная доля и т. д.
Кредиторы	Гарантия погашения кредитных обязательств, уровень обеспеченности заемных средств активами
Сотрудники (персонал)	Уровень оплаты труда, возможность карьерного роста
Государственные органы	Налоги и сборы, уплачиваемые в бюджет и во внебюджетные фонды, обеспечение занятости населения
Общественные организации и объединения (профсоюзы, СМИ, политические партии и т. д.)	Соблюдение требований экологической безопасности, поддержание политической стабильности и лояльности и т. п.

В подобных подходах в качестве критерия эффективности деятельности предприятия выделяется либо интегральный (сводный) показатель, который учитывает разрозненные интересы различных стейкхолдеров [44], либо показатель, в котором отражается согласованная оценка их интересов [20], например, составляется ранжированный список заинтересованных сторон, исходя из важности удовлетворения их интересов.

Существуют и смешанные подходы к оценке эффективности деятельности производственных компаний. Например, М. Дженсен в своей работе [45] предлагает использовать смешанную модель, учитывающую интересы различных стейкхолдеров, суть которой сводится к максимизации стоимости компании с учетом интересов других заинтересованных сторон.

Недостатком рассмотренного подхода, разработанного с учетом интересов различных стейкхолдеров, является многокритериальность целевой функции, которую сложно, а порой невозможно описать количественно. В работе [46] решение подобной задачи, направленной на учет интересов разных групп заинтересованных сторон, достигает-



ся посредством итерационных операций по согласованию мнений.

Еще одним недостатком такой концепции является необходимость учета интересов тех участников, которые не инвестируют в развитие компании, что дискриминирует права инвесторов и собственников компании и может привести к снижению инвестиций.

Таким образом, можно с уверенностью говорить о том, что принятие эффективных решений по управлению промышленными предприятиями должно базироваться на моделях будущих денежных потоков, генерируемых руководством этих предприятий. При этом в математических моделях управления промышленными предприятиями должны учитываться разного рода факторы, оказывающие наибольшее влияние на деятельность предприятия в соответствующие периоды времени.

## 2. МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫМИ ПРЕДПРИЯТИЯМИ ПРИ СТАБИЛЬНЫХ ВНЕШНИХ УСЛОВИЯХ

При низком уровне колебания спроса и предложения на мировых рынках в качестве целевой функции ( $\Phi_1$ ) эффективности деятельности промышленного предприятия может выступать прибыль от продаж ( $\Pi^T$ ) за период  $T$ , которую необходимо максимизировать [20]:

$$\Phi_1 = \Pi^T \rightarrow \max.$$

Прибыль от продаж за период  $T$ , в свою очередь, рассчитывается как

$$\Pi^T = \sum_f I_f^T C_f^T - \sum_f \left( I_f^T \left( \sum_n S_{fn}^{ET} + \sum_n \sum_m S_{fmm}^{MT} + \sum_k \sum_n Z_{fkn}^T \right) \right) - S^{OT}, \quad (1)$$

где  $C_f^T$  – стоимость продукции  $f$ -й марки, выпущенной в период времени  $T$ ;  $I_f^T$  – объем выпуска готовой продукции  $f$ -й марки за период времени  $T$ ;  $S_{fn}^{ET}$  – расходы на электроэнергию  $E$  на единицу произведенной на  $n$ -м агрегате готовой продукции  $f$ -й марки за период времени  $T$ ;  $S_{fmm}^{MT}$  – стоимость расходов на материалы  $M$  по  $m$ -му материалу на единицу произведенной на  $n$ -м агрегате продукции  $f$ -й марки за период времени  $T$ ;  $Z_{fkn}^T$  – общие расходы на оплату труда производственных рабочих  $k$ -й бригады на единицу выпущенной на  $n$ -м агрегате предприятия продукции  $f$ -й марки за период времени  $T$ ;  $S^{OT}$  – суммарные постоянные издержки промышленного предприятия за период  $T$ .

Таким образом, в стабильных внешних условиях предприятие должно максимизировать прибыль прежде всего путем наращивания объемов производства, а кроме того – обеспечивать сокращение переменных и постоянных затрат на производство (таких, как затраты на управленческие нужды, затраты на обеспечение безопасности предприятия, экологические платежи за вред, наносимый окружающей среде и пр.).

## 3. МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫМИ ПРЕДПРИЯТИЯМИ В УСЛОВИЯХ КОЛЕБАНИЙ СПРОСА НА ПРОДУКЦИЮ

Важно понимать, что современная капиталистическая система характеризуется цикличностью спроса на продукцию промышленных предприятий, обусловленной различного рода дисбалансами и противоречиями, что в сущности определяется характерными особенностями капиталистического производства [21].

В случае повышения спроса на продукцию фирмы она стремится нарастить объемы производства, адаптируясь под запросы рынка. Решение о наращивании выпуска продукции носит оперативный характер и принимается руководством предприятия на основе текущей оценки рыночной конъюнктуры и производственных возможностей предприятия. Тогда выражение для расчета прибыли предприятия можно записать так:

$$\Pi^T = \sum_f \left( (I_{fдог}^T + I_{fдоп}^T) C_f^T \right) - \sum_f \left( (I_{fдог}^T + I_{fдоп}^T) \times \left( \sum_n S_{fn}^{ET} + \sum_n \sum_m S_{fmm}^{MT} + \sum_k \sum_n Z_{fkn}^T \right) \right) - S^{OT},$$

где  $I_{fдог}^T$  – объем выпуска продукции  $f$ -й марки, который предприятие должно произвести в соответствии с договорными обязательствами за период времени  $T$ ;  $I_{fдоп}^T$  – дополнительный объем выпуска продукции  $f$ -й марки за период времени  $T$ .

В связи с тем, что в благоприятные периоды времени постоянные затраты  $S^{OT}$  остаются неизменными, повышение объема производства будет приводить к росту прибыли при условии, что рентабельность продукции  $f$ -й марки является величиной положительной.

Процедура максимизации прибыли должна реализовываться с учетом ряда ограничений: в частности, объемы выпуска продукции  $f$ -й марки должны быть не меньше объемов, предусмотренных заключенными договорами; объемы производства не могут превышать технологические возможности

предприятия; а также другие ограничения, характерные для конкретного промышленного предприятия.

В случае падения спроса на выпускаемую продукцию вследствие кризисных явлений в мировой экономике целевым ориентиром предприятия становится не максимизация прибыли, а минимизация издержек производства [47, 48]. Тогда целевую функцию можно записать в виде

$$\Phi_2 = \min F(S^{ET}, S^{MT}, Z^T, P_d^T),$$

где  $S^{ET}$  – затраты на электроэнергию на период времени  $T$ ;  $S^{MT}$  – материальные затраты за период времени  $T$ ;  $Z^T$  – затраты на оплату труда рабочих за период времени  $T$ ;  $P_d^T$  – нерегламентированные потери за период времени  $T$ , вызванные влиянием кризисных явлений в экономике.

Другими словами, целевая функция  $\Phi_2$  примет вид:

$$\Phi_2 = \sum_f \left( I_f^T \sum_n (S_{fn}^{ET} + S_{fnn}^{MT} + Z_{fkn}^T) \right) + P_d^T \rightarrow \min.$$

Оценка деятельности предприятия за период  $T$  осуществляется по анализу совокупности всех издержек за этот период:

$$\Phi_2^o = \sum_T (S^{ET} + S^{MT} + Z^T + P_d^T).$$

В этот период одним из возможных управленческих решений может стать снижение выпуска готовой продукции, что в отдельных случаях приводит к сокращению суммарных издержек. Отметим, что в первую очередь необходимо снижать объемы выпуска продукции, обладающей отрицательной маржинальной прибылью. В то же время в ряде производств, например, в металлургии, уменьшать выпуск продукции ниже какого-то объема невозможно из-за технологических ограничений, связанных с невозможностью возобновления производства после его остановки. Все эти особенности должны быть учтены в качестве ограничений при построении математических моделей конкретных производственных предприятий.

Таким образом, в период значительных колебаний спроса на выпускаемую продукцию в условиях экономических кризисов целевая функция оценки эффективности деятельности промышленного предприятия заключается в снижении общих как производственных, так и непроизводственных издержек при выполнении всех контрактных обязательств со стороны предприятия.

В этом случае акционерам компании крайне важно представлять своевременные прогнозы возможных кризисных явлений для принятия экономически целесообразных управленческих решений,

что позволит предприятию своевременно адаптироваться к резким изменениям факторов внешней среды.

#### 4. МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫМИ ПРЕДПРИЯТИЯМИ, УЧИТЫВАЮЩАЯ ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПЕРЕООРУЖЕНИЯ И НЕОБХОДИМОСТЬ СНИЖЕНИЯ ВРЕДНЫХ ВЫБРОСОВ

Отметим, что в качестве одного из важнейших факторов, влияющих на формирование спроса на продукцию промышленных предприятий можно выделить вред, наносимый окружающей среде в результате производства этого вида продукции. В случае использования предприятием технологий, оказывающих значительное влияние на экологическую ситуацию, в качестве ответной реакции со стороны общества создаются механизмы, основанные на формировании негативного общественного мнения по отношению к потреблению продукции предприятия, использующего «грязные» технологии.

В качестве примера рассмотрим концепцию «углеродного следа». Под «углеродным следом» подразумеваются выбросы парниковых газов предприятиями в процессе производства продукции, связанные со сжиганием топлива, отдельными производственными процессами, сельскохозяйственной деятельностью и т. п. Например, производство штампованных деталей из металла для автомобилей само по себе создает небольшое количество выбросов углекислого газа в атмосферу, тогда как процесс производства металла для них характеризуется уже значительным количеством таких выбросов. Также промышленное предприятие потребляет большое количество электроэнергии, которая может быть произведена на электрических станциях разного типа (ТЭЦ, АЭС, ГЭС и т. д.), оставляющих за собой большой или меньший углеродный след.

Чаще всего в качестве методики определения углеродного следа в мире используется стандарт ISO 14061-14064. В России также существуют отдельные методические указания по количественному определению объема выбросов парниковых газов, представленные в приказах № 300 от 30 июня 2015 г. и № 330 от 29 июня 2017 г. Министерства природных ресурсов и экологии РФ.

В результате «углеродный след продукции» включает в себя не только величину выбросов, которые производит предприятие в рамках своей деятельности, но и суммарную величину выбросов,



осуществленных основными поставщиками предприятия. Получается, что предприятие, использующее электроэнергию, выработанную топливными электростанциями, для производства своей продукции, будет формировать больший углеродный след, чем предприятие, потребляющее электроэнергию от более экологически чистых электростанций при сопоставимых технологиях.

Так, многие крупные предприятия при выборе поставщиков ориентируются на объемы их углеродного следа. Например, Volkswagen ввел экологический рейтинг поставщиков, Hewlett Packard Enterprise выставляет для них требования по снижению выбросов парниковых газов, Walmart сокращает число поставщиков с большим углеродным следом [49].

Таким образом, в ближайшем будущем остро встанет вопрос о технологическом перевооружении промышленных предприятий, обусловленный переходом на более экологически чистые технологии, иначе они столкнутся с падением спроса на свою продукцию.

Рассмотренные нами ранее модели, в частности формула (1), приводят к завышению прогнозируемой величины прибыли, так как не учитывают падение потребления продукции предприятия, обусловленное его технологическим отставанием. Для компенсации этого завышения введем поправочный коэффициент в формулу (1):

$$\Pi_g^T = \sum_f I_f^T C_f^T g_f^T \left( I_f^T g_f^T \left( \sum_n S_{fn}^{ET} + \sum_n \sum_m S_{fmm}^{MT} + \sum_k \sum_n Z_{fkn}^T \right) \right) - S^{OT}, \quad (2)$$

где  $\Pi_g^T$  – прибыль предприятия от реализации готовой продукции в период времени  $T$  с учетом падения спроса, обусловленного использованием «грязных» технологий;  $g_f^T$  – коэффициент, показывающий во сколько раз упадет спрос на продукцию  $f$ -й марки в период времени  $T$  из-за использования предприятием «грязных» технологий.

При этом надо понимать, что величина  $\Pi_g^T < \Pi^T$ . При неизменной величине общих издержек  $S^{OT}$  снижение спроса может привести к убыточности предприятия в периоде  $T$ , в то время как классическая модель будет прогнозировать получение прибыли.

Далее рассмотрим принятие решения о технологическом перевооружении предприятия и преобразуем выражение (1) с учетом ряда допущений:

– перевооружение потребует дополнительных инвестиций, снижающих, по сути, величину свободной нераспределенной прибыли;

– спрос на продукцию не изменится из-за того, что предприятие устранил экологически грязные технологии, коэффициент  $g_f^T = 1$ ;

– если внедрение новых технологий приводит к изменению потребления электроэнергии, материалоемкости, численности необходимого персонала, то это необходимо учитывать путем введения соответствующих поправочных коэффициентов.

Тогда математическая модель формирования прибыли компании с учетом ее технологического перевооружения может быть записана в виде

$$\Pi_{tech}^T = \sum_f I_f^T C_f^T - \sum_f \left( I_f^T \left( \sum_n S_{fn}^{ET} e_n^{ET} + \sum_n \sum_m S_{fmm}^{MT} r_{mm}^{MT} + \sum_k \sum_n Z_{fkn}^T P_{kn}^T \right) \right) - S^{OT} - \sum_f F_f^T, \quad (3)$$

где  $F_f^T$  – инвестиции в перевооружение связанные с производством продукции  $f$ -й марки в период времени  $T$ ;  $e_n^{ET}$  – коэффициент, учитывающий изменение потребления электроэнергии  $E$  на единицу выпущенной на  $n$ -м агрегате продукции  $f$ -й марки за период времени  $T$ ;  $r_{mm}^{MT}$  – коэффициент, учитывающий изменение потребления материалов  $M$  по  $m$ -му материалу на единицу произведенной на  $n$ -м агрегате продукции  $f$ -й марки за период времени  $T$ ;  $P_{kn}^T$  – коэффициент, учитывающий изменение суммарной заработной платы производственных рабочих  $k$ -й бригады на единицу выпущенной на  $n$ -м агрегате предприятия продукции  $f$ -й марки за период времени  $T$ .

Поправочные коэффициенты  $g_f^T$ ,  $e_n^{ET}$ ,  $r_{mm}^{MT}$ ,  $P_{kn}^T$  определяются на основе экспертных оценок с учетом прогноза макроэкономической ситуации.

Напомним, что формулы (1)–(3) представляют собой расчетную величину прибыли за период  $T$ , чаще всего за один год. В то время как технологическое перевооружение и экономический эффект от перевооружения должен оцениваться за более длительный период. Поэтому при принятии решений необходимо учитывать суммарную величину прибыли (денежных потоков) за сравниваемый период, т. е.

$$\sum_T \Pi_g^T = \sum_T \left[ \sum_f I_f^T C_f^T g_f^T - \sum_f \left( I_f^T g_f^T \times \left( \sum_n S_{fn}^{ET} + \sum_n \sum_m S_{fmm}^{MT} + \sum_k \sum_n Z_{fkn}^T \right) \right) - S^{OT} \right],$$

$$\sum_T \Pi_{tech}^T = \sum_T \left[ \sum_f I_f^T C_f^T - \sum_f \left( I_f^T \left( \sum_n S_{fn}^{ET} e_n^{ET} + \sum_n \sum_m S_{fnm}^{MT} r_{nm}^{MT} + \sum_k \sum_n Z_{fkn}^T P_{kn}^T \right) \right) \right] - S^{OT} - \sum_f F_f^T.$$

Таким образом, можно записать два варианта решений, в которых ставится задача максимизации функционала:

- без технологического перевооружения (оценивается денежный поток предприятия за период  $T$  без технологического перевооружения, сопровождающийся падением спроса на продукцию из-за использования предприятием «грязных» технологий):

$$\Phi_3 = \sum_T \Pi_g^T \rightarrow \max,$$

- с технологическим перевооружением (оценивается денежный поток за период  $T$  предприятия, осуществившего технологическое перевооружение, которое устранило «грязные» технологии, что сохранило спрос на продукцию (коэффициент  $g_f^T = 1$ , а коэффициенты текущих затрат ( $e_n^{ET}$ ,  $r_{nm}^{MT}$ ,  $P_{kn}^T$ ) при этом могли уменьшиться):

$$\Phi_4 = \sum_T \Pi_{tech}^T \rightarrow \max.$$

Само решение о целесообразности проведения технологического перевооружения должно приниматься в случае, если  $\Phi_4 > \Phi_3$ :

$$\Phi_5 = \max \{ \Phi_3; \Phi_4 \} = \max \left\{ \sum_T \Pi_g^T; \sum_T \Pi_{tech}^T \right\},$$

т. е. совокупный прогнозный денежный поток за анализируемый период с учетом технологического перевооружения должен превышать прогнозный денежный поток при сохранении существующих производственных технологий.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Собственники и руководители предприятия при реализации стратегического управления должны в первую очередь выбрать критерий эффективности деятельности, на базе которого будет производиться оценка и принятие управленческих решений. В настоящей работе показаны пути и методы построения математических моделей оценки эффективности деятельности промышленных предприятий в условиях нестабильности внешней среды. В частности, построены модели оценки эффективности деятельности, учитывающие колебания спроса на продукцию и необходимость технологического перевооружения. Эти факторы оказывают наибольшее влияние на результаты работы пред-

приятий в настоящее время. Общая логика построения моделей, предложенная в работе, может быть использована и для учета других факторов, которые способны оказать существенное воздействие в будущем на деятельность промышленного предприятия.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Коренная К.А., Логиновский О.В., Максимов А.А. Управление промышленными предприятиями в условиях глобальной нестабильности. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2013. – 403 с. [Korennyaya, K.A., Loginovskii, O.V., Maksimov, A.A. Industrial Management in a Global Volatile Environment. – Chelyabinsk: Izdatel'skii tsentr YUURGU, 2013. – 403 p. (In Russian)]
2. Korennaya, K.A., Loginovskiy, O.V., Maksimov, A.A., Zimin, A.V. Global Economic Instability and Management of Industrial Organisations / ed. A.L. Shestakov. – Kostanay: KSU, 2014. – 230 p.
3. Логиновский О.В., Максимов А.А., Халдин К.С. Управление материальными ресурсами промышленного предприятия в современных условиях // Динамика сложных систем. – 2016. – № 2. – С. 33–38. [Loginovskii, O.V., Maksimov, A.A., Khaldin, K.S. Management of Material Resources of an Industrial Enterprise in Modern Conditions // Dinamika slozhnykh sistem. – 2016. – No. 2. – P. 33–38. (In Russian)]
4. Ибрагимова Э.С., Вацаев Б.Ш., Шамаев Р.А. Проблемы экономического развития РФ и социально-экономические последствия COVID-19 // Московский экономический журнал. – 2021. – № 1. – С. 111–116. [Ibragimova, E.S., Vatsaev, B.Sh., Shamaev, R.A. Problems of Economic Development of the Russian Federation and Socio-Economic Consequences of COVID-19 // Moskovskii ehkonomicheskii zhurnal. – 2021. – No. 1. – P. 111–116. (In Russian)]
5. Боконбаев К.Дж. Некоторые соображения о пандемии COVID-19 и ее последствиях // Вестник КPCY. – 2020. – Т. 20. – № 8. – С. 94–97. [Bokonbaev, K.Dzh. Some Considerations about the COVID-19 Pandemic and Its Consequences // Vestnik KRSU. – 2020. – Vol. 20, – no. 8. – P. 94–97. (In Russian)]
6. Новиков Д.А. Методология управления. – М.: Либроком, 2011. – 128 с. [Novikov, D.A. Management Methodology. – Moscow: Librokom, 2011. – 128 p. (In Russian)]
7. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. – М.: Изд-во физ.-мат. лит., 2012. – 604 с. [Novikov, D.A. Theory of Management of Organizational Systems. – Moscow: Izd-vo fiz.-mat. lit., 2012. – 604 p. (In Russian)]
8. Гордиенко Д.В. Американская санкционная политика в отношении России // Экономика и управление: проблемы, решения. – 2019. – Т. 5. – № 1. – С. 16–31. [Gordienko, D.V. American Sanctions Policy Towards Russia // Economics and Management: Problems, Solutions // Ehkonomika i upravlenie: problemy, resheniya. – 2019. – Vol. 5, no. 1. – P. 16–31. (In Russian)]
9. Тищенко А., Дякина Д. Влияние санкционной политики на конкурентоспособность России // Актуальные вопросы инновационной экономики. – 2015. – № 12. – С. 23–29. [Tishchenko, A., Dyakina, D. The Impact of Sanctions Policy on the Competitiveness of Russia // Aktual'nye voprosy innovatsionnoi ehkonomiki. – 2015. – No. 12. – P. 23–29. (In Russian)]
10. Глазьев С.Ю., Архипова В.В. Оценка влияния санкций и других кризисных факторов на состояние российской эко-



- номики // Российский экономический журнал. – 2018. – № 1. – С. 3–29. [Glaz'ev, S.Yu., Arkhipova, V.V. Assessment of the Impact of Sanctions and Other Crisis Factors on the State of the Russian Economy // Rossiiskii ehkonomicheskii zhurnal. – 2018. – No. 1. – P. 3–29. (In Russian)]
11. Харланов А.С., Черешнева К.К. Механизм санкционного давления как средство конкуренции // Экономика и предпринимательство. – 2019. – № 6 (107). – С. 834–839. [Kharlanov, A.S., Cheresheva, K.K. The Mechanism of Sanctions Pressure as a Means of Competition // Ehkonomika i predprinimatel'stvo. – 2019. – No. 6 (107). – P. 834–839. (In Russian)]
  12. Окунев В.И. Усиление глобальной конкуренции как долгосрочный системный вызов // Международная экономика. – 2019. – № 2. – С. 68–76. [Okunev, V.I. Strengthening Global Competition as a Long-Term Systemic Challenge // Mezhdunarodnaya ehkonomika. – 2019. – No. 2. – P. 68–76. (In Russian)]
  13. Алехина О.Ф., Воронов Н.А., Удалов Ф.Е. Оперативное и стратегическое управление производством на промышленных предприятиях. – Нижний Новгород: Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2013. – 295 с. [Alekhina, O.F., Voronov, N.A., Udalov, F.E. Operational and Strategic Production Management at Industrial Enterprises. – Nizhnii Novgorod: Izd-vo NNGU im. N.I. Lobachevskogo, 2013. – 295 p. (In Russian)]
  14. Коренная К.А., Логиновский О.В., Максимов А.А. Стратегия эффективного управления крупным промышленным предприятием // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2016. – Т. 16, № 3. – С. 102–109. [Korennaya, K.A., Loginovskii, O.V., Maksimov, A.A. The Strategy of Effective Management of a Large Industrial Enterprise // Vestnik YUURGU. Seriya «Komp'yuternye tekhnologii, upravlenie, radioehlektronika». – 2016. – Vol. 16, no. 3. – P. 102–109. (In Russian)]
  15. Глазьев С.Ю. Развитие российской экономики в условиях глобальных технологических сдвигов: научный доклад. – М.: НИР, 2007. – 134 с. [Glaz'ev, S.YU. Development of the Russian Economy in the Context of Global Technological Shifts: Scientific Report. – Moscow: NIR, 2007. – 134 p. (In Russian)]
  16. Сухоруков А.В. Стратегическое планирование инновационного развития промышленного предприятия // Российское предпринимательство. – 2014. – Т. 15, № 8. – С. 64–70. [Sukhorukov, A.V. Strategic Planning of Innovative Development of an Industrial Enterprise // Rossiiskoe predprinimatel'stvo. – 2014. – Vol. 15, no. 8. – P. 64–70. (In Russian)]
  17. Gollay, A.V., Loginovskiy, O.V. Managerial Decision-Making Model Taking into Account Technological Development of the Enterprise // Bulletin of SUSU. Ser.: Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics. – 2017. – No. 4. – P. 142–145.
  18. Атурин В.В. Антироссийские экономические санкции и проблемы импортозамещения в условиях современной международной конкуренции // Вестник Евразийской науки, 2019. – № 2. – <https://esj.today/PDF/40ECVN219.pdf>. [Aturin, V.V. Anti-Russian Economic Sanctions and Problems of Import Substitution in the Context of Modern International Competition // Vestnik Evraziiskoi nauki, 2019. – No. 2 (In Russian)]
  19. Логиновский О.В., Коренная К.А. Повышение эффективности работы предприятия на основе современных управленческих технологий и информационно-аналитических систем: доклад // Автоматизация и управление промышленными предприятиями: науч.-техн. конф. Всероссийск. форума «Информационное общество – 2015: вызовы и задачи». – Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2015. – С. 4–38. [Loginovskii, O.V., Korennaya, K.A. Increasing the Efficiency of the Enterprise on the Basis of Modern Management Technologies and Information-Analytical Systems: Report // Avtomatizatsiya i upravlenie promyshlennymi predpriyatiyami: nauch.-tekhn. konf. Vserossiisk. foruma «Informatsionnoe obshchestvo – 2015: vyzovy i zadachi». – Chelyabinsk: Izd. tsentr YUURGU, 2015. – P. 4–38. (In Russian)]
  20. Логиновский О.В., Максимов А.А., Бурков В.Н., и др. Управление промышленными предприятиями: стратегии, механизмы, системы. – М.: ИНФРА-М, 2018. – 410 с. [Loginovskii, O.V., Maksimov, A.A., Burkov, V.N., et al. Industrial Enterprise Management: Strategies, Mechanisms, Systems. – Moscow: INFRA-M, 2018. – 410 p. (In Russian)]
  21. Кондратьев Н.Д., Яковец Ю.В., Абалкин Л.И. Большие циклы конъюнктуры и теория предвидения: избранные труды. – М.: Экономика, 2002. – 767 с. [Kondrat'ev, N.D., Yakovets, Yu.V., Abalkin, L.I. Big Cycles of the Conjunction and the Theory of Foresight: Selected Works. – Moscow: Ehkonomika, 2002. – 767 p. (In Russian)]
  22. Глазьев С.Ю. Современная теория длинных волн развития экономики // Экономическая наука современной России. – 2012. – № 2 (57). – С. 27–42. [Glaz'ev, S.Yu. Modern Theory of Long Waves of Economic Development // Ehkonomicheskaya nauka sovremennoi Rossii. – 2012. – No. 2 (57). – P. 27–42. (In Russian)]
  23. Логиновский О.В., Дранко О.И., Голлай А.В. Математические модели оценки деятельности промышленных предприятий в условиях нестабильности // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2018. – Т. 18, № 4. – С. 88–102. DOI: 10.14529/ctcr180409. [Loginovskii, O.V., Dranko, O.I., Gollai, A.V. Mathematical Models for Assessing the Activities of Industrial Enterprises in Conditions of Instability // Vestnik YUURGU. Seriya «Komp'yuternye tekhnologii, upravlenie, radioehlektronika». – 2018. – Vol. 18, no. 4. – P. 88–102. (In Russian)]
  24. Бурков В.Н., Коргин Н.А., Новиков Д.А. Введение в теорию управления организационными системами / под ред. Д.А. Новикова. – М.: Кн. дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 264 с. [Burkov, V.N., Korgin, N.A., Novikov, D.A. Introduction to the Theory of Management of Organizational Systems / pod red. D.A. Novikov. – Moscow: «LIBROKOM», 2009. – 264 p. (In Russian)]
  25. Бурков В.Н., Буркова И.В., Губко М.В. Механизмы управления организацией: планирование, организация, стимулирование, контроль / под ред. Д.А. Новикова. – М.: Ленанд, 2013. – 216 с. [Burkov, V.N., Burkova, I.V., Gubko, M.V. Management Mechanisms. Organization Management: Planning, Organization, Stimulation, Control / pod red. D.A. Novikov. – Moscow: Lenand, 2013. – 216 p. (In Russian)]
  26. Кныш М.И., Пучков В.В., Тютюков Ю.П. Стратегическое управление корпорациями. – СПб.: КультИнформ Пресс, 2002. – 239 с. [Knysh, M.I., Puchkov, V.V., Tyutikov, Yu.P. Strategic Management of Corporations. – St. Petersburg: Kul'Inform Press, 2002. – 239 p. (In Russian)]
  27. Кох Р. Стратегия. Как создавать и использовать эффективную стратегию. – СПб.: Питер, 2003. – 320 с. [Kokh, R. Strategy. How to Create and Use an Effective Strategy. – St. Petersburg: Piter, 2003. – 320 p. (In Russian)]
  28. Райс-Джонстон У. Тактический менеджмент. – СПб.: «Питер», 2001. – 672 с. [Rais-Dzhonston, U. Tactical Management. – St. Petersburg: «Piter», 2001. – 672 p. (In Russian)]
  29. Томас Р. Количественный анализ хозяйственных операций и управленческих решений. – М.: Изд-во «Дело и Сервис», 2003. – 432 с. [Tomas, R. Quantitative Analysis of Business Transactions and Management Decisions. – Moscow: Izd-vo «Delo i Servis», 2003. – 432 p. (In Russian)]

30. Williams, J. The Theory of Investment Value. Boston: Harvard Univers. Press, 1938.
31. Грэм Б. Разумный инвестор: Полное руководство по стоимостному инвестированию. – М.: Альпина Паблишер, 2016. – 199 с. [Grehm, B. The Intelligent Investor: The Complete Guide to Value Investing. – Moscow: Al'pina Publisher, 2016. – 199 p. (In Russian)]
32. Баффетт У. Эссе об инвестициях, корпоративных финансах и управлении компаниями. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2005. – 268 с. [Baffett, U. Essays on Investment, Corporate Finance and Company Management. – Moscow: Al'pina Biznes Buks, 2005. – 268 p. (In Russian)]
33. Пурлик В.М. Управление компанией с ориентацией на рост стоимости бизнеса // Государственное управление. Электронный вестник. – 2018. – № 69. – С. 127–154. [Purlik, V.M. Company Management with a Focus on Business Value Growth // Gosudarstvennoe upravlenie. Ehlektronnyi vestnik. – 2018. – No. 69. – P. 127–154. (In Russian)]
34. Evans, F.C., Mellen, C.M. Valuation for M&A: Building and Measuring Private Company Value. – New Jersey: Wiley, 2018. – 496 p.
35. Scales, D. The M&A Solution: A Values-Based Approach to Integrate Companies. – Charleston: ForbesBooks, 2021. – 184 p.
36. Кудина М.В. Стоимостной подход к управлению компанией // Вестник Московского университета. Серия 21. Управление (государство и общество). – 2007. – № 3. – С. 61–81. [Kudina, M.V. A Cost Approach to Company Management // Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 21. Upravlenie (gosudarstvo i obshchestvo). – 2007. – No. 3. – P. 61–81. (In Russian)]
37. Koller, T., Goedhart, M., Wessels, D. Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies. – New Jersey: Wiley, 2020. – 896 p.
38. Гохан П.А. Слияния, поглощения и реструктуризация компаний. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2004. – 741 с. [Gokhan, P.A. Mergers, Acquisitions and Company Restructuring. – Moscow: Al'pina Biznes Buks, 2004. – 741 p. (In Russian)]
39. Барулина Е.В., Барулин С.В. Управление стоимостью компании: финансовый контроллинг, менеджмент, информационно-сервисное обеспечение. – М.: Издательство «Русайнс», 2016. – 256 с. [Barulina, E.V., Barulin, S.V. Company Value Management: Financial Controlling, Management, Information and Service Support. – Moscow: Izdatel'stvo «Rusains», 2016. – 256 p. (In Russian)]
40. Экклз Р.Д., Герц Р.Х., Киган Э.М., Филлипс Д.Х. Революция в корпоративной отчетности. Как разговаривать с рынком капитала на языке стоимости, а не прибыли. – М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 2002. – 400 с. [Ehkklz, R.D., Gerts, R.Kh., Kigan, E.M., Fillips, D.Kh. A Revolution in Corporate Reporting. How to Talk to the Capital Market in the Language of Value, not Profit. – Moscow: ЗАО «Olimp-BizneS», 2002. – 400 p. (In Russian)]
41. Dranko, O. The Aggregate Model of Business Valuation by Three Methods // 13th International Conference «Management of Large-Scale System Development» (MLSD'2020) – Moscow: IEEE. – 2020. – P. 1–4. – DOI: 10.1109/MLSD49919.2020.9247842.
42. Иваишковская И.В. Стэйкхолдерский подход к управлению, ориентированному на приращение стоимости компании // Корпоративные финансы. – 2012. – Т. 6, № 1 (21). – С. 14–23. [Ivashkovskaya, I.V. Stakeholder Approach to Management Oriented to Increase the Company's Value // Korporativnye finansy. – 2012. – Vol. 6, no. 1 (21). – P. 14–23. (In Russian)]
43. Mabelo, P.V. How to Manage Project Stakeholders: Effective Strategies for Successful Large Infrastructure Projects. – London: Routledge, 2020. – 124 p. – DOI: 10.4324/9781003023791.
44. Иваишковская И.В. Финансовые измерения корпоративных стратегий. Стэйкхолдерский подход: Монография. – М.: ИНФРА-М, 2016. – 211 с. [Ivashkovskaya, I.V. Financial Dimensions of Corporate Strategies. Stakeholder Approach: Monograph. – Moscow: INFRA-M, 2016. – 211 p. (In Russian)]
45. Jensen, M. Value Maximization, Stakeholders Theory, and the Corporate Objective Function // Journal of Applied Corporate Finance. – 2001. – Vol. 14, no. 3. – P. 8–21.
46. Гельруд Я.Д., Логиновский О.В. Управление проектами: методы, модели, системы / под. ред. д-ра техн. наук, проф. А.Л. Шестакова. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2015. – 330 с. [Gel'rud, Ya.D., Loginovskii, O.V. Project Management: Methods, Models, Systems / pod. red. A.L. Shestakova. – Chelyabinsk: Izdatel'skii tsentr YUURGU, 2015. – 330 p. (In Russian)]
47. Вумек Д.П., Джонс Д.Т. Бережливое производство. Как избавиться от потерь и добиться процветания вашей компании. – М.: Альпина Паблишер, 2018. – 472 с. [Vumek, D.P., Dzhons, D.T. Lean. How to Get Rid of Losses and Make Your Company Prosperous. – Moscow: Al'pina Publisher, 2018. – 472 p. (In Russian)]
48. Голлай А.В. Гибкое управление проектами как способ борьбы с потерями на производстве // Сборник статей по итогам международной научно-практической конференции «Новые технологии в промышленности, науке и образовании» (Оренбург, 28.10.2017). – Стерлитамак: АМИ, 2017. – С. 35–39. – <https://ami.im/sbornik/MNPK-TT-17.pdf> [Gollai, A.V. Agile Project Management as a Way to Combat Losses in Production // Sbornik statei po itogam mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «Novye tekhnologii v promyshlennosti, nauke i obrazovanii» (Orenburg, 28.10.2017). – Sterlita-mak: AMI, 2017. – P. 35–39. (In Russian)]
49. URL: <https://icss.ru/otrasli-i-ryinki/energeticheskij-sektor/uglerodnyy-sled-rossiyskoy-energetiki>.

Статья представлена к публикации членом редколлегии  
В.Н. Бурковым.

Поступила в редакцию 18.05.2021,  
после доработки 16.06.2021.  
Принята к публикации 22.06.2021.

**Коренная Кристина Александровна** – канд. техн. наук, АО «Кузнецкие ферросплавы», г. Новокузнецк,  
✉ [kkris221@mail.ru](mailto:kkris221@mail.ru),

**Голлай Александр Владимирович** – д-р техн. наук, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск,  
✉ [alexander@hollay.ru](mailto:alexander@hollay.ru),

**Логиновский Олег Витальевич** – д-р техн. наук, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск,  
✉ [loginovskii@susu.ru](mailto:loginovskii@susu.ru).



# MODELS OF MANAGING INDUSTRIAL ENTERPRISES UNDER AN UNSTABLE ENVIRONMENT AND TECHNOLOGICAL RE-EQUIPMENT

K.A. Korennaya<sup>1</sup>, A.V. Hollay<sup>2</sup>, and O.V. Loginovskiy<sup>3</sup>

<sup>1</sup>JSC Kuznetskie Ferrosplavy, Novokuznetsk, Russia,  
<sup>2,3</sup>South-Ural State University, Chelyabinsk, Russia

<sup>1</sup>✉ kkriss221@mail.ru, <sup>2</sup>✉ alexander@hollay.ru, <sup>3</sup>✉ loginovskiiiov@susu.ru

**Abstract.** Under the ongoing process of economic globalization, Russian industrial enterprises are currently facing the need to compete in world markets characterized by an extreme degree of instability due to political, social, economic, and other factors. In such conditions, classical strategic management methods become ineffective, primarily due to no appropriate tools to consider and correct several factors increasingly affecting the performance of enterprises. For example, in view of the deteriorating environmental situation in the world (even interpreted as an environmental disaster), the governments of different countries and various public organizations are putting pressure on industrial enterprises to carry out technological re-equipment. This paper surveys the classical approaches to the strategic management of industrial enterprises and the assessment of their effectiveness using mathematical models. The disadvantages of these approaches are discussed. A strategic management model is proposed that considers a fluctuating demand for the products of industrial enterprises caused by periodic economic crises. In addition, a model is constructed for assessing the effectiveness of enterprises implementing technological transformations to minimize their environmental damage. The models can be used to improve strategic decision mechanisms for managing industrial enterprises.

**Keywords:** strategy, strategic management, enterprise management, industrial management, global instability, decision-making model, industry, cost management, technological re-equipment.

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА NETWORK CALCULUS ДЛЯ РАСЧЕТА ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ЦИКЛИЧЕСКИМ АЛГОРИТМОМ РАБОТЫ<sup>1</sup>

Промыслов В.Г., Семенков К.В.

**Аннотация.** Рассмотрена проблема практического подтверждения временных характеристик цифровых систем управления. Показано, что задержка обработки и передачи информации нередко имеет функцию распределения, отличную от нормальной, следовательно, доверительные интервалы, рассчитанные в предположении о нормальном распределении, будут для таких систем не верны. Для оценки временных характеристик системы управления предлагается применять нестатистические методы оценки временных параметров. В качестве одного из таких методов рассматривается метод детерминированных сетевых исчислений – Network Calculus. Обсуждаются особенности практического применения метода Network Calculus для оценки параметров систем. Одной из основных особенностей метода является использование специальных ограничений на поток данных и производительность системы, задаваемых в виде конвертов потока и максимальных/минимальных кривых обслуживания. Указанные характеристики в общем случае заранее не известны. Предлагаются математические методы, позволяющие оценить эти характеристики при условии, что известны входные и выходные потоки данных для системы. Показано, что расчет характеристик существенно упрощается для систем, в которых используются циклические алгоритмы обработки данных, а скорость передачи данных по сети намного больше скорости обработки данных на вычислительных компонентах системы. Проведено имитационное моделирование и обсуждается соотнесение результатов для временных параметров системы, полученных с помощью метода Network Calculus, с результатами, полученными с помощью классических статистических методов оценивания. Приведен пример расчета временных параметров компонента реальной системы АСУ ТП АЭС с применением указанного метода.

**Ключевые слова:** производительность системы, временные характеристики, цифровые системы управления, Network Calculus, нестатистические методы оценивания.

## ВВЕДЕНИЕ

Современные системы управления (СУ) для промышленных объектов реализуются в большинстве случаев в виде распределенной по функциям и средствам вычислительной среды с компонентами, представляющими собой совокупность аппаратных и программных средств, которые обеспечивают сбор, накопление, асинхронную обработку, представление и передачу информации. Компоненты СУ могут быть распределены как пространственно, так и функционально.

Для подтверждения работоспособности СУ разработаны методы динамической валидации параметров систем, которые могут меняться в зависимости от отрасли: например, для СУ в АЭС применяется методика МАГАТЭ [1]. Для оценки динамических характеристик СУ используют симуляторы сетей на основе дискретной математики, такие как OMNeT++ [1–3] и OPNET [4, 5]. Однако для подтверждения временных характеристик на реальной системе обязательно применяются и статистические методы. В последнем случае анализируют выборки измерений параметров системы, причем обычно считают, что закон распределения величин измеряемых характеристик близок к нормальному [1]. Данное предположение в большинстве случаев верно для сигналов, имеющих физическую природу, но, как мы покажем, оно может

<sup>1</sup>Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-06044, гл. 2 и 3.



быть ложным для величин, описывающих саму цифровую СУ, например, для времени прохождения и обработки сигнала.

В качестве одной из альтернатив при расчете характеристик потоков данных между компонентами компьютерных сетей применяется нестатистический метод анализа детерминированных систем Network Calculus [6]. Метод базируется на мини-плюс алгебре и привлекателен тем, что во многих случаях позволяет рассматривать в качестве линейных системы, являющиеся нелинейными в «обычной» алгебре. Метод не использует предположения о виде распределения для измеряемого процесса.

Особенность метода Network Calculus состоит в использовании специфических функций – огибающей (конверта) потока входных и выходных данных и кривых обслуживания – для расчета характеристик системы, к которым прежде всего относятся задержка прохождения данных и параметры буферизации.

Метод Network Calculus был разработан для анализа потоковых систем без потери информации при обработке (например, для расчета пропускной способности сегмента сети или определения параметров трансляции потокового видео через сети Ethernet). Системы управления, вообще говоря, к таковым не относятся, так как они характеризуются следующими особенностями:

- параллельной обработкой нескольких задач на одном вычислительном ресурсе;
- существенным изменением объема информации на входе и выходе компонента (выходной поток может быть как больше, так и меньше входного, например, при сжатии информации);
- неоднородностью информации в СУ, в отличие от систем передачи информации (здесь неоднородность информации означает, что каждый элемент (бит) имеет различную ценность и может обрабатываться по своему алгоритму).

Нельзя сказать, что данные особенности не рассматривались в контексте Network Calculus. В работе [7] метод расширен на системы с циклическими зависимостями между входными и выходными потоками компонентов. В работах [8, 9] приведены подходы, позволяющие применять Network Calculus в системах с существенным изменением соотношения объема входного и выходного потока. В работах [10, 11] рассмотрены различные методы описания дисциплин совместной обработки нескольких задач на одном вычислительном ресурсе.

Указанные подходы имеют общие недостатки. Прежде всего, их применение требует точного зна-

ния внутренних особенностей функционирования системы, и, будучи привязаны к ним, они чувствительны к любому изменению режимов работы системы. Кроме того, при их использовании для сколько-нибудь сложных систем теряется «прозрачность» полученных результатов, возможность их простого соотнесения с другими характеристиками (скоростью поступления входных данных, их неравномерностью, вычислительной мощностью компонента).

Проанализировав эти недостатки, в настоящей работе мы при построении модели системы постарались, с одной стороны, сохранить общность и прозрачность результатов, а с другой — отразить неравномерность потока входных и выходных данных и зависимость алгоритма обработки данных от содержащейся в них информации.

Проведена работа по практической верификации метода Network Calculus путем сравнения результатов по временным задержкам, полученным посредством применения методов статистического оценивания и рассматриваемого метода. Это особенно интересно в контексте соотнесения результатов, полученных с помощью Network Calculus, с результатами, полученными с помощью статистических методов, что является малоизученной проблемой.

Задача решалась как на модельных примерах СУ, так и на конкретном примере АСУТП АЭС [11]. Так как исследовалась СУ достаточно общего вида и проблемы, с которыми сталкивались мы, также являются общими для разработчиков моделей СУ промышленных систем, то с точки зрения авторов, данный опыт может быть интересен другим исследователям и специалистам по промышленной СУ.

## 1. СТРУКТУРА ТИПОВОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

### 1.1. Типовая структура взаимодействия компонентов в системе управления

В работе будет рассматриваться типовая СУ для промышленного объекта (далее по тексту СУ). Подобная структура СУ используется в различных приложениях для реальных объектов [11, 13].

Исследуемая типовая структура СУ представлена на рис. 1. Здесь выделено три уровня:

- низовые контролеры и шлюзы – уровень *G* (уровень 1),
- серверы первичной обработки и хранения данных – уровень *S* (уровень 2),

– компоненты, обеспечивающие человеко-машинный интерфейс, – уровень  $Z$  (уровень 3).

Архитектура рассматриваемой СУ обладает такими свойствами:

- к серверу могут быть подключены один и более компонентов уровней 1 и 3,
- каждый канал связи (C1–C4) между компонентами разных уровней может быть резервирован (резервирование не показано на схеме),
- алгоритмы обработки информации компонентов  $G$ ,  $S$ ,  $Z$  циклически.

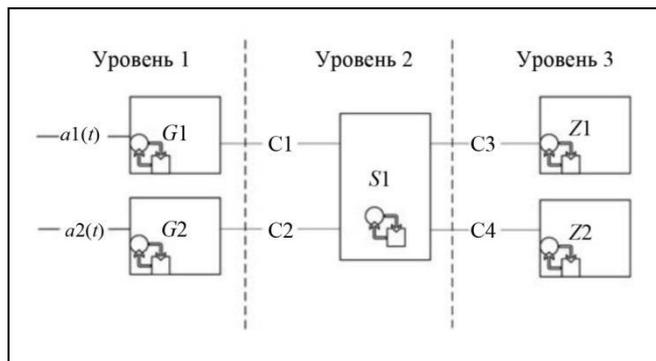


Рис. 1. Структурная схема исследуемой системы управления

## 1.2. Особенности обработки данных

В соответствии с практическими условиями эксплуатации СУ (см. рис. 1) на объекте в элементах разных уровней системы применяются циклические алгоритмы обработки данных, передаваемых от шлюза ( $G$ ) на уровне присоединения к серверу ( $S$ ) и от сервера к рабочей станции ( $Z$ ). Данные представляют собой значения сигналов о состоянии объекта управления и самой СУ.

**Определение 1.** Элемент системы реализует циклический алгоритм обработки данных если алгоритм обладает такими свойствами:

- начальным состоянием элемента является состояние ожидания прихода данных;
- последовательно поступающие пакеты данных обрабатываются детерминированным единообразным способом, после чего система приходит в начальное состояние.

Для циклического алгоритма полное время обработки пакета данных  $D_C$  можно представить как сумму двух величин

$$D_C = T_E + T_S,$$

где  $T_E$  – сетевая задержка,  $T_S$  – время обработки на элементе СУ.

## 2. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА NETWORK CALCULUS ДЛЯ РАСЧЕТА ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

### 2.1. Основы Network Calculus

Метод Network Calculus [6] базируется на достаточно новых методах прикладной математики, введенных Р.Л. Крузом [14, 15] и использующих мини-плюс алгебру (см. монографию [16]). Основная область применения Network Calculus — это исследование систем с очередями.

Ниже мы дадим краткое описание метода, следуя изложенному в работе [6].

**Определение 2.** Функция потока (кумулятивный поток) – это неубывающая функция времени, для которой

$$\begin{cases} A(t) \leq A(s), \forall t < s, \\ A(t) \in \mathbb{R}_+ \cup \{+\infty\}, \\ t \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Функция потока называется причинной, если  $A(t) = 0, \forall t \leq 0$ . Множество причинных функций обычно обозначается как  $F$ . Введем для таких функций операции свертки и деконволюции.

**Определение 3.** Пусть  $A$  и  $\beta$  – причинные функции потока. Их мини-плюс свертка, обозначаемая символом  $\otimes$ , – это функция  $A^* = A \otimes \beta$ :

$$A^*(t) = \inf_{0 \leq s \leq t} \{\beta(t-s) + A(s)\}. \quad (1)$$

Далее мы будем опускать в формулах аргумент  $t$  там, где это не затрудняет понимание. Очевидно, что  $A^*(t) = 0, \forall t < 0$ , и  $A^*$  неотрицательна, потому что и  $A$ , и  $\beta$  – неотрицательные причинные функции.

**Определение 4.** Пусть имеются функции  $A$  и  $\beta$ , где  $\beta$  – причинная функция. Введем операцию мини-плюс деконволюции, обозначаемую символом  $\oslash$ , результатом которой является функция  $H = A \oslash \beta$ :

$$H = \sup_{u \geq 0} \{A(t+u) - \beta(u)\}. \quad (2)$$

Отметим, что деконволюция функций потока  $A$  и  $\beta$ , где  $\beta$  – причинная функция, сама является функцией потока.

**Определение 5.** Пусть  $A$  и  $\beta$  – причинные функции. Введем операцию макси-плюс свертки, обозначаемую символом  $\bar{\otimes}$ , результатом которой является функция  $A^* = A \bar{\otimes} \beta$ :

$$A^*(t) = \sup_{0 \leq s \leq t} \{\beta(t-s) + A(s)\}. \quad (3)$$



**Определение 6.** Пусть  $A$  и  $\beta$  – функции потока, причем  $\beta$  – причинная функция; назовем результатом операции макси-плюс деконволюции, обозначаемой как  $\bar{\otimes}$ , функцию  $H = A\bar{\otimes}\beta$ :

$$H = \inf_{u \geq 0} \{A(t+u) - \beta(u)\}. \quad (4)$$

**Определение 7.** Функция  $\beta$  представляет собой (минимальную) кривую обслуживания элемента сети или системы при входном потоке  $A$ , если  $\beta$  – причинная функция потока и выходной поток  $A^*$  элемента или системы удовлетворяет соотношению

$$A^* \geq A \otimes \beta. \quad (5)$$

**Определение 8.** Функция  $\gamma$  представляет собой (максимальную) кривую обслуживания элемента сети (или системы) со входным потоком  $A$ , если  $\gamma$  – причинная функция потока и если выходной поток  $A^*$  элемента (системы) удовлетворяет соотношению

$$A^* \leq A \otimes \gamma. \quad (6)$$

**Определение 9.** Функция  $a$  называется конвертом потока  $A$ , если  $A \leq A \otimes a$  или, что то же самое,

$$a \geq A \oslash A. \quad (7)$$

Входящий и выходящий потоки определяются суммарным количеством данных, которые наблюдаются на входе и на выходе за определенный интервал времени. Поэтому время прохождения данных через систему будет, соответственно, определяться как горизонтальное отклонение между этими функциями  $d(t)$ .

**Определение 10 (максимальная задержка в системе).** Для линейных систем со входным потоком  $A$ , выходным потоком  $A^*$ ,  $A(t) \geq A^*(t)$ , максимальная задержка  $D_{\max}$  представляет собой максимальное горизонтальное расстояние между функциями входного и выходного потоков:

$$D_{\max} = h(A, A^*) = \sup_{t \geq 0} \left\{ \inf \{d \geq 0 : A(t) \leq A^*(t+d)\} \right\}.$$

Одним из фундаментальных результатов применения метода Network Calculus является возможность расчета задержек на основании конвертов потока и кривых обслуживания, а не кумулятивных функций потока (доказательство приведено в работе [6]):

$$D_{\max} = h(a, \beta). \quad (8)$$

### 3. ПОДХОДЫ К ОЦЕНКЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ КРИВЫХ МЕТОДА NETWORK CALCULUS

Рассмотрим задачу определения конверта потока, минимальной и максимальной кривых обслуживания системы и их линейных аппроксимаций на основании измеренных в ходе эксперимента функций потока.

#### 3.1. Расчет конверта потока на основании экспериментальных данных

Уравнение (7) определяет прямой способ расчета конверта кумулятивного потока  $A$ . Для облегчения вычислений удобно работать с кусочно-линейной аппроксимацией конверта, которая в отдельных случаях сводится к аффинной функции  $y = kx + b$ . Представление в виде кусочно-линейной функции дает возможность использовать эффективные вычислительные алгоритмы обработки данных, а работая с аффинной функцией, можно быстро, «на лету» анализировать систему и проводить количественные оценки ее поведения.

Кусочно-линейная аппроксимация традиционно используется при анализе сложных систем. Простота данной модели делает ее незаменимой при расчетах, проводимых с помощью методов Network Calculus, где применяются как специально разработанные алгоритмы [10], так и математические методы теории оптимального управления и идентификации систем (см, например, работы [17] или [18]).

Возможности аппроксимации огибающей потока в виде аффинной кривой в методе Network Calculus рассматривались в работе [19], где способы расчета однокомпонентной линейной огибающей потока основывались на алгоритмах метода опорных векторов [20].

#### 3.2. Расчет максимальной и минимальной кривых обслуживания на основании экспериментальных данных

Формула (7) позволяет напрямую вычислить конверт потока, и задача сводится к поиску эффективных аналитических и компьютерных методов линейной аппроксимации. Определить же параметры кривой обслуживания намного сложнее.

Теоретически можно получить кривую обслуживания по формулам (1), (2) в виде точной границы, работая со специально подобранным тестовым потоком и учитывая тот факт, что у функций свертки нулевой элемент  $\delta_0$  поглощает оператор  $\otimes$

([6], с. 111). Однако на практике это неосуществимо, потому что для такого эксперимента нужно было бы сгенерировать бесконечно большой поток, что превышает возможности любой реальной системы.

Второй подход заключается в использовании свойства мини-плюс алгебры, описанного в работе [6]:

$$C \geq B \otimes A \Leftrightarrow B \leq A \otimes C. \quad (9)$$

Воспользовавшись этим соотношением и формулой (2), получаем нижнюю оценку максимальной кривой обслуживания:

$$\gamma' \leq A^* \otimes A, \quad (10)$$

где  $A$  и  $A^*$  – входной и выходной кумулятивный потоки соответственно.

Но для анализа системы знания одной лишь максимальной кривой обслуживания зачастую недостаточно. Например, для расчета максимальной задержки в системе и максимального размера буфера требуется минимальная кривая обслуживания (5). Алгоритмы расчета минимальной кривой обслуживания для систем общего вида нам не известны.

Предлагаемый нами подход к расчету минимальной кривой обслуживания опирается на более «слабое» свойство мини-плюс операций свертки и деконволюции, которое будет доказано далее.

**Свойство.** Если  $C \leq B \otimes A$ , то

$$B \geq A \otimes C. \quad (11)$$

**Доказательство.**

Пусть  $C(s) \leq (B \otimes A)(s)$  для  $s \in \mathbb{R}$ . Это означает, что для любого  $v \geq 0$

$$B(s+v) - A(v) \geq \inf_{u \geq 0} (B(s+u) - A(u)) \geq C(s),$$

т. е.

$$B(s+v) \geq C(s) + A(v). \quad (12)$$

Введем обозначение

$$t = s+v.$$

Перепишем неравенство (12) в виде

$$B(t) \geq A(t-s) + C(s). \quad (13)$$

Неравенство (13) выполняется при любом  $s$  для  $t \geq s \geq 0$ , значит, оно выполняется и в предельном случае, для нижней границы правой части неравенства, т. е.

$$B \geq A \otimes C, \quad \forall t \geq 0.$$

Свойство доказано. ♦

Теперь оценим минимальную кривую обслуживания. Пусть  $A$  – входной кумулятивный поток,  $A^*$  – выходной кумулятивный поток. Тогда, в силу доказанного свойства, для функции

$$\beta' = A^* \otimes A \quad (14)$$

будет выполняться неравенство  $A^* \geq A \otimes \beta'$ , т. е. полученная оценка  $\beta'$  – минимальная кривая обслуживания.

Так как свойство (11) является лишь необходимым условием, то оценка минимальной кривой обслуживания, полученная по формуле (14), может лежать как выше, так и ниже реальной минимальной кривой обслуживания системы. Сравнивая выражения (9) и (11), заметим также, что  $\beta \leq \gamma'$  т. е. минимальная кривая обслуживания ограничена сверху максимальной кривой обслуживания.

В специальном случае, когда максимальная кривая обслуживания отсутствует в системе (т. е. когда существует режим «мгновенной» обработки входного потока), можно получить точное значение для минимальной кривой обслуживания, применив вместо входного и выходного кумулятивного потока их конверты. Для этого положим, что  $\alpha, \alpha^*$  – это конверты входного и выходного потока соответственно. Известно, что  $\alpha^* = (\alpha \otimes \gamma) \otimes \beta$  (см. монографию [6], с. 34). Тогда для  $\gamma(t) = \delta_0$  это уравнение можно переписать как

$$\alpha^* = \alpha \otimes \beta,$$

и по свойству оператора  $\otimes$  (см. монографию [6], с. 123) и минимальной функции обслуживания  $\beta$

$$\alpha = \beta \otimes \alpha^*.$$

Используя коммутативность оператора  $\otimes$  и применив то же свойство в обратную сторону, получим оценку минимальной кривой обслуживания:

$$\beta' = \alpha^* \otimes \alpha.$$

Если кривые обслуживания можно описать в виде аффинных функций, то для них существуют быстрые алгоритмы конволюции и деконволюции, необходимые для расчета параметров системы [11]. Как показано в работе [21], кривые обслуживания можно по аналогии с конвертом потока аппроксимировать аффинными функциями, применяя сходные алгоритмы, базирующиеся на методе опорных векторов.

#### 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ

##### ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрим задачу описания СУ в модели Network Calculus на примере типовой СУ, представленной на рис. 1. Дополнительно сделаем предположение о наличии избыточной вычислительной мощности в СУ, что позволяет декомпозировать систему и рассматривать каждый логический канал системы в отдельности. Если это условие не выполняется, необходимо учитывать взаимовлияние различных каналов обработки, используя, например, одну из возможных моделей планировщиков задач [11].



В СУ, представленной на рис. 1, рассмотрим отдельно взятый канал управления, изображенный на рис. 2. В модели канала каждый компонент СУ характеризуется собственной максимальной и минимальной кривой обслуживания. Как следует из определений минимальной (5) и максимальной (6) функций обслуживания, выводы и уравнения для максимальной функции обслуживания СУ будут аналогичны выводам для минимальной кривой обслуживания и могут быть записаны простым переименованием переменных и заменой знаков неравенств в отношениях. Поэтому все основные выводы и рассуждения далее в данном разделе будут приведены применительно к минимальной кривой обслуживания  $\beta$ . Чтобы обозначить конкретный компонент, будем добавлять к  $\beta$  нижний буквенно-цифровой индекс в соответствии с обозначениями на рис. 2. На уровень 1 системы подается входной поток, обозначаемый прописной буквой с индексом. Входной и выходной поток на выходе каждого из компонентов будем обозначать как  $A, A^*$ .

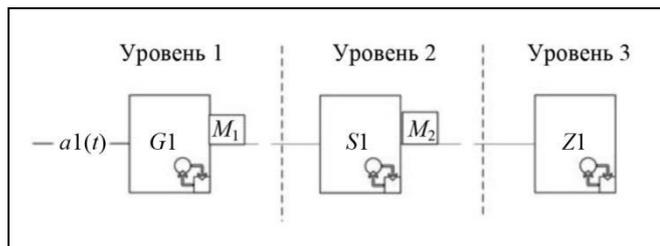


Рис. 2. Выделенный в СУ логический канал передачи  $i1$

Тогда в соответствии с определением минимальной функции обслуживания (5) для каждого элемента линейной системы можно записать выражение вида

$$A^* \geq A \otimes \beta.$$

Однако на практике характеристики всех элементов СУ, кроме каналов связи, не являются линейными: меняется масштаб потока между входом и выходом. Например, один сигнал срабатывания сигнализации на входе компонента может вызвать целую лавину сопутствующих сигналов в алгоритмах защиты и отображения информации в СУ, что приведет к росту информации на выходе компонента. Для моделирования изменения масштаба потока в модель, изображенную на рис. 2, введены масштабирующая функция  $M$  и обратная ей функция  $M^{-1}$ , обеспечивающие преобразование  $M: A^* \rightarrow A$  и  $M^{-1}: A \rightarrow A^*$  [8]. В этом случае кривая обслуживания системы  $\beta_{Si}$  для  $i$ -го канала с

учетом масштабирующих функций представляется в виде

$$\beta_{Si} = \beta_{Gk} \otimes M_1^{-1}(\beta_{Cn1} \otimes \beta_{Sl} \otimes M_2^{-1}(\beta_{Cn2} \otimes \beta_{Zm})), \quad (15)$$

где  $i, k, l, m \in N$  – номера последовательно соединенных компонентов в логическом канале обработке данных на каждом из уровней СУ;  $n1, n2 \in N$  – номера каналов связи, используемых при передаче данных между компонентами в канале  $il$ ,  $M_1, M_2$  – масштабирующие функции соответствующих компонентов. Кривые обслуживания  $\beta_{Cn1}, \beta_{Cn2}$  отражают сетевую задержку передачи данных  $T_E$ , остальные – величину задержки обработки данных  $T_S$  в компоненте.

Уравнение (15) при условии, что имеется возможность вычислить функции обслуживания и масштабирующие функции для каждого из компонентов, позволяет получить границы для задержки обработки данных для всей системы в зависимости от характеристик входных потоков  $ai(t)$ ,  $i \in N$ . Однако на практике расчет масштабирующих функций  $M$  реальной системы – трудная и не всегда разрешимая задача.

Чтобы избежать трудностей с определением функций масштабирования, для систем с циклическим алгоритмом обработки данных применим технический прием – переопределим входной и выходной потоки и перейдем от реальных потоков к виртуальным.

Положим, что все данные, принятые системой в начале каждого цикла, к концу цикла будут обработаны и переданы на выход, и рассмотрим функцию

$$\begin{cases} q(j) = \tau_j, j \in N, \\ q(0) = 0, \end{cases}$$

где  $j$  – номер цикла, а  $\tau_j$  – длительность цикла  $j$ .

Далее введем на интервале  $[0, +\infty)$  функцию  $Q(x)$ :

$$Q(x) = \sum_{l=0}^j q(l), j \leq x < j+1.$$

Очевидно, что ступенчатая функция  $Q(x)$  является, в соответствии с определением 2, функцией потока.

Выходной поток  $Q^*$  для такого компонента может быть получен из входного потока сдвигом его на один цикл:

$$Q^*(x) = \begin{cases} Q(x-1), x \in [1, +\infty), \\ 0, x \in [0, 1). \end{cases}$$

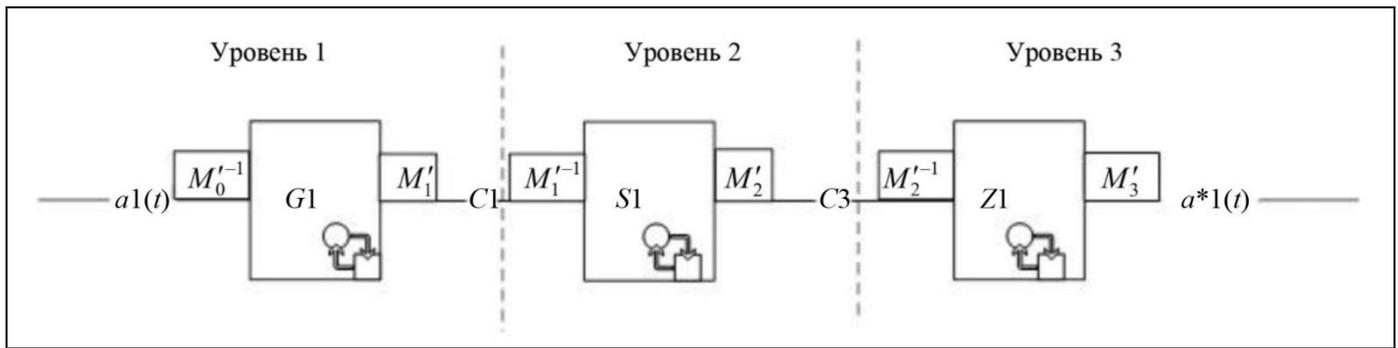


Рис. 3. Структурная схема СУ для циклических виртуальных потоков

Структурная схема (см. рис. 2), переопределенная для виртуальных потоков в компонентах типа  $G, S, Z$ , представлена на рис. 3.

Для канала с такими «виртуальными» потоками для компонентов  $G, S, Z$  переопределим минимальные и максимальные кривые обслуживания  $\beta$  и  $\gamma$ ,

$$\begin{aligned} Q^* &\geq Q \otimes \beta, \\ Q^* &\leq Q \otimes \gamma, \end{aligned}$$

и введем операторы отображения  $M'_0, M'_1, M'_2$ , обеспечивающие преобразование  $M': Q^* \rightarrow A$ , и операторы обратного отображения, обеспечивающие преобразование  $M^{-1}: A^* \rightarrow Q$ . Тогда кривая обслуживания для системы, изображенной на рис. 3, будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \beta_{Si} &= \beta_{Gk} \otimes M'_1 \otimes \beta_{Cn1} \otimes M_1^{-1} \otimes \\ &\otimes \beta_{Sl} \otimes M_2' \otimes \beta_{Cn2} \otimes M_2^{-1} \otimes \beta_{Zm}. \end{aligned} \quad (16)$$

В свою очередь, уравнение (16) может быть приведено (см. статью [8], подраздел 5.1) к более удобному виду переносом масштабирующих функций  $M'$  с входа на выход компонента и сокращения пары  $M', M^{-1}$  на выходе компонента:

$$\begin{aligned} \beta_{Si} &= \beta_{Gk} \otimes M_1^{-1} (\beta_{Cn1}) \otimes \beta_{Sl} \otimes \\ &\otimes M_2^{-1} (\beta_{Cn2}) \otimes \beta_{Zm}. \end{aligned} \quad (17)$$

Частичный переход от потоков данных  $A$  к циклам  $Q$  в уравнении (16) и (17) в целом не упрощает работу с масштабирующими функциями, однако при условии

$$\beta_{Ci} \gg \beta_{\{G,S,Z\}i} \quad (18)$$

можно заменить  $\beta_{Ci}$  на нейтральную относительно оператора мини-конволюции функцию  $\delta(t)$ :

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t = 0, \\ +\infty, & t > 0, \end{cases}$$

обладающую свойством:  $f = \delta \otimes f$  (см., например, монографию [6]).

Для монотонной масштабирующей функции сетевого компонента

$$M^{-1}(\delta(t)) \rightarrow \delta(n), \quad n \in N,$$

появляется возможность опустить функцию  $\beta_{Ci}$  из уравнения (17) и, соответственно, избавиться от масштабирующих функций. Физически допущение (18) означает, что время цикла обработки в сетевом стеке, соответствующее времени передачи информации по сети системы, пренебрежимо мало по сравнению со временем, которое занимает обработка информации на вычислительном ресурсе. Такое допущение в основном выполняется в современных цифровых СУ, где передаваемая информация имеет относительно небольшой объем по сравнению с пропускной способностью каналов связи.

В этом случае общая кривая обслуживания системы в уравнении (17) для  $i$ -й цепочки для «вторичного» потока упрощается:

$$\beta_{Si} = \beta_{Gk} \otimes \beta_{Sl} \otimes \beta_{Zm}.$$

Здесь  $k, l, m \in N$  – номера последовательно соединенных компонентов, участвующих в обработке данных на каждом из уровней СУ.

Хотя метод Network Calculus достаточно «прозрачен» с точки зрения интерпретации полученных с его помощью результатов, его особенностью является то, что в вычислениях применяются нестандартные характеристики исследуемых величин: конверт потока и кривой обслуживания. Данные величины не измеряются напрямую, а сами являются результатом вычислений. Очевидно, что используемые для их расчета методики будут влиять и на достоверность конечного результата. Поэтому остановимся на практических аспектах вычисления конверта потока и кривой обслуживания.



## 5. ВЕРИФИКАЦИЯ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА NETWORK CALCULUS ДЛЯ РАСЧЕТА ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

### 5.1. Эталонные данные и процедура верификации

Прежде чем приступить к расчету характеристик типовой СУ (см. рис. 1), необходимо было проверить достоверность метода Network Calculus на данных с известными статистическими параметрами. Для решения этой задачи была создана тестовая программа, моделирующая компонент СУ с циклическим алгоритмом работы; сетевая задержка  $T_E$  и длительность цикла  $T_S$  представляли собой случайные величины, распределенные по определенному закону. При обработке полученных данных использовалась библиотека Network Calculus в среде Matlab [10].

Предметом исследований было отношение максимальной задержки, рассчитанной с помощью методов Network Calculus, и максимальной измеренной задержки в выборке, зависимость величины максимальной расчетной задержки от размера выборки и распределения.

Дополнительно была отработана методика проведения измерений и получения выборок с размерами сетевых пакетов и времен циклов на тестовой программе, имитирующей циклический алгоритм работы реальной системы. Псевдокод этой тестовой программы приведен на рис. 4. Файл, в котором содержатся параметры функции распределения задержки, построчно читается в цикле; после каждой операции чтения вставлена случайная задержка, распределенная по заданному закону. Длительность каждого цикла записывается в выходной файл.

### 5.2. Методика и результаты тестирования

Для каждой из выборок рассчитывались три задержки:

- максимальная на всем наборе данных экспериментальная задержка  $D_x$ ,
- задержка, вычисленная с помощью методов Network Calculus по формуле (8), где используется оценка минимальной кривой обслуживания  $\beta$  по формуле (14),
- задержка, вычисленная с помощью методов Network Calculus по формуле (8), где используется нижняя оценка максимальной кривой обслуживания  $\gamma$  (10).

```
printTimeAndVal(InData, OutData)
// subroutine print timestamp and input/output data counter

main
begin
  insum=0; // input data flow counter
  outsum=0; // output data flow counter

  while((nch =read(par1, par2, ..., parN, Distr)) >0) //read file by lines
  {

    insum += nch; // increase current input flow counter
    printTimeAndVal(insum, outsum); //write data to file

    randn(par1, par2, ..., parN, Distr); // Distr – statistical distribution
    // delay execution on random value with selected distribution
    // par1, par2, ..., parN - parameters of the distribution
    write(outdata);
    outsum += nch; // increase current output data flow counter
    printTimeAndVal(fpi, insum, outsum);
  }
end;
```

Рис. 4. Псевдокод тестовой программы для генерации выходного потока с известным распределением задержки

Расчеты проводились для выборок различной длины  $L$ . Данные в выборках имели различные распределения, включая как распределения, близкие к нормальному, так и распределения с тяжелыми хвостами. Все приведенные данные округлены с точностью примерно до 1%.

Исходные тестовые данные приведены в таблице, доступной для скачивания [22]; данные, полученные на тестовой программе, помечены в таблице звездочкой (\*).

На рис. 5 представлена зависимость отношения  $D/D_x$  от размера выборки для разных функций распределения, где  $D$  – максимальная задержка, полученная в результате работы метода Network Calculus при использовании кривой обслуживания, рассчитанной по формуле (14).

На рис. 6 представлена зависимость отношения  $D/D_x$ , где  $D$  – рассчитанная максимальная задержка для метода Network Calculus при использовании кривой обслуживания, рассчитанной по формуле (10), для разных функций распределения и размеров выборки.

Проведенное тестирование метода позволяет сделать следующие наблюдения и выводы.

Полученная оценка максимальной задержки  $D$  с помощью кривой обслуживания (10) близка к экспериментальной максимальной задержке  $D_x$ , но, как правило, задержка  $D$  несколько меньше, чем задержка  $D_x$ . Полученная оценка лучше соотносится с реальной максимальной задержкой при росте объема выборки и для распределений, близких к нормальному [22].

В то же время, оценка максимальной задержки с помощью минимальной кривой обслуживания (14) является более точной для коротких выборок и для распределений с тяжелыми хвостами. Отношение  $D/D_x$  растет с увеличением выборки, хотя темп изменения задержки падает с увеличением выборки. Отношение  $D/D_x$  может достигать  $10^2$ .

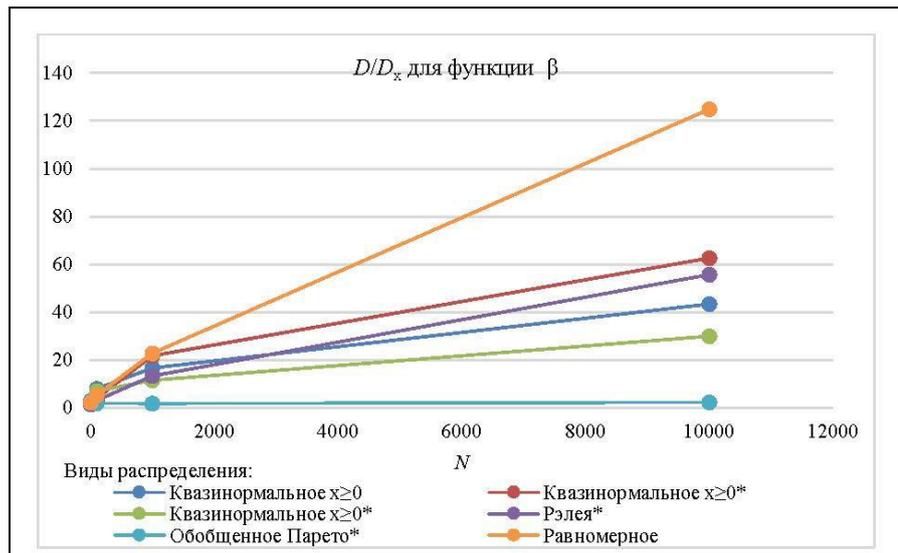


Рис. 5. Зависимость оценки максимальной задержки от размера выборки для  $\beta$

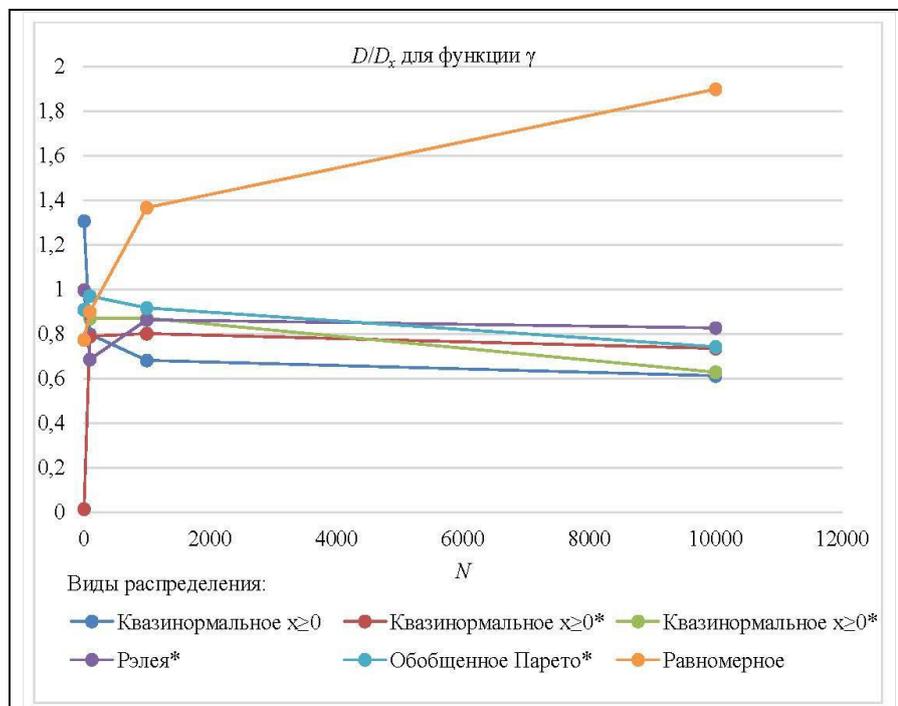


Рис. 6. Зависимость оценки максимальной задержки от размера выборки для функции  $\gamma$

Зависимость отношения  $D/D_x$  от размера выборки и амплитуды выброса при использовании минимальной кривой обслуживания приведена на рис. 7.

Проведенное моделирование показывает, что максимальная задержка, вычисленная с помощью кривой обслуживания (10), характеризует задержку в нормальном рабочем режиме (см. рис. 6). Оценка задержки близка по своему абсолютному значению к максимальной задержке в выборке и мало зависит от размера выборки для достаточно больших выборок.

На рис. 8 приведен типичный вид кривых Network Calculus, полученных из экспериментальных данных. Данные в выборке имеют в основе распределение Рэлея с  $\sigma = 1$ , однако в выборку были добавлены единичные выбросы величиной  $300 \sigma$ . Для наглядности приведены данные короткой выборки. Верхняя горизонтальная линия соответствует максимальной задержке, рассчитанной для кривой обслуживания (10). Эта задержка близка к максимальной задержке в выборке. Нижняя горизонтальная линия соответствует оценке максимальной задержки для кривой обслуживания (14). На рисунке хорошо видно, что конверт входного потока ограничивает все кривые на графике сверху, а оценка минимальной функции обслуживания (14) – снизу.

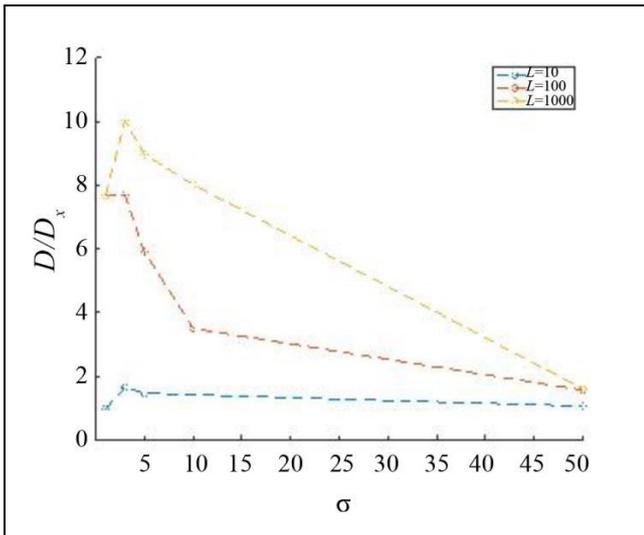


Рис. 7. Отношение измеренной и рассчитанной задержки для распределения Рэлея с параметрами  $\mu = 0$ ,  $\sigma = 300$  Байт в зависимости от величины единичного выброса в  $\sigma$  для выборки различной длины  $L$

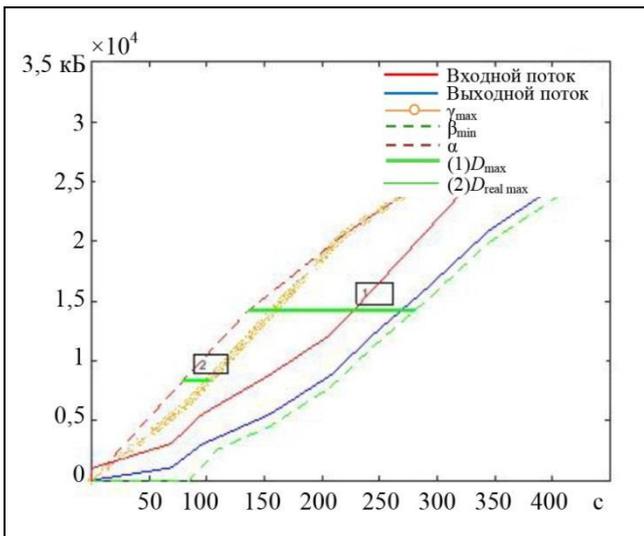


Рис. 8. Экспериментальные кривые Network Calculus для выборки, распределенной по Рэлею, с единичным выбросом 300 б и размером выборки  $L = 10$

Для выборок, полученных на тестовом примере (не генерируемых), результаты оказались несколько менее стабильными, но отличия по порядку величины от тех же распределений полученных путем прямой генерации данных, не превышают 20%. Используемая техническая реализация сбора данных может быть рекомендована для измерений реальных систем.

### 5.3. Сопоставление результатов применения метода Network Calculus с результатами применения статистических методов расчета

Наше моделирование показало, что значения отношений  $D/D_x$  и максимальной задержки зависят от функции распределения времени обработки и от длины выборки, количества и амплитуды отдельных выбросов в данных.

Зависимость имеет сложный характер из-за нелинейного характера формул, описывающих основные операции (1)–(4) Network Calculus, используемые для нахождения максимальной задержки. В соответствии с ними, в конверте потока и в кривой обслуживания будут присутствовать участки, составленные из близких по значению величин, отсортированных по убыванию для конверта потока и максимальной кривой обслуживания и по возрастанию для минимальной кривой обслуживания (см. монографию [6], с. 113).

Таким образом, с ростом выборки в функции потока будет присутствовать большее количество участков со значительной крутизной, следовательно, будут меняться как конверт потока (7), так и кривые обслуживания, рассчитанные по формулам (10) и (14).

Оценка максимальной кривой обслуживания (10) по выборке будет иметь поведение, сходное с конвертом потока, минимальная кривая обслуживания имеет обратную тенденцию (см. рис. 8). Поэтому оценка, полученная по формуле (10), меньше зависит от изменения входных данных и длины выборки.

Для распределений с тяжелыми хвостами характерно наличие некоторого количества выбросов, сильно отличающихся от остальных значений. Для распределений, близких к нормальному, появление подобных выбросов в выборке менее вероятно, но для них характерно присутствие достаточного количества данных внутри доверительного интервала. Соответственно, общая тенденция кривизны для конверта и кривых обслуживания будет различна в зависимости от распределения измеряемой величины. Для выборок с единичными большими выбросами будут характерны кривые с большим значением кривизны в начале и последующим ее резким уменьшением; для выборок, не содержащих больших выбросов, – кривые с плавным уменьшением кривизны (рис. 9).

Некоторые примеры кривых обслуживания для различных длин выборок приведены в дополнительных данных [23, рис. 1].

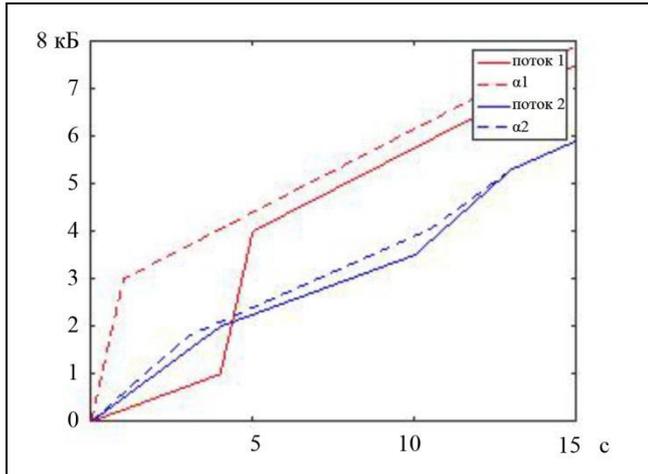


Рис. 9. Пример двух кумулятивных потоков и конвертов ( $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ) для них. Поток 1 имеет выбросы в данных (точка 4 по оси абсцисс), поток 2 не имеет значительных выбросов

Данное рассуждение позволяет понять связь между оценкой задержки, полученной из расчетов с помощью Network Calculus, и оценкой, полученной с помощью классических методов статистического оценивания (см., например, работу [23]).

Известно [25], что результаты, полученные посредством Network Calculus, предполагают наихудшее сочетание условий для обработки информации в системе. Графически это соответствует тому, что в начале кривой для конверта сосредоточены участки с наибольшими изменениями во входном потоке, т. е. при наихудшей ситуации, которая может быть спрогнозирована исходя из наблюдаемых данных. Для задержки, рассчитанной по минимальной кривой обслуживания, наихудшая ситуация – это приход наибольшего пакета данных, когда сервер загружен работой и имеет малую производительность. При расчете задержки с максимальной кривой обслуживания максимальным по размеру данным соответствует максимальная характеристика обслуживания, т. е. рассматривается случай, когда максимальному объему данных сопутствует максимальная производительность системы, что характерно для нормального режима работы системы.

И в том, и в другом случае задержка, рассчитанная с помощью Network Calculus, соответствует для статистических методов расчета задержке, рассчитанной для описанных выше сценариев. Вероятность того, что в реальной выборке задержка достигнет такого значения, соответствует вероятности реализации данного сценария в эксперименте. При моделировании нами рассчитывалась вероятность того, что реальная задержка будет меньше, чем задержка, рассчитанная с помощью Network Calculus. Для задержки, рассчитан-

ной с применением минимальной функции обслуживания, в большинстве случаев эта вероятность близка к единице [22].

## 6. ПРАКТИЧЕСКИЙ ПРИМЕР РАСЧЕТА ЗАДЕРЖКИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Приведем результаты оценки временных характеристик реальной системы управления, описанной выше (см. рис. 1). Для того чтобы обосновать возможность применения упрощенной формулы (23) для расчета кривой обслуживания всей системы, измерялись также сетевые задержки передачи данных между компонентами.

Для измеренных величин рассчитаны эмпирические распределения, а для сетевой задержки дополнительно проанализированы спектральные характеристики.

Рассмотрим оценку максимального времени обработки данных в компоненте с циклическим алгоритмом функционирования, полученную с помощью методов Network Calculus.

Измерения проводились для элементов уровня Z (см. рис. 2). Объем обрабатываемых циклических данных сравнительно стабилен в нормальных режимах работы и имеет некоторую среднюю скорость. Однако при некоторых особых (срабатывание защит и блокировок оборудования) или переходных процессах (переход с режима на режим) объем данных и алгоритм (т. е. скорость) обработки может значительно меняться.

Эмпирическое распределение времени цикла  $T_S$  (рис. 10), очевидно, отличается от нормального или пуассоновского и является многомодовым. В соответствии с алгоритмом функционирования, каждая из мод соответствует характерному циклу обработки для определенного вида данных.

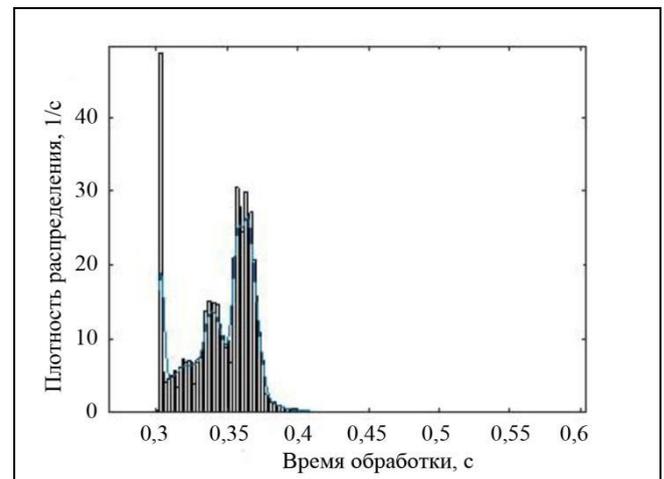


Рис. 10. Эмпирическое распределение плотности вероятности времени цикла компонента Z. Сплошной линией показана сглаженная огибающая распределения



Для данной выборки была сделана оценка максимальной задержки с использованием кривых обслуживания (10), (14); результаты приведены в таблице.

**Результаты моделирования для компонента Z**

$L \sim 10^3$							
$D_x$	$p(D_x)$	$D$	$p(D)$	$D/D_x$	$D'$	$p(D')$	$D'/D_x$
0,37	$\sim 1$	5,1	$\sim 1$	4,9	0,32	0,87	0,3

Рассмотрим параметры сетевой задержки  $T_E$  передачи данных между компонентами системы, изображенными на рис. 2. Для примера приведены данные прохождения сетевых пакетов между компонентами уровня S и уровнем Z. Компоненты в рассматриваемом примере обмениваются данными по протоколу TCP/IP. Характеристики процесса передачи данных между другими компонентами системы имеют сходный характер.

В эксперименте с помощью утилиты tcpdump из состава ОС измерялось время двойного прохода TCP-пакета (англ. *round-trip time*, RTT) – время, прошедшее с момента отправки пакета компонентом S до момента получения подтверждения [26] от компонента уровня Z. Измеренные значения RTT приведены на рис. 11.

Типичное время двойного прохождения пакета составляет десятки микросекунд. В то же время, распределение RTT существенно отличается от нормального распределения, характерного для физических процессов, или пуассоновского распределения, широко используемого в теории обслуживания (рис. 12).

В распределении, изображенном на рис. 12, четко выделяются три характерных периода времени. В то же время отметим, что долговременных периодов нами в ходе эксперимента не выявлено. Это подтверждается анализом спектра RTT, приведенного на рис. 13, который имеет шумовой характер.

Максимальное время прохождения сетевых пакетов в  $\sim 10^3$  раз меньше, чем время обработки информации в циклах, что позволяет для исследуемой СУ использовать упрощенную формулу (18) для расчета функции обслуживания.

В ходе измерений на реальной СУ нами проведена проверка того, что полученные в результате измерений эмпирические распределения (см. рис. 10, 12) имеют тяжелый хвост. Проверка проводилась с помощью алгоритма распознавания распределений с тяжелыми хвостами [27], который у авторов показал лучшие результаты, чем тесты, основанные на критерии Колмогорова – Смирнова.

Проверка показала, что в реальной системе распределения времени задержек как в сетевых компонентах, так и в компонентах, обрабатывающих информацию, относятся к типу распределений с тяжелыми хвостами.

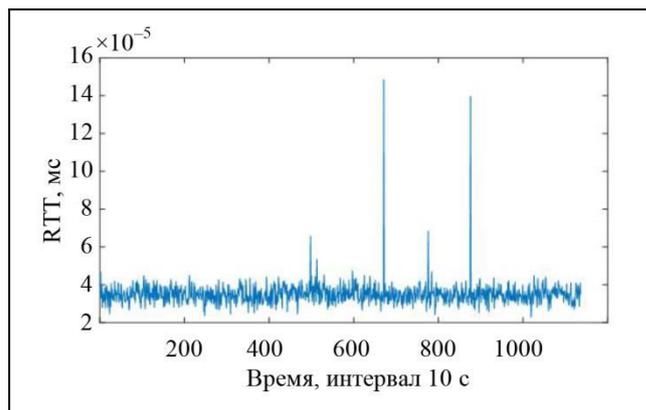


Рис. 11. Время двойного прохождения пакета между компонентами S и Z в реальной СУ. Данные усреднены с 10-секундным интервалом

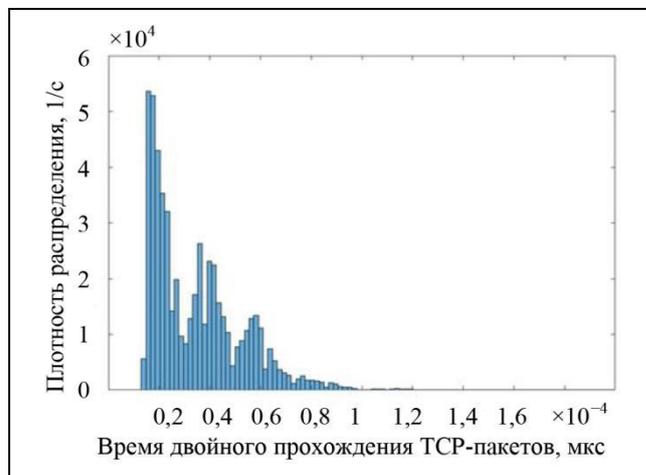


Рис. 12. Эмпирическое распределение плотности вероятности для времени двойного прохождения TCP-пакета

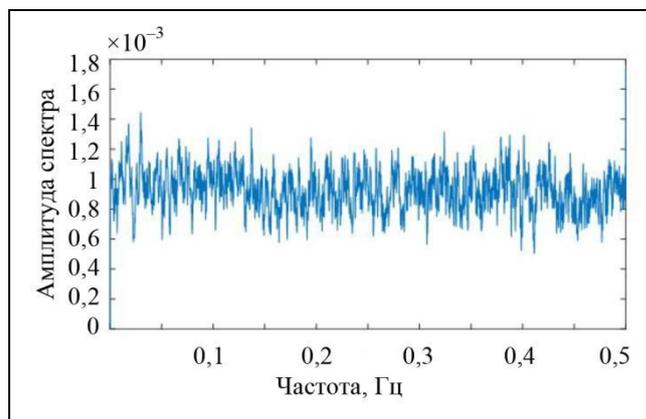


Рис. 13. Амплитуда спектра RTT. Нулевая гармоника, соответствующая среднему значению, вырезана. Данные были приведены к равномерной шкале с интервалом 2 с между точками

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В работе рассмотрена проблема подтверждения временных характеристик цифровых систем управления (СУ) в процессе их испытаний. В требованиях по СУ часто включаются ограничения на время обработки в отдельных компонентах СУ и ограничения на время передачи информации между компонентами СУ.

Ограничения могут накладываться как на средние, так и на максимальные (предельные) значения величин и выражаться либо в виде статистических ограничений, когда вместе с величиной задается ее доверительный интервал, либо в виде ограничений на абсолютные значения [27].

Оценивание случайной величины по выборке – классическая задача математической статистики, она давно хорошо разработана и изложена в литературе (см., например, работу [23]). Однако интерпретация полученных оценок, распространяющая опыт работы с «обычными» измерениями физических величин с распределениями, близкими к нормальному, на оценку временных характеристик цифровых систем управления, может привести к неверным выводам. Сформулируем основные проблемы.

Процедура подтверждения требований в ходе испытаний в основном базируется на расчете выборочного среднего и выборочной дисперсии (например, методика МАГАТЭ [1]). Если случайная величина имеет конечное математическое ожидание и дисперсию, выборочное среднее является несмещенной состоятельной оценкой теоретического среднего и не зависит от вида распределения. Известным недостатком такого метода является низкая робастность в случае наличия посторонних выбросов в выборке [29]. Однако выборочная дисперсия, как смещенная, так и несмещенная, является состоятельной оценкой теоретической дисперсии величины.

На практике, интерпретируя полученные оценки среднего и дисперсии, неявно полагают, что временные задержки распределены по нормальному закону, и интуитивно переносят оценки доверительных интервалов для нормально распределенной величины на случай временных задержек в системах управления. В самом деле, если случайная величина имеет нормальное распределение, то имея выборочное среднее и дисперсию, несложно оценить доверительный интервал для подтвержда-

емого параметра. Однако функция распределения задержки в СУ в общем случае не является нормальной.

Физическая природа измеряемой величины (времени) накладывает ограничения на вид ее функции распределения: как минимум, она является ограниченной слева. Если в технических требованиях задается максимальное абсолютное значение, например, «время прохождения сигнала между компонентами СУ не должно превышать некоторой величины», то такая форма условия подразумевает, что случайная величина имеет функцию распределения, ограниченную также и справа, т. е. ограничения приводят к тому, что функция распределения изначально не является в строгом смысле функцией распределения нормальной случайной величины.

Наше исследование реальной СУ показало, что распределение задержек как в сетевых компонентах, так и в компонентах, обрабатывающих информацию, существенно отличается от нормального и часто имеет многомодовый характер и относится к типу распределений с тяжелыми хвостами.

В общем случае для определения вероятности превышения случайной величиной некоторого значения можно воспользоваться неравенством Чебышева, но оно дает очень грубую оценку. Поэтому при оценке временных параметров необходимо либо получить функцию распределения и затем применить статистические методы оценки для данного класса распределений, либо, как одна из альтернатив, воспользоваться нестатистическими методами расчета временных характеристик.

В работе рассматривается нестатистический подход к расчету временной задержки в системах управления, базирующийся на методе Network Calculus. Данный метод не является совершенно новым, однако до сих пор недостаточно изучен специалистами. При его применении для анализа вычислительных систем нужно учитывать некоторые особенности метода. Одной из них является недостаточная прозрачность соотнесения результатов, полученных посредством этого метода, результатами, полученными посредством классических (статистических) методов оценивания временных параметров в СУ. Кроме того, входные данные о системе, которые необходимы для расчетов с применением метода Network Calculus, в общем случае не заданы как «паспортные пара-



метры» системы и обрабатываемой в ней информации. Такими данными для метода, например, являются конверты потоков, кривые обслуживания, масштабирующие функции в случае неравномерного потока данных и др. Технические трудности метода известны и разработаны отдельные подходы, частично их разрешающие, например, [8, 10, 11, 19, 30]. Однако эти решения требуют также исходных данных о системе, которые на практике отсутствуют у пользователя или плохо формализуются, а методика расчета такого параметра Network Calculus, как минимальная кривая обслуживания для общего случая не разработана.

Поэтому в настоящей работе предложены методы расчета минимальной кривой обслуживания с использованием входного и выходного кумулятивного потока данных. Для специального случая системы управления с циклическим алгоритмом обработки информации приведена упрощенная формула для расчета системной кривой обслуживания, не требующая задания масштабирующих функций.

Нами исследовался вопрос соотношения результатов применения Network Calculus для расчета максимальной задержки с данными, полученными из статистического анализа выборок значения временной задержки. В частности, показано, что наиболее близкие результаты между максимальной задержкой в выборке данных и расчетом максимальной задержки с помощью Network Calculus получаются при условии, что распределение данных в выборке имеет единичные большие выбросы, что характерно для распределений с тяжелыми хвостами. Высказано предположение, что максимальная задержка связана с вероятностью возникновения редкого события – последовательного прихода значительного объема данных при низкой производительности сервера для минимальной кривой обслуживания.

Проделанная работа позволяет создать нестатистические методики оценки временных характеристик цифровых СУ с учетом особенностей их функционирования. Также она существенно расширяет область применения метода Network Calculus для расчета параметров систем управления.

За рамками работы оставлена проблема описания цепей обратной связи, что является характерной чертой системы управления. В Network Calculus разработан соответствующий математический

аппарат для этого [6, 31], однако его верификация для реальных систем недостаточна.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *On-line Monitoring of Instrumentation in Research Reactors / IAEA TECDOC Series.* – IAEA: Vienna. – No. 1830. – 2017. – 80 p.
2. *Golshani, G., Taylor, G., Pisica, I.* Simulation of Power System Substation Communications Architecture Based on IEC 61850 Standard // 2014 49th International Universities Power Engineering Conference (UPEC). – 2014. – P. 1–6. – DOI: 10.1109/UPEC.2014.6934745.
3. *Ahmad, Z., Durad, M.H.* Development of SCADA Simulator using Omnet++ // 2019 16th International Bhurban Conference on Applied Sciences and Technology (IBCAST). – 2019. – P. 676–680. – DOI: 10.1109/IBCAST.2019.8667158.
4. *Chen, L., Zhang, K., Xia, Y., Hu, G.* Scheme Design and Real-Time Performance Analysis of Information Communication Network Used in Substation Area Backup Protection // 2012 Power Engineering and Automation Conference. – 2012. – P. 1–4. – DOI: 10.1109/PEAM.2012.6612461.
5. *Zhang, Z., Huang, X., Keune, B., et al.* Modeling and Simulation of Data Flow for VLAN-Based Communication in Substations // IEEE Systems Journal. – 2017. – No. 4. – P. 2467–2478. – DOI: 10.1109/JSYST.2015.2428058.
6. *Le Boudec, J-Y., Thiran, P.* Network Calculus: A Theory of Deterministic Queuing Systems for the Internet. – Springer Verlag, Online Version of the Book, LNCS 2019. – 245 p.
7. *Schioler, H., Dalsgaard, J., Larsen, K., Jessen, J.* CyNC – a Method for Real Time Analysis of Systems with Cyclic Data Flows. // J. Embed. Comput. – 2006. – Vol. 2. – No. 3-4. – P. 347–360.
8. *Fidler, M., Schmitt, J.* On the Way to a Distributed Systems Calculus: An End-to-End Network Calculus with Data Scaling // SIGMETRICS Perform. Eval. Rev. – 2006. – Vol. 34. – No. 1. – P. 287–298. DOI: 10.1145/1140277.1140310.
9. *Промыслов В.Г.* Моделирование вычислительных систем с переменным потоком данных // Проблемы управления. – 2012. – № 1. – С. 62–70. [*Promyslov, V.G.* Simulation of Computer System with a Flow Alternation Between Components // Control Sciences. – 2012. – No. 1. – P. 62–70. (In Russian)]
10. *Bouillard, A., Thierry, É.* An Algorithmic Toolbox for Network Calculus // Discrete Event Dyn. Syst. – 2008. – Vol. 18. – P. 3–49. – DOI: 10.1007/s10626-007-0028-x.
11. *Bouillard, A., Jouhet, L., Thierry, E.* Comparison of Different Classes of Service Curves in Network Calculus // Proceedings of 10th International Workshop on Discrete Event Systems (WODES). – 2010. – P. 316–321.
12. *Бывайков М.Е., Жарко Е.Ф., Менгазетдинов Н.Э. и др.* Опыт проектирования и внедрения системы верхнего блочного уровня АСУ ТП АЭС // Автоматика и телемеханика. – 2006. – Т. 5. – С. 65–79. [*Byvaikov, M.E., Zharko, E.F., Mengazetdinov, N.E., et al.* Experience from Design and Application of the Top-Level System of the Process

- Control System of Nuclear Power-Plant // Automation and Remote Control. – 2006. – Vol. 67, no. 5. – P. 735–747.]
13. *Ibrahim, W.Z., Sallam, H.* Instrumentation and Controls Architectures in New NPPs // Int. J. of Nuclear Knowledge Management. – 2014. – Vol. 6. – P. 283–302. – DOI: 10.1504/IJNKM.2014.062830.
  14. *Cruz, R.L.* A Calculus for Network Delay. Part I: Network Elements in Isolation // IEEE Trans. on Information Theory. – 1991. – Vol. 37. – P. 114–131.
  15. *Cruz, R.L.* A Calculus for Network Delay. Part II: Network Analysis Information Theory // IEEE Trans. on Information Theory. – 1991. – Vol. 37. – P. 132–141.
  16. *Baccelli, F., Cohen, G., Olsder, G.J., Quadrat, J.-P.* Synchronization and Linearity An Algebra for Discrete Event Systems (Wiley Series in Probability and Statistics). – N.-Y.: John Wiley & Sons, 1992. – 514 p.
  17. *Ahmedi, H., Marti, J. R., Moshref, A.* Piecewise Linear Approximation of Generators Cost Functions Using Max-Affine Functions // Proceedings of 2013 IEEE Power Energy Society General Meeting. – 2013. – P. 1–5. – DOI: 10.1109/PESMG.2013.6672353.
  18. *Camponogara, E., Nazari, L.* Models and Algorithms for Optimal Piecewise-Linear Function Approximation // Mathematical Problems in Engineering. – 2015. – Vol. 2015. – P. 1–9. – Article ID: 876862. – DOI: 0.1155/2015/876862.
  19. *Байбулатов А.А., Промыслов В.Г.* Аппроксимация огибающей в приложениях «Network calculus» // Проблемы управления. – 2016. – № 6. – С. 59–64. [*Baybulatov, A.A., Promyslov, V.G.* The Approximation of Envelope in «Network Calculus» Applications // Control Sciences. – 2016. – No. 6. – P. 59–64. (In Russian)]
  20. *Vapnik, V.N.* Statistical Learning Theory. – N.-Y.: John Wiley. – 1998. – 768 p.
  21. *Baybulatov, A.A., Promyslov, V.G.* Control System Availability Assessment via Maximum Delay Calculation // Proceedings of the 2019 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). – Sochi: IEEE. – 2019. – P. 1–6. – DOI: 10.1109/ICIEAM.2019.8743012.
  22. URL: <https://www.dropbox.com/s/zhohii8d9qfqrki/widetable2ru.xlsx?dl=0>.
  23. URL: <https://www.dropbox.com/s/yurroijpayx6p38/Table2en.docx?dl=0>.
  24. *Краммер Г.* Математические методы статистики. – М.: Мир. – 1975. [*Kramer, G.* Matematicheskie metody statistiki. – М.: Mir. – 1975. (In Russian)]
  25. *Fidler, M., Rizk, A.*, A Guide to the Stochastic Network Calculus // IEEE Communications Surveys & Tutorials. – 2015. – Vol. 17. – No. 1. – DOI: 10.1109/COMST.2014.2337060.
  26. *RFC 793.* Transmission Control Protocol. Protocol Specification, 1981. – <https://tools.ietf.org/html/rfc793>
  27. *Burnecki, K., Wylomanska, A., Chechkin, A.* Discriminating between Light- and Heavy-Tailed Distributions with Limit Theorem // PLoS ONE – 2015. – 10(12): e0145604. – DOI: 10.1371/journal.pone.0145604.
  28. *ГОСТ 28195-89* Оценка качества программных средств. Общие положения. – М.: Издательство стандартов. – 1989. [GOST 28195-89 Otsenka kachestva programnykh sredstv. Obshchie polozheniya. – М.: Izdatel'stvo standartov. – 1989. (In Russian)]
  29. *Smith, M.* Statistical Analysis Handbook. A Comprehensive Handbook of Statistical Concepts, Techniques and Software Tools – The Winchelsea Press, Edinburgh, UK. – 2018. – 638 p.
  30. *Promyslov, V.* Using the Method of «Network Calculus» to Simulate the Computerized Control System with Non-Uniform Data Flow // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). – 2012. – Vol. 45. – Iss. 6. – P. 645–648. – DOI: 10.3182/20120523-3-RO-2023.00273.
  31. *Baybulatov, A., Promyslov, V.* On a Deterministic Approach to Solving Industrial Control System Problems // 2020 International Russian Automation Conference (RusAutoCon), Sochi, Russia. – 2020. – pp. 115–120. – DOI: 10.1109/RusAutoCon49822.2020.9208149.
- Статья представлена к публикации членом редколлегии В.М. Вишневским.*
- Поступила в редакцию 23.03.2021,  
после доработки 15.06.2021.  
Принята к публикации 22.06.2021.*
- Промыслов Виталий Георгиевич** – канд. физ.-мат. наук,  
✉ v1925@mail.ru,
- Семенов Кирилл Валерьевич** – канд. физ.-мат. наук,  
✉ semenkovk@mail.ru,
- Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.



## ESTIMATING TIME CHARACTERISTICS OF CONTROL SYSTEMS WITH CYCLIC OPERATION: A NETWORK CALCULUS APPROACH

V.G. Promyslov<sup>1</sup> and K.V. Semenkov<sup>2</sup>

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>1</sup>✉ v1925@mail.ru, <sup>2</sup>✉ semenkovk@mail.ru

**Abstract.** The practical validation of time characteristics of digital control systems is considered. The delay in information processing and transmission often has a probability distribution differing from the Gaussian one. Therefore, the confidence intervals calculated under the Gaussian distribution assumption will be incorrect for such systems. The idea is to estimate the time characteristics of a control system using non-statistical time parameter estimation methods. As one of such methods, Network Calculus is considered. The practical implementation of Network Calculus to estimate the parameters of control systems, particularly its features, is discussed. One of the main features is imposing special restrictions on data flows and system performance, determined by flow envelopes and maximum (minimum) service curves. Generally, these characteristics are unknown in advance. Mathematical methods are proposed to estimate these characteristics under known input and output data flows in the system. As shown below, the calculation of characteristics is significantly simplified for systems with cyclic data processing algorithms, and the data transfer rate over the network is much higher than that on the computing components of the system. Simulations are carried out, and the system's time parameters estimated by Network Calculus are compared with the results of classical statistical estimation methods. As an illustrative example, the time parameters of one component of a real nuclear power plant instrumentation and control system are estimated using Network Calculus.

**Keywords:** system performance, time characteristics, digital control systems, Network Calculus, non-statistical estimation methods.

**Funding.** This work was supported in part by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 19-29-06044 (Sections 2 and 3).

# ПРИМЕНЕНИЕ КУСОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ НОРМАЛИЗАЦИИ ВХОДНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ СИСТЕМ НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА

А.А. Сорокин

**Аннотация.** Предложен метод нормализации входных переменных, основанный на использовании кусочных функций. Метод предназначен для нормализации входных переменных систем нечеткого вывода (СНВ), которые используются для определения комплексной оценки состояния сложного объекта. Предлагаемый метод основан на разделении диапазона значений переменной на несколько интервалов (протяженность каждого из интервалов определяется с учетом специфики переменной) и последующем сопоставлении каждому интервалу определенной функции. Эта функция показывает закономерность изменения значения переменной на нормированной шкале относительно изменения значений переменной на ее абсолютной шкале. Совокупность таких функций для всего диапазона значений переменной образует оператор нормализации. При реализации предложенного оператора нормализации функции подбираются таким образом, чтобы после преобразования все входные переменные имели положительную корреляцию с выходной переменной. Это упрощает построение СНВ, потому что одноименные термы входных переменных после преобразования имеют одинаковое семантическое значение. Проведенное моделирование показало, что СНВ, в которых применяется предложенный метод нормализации, адекватны аналогичным СНВ, в которых нормализация входных переменных не производится. Предложенный метод нормализации позволяет сократить количество правил в базе знаний СНВ для случая, когда входные переменные имеют точку экстремума по влиянию на значение выходной переменной.

**Ключевые слова:** система нечеткого вывода, нормализация, входная переменная, база знаний, правило, комплексная оценка, обработка информации.

## ВВЕДЕНИЕ

Одна из задач разработки систем поддержки принятия решений заключается в получении комплексной оценки, используемой для ранжирования определенной группы объектов. Ранжирование применяется для различных целей, например, для оценки кредитоспособности клиентов банка. Анализ работ [1–6] показывает, что для решения подобных задач широкое распространение получили системы нечеткого вывода (СНВ).

Обзор работ [1–9] позволяет сделать вывод, что особенностью многих СНВ является агрегирование параметров, имеющих различные единицы измерения, диапазоны оценочных шкал, влияние на выходную переменную, а также различную корреляцию со значениями выходной переменной. Поэтому для упрощения задач по построению СНВ в работах [1, 2, 7–12] применяются методы нормализа-

ции – приведения значений входных переменных к единой шкале. Как показал анализ, подобные методы позволяют использовать идентичные функции принадлежности (ФП) при описании входных переменных, а также сделать СНВ инвариантной к изменению диапазона абсолютных значений входных переменных, так как в случае необходимости изменениям подвергается оператор нормализации. С учетом изложенного в работах [1, 2, 7–13], методы нормализации можно разделить на два класса:

– класс 1 – методы, в которых для преобразования используется математическая функция, нормируемый параметр взаимодействует с константами, которые характеризуют нормируемую выборку значений [1, 7–13];

– класс 2 – методы, в которых некоторому интервалу исходного значения параметров сопоставляется интервал нормируемых значений [2].

К ограничениям методов класса 1 можно отнести сложности приведения абсолютных значений

входной переменной, имеющей нелинейное влияние на выходную величину, к нормированным значениям, которые имеют линейное влияние на итоговое значение СНВ. К ограничениям методов класса 2 можно отнести то, что в проанализированных работах отсутствует информация о формальной реализации математических методов преобразования абсолютных значений переменных в нормализованные значения на заданном интервале, а само преобразование сохраняет вид корреляции с выходной переменной. Подобные ограничения усложняют формирование правил, при помощи которых в СНВ реализуется преобразование значений входных параметров в значение выходной переменной.

Таким образом, цель настоящей работы заключается в усовершенствовании методов нормализации значений входных переменных для систем нечеткого вывода.

### 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Как описывается в работах [1, 2, 14], реализация СНВ состоит из следующих этапов:

- формирование массива агрегируемых переменных  $X = \{x_i\} : i = \overline{1, n}$ , при этом каждой переменной  $x_i$  соответствует шкала значений  $s_{c_i}$ ;
- формирование массива выходных переменных  $Y = \{y_j\} : j = \overline{1, m}$ , далее в работе принимается, что на выходе СНВ формируется одна переменная.

После формирования массива входных переменных  $x_i$  для каждой переменной задается массив термов  $T_i = \{t_k^{x_i}\} : k = \overline{1, r}$ . Каждый терм  $t_k^{x_i}$  имеет семантическое название, которое характеризует состояние описываемого параметра  $x_i$ . Для каждого терма  $t_k^{x_i}$  формируется ФП, которую можно представить в виде  $\mu_k^{x_i}(x_i)$ , где  $\mu_k^{x_i}$  выступает в роли оператора преобразования значения входной переменной из четкого значения  $x_i$  в нечеткое  $x_{fuzz,i}$ . Значение ФП показывает уровень достоверности того, что четкое значение переменной соответствует определенному терму. Область значения ФП находится в интервале от нуля до единицы; единице соответствует утверждение, что значение переменной полностью соотносится с семантическим значе-

нием терма, а ноль соответствует утверждению, что значение переменной не соотносится с семантическим значением терма. Часто для формирования ФП используются треугольные и трапециевидальные виды функций.

Реализация оператора агрегирования переменных проводится с помощью формирования правил. Часто правило представляет собой логическое утверждение в формате (if  $A \implies B$ ),  $\xi$ , где  $A$  – совокупность начальных условий (антецедент),  $B$  – заключение (консеквент),  $\xi$  – коэффициент доверия к правилу (далее принимается, что  $\xi = 1$ ). При формировании совокупности  $A$  перечисляется набор комбинаций значений термов входных переменных, который приведет к формированию определенных значений термов выходных переменных  $B$ . По конструкции правила могут быть вида MISO (Multiple Input Single Output) или MIMO (Multiple Input Multiple Output). Для агрегирования входных переменных могут использоваться различные логические операции «и», «или», «не». Далее рассматриваются СНВ, основанные на использовании правил структуры MISO, в которых для агрегирования входных переменных используется оператор «и». Перебор комбинаций термов массива входных переменных с указанием целевого значения выходных переменных образует базу знаний (БЗ), которая отображает закономерность влияния значений входных переменных на выходные переменные. Обобщенно при использовании правил структуры MISO СНВ можно представить в виде

$$y = F_{\text{СНВ}}(x_1, \dots, x_i),$$

где  $F_{\text{СНВ}}$  – оператор, реализующий операции по выполнению нечеткого вывода для массива переменных  $X = \{x_i\}$ . Пример СНВ, которая агрегирует переменные  $x_1$  и  $x_2$ , показан на рис. 1, а. Как описывается в монографии [1], на вход СНВ переменные могут подаваться в абсолютных или нормализованных единицах измерений. Обычно при использовании нормализованных единиц измерений

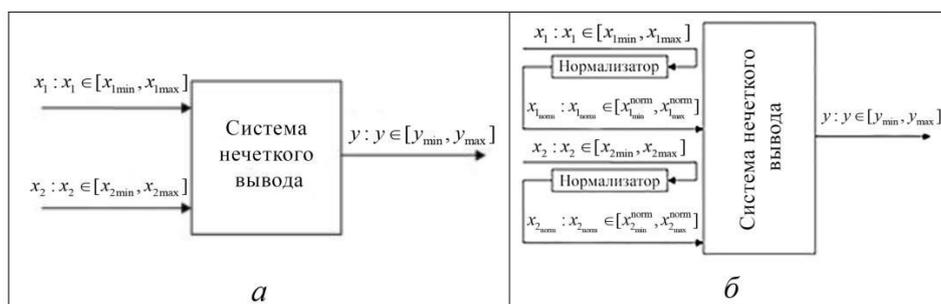


Рис. 1. Структура исследуемых моделей

на вход СНВ подаются значения, которые измеряются на единой шкале. Переход от абсолютных значений  $x_{абс}$  к нормализованным единицам проводится при помощи оператора нормализации  $f_{норм}$ :

$$x_{норм} = f_{норм}(x_{абс}).$$

С учетом изложенного в монографии [1], структура СНВ, которая агрегирует переменные  $x_1$  и  $x_2$ , подвергающиеся нормализации, показана на рис. 1, б, блок «Нормализатор» реализует выполнение оператора  $f_{норм}$ .

Как показывает анализ работ [3–6, 14, 15], часто на комплексную оценку состояния объекта входные переменные оказывают такие виды влияния:

– прямо пропорциональное (например, доход заемщика, желающего получить кредит в банке) – входная переменная имеет положительную корреляцию с выходным значением, характеризующим целесообразность выдачи кредита;

– обратно пропорциональное (например, долговая нагрузка клиента банка, который оформляет заявку на очередной кредит) – входная переменная имеет отрицательную корреляцию с выходным значением;

– экстремальное: существует интервал значений (или точка), смещение от границ которого как в сторону увеличения значения входного параметра, так и в сторону уменьшения его значений приводит к «ухудшению» значения итоговой оценки (например, возраст заемщика).

Дополнительно агрегируемые переменные могут иметь различные единицы измерения, диапазоны значений, уровни значимости влияния на итоговый результат, а сами уровни значимости, в свою очередь, могут зависеть от значения переменной. Подобное разнообразие свойств переменных в случае, если правила формируются экспертом, может приводить к техническим ошибкам при построении логических заключений. Для уменьшения разнообразия свойств переменных в работах [1, 2, 8, 9] предлагается проводить их нормализацию к отрезку [0,1]. Анализ работ [1, 2, 7–13] позволил выявить методы нормализации, основанные на построении общей закономерности для преобразования переменных (методы класса 1) или разделении диапазона абсолютных значений переменных на интервалы и последующем сопоставлении им интервалов на шкале нормированных значений (методы класса 2). При применении методов класса 1 могут учитываться максимальные и минимальные значения параметра, а также статистические показатели нормализуемой выборки. В работах [7, 10] описываются методы нормализации, основанные на использовании соотношения вида

$$x_{норм} = x_{абс} / x_{max}^{абс}, \quad (1)$$

где  $x_{max}^{абс}$  – максимальное значение параметра в абсолютных единицах. В работах [1, 11] предлагается учитывать минимальное значение  $x_{min}^{абс}$ , что можно описать соотношением

$$x_{норм} = (x_{абс} - x_{min}^{абс}) / (x_{max}^{абс} - x_{min}^{абс}) \quad (2)$$

или соотношением

$$x_{норм} = (x_{абс} - x_{max}^{абс}) / (x_{max}^{абс} - x_{min}^{абс}). \quad (3)$$

В статье [12] встречаются модернизированные варианты соотношений (2), (3), которые можно представить как

$$x_{норм} = D_1 \frac{x_{абс} - x_{min}^{абс}}{x_{max}^{абс} - x_{min}^{абс}} + D_2, \quad (4)$$

где  $D_1$  и  $D_2$  – некоторые константы. В статье [13] приведен метод, в котором для нормализации входных переменных используется оператор вида

$$x_{норм} = (x_{абс} - \bar{x}) / \sigma, \quad (5)$$

где  $\bar{x}$  – выборочное среднее, а  $\sigma$  – стандартное отклонение в нормализуемой выборке. Отметим, что при использовании оператора вида (5) область значений  $x_{норм}$  не попадает в диапазон [0,1], а диапазон значений переменной зависит от значений переменной в абсолютных единицах измерения. Это может вызвать дополнительные трудности при реализации СНВ. Сами авторы считают использование подобного соотношения целесообразным для преобразования данных, используемых во время обучения нечеткой нейронной сети. В монографии [1] предлагаются методы, в основе которых заложены соотношения

$$x_{норм} = (x_{абс} - x_{mean}^{абс}) / (x_{max}^{абс} - x_{min}^{абс}), \quad (6)$$

где  $x_{mean}^{абс} = 0,5(x_{max}^{абс} + x_{min}^{абс})$ .

В монографии [1] отмечается, что реализацию операторов (1)–(4), (6) можно обобщить к виду

$$x_{норм} = kx_{абс} + b, \quad (7)$$

где  $k$  и  $b$  – некоторые константы, а (7) представляет собой уравнение прямой.

Особенностью методов, описываемых выражениями (1)–(7), является сложность учета влияния нормализуемого параметра на значение выходной переменной в зависимости от значения данного параметра. Также эти методы не позволяют выделить точку экстремума влияния значения входного параметра на выходную переменную в случае, если эта точка находится в диапазоне между максимальными и минимальными абсолютными значениями переменной. Учет нелинейности влияния может быть реализован в методах класса 2. Так, в монографии [2] интервалам на шкале абсолютных значений параметра сопоставляются определенные интервалы на шкале нормированных значений. Как



правило, используется одинаковое количество интервалов относительно точки, расположенной на середине оси нормализации. Для демонстрации работы этого метода в табл. 1 показан пример реализации оператора нормализации для значений параметра  $x_{abc} \in [x_0^{abc}, x_5^{abc}]$ , который нормируется к отрезку  $[x_0^{норм}, x_5^{норм}]$ .

Таблица 1

**Пример реализации метода нормализации переменных**

Интервал абсолютных значений переменной	Интервал нормализованных значений переменной	Номер интервала
$[x_0^{abc}, x_1^{abc}]$	$[x_0^{норм}, x_1^{норм}]$	-2
$[x_1^{abc}, x_2^{abc}]$	$[x_1^{норм}, x_2^{норм}]$	-1
$[x_2^{abc}, x_3^{abc}]$	$[x_2^{норм}, x_3^{норм}]$	0
$[x_3^{abc}, x_4^{abc}]$	$[x_3^{норм}, x_4^{норм}]$	1
$[x_4^{abc}, x_5^{abc}]$	$[x_4^{норм}, x_5^{норм}]$	2

Как следует из монографии [2], при реализации оператора нормализации соблюдается условие  $x_0^{abc} = x_{min}^{abc}$ ,  $x_5^{abc} = x_{max}^{abc}$ ,  $x_0^{норм} = x_{min}^{норм}$ ,  $x_5^{норм} = x_{max}^{норм}$ , т. е. между переменными наблюдается положительная корреляция. Таким образом, после нормализации с использованием описанного метода корреляция между входной и выходной переменной не изменяется. Кроме этого, в работе [2] не указывается метод аналитического преобразования абсолютных значений в нормализованные значения, не поясняется, как определяется количество интервалов, на которое нужно разбить ось нормируемых значений, не ясно, каким образом проводится выбор точек границ интервалов и каким образом нормализация входной переменной влияет на точность работы СНВ относительно СНВ, в которой входные переменные описываются в абсолютных единицах.

Развитием подобного метода нормализации можно считать метод, описанный в работах [16, 17], который не ориентирован на применение в СНВ. Он основан на разделении нормализованных значений переменной на интервалы с указанием точек – границ интервалов и сопоставлении точкам – границам интервалов на нормализованной шкале точек значений переменной на шкале абсолютных значений. В результате формируются пары точек, по которым строится кривая, реализующая преобразование переменной из одной шкалы в другую. В статье [17] предложено на интервале нормализованных значений выделять точки, разбивающие его на доли:  $0 \sim x_{норм}^0$ ,  $0,25 \sim x_{норм}^{0,25}$ ,  $0,5 \sim x_{норм}^{0,5}$ ,  $0,75 \sim x_{норм}^{0,75}$  и

$1 \sim x_{норм}^1$ . Затем этим значениям сопоставляются значения переменной на абсолютной шкале:  $x_{abc}^0$ ,  $x_{abc}^{0,25}$ ,  $x_{abc}^{0,5}$ ,  $x_{abc}^{0,75}$  и  $x_{abc}^1$ . В результате оператор преобразования приобретает вид ломаной линии, которая строится по парам точек  $(x_{abc}^0; x_{норм}^0)$ ,  $(x_{abc}^{0,25}; x_{норм}^{0,25})$ ,  $(x_{abc}^{0,5}; x_{норм}^{0,5})$ ,  $(x_{abc}^{0,75}; x_{норм}^{0,75})$  и  $(x_{abc}^1; x_{норм}^1)$ . При этом в работах [16, 17] не описывается аналитический метод преобразования абсолютных значений в нормализованные, а также, аналогично методу, изложенному в монографии [2], до и после преобразования между значениями сохраняется положительная корреляция, т. е. вид корреляции между входной и выходной переменными не изменяется.

Таким образом, в ходе анализа методов построения СНВ [1, 2, 14] и методов нормализации входных переменных [1, 2, 8–13] выявлен ряд ограничений. Они связаны со свойствами входных переменных, которые агрегируются при помощи СНВ. Такими свойствами входных переменных могут быть различные единицы измерения, различные диапазоны значений, различные и/или неравномерные уровни влияния на выходную переменную, различные виды корреляции с выходной переменной. Наличие подобных свойств переменных усложняет для эксперта задачу формирования правил для БЗ СНВ.

Для снятия части ограничений применяются методы нормализации. Подобные методы преимущественно позволяют преобразовать разнообразные значения входных переменных к единой шкале. В основе недостатков проанализированных методов нормализации часто лежит использование статистических показателей нормализуемых выборок значений входных переменных (обычно это максимальное, минимальное, среднее значения). Наиболее универсальными свойствами нормализации переменных обладает метод, основанный на сопоставлении интервалам на шкале абсолютных значений параметра интервала на шкале нормированных значений. Поэтому в рамках дальнейших исследований предлагается усовершенствование этого метода.

## 2. УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДА НОРМАЛИЗАЦИИ ЗНАЧЕНИЙ ВХОДНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ДЛЯ СИСТЕМ НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА

### 2.1. Предлагаемые теоретические положения

Для усовершенствования положений по нормализации, описанных в монографии [2], предлагается метод нормализации, основанный на формиро-

вании оператора  $f_{\text{норм}}$ , который позволит переводить значения входной переменной из абсолютных значений в нормализованные таким образом, чтобы при увеличении нормированного значения входной переменной значение выходной переменной не уменьшалось, а при уменьшении нормированного значения входной переменной значение выходной переменной не увеличивалось. В качестве допущения принимается, что для описания входных переменных используются трапециевидные ФП. Допущение оправдано тем, что с учетом изложенного в работах [1, 2, 14] этот тип ФП используется на практике достаточно часто, а сами ФП имеют «четкие» границы носителя и ядра (наличие «четких» границ ядра и носителя ФП будет использовано при формировании метода).

В рамках предлагаемого метода оператор нормализации  $f_{\text{норм}}$  реализуется при помощи набора функций: каждому интервалу абсолютных значений входной переменной  $x_{\text{абс}}$  соответствует некоторая закономерность  $f_{\text{норм},z}$ , где  $z$  – номер соответствующего интервала. Подобное можно представить в виде

$$x_{\text{норм}} = \begin{cases} f_{\text{норм},1}(x_{\text{абс}}) & \text{if } x_{\text{абс}} \in [x_{\text{абс},i_{\min}}, x_{\text{абс},i_1}), \\ f_{\text{норм},2}(x_{\text{абс}}) & \text{if } x_{\text{абс}} \in [x_{\text{абс},i_1}, x_{\text{абс},i_2}), \\ \dots & \dots \\ f_{\text{норм},z}(x_{\text{абс}}) & \text{if } x_{\text{абс}} \in [x_{\text{абс},i_{\max}-1}, x_{\text{абс},i_{\max}}). \end{cases} \quad (8)$$

Если закономерности  $f_{\text{норм},z}$  для соседних интервалов одинаковые, то интервалы объединяются. Формирование набора функций (8) осуществляется так, что минимальное значение переменной после нормализации  $x_{\text{норм}}^{\min}$  оказывает наихудшее (максимально негативное) влияние на значение выходной переменной СНВ, а максимальное значение переменной после нормализации  $x_{\text{норм}}^{\max}$  оказывает наилучшее (максимально позитивное) влияние на значение выходной переменной СНВ. Реализацию операторов  $f_{\text{норм},z}$  предлагается осуществлять следующим образом:

1. Определяется максимальное и минимальное абсолютное значение переменной  $x_{\text{абс},i}$ .

2. Определяется максимальное  $x_{\text{норм}}^{\max}$  и минимальное  $x_{\text{норм}}^{\min}$  значение этой переменной в относительных единицах, в рамках исследований  $x_{\text{норм}}^{\min} = 0$  и  $x_{\text{норм}}^{\max} = 100$ .

3. На шкале абсолютных значений определяются точки границ интервалов  $z$ , применительно к

набору функций (8) это точки  $x_{\text{абс},i_1}, x_{\text{абс},i_2}, \dots, x_{\text{абс},i_{\max}-1}$ , а на шкале относительных значений задаются их отображения (например, точке  $x_{\text{абс},i_1}$  соответствует точка  $x_{\text{норм},i_1}$  и т. д.); значения точек отображений задаются так:

3.1. эксперты с учетом рекомендаций, описанных в монографии [1], формируют первичное представление нечеткой входной переменной в традиционной форме, используя для ее описания трапециевидные ФП (в рамках проводимых исследований треугольная ФП рассматривается как частный случай трапециевидной ФП у которой ядро вырождено в точку);

3.2. границы интервалов – это точки – границы ядер ФП первичного представления переменной в нечеткой форме;

3.3. для описания переменных после нормализации используются аналогичные типы ФП, в качестве границ интервалов выбираются точки, соответствующие границам ядер ФП первичного представления переменной в нечеткой форме;

3.4. если ядро ФП терма относится к интервалу, в котором наблюдается область оптимальности, то оно разделяется дополнительно на два равных интервала.

4. Для каждого интервала  $z$  определяется функция  $f_{\text{норм},z}(x_{\text{абс},i}) = x_{\text{норм},i}$ .

5. На основании множества функций  $f_{\text{норм},z}$  формируется оператор нормализации (8).

С учетом изложенного в монографии [1], для реализации функций  $f_{\text{норм},z}$  предлагается применять метод построения уравнения прямой, проходящей через две точки, где координаты – это границы интервалов на шкалах нормализованных и абсолютных значений. Например, если для построения оператора  $f_{\text{норм},1}$  точка 1 имеет координаты

$(x_{\text{абс},i_{\min}}, x_{\text{норм}}^{\min})$ , а точка 2 – координаты  $(x_{\text{абс},i_1}, x_{\text{норм},i_1})$ , то оператор принимает вид

$$f_{\text{норм},1}(x_{\text{абс}}) = \left[ \left( x_{i_1}^{\text{норм}} - x_{i_{\min}}^{\text{норм}} \right) \times \left( x_{\text{абс}} - x_{i_{\min}} \right) / \left( x_{i_1} - x_{i_{\min}} \right) \right] + x_{i_{\min}}^{\text{норм}}. \quad (9)$$

Реализация оператора нормализации (8) для случая, когда входные переменные имеют положительную корреляцию со значениями выходной переменной, показана на рис. 2, а; случай, когда входные переменные имеют отрицательную корреляцию со значениями выходной переменной, показан на рис. 2, б; случай, когда входные переменные

имеют точку экстремума по влиянию на значение выходной переменной, показан на рис. 2, в.

Предлагаемые положения позволяют:

- определять количество интервалов разделения оси нормируемых значений на основе методов, которые применяются при построении ФП СНВ (оно равно количеству пар точек границ ядер ФП в случае, если нормализации подвергаются переменные, имеющие положительную или отрицательную корреляцию с выходной переменной, и на единицу больше в случае, когда одна точка экстремума влияет на значение выходной переменной);
- обеспечить, чтобы после нормализации входные переменные имели одинаковую корреляцию с выходной переменной;
- учитывать изменение уровня значимости влияния входной переменной на выходное значение СНВ в зависимости от значения переменной.

## 2.2. Проверка предлагаемых положений по нормализации входных переменных для систем нечеткого вывода

Проверка предложенных положений проводилась методами математического моделирования. Для этого было построено несколько СНВ, основанных на модели Такаги – Сугено нулевого порядка. Особенностью подобных моделей, с учетом изложенного в статье [18], является использование констант для описания ФП выходной переменной. Исследуемые СНВ имели по две входных переменных  $x_1$  и  $x_2$  и одну выходную переменную  $y$ . Всего проведено шесть экспериментов 1:

- переменные  $x_1$  и  $x_2$  имеют положительную корреляцию с переменной  $y$ ;
- переменные  $x_1$  и  $x_2$  имеют отрицательную корреляцию с переменной  $y$ ;
- переменные  $x_1$  и  $x_2$  имеют точку экстремума относительно значений переменной  $y$ ;
- переменная  $x_1$  имеет положительную корреляцию с переменной  $y$ , а переменная  $x_2$  имеет отрицательную корреляцию с переменной  $y$ ;
- переменная  $x_1$  имеет положительную корреляцию с переменной  $y$ , а переменная  $x_2$  имеет точку экстремума относительно значений переменной  $y$ ;
- переменная  $x_1$  имеет отрицательную корреляцию с переменной  $y$ , а переменная  $x_2$  имеет точку экстремума относительно значений переменной  $y$ .

В рамках каждого эксперимента исследуются две СНВ: СНВ первого типа, в которой применяется предложенный метод нормализации переменных  $x_1$  и  $x_2$ , и СНВ второго типа, где переменные  $x_1$  и  $x_2$

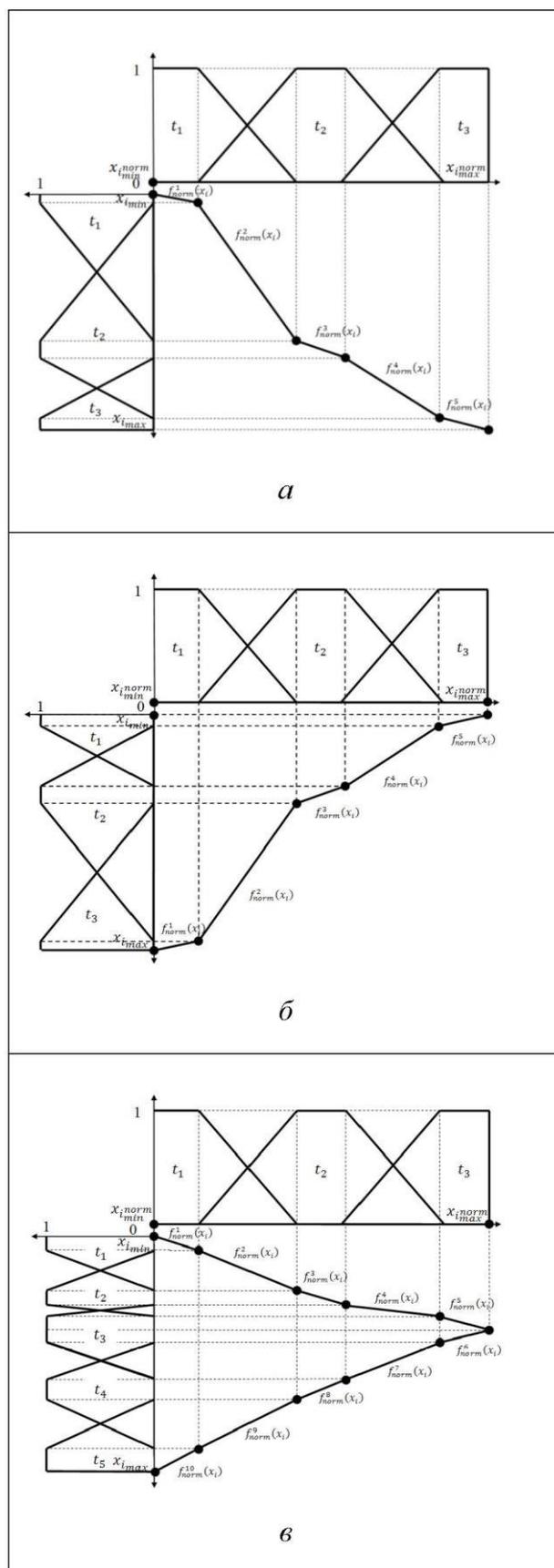


Рис. 2. Примеры операторов нормализации входных переменных для СНВ

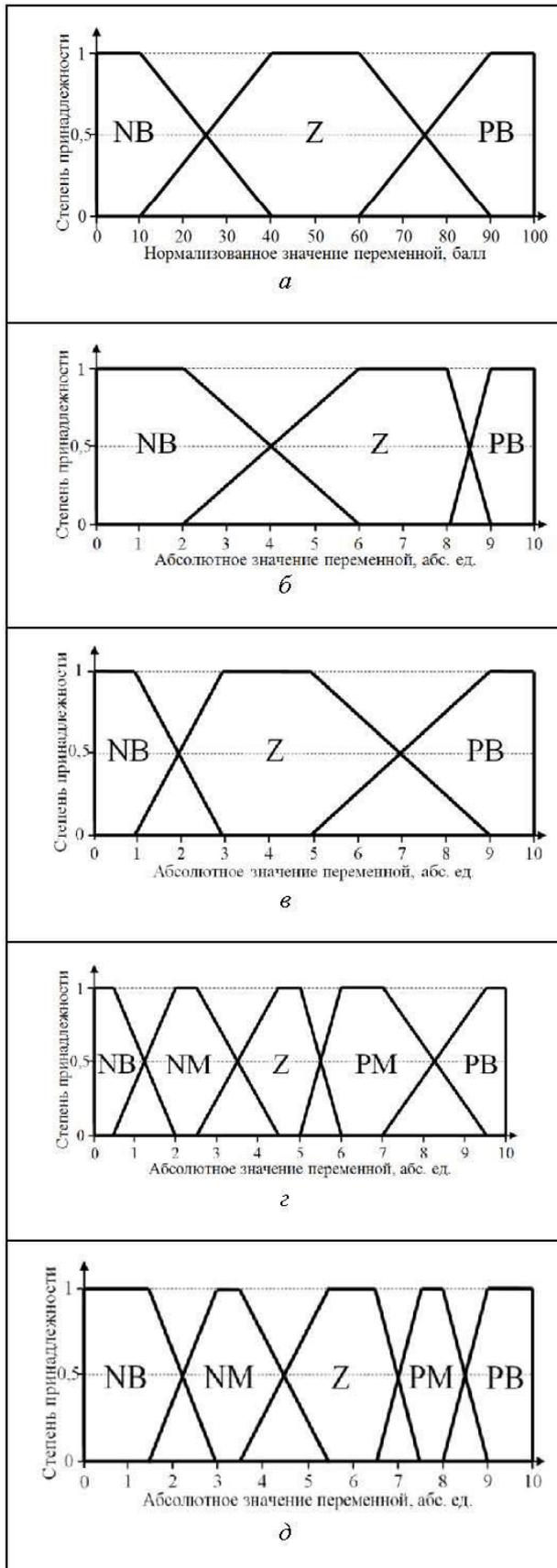


Рис. 3. Функции принадлежности входных переменных

обрабатываются без нормализации. Значения переменных  $x_1$  и  $x_2$  в абсолютных единицах измеряются в диапазоне от 0 до 10 баллов, значения переменных  $x_1$  и  $x_2$  после нормализации – в диапазоне от 0 до 100 баллов, значение переменной  $y$  – в диапазоне от 0 до 100 баллов.

Если переменная прошла нормализацию, то ее ФП показаны на рис. 3, а. Если переменная имеет положительную корреляцию с переменной  $y$ , то ее ФП показаны на рис. 3, б. Если переменная имеет отрицательную корреляцию с переменной  $y$ , то ее ФП показаны на рис. 3, в. Если переменная имеет точку экстремума относительно переменной  $y$ , то вариант 1 ее ФП показан на рис. 3, г, а вариант 2 – на рис. 3, д.

Термам на рис. 3 соответствует такое описание: на рис. 3, а *NB* обозначает плохое влияние на выходную переменную, *Z* – среднее влияние на выходную переменную, *PB* – отличное влияние на выходную переменную; на рис. 3, б – д *NB* обозначает низкое значение, *NM* – значение ближе к среднему, *Z* – среднее значение, *PM* – значение ближе к высокому, *PB* – высокое значение. Выходная переменная  $y$  описывается тремя термами в виде констант  $t_{NB}^y = 0$  (низкое значение),  $t_Z^y = 50$  (среднее значение) и  $t_{PB}^y = 100$  баллов (высокое значение). Здесь и далее с учетом изложенного в монографии [1] принимается допущение, что при построении ФП соблюдается условие разбиения единицы. Согласно монографии [1], под условием разбиения единицы понимается, что для любого четкого значения переменной  $x_i$  сумма степеней принадлежности к ФП термов, которые покрывают соответствующий участок оси четких значений, равна единице. Подобное можно описать в виде:

$$\sum_k \mu_k^{x_i}(x_i) \equiv 1 \forall x_i \in X.$$

Операторы нормализации входных переменных с учетом выражений (8) и (9) таковы:

- если они имеют положительную корреляцию с переменной  $y$ :

$$x_{\text{норм}}^{\text{direct}} = \begin{cases} f_{\text{норм},1}(x_{\text{абс}}) = 5x_{\text{абс}} & | 0 \leq x_{\text{абс}} \leq 2, \\ f_{\text{норм},2}(x_{\text{абс}}) = 7,5x_{\text{абс}} - 5 & | 2 < x_{\text{абс}} \leq 6, \\ f_{\text{норм},3}(x_{\text{абс}}) = 10x_{\text{абс}} - 20 & | 6 < x_{\text{абс}} \leq 8, \\ f_{\text{норм},4}(x_{\text{абс}}) = 30x_{\text{абс}} - 180 & | 8 < x_{\text{абс}} \leq 9, \\ f_{\text{норм},5}(x_{\text{абс}}) = 10x_{\text{абс}} & | 9 < x_{\text{абс}} \leq 10; \end{cases} \quad (10)$$

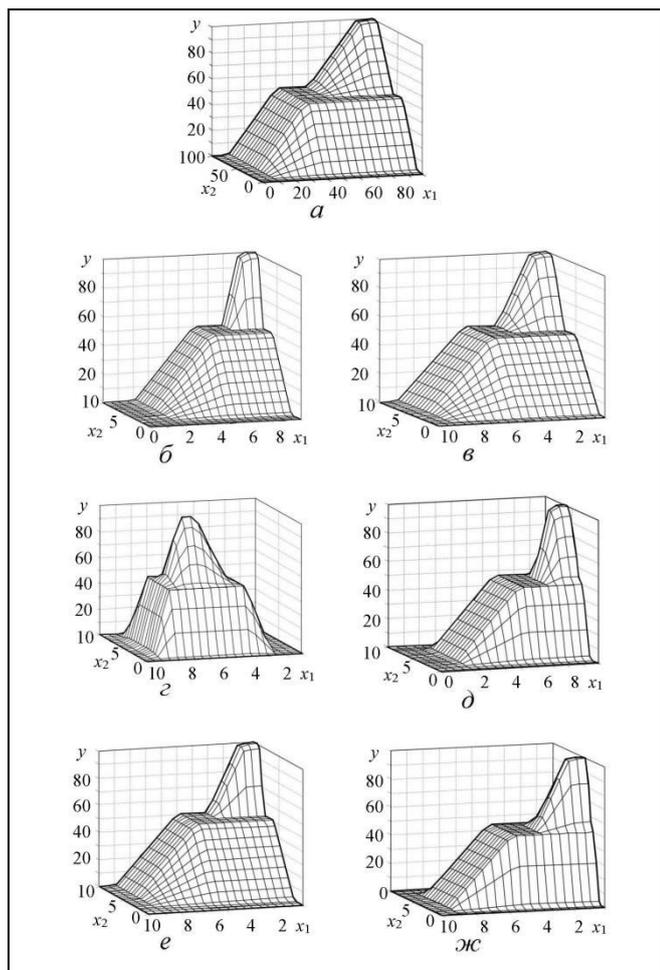


Рис. 4. Поверхности анализируемых сравниваемых СНВ

• если они имеют отрицательную корреляцию с переменной  $y$ :

$$x_{\text{норм}}^{\text{invers}} = \begin{cases} f_{\text{норм},1}(x_{\text{абс}}) = -10x_{\text{абс}} + 100 | 0 \leq x_{\text{абс}} \leq 1, \\ f_{\text{норм},2}(x_{\text{абс}}) = -15x_{\text{абс}} + 105 | 1 < x_{\text{абс}} \leq 3, \\ f_{\text{норм},3}(x_{\text{абс}}) = -10x_{\text{абс}} + 90 | 3 < x_{\text{абс}} \leq 5, \\ f_{\text{норм},4}(x_{\text{абс}}) = -7,5x_{\text{абс}} + 77,5 | 5 < x_{\text{абс}} \leq 9, \\ f_{\text{норм},5}(x_{\text{абс}}) = -10x_{\text{абс}} + 100 | 9 < x_{\text{абс}} \leq 10; \end{cases} \quad (11)$$

• если они имеют точку экстремума относительно значений переменной  $y$  (вариант 1):

$$x_{\text{норм}}^{\text{opt.var1}} = \begin{cases} f_{\text{норм},1+2}(x_{\text{абс}}) = 20x_{\text{абс}} | 0 \leq x_{\text{абс}} \leq 2, \\ f_{\text{норм},3}(x_{\text{абс}}) = 40x_{\text{абс}} - 40 | 2 \leq x_{\text{абс}} \leq 2,5, \\ f_{\text{норм},4}(x_{\text{абс}}) = 15x_{\text{абс}} + 22,5 | 2,5 \leq x_{\text{абс}} \leq 4,5, \\ f_{\text{норм},5}(x_{\text{абс}}) = 40x_{\text{абс}} - 90 | 4,5 \leq x_{\text{абс}} \leq 4,75, \\ f_{\text{норм},6}(x_{\text{абс}}) = -40x_{\text{абс}} + 290 | 4,75 \leq x_{\text{абс}} \leq 5, \\ f_{\text{норм},7}(x_{\text{абс}}) = -30x_{\text{абс}} + 240 | 5 \leq x_{\text{абс}} \leq 6, \\ f_{\text{норм},8}(x_{\text{абс}}) = -20x_{\text{абс}} + 180 | 6 \leq x_{\text{абс}} \leq 7, \\ f_{\text{норм},9}(x_{\text{абс}}) = -12x_{\text{абс}} + 124 | 7 \leq x_{\text{абс}} \leq 9,5, \\ f_{\text{норм},10}(x_{\text{абс}}) = -20x_{\text{абс}} + 200 | 9,5 \leq x_{\text{абс}} \leq 10; \end{cases} \quad (12)$$

• если они имеют точку экстремума относительно значений переменной  $y$  (вариант 2):

$$x_{\text{норм}}^{\text{opt.var2}} = \begin{cases} f_{\text{норм},1}(x_{\text{абс}}) = \frac{20}{3}x_{\text{абс}} | 0 \leq x_{\text{абс}} \leq 1,5, \\ f_{\text{норм},2}(x_{\text{абс}}) = 20x_{\text{абс}} - 20 | 1,5 \leq x_{\text{абс}} \leq 3, \\ f_{\text{норм},3}(x_{\text{абс}}) = 40x_{\text{абс}} - 80 | 3 \leq x_{\text{абс}} \leq 3,5, \\ f_{\text{норм},4}(x_{\text{абс}}) = 15x_{\text{абс}} + 7,5 | 3,5 \leq x_{\text{абс}} \leq 5,5, \\ f_{\text{норм},5}(x_{\text{абс}}) = 20x_{\text{абс}} - 20 | 5,5 \leq x_{\text{абс}} \leq 6, \\ f_{\text{норм},6}(x_{\text{абс}}) = -20x_{\text{абс}} + 220 | 6 \leq x_{\text{абс}} \leq 6,5, \\ f_{\text{норм},7}(x_{\text{абс}}) = -30x_{\text{абс}} + 285 | 6,5 \leq x_{\text{абс}} \leq 7,5, \\ f_{\text{норм},8}(x_{\text{абс}}) = -40x_{\text{абс}} + 360 | 7,5 \leq x_{\text{абс}} \leq 8, \\ f_{\text{норм},9}(x_{\text{абс}}) = -30x_{\text{абс}} + 280 | 8 \leq x_{\text{абс}} \leq 9, \\ f_{\text{норм},10}(x_{\text{абс}}) = -10x_{\text{абс}} + 100 | 9 \leq x_{\text{абс}} \leq 10. \end{cases} \quad (13)$$

Во всех экспериментах СНВ первого типа имеют одинаковую поверхность, которая показана на рис. 4, а. Остальные параметры СНВ таковы:

– в эксперименте 1 в СНВ первого типа для нормализации переменных  $x_1$  и  $x_2$  используется оператор (10), в СНВ второго типа переменные  $x_1$  и  $x_2$  имеют положительную корреляцию с переменной  $y$ , вид ее поверхности показан на рис. 4, б;

– в эксперименте 2 в СНВ первого типа для нормализации переменных  $x_1$  и  $x_2$  используется оператор (11), в СНВ второго типа переменные  $x_1$  и  $x_2$  имеют отрицательную корреляцию с переменной  $y$ , вид ее поверхности показан на рис. 4, в;

– в эксперименте 3 в СНВ первого типа для нормализации переменных  $x_1$  и  $x_2$  используются операторы (12) и (13), в СНВ второго типа переменные  $x_1$  и  $x_2$  имеют точку экстремума относительно значений переменной  $y$ , вид ее поверхности показан на рис. 4, г;

– в эксперименте 4 в СНВ первого типа для нормализации переменной  $x_1$  используется оператор (10), для нормализации переменной  $x_2$  используется оператор (13), в СНВ второго типа переменная  $x_1$  имеет положительную корреляцию с переменной  $y$ , переменная  $x_2$  имеет точку экстремума относительно значений переменной  $y$ , вид ее поверхности показан на рис. 4, д;

– в эксперименте 5 в СНВ первого типа для нормализации переменной  $x_1$  используется оператор (10), для нормализации переменной  $x_2$  используется оператор (11), в СНВ второго типа переменная  $x_1$  имеет положительную корреляцию с переменной  $y$ , переменная  $x_2$  имеет отрицательную корреляцию с переменной  $y$ , вид ее поверхности показан на рис. 4, е;

– в эксперименте 6 в СНВ первого типа для нормализации переменной  $x_1$  используется опера-

тор (11), для нормализации переменной  $x_2$  используется оператор (13), в СНВ второго типа переменная  $x_1$  имеет отрицательную корреляцию с переменной  $y$ , переменная  $x_2$  имеет точку экстремума относительно значений переменной  $y$ , вид ее поверхности показан на рис. 4, ж.

Во время проведения эксперимента на вход исследуемых СНВ подавались значения переменных в диапазоне от 0 до 10 баллов в таких вариантах комбинаций:

- равные значения переменных с шагом 0,5 балла (всего 22 значения каждой переменной),
- значения переменной  $x_1$  с шагом 0,5 балла, и фиксированные значения переменной  $x_2$  начиная с нуля, при этом для каждой следующей серии эксперимента фиксированные значения увеличивались на 0,5 балла (всего 462 значения каждой переменной).

Погрешность результатов определялась как разность между СНВ первого и второго типа:

$$\Delta_{\text{экс}} N, w = \left| y_{\text{out,экс}}^{\text{СНВ}m1} N, w - y_{\text{out,экс}}^{\text{СНВ}m2} N, w \right|, \quad (14)$$

где  $N$  – номер эксперимента;  $w$  – номер вектора значений, которые подавались на вход СНВ во время эксперимента;  $y_{\text{out,экс}}^{\text{СНВ}m1} N, w$  и  $y_{\text{out,экс}}^{\text{СНВ}m2} N, w$  – выходные значения СНВ первого и второго типа соответственно. В результате в экспериментах 1–6 установлено отсутствие погрешностей между выходными значениями СНВ первого типа, где используется предложенный метод нормализации, и СНВ второго типа, где нормализация не использовалась. Для объяснения причины отсутствия погрешностей проведен анализ особенностей функционирования СНВ.

Выходное значение СНВ формируется как аккумулярованный результат активации правил, на основе которых построена база знаний. Результат каждого из правил определяется степенями принадлежности четких значений входных переменных к каждому из термов и операторами агрегирования значений этих переменных после фаззификации. В рассматриваемом случае процессы обработки результатов выполнения правил и формирования итогового значения СНВ изменениям не подвергались. Изменения проведены в процессе подготовки переменных, перед подачей на вход СНВ.

Следовательно, для отсутствия погрешности в работе СНВ необходимо, чтобы после процедуры фаззификации переменные имели одинаковые значения вне зависимости от того, использовались ли предложенные положения по нормализации. Проверка этого утверждения проведена при помощи отдельной серии экспериментов. В рамках работы

приведен результат сравнения значений входных переменных после фаззификации для ФП, показанных на рис. 3, а (используются в СНВ, в которых переменные подвергаются нормализации), и ФП, показанных на рис. 3, з (описывают переменную, которая имеет точку оптимума по влиянию на итоговой результат).

Показанные на рис. 3, а ФП описываются так:

$$\mu_{NB}^{3a}(x) = \begin{cases} \mu_{NB}^{3a}(x) = 1 & | 0 \leq x < 10, \\ \mu_{NB}^{3a}(x) = -\frac{1}{30}x + \frac{4}{3} & | 10 \leq x < 40, \\ \mu_{NB}^{3a}(x) = 0 & | x > 40, \end{cases} \quad (15)$$

$$\mu_Z^{3a}(x) = \begin{cases} \mu_Z^{3a}(x) = 0 & | 0 \leq x < 10, \\ \mu_Z^{3a}(x) = \frac{1}{30}x - \frac{1}{3} & | 10 \leq x < 40, \\ \mu_Z^{3a}(x) = 1 & | 40 \leq x < 60, \\ \mu_Z^{3a}(x) = \frac{1}{30}x + 3 & | 60 \leq x < 90, \\ \mu_Z^{3a}(x) = 0 & | x > 90, \end{cases} \quad (16)$$

$$\mu_{PB}^{3a}(x) = \begin{cases} \mu_{PB}^{3a}(x) = 0 & | x < 60, \\ \mu_{PB}^{3a}(x) = \frac{1}{30}x - 2 & | 60 \leq x \leq 90, \\ \mu_{PB}^{3a}(x) = 0 & | x > 90. \end{cases} \quad (17)$$

Показанные на рис. 3, з ФП описываются так:

$$\mu_{NB}^{3r}(x) = \begin{cases} \mu_{NB}^{3r}(x) = 1 & | 0 \leq x < 0,5, \\ \mu_{NB}^{3r}(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3} & | 0,5 \leq x < 2, \\ \mu_{NB}^{3r}(x) = 0 & | x > 2, \end{cases} \quad (18)$$

$$\mu_{NM}^{3r}(x) = \begin{cases} \mu_{NM}^{3r}(x) = 0 & | 0 \leq x < 2, \\ \mu_{NM}^{3r}(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} & | 2 \leq x < 6, \\ \mu_{NM}^{3r}(x) = 1 & | 2 \leq x < 2,5, \\ \mu_{NM}^{3r}(x) = -\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{4} & | 2,5 \leq x < 4,5, \\ \mu_{NM}^{3r}(x) = 0 & | x > 4,5, \end{cases} \quad (19)$$

$$\mu_Z^{3r}(x) = \begin{cases} \mu_Z^{3r}(x) = 0 & | x \leq 2,5, \\ \mu_Z^{3r}(x) = \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{4} & | 2,5 \leq x < 4,5, \\ \mu_Z^{3r}(x) = 1 & | 4,5 \leq x < 5, \\ \mu_Z^{3r}(x) = -x + 6 & | 5 \leq x \leq 6, \\ \mu_Z^{3r}(x) = 0 & | x > 6, \end{cases} \quad (20)$$



$$\mu_{PM}^{3r}(x) = \begin{cases} \mu_{PM}^{3r}(x) = 0 & | x < 5, \\ \mu_{PM}^{3r}(x) = x - 5 & | 5 \leq x < 6, \\ \mu_{PM}^{3r}(x) = 1 & | 6 \leq x < 7, \\ \mu_{PM}^{3r}(x) = -\frac{2}{5}x + 3\frac{4}{5} & | 7 \leq x < 9,5, \\ \mu_{PM}^{3r}(x) = 0 & | x > 9,5, \end{cases} \quad (21)$$

$$\mu_{PB}^{3r}(x) = \begin{cases} \mu_{PB}^{3r}(x) = 0 & | x < 7, \\ \mu_{PB}^{3r}(x) = \frac{2}{5}x - 2\frac{4}{5} & | 7 \leq x \leq 9,5, \\ \mu_{PB}^{3r}(x) = 1 & | x > 9,5. \end{cases} \quad (22)$$

Дополнительно наминается о семантической эквивалентности (обозначается знаком  $\Leftrightarrow$ ) термов на рис. 3, а и термов на рис. 3, з:  $NB_{3a} \Leftrightarrow NB_{3r}$ ,  $NB_{3a} \Leftrightarrow PB_{3r}$ ,  $Z_{3a} \Leftrightarrow NM_{3r}$ ,  $Z_{3a} \Leftrightarrow PM_{3r}$  и  $PB_{3a} \Leftrightarrow Z_{3r}$ . Результаты определения значений входных переменных приведены в табл. 2.

Для наглядности результаты фазификации после обработки входных переменных при помощи предложенных положений по нормализации выделены в таблице серым цветом.

С учетом семантической эквивалентности термов погрешности с использованием формулы (14) определялись так: сначала были поэлементно сложены столбцы 3 и 7, а также 4 и 6. После этого:

- из суммы элементов столбцов 3 и 7 были вычтены соответствующие элементы столбца 8,
- из суммы элементов столбцов 4 и 6 были вычтены соответствующие элементы столбца 9,
- из элементов столбца 5 вычтены соответствующие элементы столбца 10.

В результате выполненных действий были получены массивы с нулевыми значениями элементов. Результаты подобных экспериментов относительно ФП, показанных на рис. 3, б, в и д, были аналогичные. В условиях описанных ограничений эксперимента подобная точность достигается благодаря тому, что точки границ интервалов на графике оператора нормализации совпадают с точками ядер ФП термов входных нормализуемых переменных.

Предложенные положения позволили сделать замену шести видов различных СНВ (поверхности этих СНВ показаны на рис. 4, б–ж) на один вид СНВ (ее поверхность показана на рис. 4, а). В эксперименте 3 наблюдается сокращение количества правил на 64 % (в СНВ первого типа используются 9 правил, СНВ второго типа – 25 правил). В экспериментах 5 и 6 наблюдается сокращение количества правил на 40 % (в СНВ первого типа исполь-

зуются 9 правил, СНВ второго типа – 15 правил). В эксперименте 3 агрегировались переменные, которые имели по одной точке экстремума по влиянию на значение выходной переменной, а в экспериментах 5 и 6 одна переменная имела точку экстремума по влиянию на значение выходной переменной.

Отдельно в рамках эксперимента было проведено сравнение затрат времени на формирование базы правил. Сравнению подвергались базы правил СНВ первого и второго типа в экспериментах 2–6. Сравнение времени формирования СНВ первого и второго типа в эксперименте 1 не проводилось, потому что БЗ в этих СНВ содержат одинаковые правила. В процессе сравнения было сформировано по пять баз правил для каждой из групп СНВ первого и второго типа. В результате затраты времени на формирование базы правил при использовании СНВ первого типа вместо СНВ второго типа были:

- в экспериментах 2 и 5 на  $\approx 17\%$  меньше, что объясняется наличием различных видов корреляций между входными переменными и выходной переменной, соответственно, у эксперта не было необходимости проводить сопоставление семантического значения термина, описывающего диапазон значений входной переменной и ее влияние на итоговый результат;
- в экспериментах 4 и 6 на  $\approx 37\%$  меньше, что объясняется количеством правил в БЗ СНВ первого типа (9 правил) и СНВ второго типа (15 правил);
- в эксперименте 3 на  $\approx 58\%$  меньше, что объясняется количеством правил в БЗ СНВ первого типа (9 правил) и СНВ второго типа (25 правил).

Таким образом, среднее сокращение времени на формирование БЗ по результатам анализа всей серии экспериментов с 3-го по 6-й составило около 35%.

### 3. ПРИМЕР РЕАЛИЗАЦИИ ПРЕДЛОЖЕННЫХ ПОЛОЖЕНИЙ

В качестве примера рассматривается упрощенный вариант СНВ для ранжирования клиентов банка по уровню кредитоспособности. В рамках примера решение о целесообразности выдачи кредита определяется на основе трех параметров:

- $x_1$  – ежемесячный доход заемщика, диапазон значений переменной от 15 до 100 тыс. руб. Переменная имеет положительную корреляцию с выходной переменной, т. е. чем выше доход у человека, тем у него больше шансов получить заем;

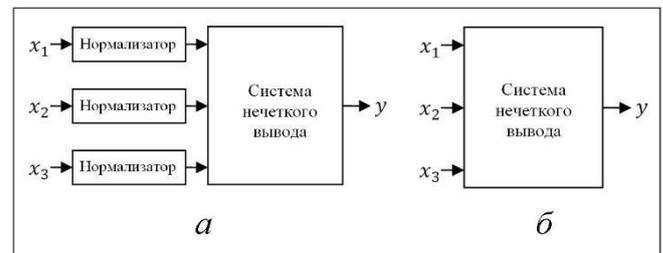
**Результаты определения значений для термов ФП, представленных на рис. 3, а и 3, г**

Входные значения		Фаззифицированные значения входных переменных:							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Без нормализации	Нормализованные при помощи оператора (12)	(18) – $\mu_{NB}^{3r}(x)$	(19) – $\mu_{NM}^{3r}(x)$	(20) – $\mu_Z^{3r}(x)$	(21) – $\mu_{PM}^{3r}(x)$	(22) – $\mu_{PB}^{3r}(x)$	(15) – $\mu_{NB}^{3a}(x)$	(16) – $\mu_Z^{3a}(x)$	(17) – $\mu_{PB}^{3a}(x)$
0,5	10	1	0	0	0	0	1	0	0
1	20	0,667	0,333	0	0	0	0,667	0,333	0
1,5	30	0,333	0,667	0	0	0	0,333	0,667	0
2	40	0	1	0	0	0	0	1	0
2,5	60	0	1	0	0	0	0	1	0
3	67,5	0	0,75	0,25	0	0	0	0,75	0,25
3,5	75	0	0,5	0,5	0	0	0	0,5	0,5
4	82,5	0	0,25	0,75	0	0	0	0,25	0,75
4,5	90	0	0	1	0	0	0	0	1
5	90	0	0	1	0	0	0	0	1
5,5	75	0	0	0,5	0,5	0	0	0,5	0,5
6	60	0	0	0	1	0	0	1	0
6,5	50	0	0	0	1	0	0	1	0
7	40	0	0	0	1	0	0	1	0
7,5	34	0	0	0	0,8	0,2	0,2	0,8	0
8	28	0	0	0	0,6	0,4	0,4	0,6	0
8,5	22	0	0	0	0,4	0,6	0,6	0,4	0
9	16	0	0	0	0,2	0,8	0,8	0,2	0
9,5	10	0	0	0	0	1	1	0	0
10	0	0	0	0	0	1	1	0	0

- $x_2$  – доля ежемесячных платежей, которые заемщик вносит в банк для погашения ранее взятых кредитов. Измеряется как процент от его заработка и находится в диапазоне от 0 до 60 %. Считается, что чем больше у человека доля платежей по текущим кредитам, тем у него меньше шансов получить новый заем;

- $x_3$  – возраст заемщика, диапазон значений переменной от 14 до 85 лет. Переменная имеет интервал наилучших значений в возрасте от 35 до 45 лет (принимается, что в этом возрасте человек обладает наибольшей «жизненной» стабильностью в плане доходов и состояния здоровья).

Цель эксперимента – сравнить результаты, которые будут формировать модель 1 (построенная с использованием предлагаемых положений), модель 2 (в которой не применяются методы нормализации входных переменных) и модель 3 (которая использует метод нормализации, разработанный с учетом положений, описанных в монографии [2], где значения входных переменных разделяются на определенное количество интервалов, и каждому интервалу на оси абсолютных значений сопоставляется интервал на шкале нормализованных значений). Модели – это СНВ, которые имеют три входа (переменные  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$ ) и один выход (переменная  $y$ ). Структура моделей 1 и 3 показана на рис. 5, а, структура модели 2 показана на рис. 5, б.


**Рис. 5. Структура исследуемых моделей**

В модели 1 для описания переменных  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  используются ФП, показанные на рис. 3, а. В модели 2 для описания переменных  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  используются ФП, показанные соответственно на рис. 6, а, б и в. В модели 3 для описания переменных  $x_1$  и  $x_2$  используются ФП, показанные на рис. 3, а, для описания переменной  $x_3$ , – ФП, показанные на рис. 6, г. Семантические значения термов в модели 1 соответствуют значениям термов, показанным на рис. 3, а. Семантические значения термов в моделях 2 и 3 соответствуют значениям термов, показанным на рис. 3, б–г. Для описания выходной переменной  $y$  использовано терм-множество  $\{NB, NM, Z, PM, PB\}$ , в котором  $NB \sim 0$ ,  $NM \sim 25$ ,  $Z \sim 50$ ,  $PM \sim 75$  и  $PB \sim 100$  баллам. Значения термов выход-



ной переменной во всех моделях аналогичны значениям термов выходных переменных в моделях, описанных в § 2, значение термина NM – «ближе к среднему», PM – «ближе к высокому».

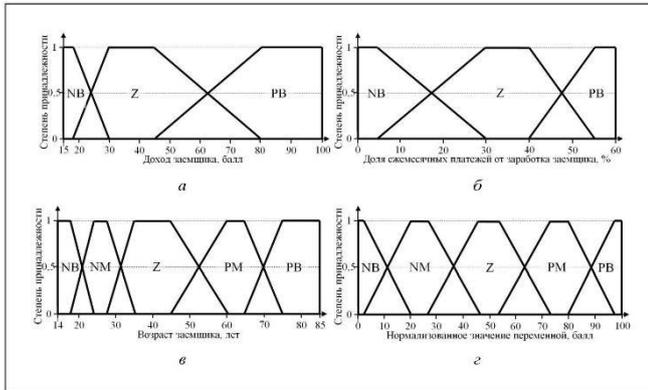


Рис. 6. Функции принадлежности входных переменных для исследуемых моделей

Для описания операторов нормализации для переменных, подаваемых на вход модели 1, используются такие соотношения:

для переменной  $x_1$ :

$$x_{1,норм} = \begin{cases} f_{норм,1}(x_1) = (10/3)x_1 - 50 | 15 \leq x_1 \leq 18, \\ f_{норм,2}(x_1) = 2,5x_1 - 35 | 18 < x_1 \leq 30, \\ f_{норм,3}(x_1) = (4/3)x_1 | 30 < x_1 \leq 45, \\ f_{норм,4}(x_1) = (6/7)x_1 + (150/7) | 45 < x_1 \leq 80, \\ f_{норм,5}(x_1) = 0,5x_1 + 50 | 80 < x_1 \leq 100, \end{cases}$$

для переменной  $x_2$ :

$$x_{2,норм} = \begin{cases} f_{норм,1}(x_2) = -2x_2 + 100 | 0 \leq x_2 \leq 5, \\ f_{норм,2}(x_2) = -1,2x_2 + 96 | 5 < x_2 \leq 30, \\ f_{норм,3,4,5}(x_2) = -2x_2 + 120 | 30 < x_2 \leq 60, \end{cases}$$

для переменной  $x_3$ :

$$x_{3,норм} = \begin{cases} f_{норм,1}(x_3) = 2,5x_3 - 35 | 14 \leq x_3 \leq 18, \\ f_{норм,2,3}(x_3) = 5x_3 - 80 | 18 \leq x_3 \leq 28, \\ f_{норм,4}(x_3) = \frac{30}{7}x_3 - 60 | 28 \leq x_3 \leq 35, \\ f_{норм,5}(x_3) = 2x_3 + 20 | 35 \leq x_3 \leq 40, \\ f_{норм,6,7}(x_3) = -2x_3 + 180 | 40 \leq x_3 \leq 60, \\ f_{норм,8}(x_3) = -4x_3 + 300 | 60 \leq x_3 \leq 65, \\ f_{норм,9}(x_3) = -3x_3 + 235 | 65 \leq x_3 \leq 75, \\ f_{норм,10}(x_3) = -1x_3 + 85 | 75 \leq x_3 \leq 85. \end{cases}$$

Реализация операторов нормализации для переменных, подаваемых на вход модели 3, проводилась с учетом метода, описанного в монографии [2]. В табл. 3 со-

поставлены интервалы между значениями параметра в абсолютных единицах и единицах после нормализации.

На вход исследуемых моделей подавались различные комбинации значений переменных  $x_1, x_2$  и  $x_3$ . Всего было подано 100 различных комбинаций значений в абсолютных единицах измерения. Величины представляли собой случайные числа в диапазоне от максимального до минимального значения соответствующего параметра. Результаты, полученные с применением моделей 1, 2 и 3 соответственно показаны на рис. 7, а, б, и в.

Таблица 3

**Пример реализации метода нормализации переменных для модели 3**

Наименование переменной, единица измерения	Интервал абсолютных значений переменной	Интервал нормализованных значений переменной
$x_1$ (доход, тыс. руб.)	$15 \leq x_1 \leq 18$	[0; 10]
	$18 < x_1 \leq 30$	[10; 40]
	$30 < x_1 \leq 45$	[40; 60]
	$45 < x_1 \leq 80$	[40; 90]
	$80 < x_1 \leq 100$	[90; 100]
$x_2$ (долговая нагрузка, % от дохода)	$0 \leq x_2 \leq 5$	[0; 10]
	$5 < x_2 \leq 30$	[10; 40]
	$30 < x_2 \leq 40$	[40; 60]
	$40 < x_2 \leq 55$	[40; 90]
	$55 < x_2 \leq 60$	[90; 100]
$x_3$ (возраст, лет)	$14 \leq x_3 \leq 18$	[0; 2,5]
	$18 < x_3 \leq 24$	[2,5; 20]
	$24 < x_3 \leq 28$	[20; 27]
	$28 < x_3 \leq 35$	[27; 46]
	$35 < x_3 \leq 45$	[46; 54]
	$45 < x_3 \leq 60$	[54; 73]
	$60 < x_3 \leq 65$	[73; 80]
	$65 < x_3 \leq 75$	[80; 97,5]
$75 < x_3 \leq 85$	[97,5; 100]	

Анализ результатов эксперимента показал, что суммарная величина абсолютной погрешности между моделями 1 и 2 составила  $\approx 0$  баллов, между моделями 2 и 3 составила  $\approx 0$  баллов. Знак « $\approx$ » означает, что максимальное значение погрешности в экспериментах не превышало значения  $10^{-13}$ . Полученный результат показывает, что анализируемые модели формируют практически одинаковые выходные значения. Подобная точность была достигнута при условии, что при проведении нормализации переменных в моделях 1 и 2 соблюдены

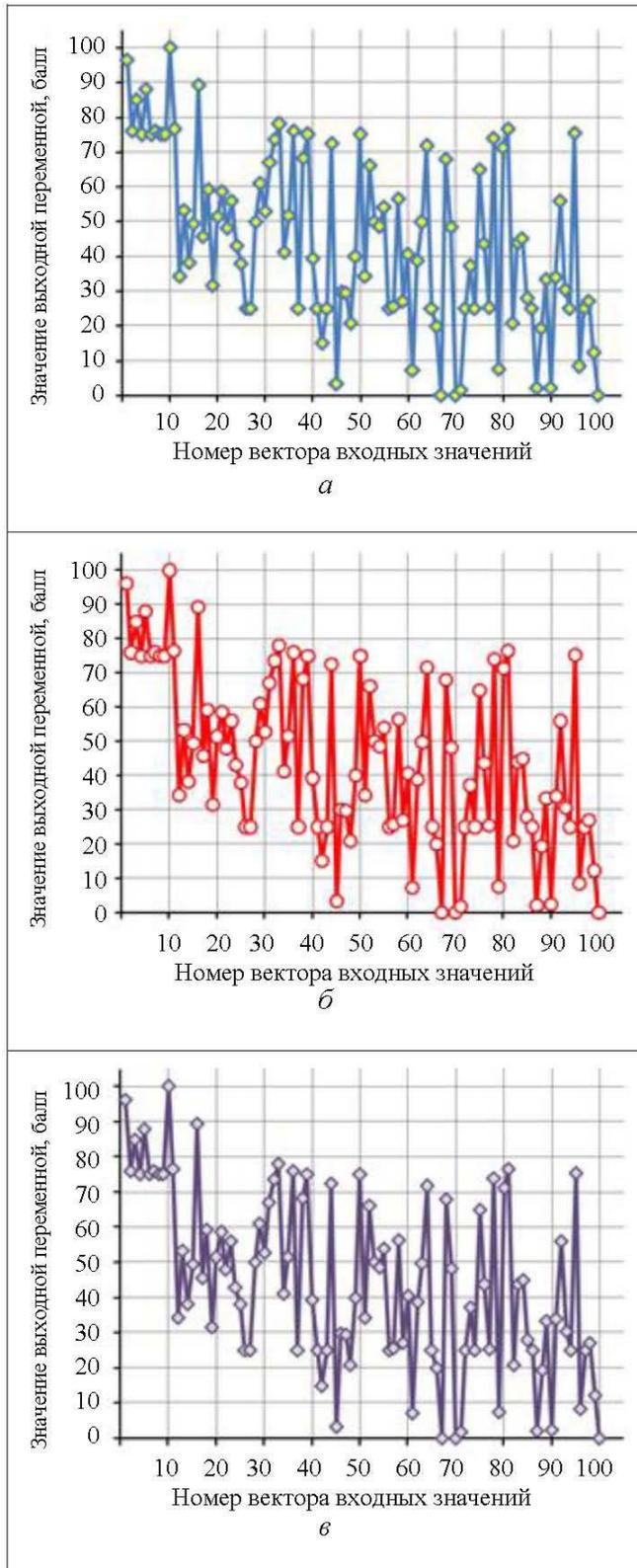


Рис. 7. Результат эксперимента по определению кредитоспособности клиента банка

условия, аналогичные эксперименту, описанному в п. 2.2 настоящей статьи (результаты этого эксперимента показаны на рис. 4, а–ж). Проведенный эксперимент подтверждает достоверность предложенного метода

нормализации, примененного при формировании модели 1. Проведенный анализ моделей 1–3 показывает, что БЗ моделей 2 и 3 содержат по 45 правил, а БЗ модели 1 – 27 правил. Следовательно, предложенные положения позволили в модели 1 получить аналогичную точность расчетов при меньшем (на 40%) количестве правил в БЗ.

Аналогично предыдущему эксперименту, описанному в § 2, проведено сравнение затрат времени на формирование БЗ СНВ в моделях 1 и 2. Определение затрат времени на формирование БЗ в модели 3 не проводилось, потому что в ней используются такие же правила, как и в модели 2. Аналогично эксперименту, описанному в § 2, было сформировано по пять БЗ для СНВ моделей 1 и 2. В результате сравнения установлено, что время для формирования БЗ модели 1 почти на  $\approx 47\%$  меньше, чем время для формирования БЗ для модели 2. Подобная разница объясняется тем, что в БЗ модели 2 количество правил больше, чем в модели 1 (45 против 27). Кроме этого, в модели 2 все входные переменные имеют различные виды корреляции с выходной переменной.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ

Анализ операций предлагаемого метода преобразования значений входных переменных показывает, что возможна его реализация в части формирования оператора нормализации с помощью программных методов, так как он сводится к решению задачи построения массива уравнений прямой линии, проходящих через две заданные точки. Как показали исследования, в случае, если нормализации подвергается переменная, имеющая точку оптимума по влиянию на итоговый результат, наблюдается сокращение количества продукционных правил в БЗ СНВ. Как известно, формирование продукционных правил представляет собой достаточно трудоемкую задачу, которую эксперт часто выполняет вручную. Таким образом, предлагаемые положения позволяют сократить объем трудозатрат экспертных групп, связанных с процессом формирования баз знаний. Дополнительную сложность для экспертов при формировании базы знаний создают различия свойств входных переменных из-за разнообразия диапазонов значений, единиц измерения и видов влияния на значение выходной переменной. В условиях подобного разнообразия требуется, чтобы эксперт помнил специфику каждой переменной и внимательно анализировал входные переменные во время формирования правил. С учетом изложенного в статье [19], повышенная концентрация внимания человека влечет за собой его более быструю утомляемость, что, в свою очередь, негативно влияет на количе-



ство совершаемых ошибок. Устранение ошибок требует дополнительных временных затрат. При использовании предложенных положений после нормализации переменные обладают единым диапазоном значений и имеют одинаковый вид корреляции с выходной переменной. Подобная однородность свойств входных переменных упрощает процесс формирования продукционных правил.

Несмотря на введение дополнительных математических операций, в процессе экспериментов не было выявлено заметного снижения вычислительной производительности аппаратных средств, на базе которых функционировали исследуемые СНВ. Подобное объясняется значительным запасом вычислительных мощностей у современных ЭВМ. Учитывая широкую область применения предложенных положений, ориентированных на реализацию экспертных систем, предназначенных для получения интегральной оценки сложного объекта, возрастающие вычислительные затраты можно считать несущественными в сравнении с упрощением процесса формирования БЗ. Как известно, подобный процесс преимущественно выполняется непосредственно специалистами (экспертами). В экспериментах, описанных в § 2 и § 3, на формирование БЗ СНВ, где применялись методы нормализации, основанные на предложенных положениях, затрачивалось меньше времени (в среднем на  $\approx 37\%$  и  $\approx 47\%$  соответственно), чем на формирование БЗ СНВ, в которых методы нормализации не применялись.

Кроме этого, как следует из монографии [1], одной из проблем построения СНВ является «проклятие размерности». Его сущность заключается в том, что количество правил в БЗ сильно зависит от количества переменных  $n_{vereb}$  и количества термов  $n_{term}$ , которые описывают каждую из переменных. Например, если для описания всех входных переменных используется одинаковое количество термов (при условии, что правила имеют структуру MISO), то закономерность для определения количества правил имеет вид  $n_{rule} = n_{term}^{n_{vereb}}$ . Для уменьшения негативного влияния «проклятия размерности» необходима разработка положений, позволяющих сократить количество правил в БЗ при сохранении точности СНВ. Как показали проведенные эксперименты, предложенные положения позволили сократить количество правил внутри БЗ в зависимости от условий эксперимента: на 40% в эксперименте по оценке кредитоспособности заемщика (§ 3) и в экспериментах 5 и 6 (§ 2), а также на 64% в эксперименте 3 (§ 2).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе исследований предложен метод нормализации входных переменных для систем нечеткого вывода. Метод позволяет преобразовать абсолютные значения входных переменных к единому диапазону значений в нормализованных единицах. При этом минимальное значение нормализованной переменной оказывает наихудшее влияние на выходной параметр, а максимальное значение нормализованной переменной оказывает наилучшее влияние на выходной параметр. Метод основан на разделении интервала значений переменной на последовательность отрезков, после этого для каждого отрезка формируется закономерность, позволяющая преобразовать абсолютные значения параметра к нормализованным значениям. Для реализации оператора нормализации на заданном интервале предложено применение метода построения прямой по двум точкам. Проведенное моделирование показало, что в рамках описанных ограничений модели СНВ, в которых применяется предложенный метод нормализации, адекватны моделям, в которых используются СНВ без проведения нормализации входных переменных. Представленный метод нормализации позволил сократить количество правил в базе знаний в зависимости от условий эксперимента: на 40% в эксперименте по оценке кредитоспособности заемщика (§ 3) и в экспериментах 5 и 6 (§ 2); на 64% в эксперименте 3 (§ 2); общим свойством систем нечеткого вывода в этих экспериментах было наличие входных переменных, которые имеют точку экстремума по влиянию на значение выходной переменной. В проведенных экспериментах на формирование баз знаний систем нечеткого вывода при использовании методов нормализации затрачивалось меньше времени (в среднем на  $\approx 37\%$  в экспериментах, описанных в § 2, и на  $\approx 47\%$  в эксперименте, описанном в § 3), чем для баз знаний систем нечеткого вывода без применения предложенного метода нормализации.

Предложенные положения открывают возможности дальнейшего развития методов обработки информации для систем поддержки принятия решений различного назначения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Pegat A.* Нечеткое моделирование и управление. пер. с англ. – М.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2017. – 800 с. [Pegat, A. Fuzzy modeling and control. – Moscow: Binom. Knowledge Laboratory, 2017. – 800 s. (In Russian)]

2. Lee, K.H. First Course on Fuzzy Theory and Applications. – Springer Science & Business Media, 2004. – 335 p.
  3. Amindousta, A., Ahmeda, S., Saghafiniab, A., Bahreininejada, A. Sustainable supplier selection: A ranking model based on fuzzy inference system // Applied Soft Computing. – 2012. – No. 12. – P. 1668–1677.
  4. Alavi, N. Date grading using rule-based fuzzy inference system // Journal of Agricultural Technology. – 2012. – No. 8(4). – P. 1243–1254.
  5. Cavallar, F. A Takagi-Sugeno Fuzzy Inference System for Developing a Sustainability Index of Biomass // Sustainability. – 2015. – No. 7(9). – P. 12359–12371.
  6. Latinovic, M., Dragovic, I., Arsic, V.B., Petrovic, B. A Fuzzy Inference System for Credit Scoring using Boolean Consistent Fuzzy Logic // International Journal of Computational Intelligence Systems. – 2018. – Vol. 11, iss. 1. – P. 414–427.
  7. Novacovich, B., Vranjes, B., Novacovich, D. An optimal adaptation algorithm for fuzzy logic control systems // Theory and practice of control and systems: proceedings of 6<sup>th</sup> IEEE Mediterranean conference – Alterhero, Sardinia, Italy. – 1998. – P. 629–634.
  8. Grassian, D., Bahatem, M., Scott, T., Olsen, D. Application of a Fuzzy Expert System to Analyze and Anticipate ESP Failure Modes // Abu Dhabi International Petroleum Exhibition & Conference. – Abu Dhabi, UAE. – 2017. – P. 2–10.
  9. Bermudez, F., Carvajal, G.A., Moricca, G., et al. Fuzzy Logic Application to Monitor and Predict Unexpected Behavior in Electric Submersible Pumps (Part of the KwIDF Project) // SPE Intelligent Energy Conference & Exhibition. – Utrecht, The Netherlands. – 2014. – P. 1–13.
  10. Lee, E., Choi, C., Kim, P. Intelligent Handover Scheme for Drone Using Fuzzy Inference Systems // IEEE Access. – 2017. – Vol. 5. – P. 13712–13719.
  11. Zainol-Abidin, S.N., Jaaman, S.H., Ismail, M., Abu-Bakar, A.S. Clustering Stock Performance Considering Investor Preferences Using a Fuzzy Inference System // Symmetry. – 2020. – Vol. 12, iss. 7. – P. 1–15.
  12. Özger, M. Comparison of fuzzy inference systems for stream flow prediction // Hydrological Sciences Journal. – 2009. – Vol. 54. – P. 261–273.
  13. Sonmez, A.Y., Kale, S., Ozdemir, R.C., Kadak, A.E. An Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) to Predict of Cadmium (Cd) Concentrations in the Filyos River, Turkey // Turkish Journal of Fisheries and Aquatic Sciences. – 2018. – Vol. 18. – P. 1333–1343.
  14. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. – М.: Горячая линия-Телеком, 2007. – 288 с. [Shtovba, S.D. Design of fuzzy systems by means of MATLAB. Moscow, Goryachaya liniya-Telekom Publ., 2007. –288 s. (In Russian)]
  15. Шмелева А.Г., Каленюк И.В., Обыденнова С.Ю. и др. Программная модель оценки кредитоспособности клиентов с применением алгоритмов искусственного интеллекта // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. – 2020. – № 3 (130). – С. 72–79. [Shmeleva, A.G., Kalenyuk, I.V., Shmeleva A.G., et al. A software model for assessing customers' credit worthiness using artificial intelligence algorithms // Proceedings of NSTU named after R.E. Alekseev. – 2020. – No. 3 (130). – P. 72–79 (In Russian)]
  16. Шакиров В.А., Панкратьев П.С. Поддержка принятия решений на стадии предпроектных исследований на основе двухуровневого многокритериального анализа // Прикладная информатика. – 2013. – № 6 (48). – С. 111–121. [Shakirov, V., Pankratiev, P. Decision making support at the pre-feasibility study stage based on two level multi-attribute analysis // Journal of Applied Informatics. – 2013. – No. 6 (48). – P. 111–121. (In Russian)]
  17. Неведов А.С., Шакиров В.А. Многокритериальная оценка альтернатив на основе метода TOPSIS в условиях неопределенности предпочтений лица, принимающего решения // Информационные технологии. Проблемы и решения. – 2019. – № 3 (8). – С. 25–32. [Nefedov, A.S., Shakirov, V.A. Multi-criteria assessment of alternatives based on the topsis method in the conditions of uncertainty of the preferences of the decision maker // Information technologies. Problems and solutions. – 2019. – No. 3 (8). – P. 25–32. (In Russian)]
  18. Гвоздик М.И., Абдулалиев Ф.А., Шилов А.Г. Модели оценки рисков в нечеткой среде с использованием логического вывода на нечетких множествах первого порядка // Научно-аналитический журнал Вестник Санкт-Петербургского университета Государственной противопожарной службы МЧС России. – 2017. – № 2. – С. 107–120. [Gvozdk, M.I., Abdulaliev, F.A., Shilov, A.G. The risk assessment model in fuzzy environment using logical inference on fuzzy sets of the first order // Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta GPS MCHS Rossii. – 2017. – No. 2. – P. 107–120. (In Russian)]
  19. Акимова Г.П., Соловьев А.В., Пашкина Е.В. Методологический подход к определению влияния человеческого фактора на работоспособность информационных систем // Труды ИСА РАН. – 2007. – Т. 29. – С. 102–112. [Akimova, G.P., Soloviev, A.V., Pashkina, E.V. Methodological approach to determining the influence of the human factor on the performance of information systems // Proceeding of the Institute for Systems Analysis of the Russian Academy of Sciences. – 2007. – Vol. 29. – P.102–112. (In Russian)]
- Статья представлена к публикации руководителем  
регионального редсовета В.Ю. Столбовым.*
- Поступила в редакцию 15.03.2021,  
после доработки 7.06.2021.  
Принята к публикации 22.06.2021*
- Сорокин Александр Александрович** – канд. техн. наук, Астраханский государственный технический университет, ✉ alsorokin.astu@mail.ru.



# USING PIECEWISE FUNCTIONS TO NORMALIZE INPUT VARIABLES OF FUZZY INFERENCE SYSTEMS

A.A. Sorokin

Astrakhan State Technical University, Astrakhan, Russia

✉ [alsorokin.astu@mail.ru](mailto:alsorokin.astu@mail.ru)

**Abstract.** This paper proposes a method for normalizing the input variables of fuzzy inference systems (FISs), which are used in assessing integrally the state of a complex object. The method involves piecewise functions: the variable's range is divided into several intervals (the length of each interval depends on the variable's specifics), and a particular function is assigned to each interval. This function shows the patterns of the variable's variations on the normalized scale relative to its variations on the absolute scale. The set of these functions for the entire range of the variable forms the normalization operator. When implementing the normalization operator, the functions are selected so that after transformation, all input variables positively correlate with the output variable. This approach simplifies the construction of FISs: the same terms of the input variables have the same semantic meaning after transformation. According to the simulation results, FISs with the proposed normalization method are adequate to similar FISs without the normalization of the input variables. The proposed normalization method allows reducing the number of rules in the FIS knowledge base if the input variables have an optimum of their influence on the value of the output variable.

**Keywords:** fuzzy inference system, normalization, input variable, knowledge base, rule, integral assessment, information processing.

# НЕБЛОКИРУЕМЫЕ ОТКАЗОУСТОЙЧИВЫЕ ДВУХКАСКАДНЫЕ ДУАЛЬНЫЕ ФОТОННЫЕ КОММУТАТОРЫ

Е.А. Барабанова, К.А. Вытовтов, В.С. Подлазов

**Аннотация.** Продолжено развитие теории построения принципиально нового класса системных сетей – неблокируемых дуальных фотонных сетей со статической самомаршрутизацией. Данные сети обладают масштабируемостью, высоким быстродействием, свойственным фотонным системам, и сложностью, сопоставимой со сложностью полного коммутатора. Использование расширенного схемного базиса, состоящего из дуальных фотонных коммутаторов и отдельных фотонных мультиплексоров и демультимплексоров, позволяет добиться балансировки соотношений масштабируемость/быстродействие и сложность/быстродействие. В работе предложен метод построения двухкаскадной отказоустойчивой дуальной сети с указанными свойствами на основе сетей с топологией квазиполного графа и квазиполного орграфа и метода инвариантного расширения с внутренним распараллеливанием.

**Ключевые слова:** фотонный коммутатор, дуальный коммутатор, фотонные мультиплексоры и демультимплексоры, многокаскадный коммутатор, бесконфликтная самомаршрутизация, неблокируемый коммутатор, статическая самомаршрутизация, квазиполный орграф, квазиполный граф, коммутационные свойства, прямые каналы, масштабируемость, быстродействие и отказоустойчивость.

## ВВЕДЕНИЕ

В работах [1–4] предложена методика построения неблокируемых фотонных коммутаторов со статической самомаршрутизацией для оптических суперкомпьютерных систем и систем связи.

В данной работе ставится и решается задача построения неблокируемых самомаршрутизируемых фотонных коммутаторов с  $(\sigma - 1)$ -канальной отказоустойчивостью. Она обеспечивается посредством замены топологии дуального квазиполного орграфа [1–3] на топологию дуального квазиполного графа, допускающую размен общего числа каналов на число разных каналов между абонентами. Эта задача решается так же, посредством применения развитого ранее [4] метода внутреннего распараллеливания.

Неблокируемые сети со статической самомаршрутизацией составляют принципиально новый класс системных сетей, достигающих указанных свойств посредством применения нового типа неблокируемых дуальных коммутаторов и метода инвариантного расширения сетей на основе сетей с топологией квазиполных орграфов и графов [4, 5].

Это утверждение базируется на том факте, что до настоящего времени таких сетей с широкой масштабируемостью и приемлемой сложностью построено не было. В настоящее время в литературе широко представлены [6–13] системные сети со структурой толстого дерева (в частности, перестраиваемые сети Клоза), со структурой обобщенного гиперкуба, со структурой многомерного тора и сети с иерархией полных графов или орграфов.

Сети со структурой толстого дерева являются перестраиваемыми сетями [6, 7], в которых бесконфликтная передача осуществляется только по заранее составленным расписаниям для конкретных перестановок пакетов. Для произвольных перестановок эти сети оказываются блокируемыми, и в них перестановки осуществляются за несколько скачков между узлами сети. Сети со структурой обобщенного гиперкуба не являются даже перестраиваемыми [8, 9]. Их можно сделать таковыми посредством увеличения числа каналов в некоторых измерениях. Сети со структурой многомерного тора для произвольных перестановок вообще не имеют возможности передавать пакеты по прямым каналам [10, 11]. Они реализуют перестановки за несколько скачков между узлами сети. Аналогич-



ными свойствами обладают и сети со структурой иерархии полных графов или орграфов [12, 13].

В работах [1–4] методика построения неблокируемых фотонных коммутаторов со статической самомаршрутизацией основана на четырех базовых положениях.

Использование четырехканального коммутатора новой структуры, который является дуальным по способу разрешения конфликтов. Он совмещает шинный способ (разведение конфликтующих сигналов по разным тактам в одном канале) и коммутаторный способ (разведение конфликтующих сигналов по разным каналам).

Допущение о передаче сигнальной и управляющей информации для коммутаторов параллельно на разных частотах для каждого разряда данных. Это допущение позволяет снять проблему синхронизации сигналов разных каналов.

Способ каскадирования коммутаторов, по которому  $I$ -й канал  $J$ -го коммутатора одного каскада подсоединяется к  $J$ -му каналу  $I$ -го коммутатора в следующем каскаде. В этом способе с обменными связями предыдущий и следующий каскады должны состоять из одинакового числа коммутаторов с одинаковым числом каналов каждый. Этот способ позволяет создавать многоканальные коммутаторы с малым числом каскадов.

Балансировка быстродействия и сложности многокаскадного коммутатора основывается на применении метода инвариантного расширения системных сетей [5], сохраняющего неблокируемость и быстродействие коммутатора при увеличении числа его каналов. Это метод основывается на использовании расширенной схемной базы, состоящей из коммутаторов  $p \times p$  на  $p$  каналов и пар мультиплексоров  $M_p 1 \times p$  и демультимплексоров  $D_p p \times 1$  ( $p \geq 2$ ).

В § 1 представлены работы по фотонике, близкие к рассматриваемой задаче [14–23]. В § 2 представлена методика построения неблокируемых фотонных коммутаторов, которой авторы пользовались в предыдущих работах [1–4]. В § 3 представлен коммутатор с топологией дуального квазиполного графа как основы построения неблокируемых самомаршрутизируемых коммутаторов с канальной отказоустойчивостью. В § 4 строятся двухкаскадные неблокируемые самомаршрутизируемые коммутаторы с одноканальной и двухканальной отказоустойчивостью и оцениваются их характеристики по быстродействию и сложности. В заключении суммируются полученные результаты и намечаются возможности их развития и обобщения для построения четырехкаскадных и 8-каскадных неблокируемых отказоустойчивых коммутаторов широкой масштабируемости.

## 1. ОБЗОР РЕЛЕВАНТНЫХ РАБОТ ПО ФОТОНИКЕ

В настоящее время одним из перспективных направлений развития высокопроизводительных суперкомпьютеров является использование фотонных технологий [14, 15]. При этом большое внимание уделяется разработке фотонных коммутаторов, позволяющих существенно повысить скорость передачи и обработки информации [16–23]. В работе [16] рассмотрены фотонные коммутаторы, для построения которых использовались такие известные топологии, как схемы Клоза, Бенеша, матричный коммутатор, Dragonfly и т. д. Одним из недостатков данных схем является внешнее электронное управление, которое, с одной стороны, позволяет реализовать неблокируемую коммутацию, но с другой стороны, ограничивает быстродействие оптических схем в среднем до нескольких десятков наносекунд [17, 18]. Так, например, в работе [23] представлен матричный коммутатор с внешним управлением размерностью  $240 \times 240$ , выполненный на основе МЭМС-технологии, быстродействие которого составило 400 нс. Другой проблемой при реализации оптических коммутаторов является необходимость использования оптических буферных устройств [18]. В работе [22] предлагается метод передачи и обработки информации, позволяющий уменьшить размер оптического буфера в 4,2 раза и повысить быстродействие в 2,6 раза. В работе [18] предлагается новый принцип оптической коммутации, названный коммутацией сегментов. Он отличается от коммутации каналов тем, что в процессе установления соединения заранее резервируется не весь маршрут от отправителя к получателю, а его более мелкие сегменты. Это позволяет повысить производительность сети и уменьшить число конфликтов.

В работах [14–23] представлены отдельные компоненты фотонных сетей, но нет методики объединения их в сети с заданными свойствами. Напротив, в работах [1–4] дается методика построения неблокируемых фотонных коммутаторов со статической самомаршрутизацией.

## 2. МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ НЕБЛОКИРУЕМЫХ ФОТОННЫХ КОММУТАТОРОВ

В работах [1–4] одна из схем однокристалльного дуального коммутатора  $4 \times 4$  имеет вид двухкаскадной схемы из четырех демультимплексоров и четырех мультиплексоров с обратными связями через линии задержки. Каскады коммутатора соединены обменными связями. Если измерять сложность мультиплексоров  $M_4$  и демультимплексоров  $D_4$

плексоров Д4 в числе точек коммутации как равную четырем, то коммутационная сложность коммутатора задается как  $S_1 = 32$ . Комбинация из двух управляющих частот однозначно определяет режим демультиплексора, в котором информационный сигнал может быть направлен на один из четырех выходов.

Сигналы с выходов демультиплексора поступают на входы мультиплексора. Один из них пропускается на выход, а остальные возвращаются на свои линии задержки ЛЗ- $\delta$  длительностью в  $\delta$  тактов (сигналов). Обратные связи через ЛЗ- $\delta$  придают коммутатору функцию динамической задержки сигналов, что требует увеличения периода передачи сигналов.

Дуальный коммутатор ДК4 обеспечивает неблокируемость при статической самомаршрутизации при соответствующем выборе длины линии задержки  $\delta$ . Значение  $\delta$  зависит от номера каскада, в котором используется коммутатор ДК4.

В первом каскаде  $\delta = 1$ . Пусть на входы коммутатора ДК4 одновременно поступают четыре сигнала длительностью  $T_0$ , принимаемой за один такт. Ввиду динамической задержки сигналов на его выходах может возникнуть один из четырех вариантов размещения сигналов: по одному на каждом выходе, по два сигнала подряд на двух выходах, один и три сигнала подряд на двух выходах и четыре сигнала подряд на одном выходе. В результате коммутатор ДК4 окажется неблокируемым на любом входном трафике при длительности периода  $T_1$  информационных сигналов в четыре такта. Подчеркиванием обозначаются значения, полученные в работах [1–3].

Таким образом неблокируемый самомаршрутизируемый коммутатор ДК4 имеет такие характеристики: период сигналов  $T_1 = 4 = N_1$  тактов, число каналов  $N_1 = 4$  и коммутационную сложность  $S_1 = 32 = N_1^{5/2}$ .

В работах [1–3] был рассмотрен двухкаскадный коммутатор  $K_216$   $16 \times 16$  с обменными связями, состоящий из четырех коммутаторов ДК4 в каждом каскаде. В первом каскаде используются линии задержки ЛЗ-1, а во втором – ЛЗ-0, т. е. линии задержки не используются. На произвольной перестановке пакетов  $K_216$  оказался неблокируемым самомаршрутизируемым коммутатором с такими характеристиками: число каналов  $N_2 = 16$ , период сигналов  $T_2 = 4 = N_2^{1/2}$  тактов и коммутационная сложность  $S_2 = 2 \cdot 4 \cdot 32 = 256 = N_2^2$ .

В работах [1–3] был рассмотрен четырехкаскадный коммутатор  $256 \times 256$   $K_4256$  с обменными связями, состоящий из 16 коммутаторов  $K_216$  в каждом каскаде. Он состоит из четырех каскадов

коммутаторов ДК4. В первом каскаде используются линии задержки ЛЗ-1, во втором – ЛЗ-4, в третьем – ЛЗ-15 и в четвертом – ЛЗ-0. На произвольной перестановке пакетов  $K_4256$  оказался неблокируемым самомаршрутизируемым коммутатором с такими характеристиками: период сигналов  $T_4 = 49 \approx 3N_4^{1/2}$  тактов, число каналов  $N_4 = 256$  и коммутационная сложность  $S_4 = 2 \cdot 16 \cdot 256 = 8192 = N_4^{1,625}$ . Отметим здесь большой период разрядов (низкое быстродействие) и малую сложность коммутатора.

В работах [1–3] была предложена балансировка соотношения быстродействие/сложность с помощью инвариантного расширения неблокируемых коммутаторов с малым периодом. В частности, коммутатор  $K_216$  расширялся посредством параллельного использования его нескольких копий и внешних мультиплексоров М4 и демультиплексоров Д4. Этот метод увеличения числа каналов можно называть методом внешнего распараллеливания неблокируемой сети. В результате его применения был построен неблокируемый самомаршрутизируемый коммутатор  $K_364$ , состоящий из 16 коммутаторов  $K_216$  и 64 демультиплексоров Д4 и мультиплексоров М4 и имеющий следующие характеристики: число каналов  $N_3 = 64$ , период сигналов  $T_3 = 4 = N_3^{1/3}$  тактов и коммутационную сложность  $S_3 = 16 \cdot 256 + 4 \cdot 128 = 4608 = N_3^{2,028}$ .

В работе [4] неблокируемый коммутатор с топологией квазиполного орграфа использовался не только для расширения двухкаскадных коммутаторов, но и сразу для их построения. В результате удалось построить неблокируемые коммутаторы с большим быстродействием (меньшим периодом сигналов) и с большим числом каналов, чем в работах [1–3].

Коммутатор с топологией квазиполного орграфа строится из дуальных коммутаторов  $p \times p$  (ДК $p$ ) совместно с демультиплексорами  $1 \times p$  (Д $p$ ) и мультиплексорами  $p \times 1$  (М $p$ ). Неблокируемый коммутатор КП $N_1$  на  $N_1 = p^2$  каналов состоит из  $N_1$  коммутаторов ДК $p$ , демультиплексоров Д $p$  и мультиплексоров М $p$ . Его схемы для  $p = 2$  и  $p = 4$  представлены на рис. 1 и 2 соответственно. Получаемые далее в настоящей статье значения приводятся без подчеркивания.

Коммутационная сложность коммутатора КП $N_1$  задается как  $S_1 = 2pN_1 + 2p^2N_1 = 2p^3(p+1)$ , а канальная сложность (число каналов без внутренних каналов ДК $p$ ) – как  $L_1 = 2pN_1 = 2p^3$ . В табл. 1 даются их значения, выраженные показательной зависимостью через число каналов. В дальнейшем задаваемую таким образом сложность будем называть показательной сложностью.

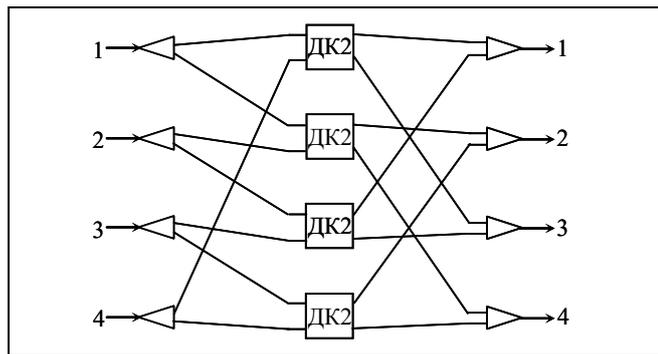


Рис. 1. Дуальный коммутатор КП4 с топологией квазиполного графа. Квадраты задают коммутаторы ДК2, а треугольники – демультиплексоры Д2 и мультиплексоры М2

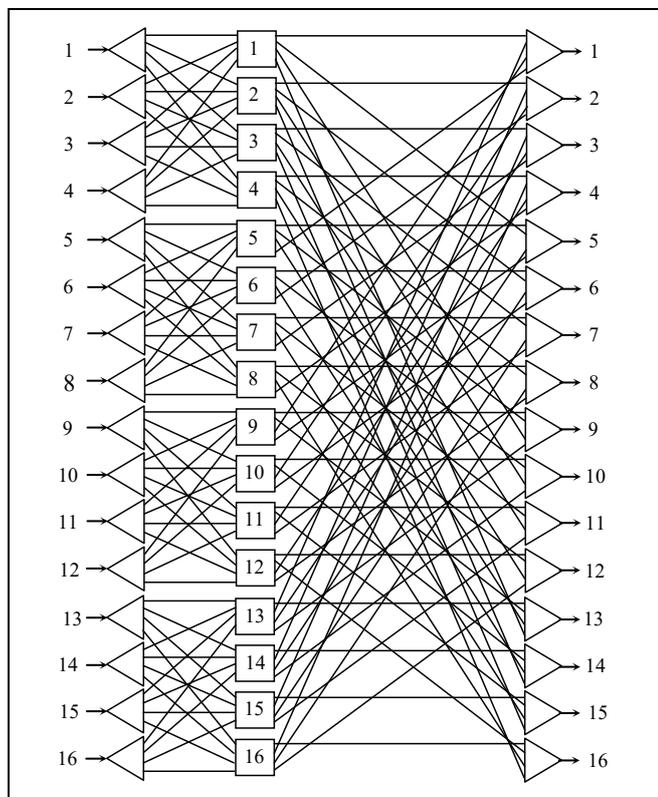


Рис. 2. Дуальный коммутатор КП16 с топологией квазиполного графа. Квадраты задают коммутаторы ДК4, а треугольники – демультиплексоры Д4 и мультиплексоры М4

кадов по четыре коммутатора КП4 в каждом каскаде. К сожалению, сеть  $C_{216}$  является блокируемой сетью, так как реализация произвольной перестановки на сети  $C_{216}$  не сводится к реализации перестановок на коммутаторах КП4 первого и второго каскада. Конфликты сигналов могут происходить на каскаде мультиплексоров М2, выделенных серой заливкой (см. рис. 5 в работе [5]). Конфликтовать могут сигналы в одинаковых тактах на разных входах мультиплексора.

Методом инвариантного внутреннего распараллеливания [4] сеть  $C_{216}$  преобразуется в неблокируемый самомаршрутизируемый коммутатор  $K_{216}$  с периодом сигналов  $T_2 = 2$  такта.

При любом  $p > 2$  аналогичным образом можно построить неблокируемый самомаршрутизируемый коммутатор  $K_{2N_2}$  с числом каналов  $N_2 = p^4$  и периодом разрядов  $T_2 = p$ . Коммутационная сложность коммутатора  $K_{2N_2}$  задается по построению рекуррентной формулой  $S_2 = N_1S_1 + pN_1S_1$ , а канальная – рекуррентной формулой  $L_2 = N_1L_1 + pN_1L_1$ . Численные значения характеристик коммутатора  $K_{2N_2}$  представлены в табл. 2.

Здесь важно отметить, что коммутационная и канальная сложности коммутатора  $K_{2N_2}$  существенно меньше, чем у коммутатора  $KPN_1$  (см. табл. 1). Это означает, что метод внутреннего распараллеливания открывает возможность уменьшения показательной сложности двухкаскадного коммутатора по сравнению со сложностью исходного коммутатора  $KPN_1$ .

В работе [4] был применен также метод инвариантного расширения с внешним распараллеливанием неблокируемых коммутаторов посредством использования дополнительных составных мультиплексоров  $Md$  и демультиплексоров  $Dd$  с  $d = p^\alpha$  ( $1 \leq \alpha \leq 4$ ). Он позволил создать набор неблокируемых самомаршрутизируемых коммутаторов широчайшей масштабируемости.

Таким образом, в работах [1–4] рассмотрены различные подходы к построению неблокируемых фотонных коммутаторов широкой масштабируемости, но при этом не затрагивался вопрос отказоустойчивости таких сетей. Более того, учитывая, что в фотонных коммутаторах [1–4] между любой парой «вход – выход» существует только один физический путь передачи информации, то разработка новых коммутационных схем с большим числом таких каналов позволит повысить их отказоустойчивость и представляет собой актуальную задачу.

Таблица 1

**Характеристики коммутаторов КП $N_1$**

$p$	2	4	6	8
$N_1$	4	16	36	64
$S_1$	$N_1^{2,79}$	$N_1^{2,33}$	$N_1^{2,24}$	$N_1^{2,19}$
$L_1$	$N_1^2$	$N_1^{1,75}$	$N_1^{1,69}$	$N_1^{1,67}$

Из неблокируемых дуальных коммутаторов КП4 можно построить двухкаскадную сеть  $C_{216}$  с обменными связями [5]. Она состоит из двух кас-

Таблица 2

 Характеристики коммутаторов  $K_2N_2$ 

$p$	$N_2 = p^4$	$T_2 = p$	$S_2$	$L_2$
2	16	2	$576 = N_2^{2,29}$	$224 = N_2^{1,95}$
3	81	3	$7\,776 = N_2^{2,04}$	$2\,187 = N_2^{1,75}$
4	256	4	$51\,200 = N_2^{1,96}$	$11\,264 = N_2^{1,68}$
5	625	5	$225\,000 = N_2^{1,91}$	$40\,625 = N_2^{1,65}$
6	1296	6	$762\,048 = N_2^{1,89}$	$116\,640 = N_2^{1,63}$
7	2401	7	$2\,151\,296 = N_2^{1,87}$	$285\,719 = N_2^{1,61}$
8	4096	8	$5\,308\,416 = N_2^{1,86}$	$622\,592 = N_2^{1,60}$

### 3. НЕБЛОКИРУЕМЫЙ САМОМАРШРУТИЗИРУЕМЫЙ КОММУТАТОР С ТОПОЛОГИЕЙ КВАЗИПОЛНОГО ГРАФА

На базе дуальных коммутаторов  $DKp$  совместно с демультиплексорами  $Dp$  и мультиплексорами  $Mp$  можно построить неблокируемый самомаршрутизируемый коммутатор на  $N_1$  каналов с топологией квазиполного графа – дуальный коммутатор  $KПГ(N_1, p, \sigma)$ , в котором  $N_1 = p(p - 1)/\sigma + 1$  и  $\sigma$  задает число дуплексных каналов между любыми двумя абонентами через разные коммутатор  $DKp$ .

Коммутатор  $KПГ(N, p, \sigma)$  изоморфен такому математическому объекту, как неполная уравновешенная симметричная блок-схема  $B(N, p, \sigma)$  [24]. Она содержит  $N$  блоков и  $N$  элементов, которые размещены по блокам так, что каждый блок содержит точно  $p$  различных элементов, а каждый элемент входит точно в  $p$  различных блоков, и каждая пара элементов входит точно в  $\sigma$  блоков. При этом блок-схема  $B(N, p, \sigma)$  задает максимальное значение  $N$  при заданных значениях  $p$  и  $\sigma$ .

В коммутаторном представлении блоки интерпретируются как коммутаторы  $DKp$ , элементы – как абоненты степени  $p$  (с  $p$  дуплексными портами), а вхождение элемента в блок – как соединение дуплексным каналом каждого коммутатора  $DKp$  с каждым абонентом. При этом однопортовый абонент подсоединяется к разным коммутаторам  $DKp$  через пару демультиплексоров  $Dp$  и мультиплексоров  $Mp$ . На рис. 3 дана схема коммутатора  $KПГ(7, 4, 2)$  с дуплексными каналами и совмещенной парой демультиплексоров  $Dp$  и мультиплексоров  $Mp$  в одном разветвителе дуплексных каналов (хабе).

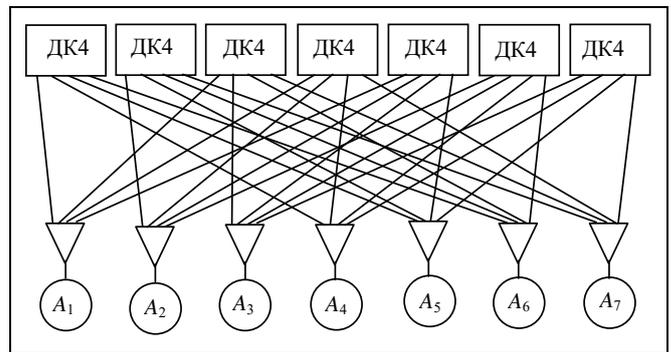


Рис. 3. Схема неблокируемой сети на базе коммутатора  $KПГ(7, 4, 2)$  с двумя разными каналами между любыми абонентами

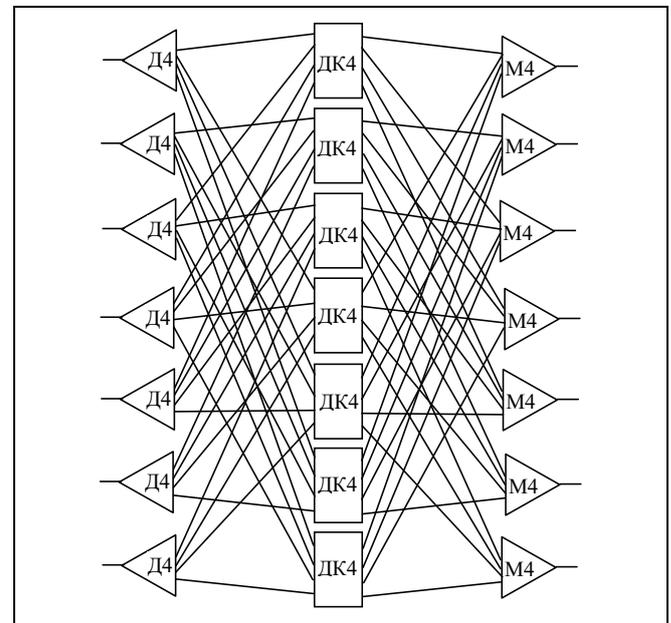


Рис. 4. Схема неблокируемого самомаршрутизируемого коммутатора  $KПГ(7, 4, 2)$  с двумя разными путями между любыми входными демультиплексорами  $D4$  и выходными мультиплексорами  $M4$



Таблица 4

**Коммутатор КПП(N, p, σ) и однорасширенные блок-схемы коммутаторов КПП(N\*, p, σ|σ + 1)**

	p									
σ	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	7	11	21	31	<u>39</u>	57	73	91	<u>95</u>	133
2	4	7	11	<u>15</u>	<u>21</u>	<u>27</u>	37	<u>42</u>	<u>51</u>	<u>63</u>
3	3	5	<u>7</u>	11	15	<u>19</u>	<u>23</u>	<u>29</u>	<u>36</u>	<u>43</u>

Для решения задачи построения многоканальной неблокируемой сети коммутатор КПП(N, p, σ) используется в формате с разделением каждого дуплексного канала на два симплексных – входной от демультимплексов Др и выходной от мультиплексов Mr. На рис. 4 приведена схема коммутатора КПП(7, 4, 2) в указанном формате. При этом (σ – 1)-канальная отказоустойчивость понимается как наличие σ разных путей через разные коммутаторы ДКр между входными демультимплексами Др и выходными мультиплексами Mr.

В общем случае более сложной сети, построенной на базе коммутатора КПП(N, p, σ), ее (σ – 1)-канальная отказоустойчивость трактуется как наличие σ разных путей через разные части сети между входными демультимплексами Др и выходными мультиплексами Mr.

К сожалению, квазиполные графы существуют не для всех значений параметров p и σ, и для каждой пары значений p и σ их приходится строить путем перебора. В табл. 3 приводятся значения N квазиполных графов при малых значениях этих параметров. Пустые клетки отмечают графы, которые не существуют по определению. Прочерки в клетках отмечают графы, которые не могут существовать согласно теории, а перечеркнутые значения отмечают графы, которые еще не построены.

Таблица 3

**Параметры коммутатора КПП(N, p, σ)**

	p									
σ	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	7	11	21	31	–	57	73	91	<del>111</del>	133
2	4	7	11	16	–	–	37	–	<del>56</del>	–
3	3	5		11	15		25	31	<del>45</del>	

Необходимость построения отказоустойчивых сетей требует некоторого эффективного заполнения пустых клеток в табл. 3. Для этого в работе [25] были построены однорасширенные коммутаторы КПП(N\*, p, σ|σ + 1), в которых малая часть абонентов связаны σ + 1 разными путями, а остальные – точно σ разными путями. Значения N и N\* числа узлов в вышеупомянутых блок-схемах приводятся в табл. 4, где последние выделяются подчеркиванием.

Коммутаторы КПП(N1, p, σ) имеют один слой выходных мультиплексов Mr общим числом V1 = (p + 1)N1.

**4. НЕБЛОКИРУЕМЫЙ САМОМАРШРУТИЗИРУЕМЫЙ ДВУХКАСКАДНЫЙ ОТКАЗОУСТОЙЧИВЫЙ КОММУТАТОР**

Введем понятие p-разбиения пакетов, передаваемых через некоторое сечение сети, при перестановке. Все пакеты разделены на группы переменного состава, содержащие не более p пакетов в каждой. При обычной перестановке пакетов на входе и выходе сети имеет место 1-разбиение. Назовем прямой p-перестановкой вариант передачи, при котором на входе сети имеет место 1-разбиение, а на некотором сечении – p-разбиение. Назовем обратной p-перестановкой вариант передачи, при котором на входе сети имеет место p-разбиение, а на заданном сечении – 1-разбиение.

Для дуального коммутатора КПП(N1, p, σ) указанное сечение проводится через входы выходных мультиплексов и называется выходным сечением. По свойству дуального коммутатора ДКр на выходном сечении дуального коммутатора КПП(N1, p, σ) при любом трафике имеет место p-разбиение. В частности, при любой перестановке в дуальном коммутаторе КПП(N1, p, σ) имеет место прямая p-перестановка.

**Лемма 1.** Дуальный коммутатор КПП(N1, p, σ) является неблокируемым при любой обратной p-перестановке, сохраняя при этом (σ – 1)-канальную отказоустойчивость.

**Доказательство.** Второе утверждение опирается на неблокируемость коммутатора КПП(N1, p, σ) на произвольной 1-перестановке и того факта, что обратная p-перестановка состоит из разреженных 1-перестановок, разведенных по разным тактам. При этом число разных путей между любым источником и приемником сохраняется в каждой такой перестановке. ♦

Дальнейшее построение многоканальных отказоустойчивых сетей будем осуществлять на при-

мере коммутатора ДК2 и минимального коммутатора с одноканальной отказоустойчивостью КПП(2, 2, 2) (рис. 5). Сначала строится блокируемая двухкаскадная четырехканальная сеть  $C_24$  с обменными связями (рис. 6). Она оказывается блокируемой сетью из-за возможных конфликтов в мультиплексорах М2 первого каскада, выделенных заливкой. На них же нарушается и одноканальная отказоустойчивость. Сеть  $C_24$  посредством использования двух копий второго каскада и применения метода внутреннего распараллеливания преобразуется в неблокируемый самомаршрутизируемый коммутатор  $K_24$  (рис. 7).

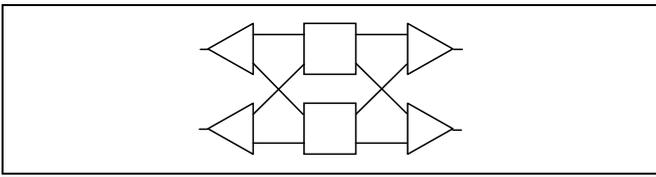


Рис. 5. Двухканальный неблокируемый коммутатор КПП(2, 2, 2) с  $T_2 = 2$  и одноканальной отказоустойчивостью

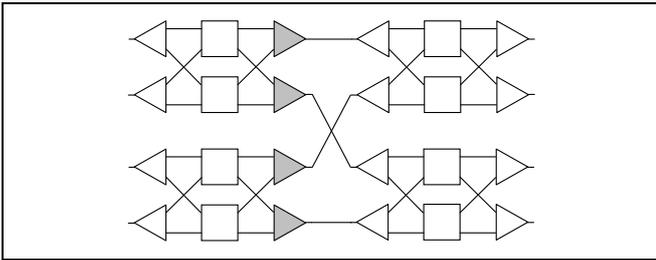


Рис. 6. Двухкаскадная сеть  $C_24$  с обменными связями

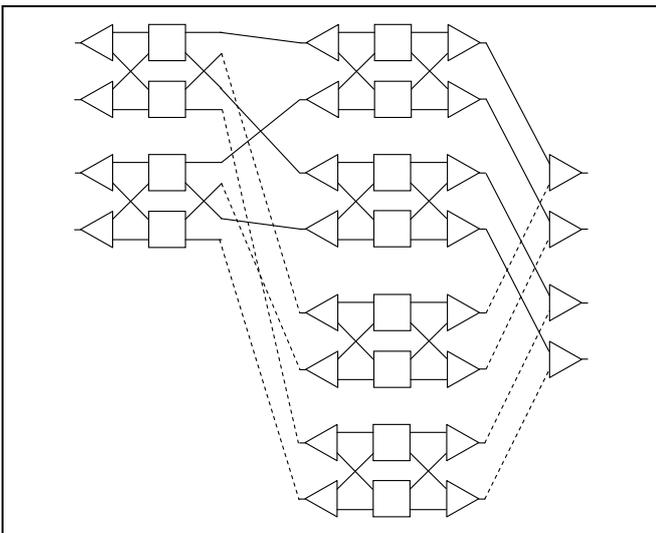


Рис. 7. Четырехканальный неблокируемый самомаршрутизируемый коммутатор  $K_24$  с одноканальной отказоустойчивостью

Это преобразование осуществляется посредством удаления всех мультиплексоров М2 из первого каскада и разведения их входных каналов по двум копиям второго каскада. Вырезанные мультиплексоры М2 объединяют одноименные выходные каналы копий второго каскада и образуют схему первого измерения. На входах составляющих ее коммутаторов КПП(2, 2, 2) имеют место разреженные прямые  $p$ -перестановки с непересекающимися входами-выходами. По лемме 1 они реализуются бесконфликтно. При этом любые два пути в первом каскаде разводятся по двум копиям второго каскада, что сохраняет одноканальную отказоустойчивость.

Как следствие коммутатор  $K_24$  оказывается неблокируемым коммутатором со статической самомаршрутизацией. Он обладает одноканальной отказоустойчивостью вследствие того, что все пути между входными демультиплексорами Д2 и выходными мультиплексорами М2 проходят по разным копиям второго каскада сети  $C_24$  в схеме первого измерения, так как  $p = \sigma = 2$ .

В общем случае  $p > 2$  и  $\sigma = 2$  используются коммутаторы ДК $p$  и КПП( $N_1, p, 2$ ). Минимальным нетривиальным дуальным графом коммутаторов КПП( $N_1, p, 2$ ) является дуальный коммутатор КПП(4, 3, 2) (рис. 8).

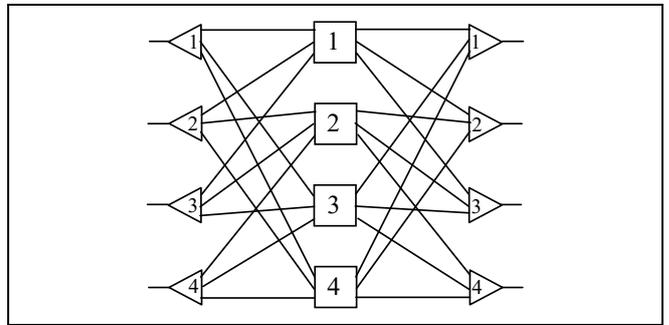


Рис. 8. Неблокируемый самомаршрутизируемый дуальный коммутатор КПП(4, 3, 2) с одноканальной отказоустойчивостью

Аналогичным образом строится двухкаскадная сеть  $C_2N_2$  с обменными связями и  $N_2 = N_1^2$ . Затем она посредством внутреннего распараллеливания по  $p$  копиям второго каскада, которые образуют схему первого измерения, преобразуется в неблокируемый самомаршрутизируемый коммутатор  $K_2N_2$ , который обладает одноканальной отказоустойчивостью, так как имеет  $p$  путей в схеме первого измерения и  $p \geq 2$ . Для  $p = 3$  коммутатор  $K_216$  представлен на рис. 9.

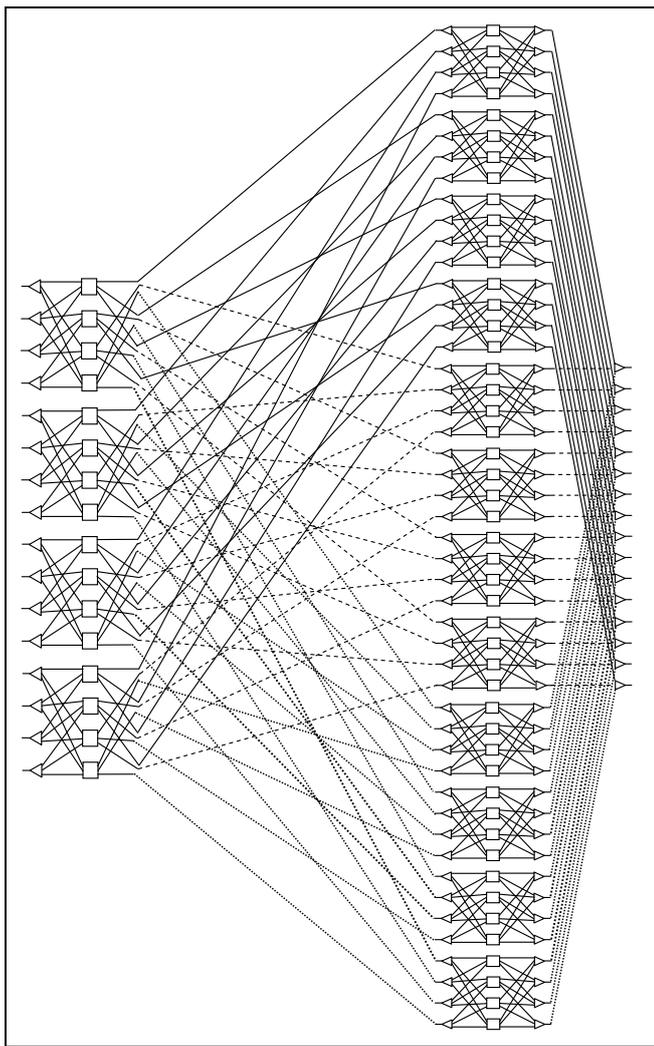


Рис. 9. Неблокируемый самомаршрутизируемый коммутатор  $K_2N_2$  с одноканальной отказоустойчивостью

Коммутационная сложность дуального коммутатора  $p \times p$  определяется по формуле  $S_0 = 2p^2$ . Тогда выражение для коммутационной сложности коммутатора  $KПГ(N_1, p, \sigma)$  имеет вид  $S_1 = N_1S_0 + 2pN_1$ . Выражение для канальной сложности коммутатора  $KПГ(N_1, p, \sigma)$  имеет вид  $L_1 = 2pN_1$ .

Учитывая, что в коммутаторе  $K_2N_2$  используются все мультиплексоры коммутаторов  $KПГ(N_1, p, \sigma)$  и не добавляется новых, а их входные и выходные каналы только перенаправляются, то можно сделать такой вывод: коммутационная сложность коммутатора  $K_2N_2$  задается по построению как  $S_2 = N_1S_1 + pN_1S_1$ , а канальная – как  $L_2 = N_1L_1 + pN_1L_1$ . Численные значения характеристик коммутаторов  $K_2N_2$  для разных  $\sigma$  представлены в табл. 5 и 6.

Сравним сложность коммутатора  $K_2N_2$  с одноканальной отказоустойчивостью со сложностью коммутатора, имеющего топологию полного графа и дублированные каналы, например, при  $p = 4$  ( $N_2 = 49$ ). Для последнего коммутационная сложность оценивается как  $S_2 = N_2^{2,35}$ , а канальная – как  $L_2 = N_2^{2,17}$ . Коммутационные сложности сопоставимы, а канальная сложность у коммутатора  $K_2N_2$  существенно меньше. При этом коммутатор с топологией полного графа имеет в четыре раза меньший период разрядов. Однако окончательные выводы делать еще рано.

В общем случае схема первого измерения определяется так:  $p$  копий второго каскада сети  $C_2N_2$  с подсоединенными к ним входами вырезанных мультиплексоров  $M_p$  и с выходами, объединенными этими мультиплексорами  $M_p$ , образуют схему первого измерения. Коммутатор  $K_2N_2$  содержит только одну схему первого измерения, выходы которой представляют собой выходы самого коммутатора.

Для обеспечения двухканальной отказоустойчивости необходимо использовать графы  $KПГ(N_1, p, 3)$ . Минимальным графом  $KПГ(N_1, p, 3)$  является  $KПГ(3, 3, 3)$ , а минимальным нетривиальным графом –  $KПГ(5, 4, 3)$  (рис. 10).

В общем случае ( $p \geq 3$  и  $\sigma = 3$ ), (см. табл. 4) сеть  $C_2N_2$  с  $N_2 = N_1^2$  строится аналогичным образом. Затем она описанным ранее способом посредством внутреннего распараллеливания с использованием  $p$  копий второго каскада преобразуется в неблокируемый самомаршрутизируемый коммутатор  $K_2N_2$ , который обладает двухканальной отказоустойчивостью.

Таблица 5

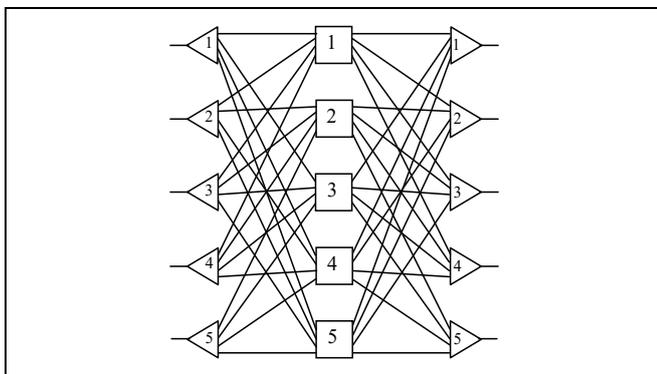
**Характеристики коммутаторов  $K_2N_2$  с одноканальной отказоустойчивостью**

$p$	$N_1$	$N_2 = N_1^2$	$T_2 = p$	$S_2$	$L_2$
2	2	4	2	$144 = N_2^{3,58}$	$56 = N_2^{2,9}$
3	4	16	3	$1536 = N_2^{2,65}$	$432 = N_2^{2,19}$
4	7	49	4	$9\ 800 = N_2^{2,37}$	$2\ 156 = N_2^{1,97}$
5	11	121	5	$43\ 560 = N_2^{2,23}$	$7\ 865 = N_2^{1,87}$
6	15	225	6	$132\ 300 = N_2^{2,18}$	$20\ 250 = N_2^{1,84}$
7	21	441	7	$395\ 136 = N_2^{2,12}$	$52\ 479 = N_2^{1,79}$
8	27	729	8	$944\ 784 = N_2^{2,09}$	$110\ 808 = N_2^{1,77}$

Таблица 6

**Характеристики коммутаторов  $K_2N_2$   
с двухканальной отказоустойчивостью**

$p$	$N_1$	$N_2 = N_1^2$	$T_2 = p$	$S_2$	$L_2$
3	3	9	3	$864 = N_2^{3,08}$	$243 = N_2^{2,50}$
4	5	25	4	$5\,000 = N_2^{2,65}$	$1\,100 = N_2^{2,18}$
5	7	49	5	$17\,640 = N_2^{2,52}$	$3\,185 = N_2^{2,07}$
6	11	121	6	$71\,148 = N_2^{2,31}$	$10\,890 = N_2^{1,94}$
7	15	225	7	$201\,600 = N_2^{2,26}$	$26\,775 = N_2^{1,88}$
8	19	361	8	$467\,856 = N_2^{2,22}$	$54\,872 = N_2^{1,85}$


**Рис. 10. Неблокируемый самораспределительный дуальный коммутатор КПГ(5, 4, 3) с двухканальной отказоустойчивостью**

Сравним сложность коммутатора  $K_2N_2$  с двухканальной отказоустойчивостью со сложностью коммутатора, имеющего топологию полного графа и троированные каналы, например, при  $p = 4$  ( $N_2 = 25$ ). Для последнего коммутационная сложность оценивается как  $S_2 = N_2^{2,55}$ , а канальная сложность – как  $L_2 = N_2^{2,34}$ . Коммутационные сложности сопоставимы, а канальная сложность у коммутатора  $K_2N_2$  существенно меньше. При этом коммутатор с топологией полного графа имеет в четыре раза меньший период разрядов.

Проведем в коммутаторе  $K_2N_2$  заданное сечение после дуальных коммутаторов КПГ( $N_1, p, \sigma$ ), т. е. на входе слоев выходных мультиплексоров. Тогда при любых значениях  $p$  и  $\sigma$  справедлива следующая лемма.

**Лемма 2.** Дуальный коммутатор  $K_2N_2$  имеет прямую  $p$ -перестановку на указанном сечении. Он является неблокируемым коммутатором со статической маршрутизацией на любой обратной  $p$ -перестановке при любом  $p$  и обладает  $(\sigma - 1)$ -канальной отказоустойчивостью.

**Доказательство.** Первое утверждение опирается на использование дуального коммутатора КПГ( $N_1, p, \sigma$ ) и справедливость для него леммы 1. Второе утверждение опирается на неблокируемость коммутатора КПГ( $N_1, p, \sigma$ ) и тот факт, что обратная  $p$ -перестановка состоит из разреженных 1-перестановок, разреженных по разным тактам. Объединение разреженных альтернативных перестановок посредством вырезанных мультиплексоров  $M_p$  не порождает никаких конфликтов.

Свойство  $(\sigma - 1)$ -канальной отказоустойчивости следует из того, что

все пути между входными демультиплексорами  $D_p$  и выходными мультиплексорами  $M_p$  проходят по  $p$  копиям второго каскада сети  $C_2N_2$  в схеме первого измерения и  $p \geq \sigma$ . С другой стороны, из любого источника в исходном дуальном коммутаторе КПГ( $N_1, p, \sigma$ ) выходит только  $\sigma$  разных путей, и их отказ разрушит связность сети. ♦

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложена методика построения нового вида неблокируемых самораспределительных фотонных сетей в виде двухкаскадного коммутатора, обладающего  $(\sigma - 1)$ -канальной отказоустойчивостью. Отличием нового вида коммутаторов от предложенных авторами ранее в предыдущих работах является их новое свойство – канальная отказоустойчивость. Добиться канальной отказоустойчивости позволила замена базового дуального коммутатора с топологией квазиполного орграфа из работы [5] на дуальный коммутатор с топологией квазиполного графа. В результате такой замены между каждой парой «вход – выход» в предлагаемых коммутаторах физически реализуется не один канал связи, как в первоначальных фотонных коммутаторах [1–4], а два или три. Каждый дополнительный канал позволяет использовать его в случае неисправности основного канала. С повышением отказоустойчивости фотонных коммутаторов очевидно возросли их канальная и коммутационная сложности. В настоящей работе приведены выражения для расчета этих характеристик в зависимости от числа каналов.

Кроме того, предлагаемые варианты отказоустойчивых двухкаскадных коммутаторов плохо масштабируются методом внешнего инвариантного распараллеливания с использованием дополнительных мультиплексоров и демультиплексоров [5], который применялся в работе [4] для масшта-



бирования двухкаскадного коммутатора без канальной отказоустойчивости на основе квазиполного орграфа. Например, коммутатор  $K_216$  с одноканальной отказоустойчивостью (рис. 12) может быть расширен с использованием мультиплексов  $M_3$  и демультимплексов  $D_3$  только до коммутатора  $K_220$ , и при повторном расширении – до коммутатора  $K_225$ .

Поэтому возникает следующая задача в направлении совершенствования фотонных сетей большой размерности, а именно – построение неблокируемого самомаршрутизируемого отказоустойчивого многокаскадного коммутатора широкой масштабируемости. Данная задача может быть решена посредством его расширения в четырехкаскадный и восьмикаскадный неблокируемые коммутаторы на основе разработки и применения обобщенного метода внутреннего распараллеливания.

При этом коммутационную показательную сложность можно существенно уменьшить посредством повышения числа каскадов сети и использования обобщенного способа внутреннего распараллеливания в каждом каскаде. Такой подход к масштабированию отказоустойчивых фотонных коммутаторов представляет собой продолжением данного исследования и будет рассмотрен в отдельной работе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Барабанова Е.А., Вытовтов К.А., Подлазов В.С. Многокаскадные коммутаторы для оптических и электронных суперкомпьютерных систем // Матер. 8-го Национального Суперкомпьютерного Форума (НСКФ-2019, Переславль-Залесский). 2019. URL: [http://2019.nscf.ru/TesisAll/02\\_Apparatura/037\\_BarabanovaEA.pdf](http://2019.nscf.ru/TesisAll/02_Apparatura/037_BarabanovaEA.pdf). [Barabanova, E.A., Vytovtov, K.A., Podlazov, V.S. *Mnogokaskadnye kommutatory dlya opticheskikh i elektronnykh superkomp'yuternykh sistem* // Materialy 8-go Nacional'nogo Superkomp'yuternogo Forumy (NSKF-2019, Pereslavl'-Zaleskij). – 2019. (In Russian)]
2. Барабанова Е.А., Вытовтов К.А., Вишневецкий В.М., Подлазов В.С. Новый принцип построения оптических устройств обработки информации для информационно-измерительных систем // Датчики и системы. – 2019. – № 9. – С. 3–9. [Barabanova, E.A., Vytovtov, K.A., Vishnevskij, V.M., Podlazov, V.S. *The new principle for the construction of optical information processing devices for information-measuring systems* // Sensors and Systems. – 2019. – No. 9. – P. 3–9. (In Russian)]
3. Barabanova, E., Vytovtov, K., Podlazov, V., Vishnevskiy, V. Model of optical non-blocking information processing system for next-generation telecommunication networks // Proceedings of the 22nd International Conference on Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications (DCCN-2019, Moscow). – 2019. – 1141. – P. 188–198. – DOI: 10.1007/978-3-030-36625-4\_16.
4. Барабанова Е.А., Вытовтов К.А., Подлазов В.С. Двухкаскадные дуальные фотонные коммутаторы в расширенном схемном базисе // Проблемы управления. – 2021. – № 1. – С. 69–81. [Barabanova, E.A., Vytovtov, K.A., Podlazov, V.S. *Two-stage dual photon switches in an extended scheme basis* // Control Sciences. – 2021. – No. 1. – P. 69–81. (In Russian)]
5. Каравай М.Ф., Подлазов В.С. Метод инвариантного расширения системных сетей многопроцессорных вычислительных систем. Идеальная системная сеть // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 12. – С. 166–177. [Karavai, M.F., Podlazov, V.S. *An invariant extension method for system area networks of multicore computational systems. An ideal system network* // Automation Remote Control. – 2010. – Vol. 71, no. 12. – P. 2644–2654.]
6. Pipenger, N. On rearrangeable and non-blocking switching networks // J. Comput. Syst. Sci. – 1978. – Vol. 17. – P. 307–311.
7. Scott, S., Abts, D., Kim J. and Dally, W. The Black Widow High-radix Clos Network // Proc. 33<sup>rd</sup> Intern. Symp. Comp. Arch. (ISCA'2006). 2006. URL: [https://www.researchgate.net/publication/4244660\\_The\\_BlackWidow\\_High-Radix\\_Clos\\_Network](https://www.researchgate.net/publication/4244660_The_BlackWidow_High-Radix_Clos_Network).
8. Gu, Q.P. and Tamaki, H. Routing a permutation in hypercube by two sets of edge-disjoint paths // J. of parallel and distributed comput. – 1997. – Vol. 44, no. 2. – P. 147–152.
9. Lubiw, A. Counterexample to a conjecture of Szymanski on hypercube routing // Inform. proc. let. 1990. – Vol. 35(2). – P. 57–61.
10. Alverson, R., Roweth, D. and Kaplan, L. The Gemini System Interconnect // 18th IEEE Symposium on High Performance Interconnects. – 2009. – P. 3–87.
11. Ajima, Y., Inoue, T., Hiramoto, S., Shimiz, T. Tofu: Interconnect for the K computer // URL: [https://www.researchgate.net/publication/265227674\\_Tofu\\_Interconnect\\_for\\_the\\_K\\_computer](https://www.researchgate.net/publication/265227674_Tofu_Interconnect_for_the_K_computer).
12. Arimili, B., Arimili, R., Chung, V., et al. The PERCS High-Performance Interconnect // 18th IEEE Symposium on High Performance Interconnects. – 2009. – P. 75–82.
13. Daniele De Sensi, Salvatore Di Girolamo, Kim H. McMahon, Duncan Roweth, Torsten Hoefler. An In-Depth Analysis of the Slingshot Interconnect // arXiv: – 2008.08886v1. – [csDC]. – 20Aug 2020. URL: [https://www.researchgate.net/publication/343786515\\_An\\_In-Depth\\_Analysis\\_of\\_the\\_Slingshot\\_Interconnect](https://www.researchgate.net/publication/343786515_An_In-Depth_Analysis_of_the_Slingshot_Interconnect).
14. Stepanenko, S. Structure and Implementation Principles of a Photonic Computer // EPJ Web of Conferences 224. – 04002. – 2019. DOI: <https://doi.org/10.1051/epjconf/201922404002>
15. Babae, A., Momeni, A., Abdolali, A., Fleury, R. Parallel Optical Computing Based on MIMO Metasurface Processors with Asymmetric Optical Responses // Phys. Rev. – Applied 15. – 044015. – 2021.
16. Cheng, Q., Glick, M., Bergman, K. Optical Interconnection Networks for High Performance Systems // Optical Fiber Telecommunications VII. – 2019. – P. 785–825.
17. Maniotis, P., Dupuis, N., Kuchta, D.M., Taubenblatt, M.A., Lee, B.G. Intra-node high-performance computing network architecture with nanosecond-scale photonic switches // Journal of Optical Communications and Networking. – 2020. – 12(12). – P. 367–377.
18. Duro, J., Petit, S., Góme, M.E., Sahuquillo, J. Segment Switching: A New Switching Strategy for Optical HPC Networks // IEEE Access. – 2021. – 9. – P. 43095–43106.

19. Lee, B.G., Dupuis, N., Pepeljugoski, P., et al. Silicon photonic switch fabrics in computer communications systems // Journal of lightwave technology. – 2015. – 33(4). – P. 768–777.
20. Krishnamoorthy, A.V., Ho, R., Zheng, X., et al. Computer systems based on silicon photonic interconnects // Proceedings of the IEEE. – 2009. – 97(7). – P. 1337–1361.
21. Cheng, Q., Rumley, S., Bahadori, M., Bergman, K. Photonic switching in high performance datacenters // Optics express. – 16022. – 2018. – 26(12).
22. Meyer, H., Sancho, J.C., Mrdakovic, M., et al. Optical packet switching in HPC. An analysis of applications performance // Future Generation Computer Systems. – 2018. – 82. – P. 606–616.
23. Seok, T.J., Kwon, K., Henriksson, J., et al. Wafer-scale silicon photonic switches beyond die size limit // Optica. – 2019. – 6(4). – P. 490–494.
24. Холл М. Комбинаторика. Главы 10-12. – Мир. М. – 1970. – 424 с. [Hall, M. Combinatorial Theory // Blaisdell Publishing Company. Waltham. – 1967.]
25. Каравай М.Ф., Подлазов В.С. Расширенные блок-схемы для идеальных системных сетей // Проблемы управления. – 2012. – № 4. – С. 45–51. [Karavaj, M.F., Podlazov, V.S. Ex-

panded block-diagrams for «Ideal» system area networks // Control Sciences. – 2012. – No. 4. – P. 45–51. (In Russian)].

*Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Г. Лебедевым.*

*Поступила в редакцию 11.03.2021,  
после доработки 13.05.2021.  
Принята к публикации 13.05.2021.*

**Барabanова Елизавета Александровна** – д-р техн. наук, ✉ elizavetaalex@yandex.ru,

**Вытовтов Константин Анатольевич** – д-р техн. наук, ✉ vytovtov\_konstan@mail.ru,

**Подлазов Виктор Сергеевич** – д-р техн. наук, ✉ podlazov@ipu.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

## NON-BLOCKING FAULT-TOLERANT TWO-STAGE DUAL PHOTON SWITCHES

E.A. Barabanova<sup>1</sup>, K.A. Vytovtov<sup>2,3</sup>, and V.S. Podlazov<sup>3</sup>

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>1</sup>✉ elizavetaalex@yandex.ru, <sup>2</sup>✉ vytovtov\_konstan@mail.ru, <sup>3</sup>✉ podlazov@ipu.ru

**Abstract.** This paper further develops the theory of constructing a fundamentally new class of system area networks—non-blocking dual photon networks with static self-routing. These networks have scalability, high speed inherent in photon systems, and complexity comparable to a full switch. The use of an extended scheme basis (dual photon switches and separate photon multiplexers and demultiplexers) allows balancing the scalability-speed and complexity-speed ratios. This paper proposes a method for constructing a two-stage fault-tolerant dual network with the indicated properties based on networks with the quasi-complete graph and quasi-complete digraph topologies and the invariant extension method with internal parallelization.

**Keywords:** photon switch, dual switch, photon multiplexers and demultiplexers, multi-stage switch, conflict-free self-routing, non-blocking switch, static self-routing, quasi-complete digraph, quasi-complete graph, switching properties, direct channels, scalability, speed and fault tolerance.