УДК 517.962 DOI: https://doi.org/10.25728/pu.2018.6.4

ПРИМЕНЕНИЕ АНАЛИЗА КОНЕЧНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ И МЕТОДА ОБРАТНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ И ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

С.Л. Блюмин, Г.С. Боровкова

Предложен метод управления организационными системами, отличающийся применением метода обратных вычислений и анализа конечных изменений. Проиллюстрирована работа нового метода, представлены анализ и сравнение результатов применения двух теорем анализа конечных изменений в рамках разработанного метода.

Ключевые слова: анализ конечных изменений, теорема Лагранжа, вторая теорема о среднем, метод обратных вычислений.

ВВЕДЕНИЕ

Анализ конечных изменений (АКИ) можно считать важным связующим этапом между учетом, который необходим для обобщения данных и контроля выполнения плана, и принятием управленческих решений. Анализ предшествует решениям и действиям, обосновывает их и служит основой научного управления процессом, обеспечивая его объективность и эффективность. Анализ конечных изменений является развитием экономического факторного анализа, что позволяет считать его новой областью экономического анализа [1].

Анализ конечных изменений, при котором параметры промежуточных точек находятся по теореме Лагранжа, называется лагранжевым анализом конечных изменений (ЛАКИ). Кроме теоремы Лагранжа, эти параметры можно найти и по формулам Бонне, и по второй теореме о среднем [2, 3]. Средняя точка играет первостепенную роль в АКИ, поскольку служит для нахождения факторных нагрузок и факторных влияний, которые, в свою очередь, необходимы для анализа влияния изменения факторов на изменение исследуемого показателя, что на практике служит базой для принятия решений и управления в социально-экономических и производственных системах.

Задачи анализа таких систем, как правило, подразделяются на два типа: прямые и обратные. Прямые задачи — это констатирующие задачи, когда заданы значения исходных показателей, на основании которых рассчитываются результирующие, что позволяет оценить текущее состояние системы, сделать прогноз на будущие периоды, исследовать влияние факторов на выходную величину. Обратные задачи, в отличие от задач прямого счета, предназначены для поиска тех значений исходных факторов, которые обеспечат желаемое значение результирующего. Искомыми величинами будут приращения (положительные или отрицательные) исходных независимых величин. Полученная информация может быть использована для формирования управленческих решений. Известный метод решения обратных задач называется методом обратных вычислений (МОВ). Он предваряет АКИ в ряде прикладных задач, когда конечные значения исследуемых величин не известны или их требуется найти в связи с условием решаемой задачи. Их синтез будет рассмотрен далее.

1. АНАЛИЗ КОНЕЧНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ И МЕТОД ОБРАТНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Анализ конечных изменений — это метод, который позволяет оценить влияние изменений факторов на изменение результирующего показателя. Он включает в себя и ЛАКИ, в основе которого лежит теорема Лагранжа, и цепной ЛАКИ, который позволяет учитывать динамику изменений исследуемых объектов, и новые методы, основанные на других теоремах математического анализа. Широкий выбор инструментов АКИ делает его универсальным методом исследования социально-экономических и организационных систем.

Теорема Лагранжа, иначе теорема о среднем дифференциального исчисления, для функции нескольких переменных может быть сформулирована таким образом: пусть задана функция $y = f(x) = f(x_1, ..., x_n)$, $x \in R^n$, и значения ее аргументов $x^{(0)} = (x_1^{(0)}, ..., x_n^{(0)})$ — начальные (плановые) и $x^{(1)} = (x_1^{(1)}, ..., x_n^{(1)})$ — конечные (фактические), что позволяет непосредственно вычислить плановое значение функции $y^{(0)} = f(x_1^{(0)}, ..., x_n^{(0)})$ и фактическое $y^{(1)} = f(x_1^{(1)}, ..., x_n^{(1)})$, а также меры μ конечных изменений φ аргументов и функции

$$\varphi(x_i) = \mu(x_i^{(1)}, x_i^{(0)}), \quad i = 1, ..., n,$$

$$\varphi(y) = \mu(y^{(1)}, y^{(0)}).$$

Основная задача АКИ состоит в построении по функции f, связывающей ее значения со значениями аргументов, некоторой другой функции Φ, связывающей изменения ее значений с изменениями значений аргументов:

$$\varphi(y) = \Phi(\varphi(x_1), ..., \varphi(x_n)). \quad (1)$$

Тогда, в случае абсолютных приращений дифференциальная теорема Лагранжа о среднем значении позволяет представить функцию для приращений (1) в виде

$$\Delta y = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f(x_1^{(0)} + \alpha\Delta x_1, ..., x_n^{(0)} + \alpha\Delta x_n)}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} L_i \Delta x_i = \sum_{i=1}^{n} A_{x_i}, \quad (2)$$

где $0 \le \alpha \le 1$ — лагранжев параметр, $x_i^{(0)} + \alpha\Delta x_i$ — средняя точка, $L_i = f'_{x_i}(x_i^{(0)} + \alpha\Delta x_i)$ — факторные нагрузки, A_{x_i} — факторные влияния, $i = 1, ..., n$. Средняя (промежуточная) точка служит для нахождения факторных влияний, которые раскладывают изменение функции на части, пропорциональные влиянию изменений соответствующих аргументов. Иными словами, чем больше факторное влияние соответствующего фактора, тем сильнее меняется показатель при его изменении.

Кроме теоремы Лагранжа, параметры средней точки можно найти и с помощью формул Бонне и второй теоремы о среднем. В данной работе рассмотрим вторую теорему о среднем, поскольку ограничения, накладываемые на исследуемую функцию ее формулировкой, универсальны и подходят практически для любой функции [4]. Формулировка второй теоремы о среднем приведена в учебнике [5, *п. 306, 14, с. 131, формула* (*4*)]: если на отрезке $[a, b]$ функция $f(x)$ монотонна, а функция $g(x)$ — интегрируема, то

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = f(a)\int_a^{\xi} g(x)dx + f(b)\int_{\xi}^{b} g(x)dx, \quad a < \xi < b.$$

Вторая теорема о среднем значении касается свойств интеграла от произведения двух функций и может быть сформулирована в разных формах [6]. Если в ней положить $g(x) \equiv 1$, что не противоречит ее формулировке, $\xi = a + \tau\Delta x$, получаем уравнение для нахождения параметра средней точки τ в дифференциальном исчислении

$$\Delta y = f(b) - f(a) = f'(a)\tau\Delta x + f'(b)\Delta x(1 - \tau).$$

Как видно, в данную формулу параметр промежуточной точки входит линейно в отличие от формулы Лагранжа (2), где этот параметр стоит под знаком производной, что усложняет процесс его поиска, а в случае второй теоремы о среднем позволяет получить его выражение напрямую:

$$\tau = \frac{\Delta y/\Delta x - f'(b)}{f'(a) - f'(b)}.$$

Эта формула отличается от формулы (2) тем, что позволяет быстрее и проще, в силу своего вида, найти параметр средней точки, не потеряв при этом точность.

Распишем приращение для функции многих переменных $y = f(x_1, ..., x_n)$:

$$\Delta y =$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f(x_1^{(0)}, ..., x_n^{(0)})}{\partial x_i}\tau + \frac{\partial f(x_1^{(1)}, ..., x_n^{(1)})}{\partial x_i}(1-\tau)\right)\Delta x_i =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} B_i \Delta x_i = \sum_{i=1}^{n} A_{x_i}, \quad (3)$$

откуда видно, что факторные нагрузки и факторные влияния из формулы (2), найденные по теореме Лагранжа, совпадают с соответствующими величинами из формулы (3), т. е. $L_i = B_i$, $i = 1, ..., n$. В данной работе мы сравним обе теоремы на практике (см. § 2).

В то же время, основная цель МОВ — это управление результирующими значениями факторов и исследуемого показателя, что является обязательным этапом процесса управления и принятия решений. Более подробно особенности МОВ представлены в статьях [7—9]. До сих пор АКИ оперировал заранее известными результирующими $(x^{(1)})$

и исходными ($x^{(0)}$) значениями факторов и исследуемого показателя, как показано на схеме:

Метод:	МОВ	АКИ
Известно:	$x^{(0)}$, $y^{(0)}$ и $y^{(1)}$	$x^{(0)}$, $x^{(1)}$, $y^{(0)}$ и $y^{(1)}$
Найти:	$x^{(1)}$	факторные влияния

Объединение этих двух методов позволит эффективно управлять значениями результирующих факторов ($x^{(1)}$), поскольку с помощью МОВ можно подобрать их таким образом, чтобы получить необходимый уровень результирующего показателя ($y^{(1)}$), что служит предпосылкой проведения АКИ. Такой синтез этих двух методов тем более актуален, поскольку позволит гибко управлять исследуемой социально-экономической системой и повысить влияние управляемой системы на процесс управления.

Алгоритм управления на основе синтеза МОВ и АКИ.

Дано: $x^{(0)}$, $f^{(0)}$, $f^{(1)}$, k_{x_i} — коэффициенты относительной важности (КОВ) соответствующих факторов.

Найти: $x^{(1)}$, т. е. $\varphi(x_1)$, ..., $\varphi(x_n)$ — искомые результирующие значения факторов.

Задача: выполнить АКИ.

Алгоритм управления на основе МОВ и АКИ

Шаг 1. Начало МОВ. Сформировать целевую установку — определить направления изменений показателя и факторов.

Шаг 2. Зафиксировать значение $x_1^{(1)}$, выразить через него остальные параметры $x_i^{(1)}$ по формулам:

— для прямой связи вида $x_i^{(1)} = a_i x_1^{(1)} + b_i$: $a_i = k_{x_i}/k_{x_1}$, $b_i = x_i^{(0)} - a_i x_1^{(0)}$;

— для обратной связи вида $x_i^{(1)} = -a_i x_1^{(1)} + b_i$: $a_i = k_{x_i}/k_{x_1}$, $b_i = x_i^{(0)} + a_i x_1^{(0)}$.

Шаг 3. Подставить значение $x_i^{(1)}$ в исходную модель, решить ее относительно $x_1^{(1)}$.

Шаг 4. По найденному значению $x_1^{(1)}$ найти $x_i^{(1)}$, $i = 1, 2, 3, ..., n$.

Шаг 5. Найти приращения факторов $\varphi(x_i) = x_i^{(1)} - x_i^{(0)}$, $i = 2, 3, ..., n$. Конец МОВ.

Шаг 6. Начало АКИ. Выразить приращение функции через приращение ее аргументов по одной из теорем о среднем и решить полученное уравнение относительно параметра промежуточной точки.

Шаг 7. По найденному параметру найти факторные нагрузки и факторные влияния.

Шаг 8. Провести анализ найденных факторных влияний, проинтерпретировать результаты. Конец АКИ.

Здесь коэффициенты k_{x_i} показывают, в какой мере мы можем изменять аргументы исходной функции, т. е. отношение абсолютного приращения каждого фактора к сумме абсолютных приращений всех факторов [1—4].

Продемонстрируем работу этого алгоритма на конкретном примере, причем для расчета средних точек и факторных влияний будем пользоваться формулами (2) и (3) и сравним результаты.

2. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА

Рассмотрим модель, описывающую рейтинг подразделения (кафедры) организации высшего образования, на котором задействованы три преподавателя категории «Ассистент» и три преподавателя категории «Доцент», а их работа оценивается по трем показателям результативности. Есть значения показателей $x^{(0)}$ (плановые), которые преподаватель выполнил в предшествующем периоде, и фактические значения, т. е. результативность за текущий период ($x^{(1)}$), которые необходимо подобрать таким образом, чтобы добиться нужного значения рейтинга кафедры. Найденные фактические значения необходимо проанализировать и оценить вклад изменения рейтинга каждого преподавателя (f_j, j — идентификатор преподавателя, $j = 2, 3, 4$) в изменение рейтинга подразделения:

$$f_j = \sum_{i=1}^{3} \frac{x_{j+1,i}}{x_{1,i}} = \frac{x_{j+1,1}}{x_{1,1}} + \frac{x_{j+1,2}}{x_{1,2}} + \frac{x_{j+1,3}}{x_{1,3}},$$

где $x_{1,i}$ — максимальное значение i-го показателя результативности в данной категории преподавателей, $i = 1, 2, 3$.

Рейтинг всего подразделения положим равным

$$p(f)^{+} = \frac{x_{2,1}^{+} + x_{3,1}^{+} + x_{4,1}^{+}}{x_{1,1}^{+}} + \frac{x_{2,2}^{+} + x_{3,2}^{+} + x_{4,2}^{+}}{x_{1,2}^{+}} + \frac{x_{2,3}^{+} + x_{3,3}^{+} + x_{4,3}^{+}}{x_{1,3}^{+}} + \frac{y_{2,1}^{+} + y_{3,1}^{+} + y_{4,1}^{+}}{y_{1,1}^{+}} + \frac{y_{2,2}^{+} + y_{3,2}^{+} + y_{4,2}^{+}}{y_{1,2}^{+}} + \frac{y_{2,3}^{+} + y_{3,3}^{+} + y_{4,3}^{+}}{y_{1,3}^{+}},$$

Таблица 1

Исходные данные

Ассистенты	Асс1	Асс2	Асс3	Макс. значение
Показатель	$x_{2,\,i}$	$x_{3,\,i}$	$x_{4,\,i}$	$x_{1,\,i}$
$i = 1$ $i = 2$ $i = 3$	1,3 1,5 2	3 1,2 0,3	3,2 2,4 2	4 2,9 5,2
Доценты	Доц1	Доц2	Доц3	Макс. значение
Показатель	$y_{2,\,i}$	$y_{3,\,i}$	$y_{4,\,i}$	$y_{1,\,i}$
$i = 1$ $i = 2$ $i = 3$	0 2 4,5	5 2 3,7	2,8 2,5 3	5,6 5 6

где $x_{j,i}$ — показатели ассистентов, $y_{j,i}$ — показатели доцентов ($j = 2, ..., 4$; $i = 1, 2, 3$). В этой формуле в соответствии с шагом 1 алгоритма отражена целевая установка — повысить рейтинг кафедры на определенный уровень путем соответствующего изменения показателей.

В табл. 1 приведены плановые значения результативности работы профессорско-преподавательского состава, в табл. 2 заданы КОВ. Фактическое значение рейтинга подразделения равно 9,1719032, а плановое 9,020067577. Необходимо найти фактические значения всех показателей результативности сотрудников кафедры, при которых будет достигнуто желаемое значение рейтинга, т. е. он повысится на 0,151835623.

Зафиксируем показатель $x_{1,1}^{(1)}$, как на шаге 2 алгоритма, и выразим остальные через него. Видно, что между ним и остальными факторами связь прямая. Например, фактор $x_{1,2}^{(1)}$ по формулам из шага 2 примет вид: $x_{1,2}^{(1)} = x_{1,1}^{(1)} - 1{,}1$. Остальные факторы определяются аналогично. Согласно шагу 3, подставим их в исходную модель для нахождения фактических значений переменных. После упрощения получим уравнение:

$$9{,}1719032 = \frac{26x_{1,1}^{(1)} - 96{,}5}{x_{1,1}^{(1)}} + \frac{26x_{1,1}^{(1)} - 98{,}9}{x_{1,1}^{(1)} - 1{,}1} + \frac{26x_{1,1}^{(1)} - 99{,}7}{x_{1,1}^{(1)} + 1{,}2} + \frac{34x_{1,1}^{(1)} - 128{,}2}{1{,}6x_{1,1}^{(1)} - 0{,}8} + \frac{34x_{1,1}^{(1)} - 129{,}5}{1{,}6x_{1,1}^{(1)} - 1{,}4} + \frac{34x_{1,1}^{(1)} - 124{,}8}{1{,}8x_{1,1}^{(1)} - 1{,}2}.$$

Это уравнение шестой степени. Решение, удовлетворяющее условию задачи, $x_{1,1}^{(1)} = 4{,}004176864$. Остальные фактические значения факторов (шаг 4) и их приращения φ (шаг 5) представлены в табл. 3.

По полученным данным найдем наиболее важные показатели работы сотрудников, т. е. такие, изменение которых больше всего повлияло на изменение результирующей функции — рейтинга кафедры. Для этого найдем параметр средней точки τ с помощью второй теоремы о среднем. Его значение можно найти по формуле, полученной из выражения (3):

$$\tau = \frac{\Delta f - \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{\partial f(x_1^{(1)}, ..., x_n^{(1)})}{\partial x_i}\Delta x_i}{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\dfrac{\partial f(x_1^{(0)}, ..., x_n^{(0)})}{\partial x_i} - \dfrac{\partial f(x_1^{(1)}, ..., x_n^{(1)})}{\partial x_i}\right)\Delta x_i} = 0{,}499699477.$$

Теперь найдем факторные влияния каждого показателя (A_{x_i} из формулы (3)), они представлены в табл. 4.

Очевидно, наибольшие факторные влияния имеют факторы $x_{3,2}$, $x_{2,2}$, $y_{3,2}$, $x_{3,1}$ и $y_{3,1}$. Это означает, что в большей мере повысить рейтинг кафедры можно путем изменения именно этих показателей.

Рассчитаем соответствующие факторные влияния по сотрудникам, чтобы определить, кто из сотрудников внесет наибольший вклад в рейтинг ка-

Таблица 2

Коэффициенты относительной важности

Показатель	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	$x_{1,3}$	$x_{2,1}$	$x_{2,2}$	$x_{2,3}$	$x_{3,1}$	$x_{3,2}$	$x_{3,3}$	$x_{4,1}$	$x_{4,2}$	$x_{4,3}$
КОВ	0,005	0,005	0,005	0,04	0,04	0,04	0,06	0,06	0,06	0,03	0,03	0,03
Показатель	$y_{1,1}$	$y_{1,2}$	$y_{1,3}$	$y_{2,1}$	$y_{2,2}$	$y_{2,3}$	$y_{3,1}$	$y_{3,2}$	$y_{3,3}$	$y_{4,1}$	$y_{4,2}$	$y_{4,3}$
КОВ	0,008	0,008	0,009	0,05	0,05	0,05	0,08	0,08	0,08	0,04	0,04	0,04

Таблица 3

Результаты метода обратных вычислений

Показатель	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	$x_{1,3}$	$x_{2,1}$	$x_{2,2}$	$x_{2,3}$
Факт	4,00418	2,90418	5,20418	1,33341	1,53341	2,03341
Показатель	$y_{1,1}$	$y_{1,2}$	$y_{1,3}$	$y_{2,1}$	$y_{2,2}$	$y_{2,3}$
Факт	5,60668	5,00668	6,00752	0,04177	2,04177	4,54177
Показатель	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	$x_{1,3}$	$x_{2,1}$	$x_{2,2}$	$x_{2,3}$
$\varphi(x_{i,j})$	0,00418	0,00418	0,00418	0,03341	0,03341	0,03341
Показатель	$y_{1,1}$	$y_{1,2}$	$y_{1,3}$	$y_{2,1}$	$y_{2,2}$	$y_{2,3}$
$\varphi(y_{i,j})$	0,00668	0,00668	0,00752	0,04177	0,04177	0,04177
Показатель	$x_{3,1}$	$x_{3,2}$	$x_{3,3}$	$x_{4,1}$	$x_{4,2}$	$x_{4,3}$
Факт	3,05012	1,25012	0,35012	3,22506	2,42506	2,02506
Показатель	$y_{3,1}$	$y_{3,2}$	$y_{3,3}$	$y_{4,1}$	$y_{4,2}$	$y_{4,3}$
Факт	5,06683	2,06683	3,76683	2,83341	2,53341	3,03341
Показатель	$x_{3,1}$	$x_{3,2}$	$x_{3,3}$	$x_{4,1}$	$x_{4,2}$	$x_{4,3}$
$\varphi(x_{i,j})$	0,05012	0,05012	0,05012	0,02506	0,02506	0,02506
Показатель	$y_{3,1}$	$y_{3,2}$	$y_{3,3}$	$y_{4,1}$	$y_{4,2}$	$y_{4,3}$
$\varphi(y_{i,j})$	0,06683	0,06683	0,06683	0,03341	0,03341	0,03341

Таблица 4

Факторные влияния показателей результативности

Показатель	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	$x_{1,3}$	$x_{2,1}$	$x_{2,2}$	$x_{2,3}$
Влияние	−0,00184	−0,00238	−0,00063	0,009722	0,013407	0,00748
Показатель	$y_{1,1}$	$y_{1,2}$	$y_{1,3}$	$y_{2,1}$	$y_{2,2}$	$y_{2,3}$
Влияние	−0,00156	−0,00163	−0,00219	0,008332	0,009332	0,007777
Показатель	$x_{3,1}$	$x_{3,2}$	$x_{3,3}$	$x_{4,1}$	$x_{4,2}$	$x_{4,3}$
Влияние	0,011666	0,016088	0,008975	0,005832	0,008042	0,004487
Показатель	$y_{3,1}$	$y_{3,2}$	$y_{3,3}$	$y_{4,1}$	$y_{4,2}$	$y_{4,3}$
Влияние	0,011111	0,012444	0,01037	0,005556	0,006222	0,005185

федры. Результаты представлены в табл. 5. Для сравнения, в третьей колонке табл. 5 представлены факторные влияния, рассчитанные с помощью формулы (2). Как видно, результаты расчета факторных влияний совпали.

Из факторных влияний видно, что нагрузку на преподавателей можно регулировать путем изменения КОВ. Если сравнить КОВ в табл. 2 с результатами факторных влияний в табл. 5, можно увидеть, что КОВ у Асс2 и Доц2 выше, чем у других преподавателей соответствующей категории и их факторные влияния тоже выше. Таким образом,

Таблица 5

Факторные влияния сотрудников

Преподаватель	По формуле (3)	По формуле (2)
Асс1	0,026287	0,026283
Асс2	0,03943	0,039428
Асс3	0,019715	0,019714
Доц1	0,022759	0,02276
Доц2	0,036415	0,036415
Доц3	0,018208	0,018205

МОВ позволяет распределять результативность между преподавателями в соответствии с их нагрузкой. Один из практических выводов мог бы состоять в том, что те преподаватели, у которых много учебных часов, могли бы нагружаться при необходимости меньше.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенный численный алгоритм решения обратных задач в связи с анализом конечных изменений, а также метод нахождения средней точки и факторных нагрузок на основе второй теоремы о среднем, могут быть применены в системах управления социальными и экономическими системами. Комбинация метода обратных вычислений и анализа конечных изменений позволяет гибко управлять процессами в социально-экономических системах. Сравнение работы методов нахождения средней точки и факторных нагрузок на основе второй теоремы о среднем и на основе теоремы Лагранжа, показало, что результаты совпадают, а простота нового метода очевидна.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Блюмин С.Л., Суханов В.Ф., Чеботарев С.В.* Экономический факторный анализ. — Липецк: ЛЭГИ, 2004. — 148 с.
2. *Блюмин С.Л., Боровкова Г.С.* Лагранжев анализ конечных изменений: подход к формированию изменений // V всерос. науч.-практ. конф. «Математическое моделирование процессов и систем», приуроченная к 110-летию со дня рожд. акад. А.Н. Тихонова, 17—19 нояб. 2016 г., Республика Башкортостан, г. Стерлитамак.
3. *Блюмин С.Л., Боровкова Г.С.* Некоторые варианты теоремы о среднем (педагогическая поддержка науч.-исслед. и творческой деятельности обучающихся и педагогов) // Интеграция методической (науч.-методич.) работы системы повышения квалификации кадров: материалы XVIII Междунар. науч.-практ. конф. В 2 ч. — Ч. 1 / Междунар. академия наук пед. образования; Челяб. ин-т препод. и повыш. квал. работн. образования / отв. ред. Д.Ф. Ильясов. — М.; Челябинск: ЧИППКРО, 2017. — С. 167—170.
4. *Боровкова Г.С.* Особенности применения различных формулировок теоремы о среднем на примере производственной функции Кобба — Дугласа // Материалы XII межд. науч.-практ. конф. «Современные сложные системы управления». — Липецк, 25—27 окт. 2017 г. — С. 53—57.
5. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. — Т. 2. — 864 с.
6. *Wünsche A.* Approach to a Proof of the Riemann Hypothesis by the Second Mean-Value Theorem of Calculus // Advances in Pure Mathematics. — 2016. — N 6. — P. 972—1021.
7. *Грибанова Е.Б.* Методы решения обратных задач экономического анализа // Корпоративные финансы. — 2016. — № 1. — С. 119—130.
8. *Грибанова Е.Б.* Решение обратных задач экономики с помощью модифицированного метода обратных вычислений // Проблемы управления. — 2016. — № 5. — С. 35—40.
9. *Одинцов Б.Е.* Обратные вычисления в формировании экономических решений. — М.: Финансы и статистика, 2004. — 256 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.С. Манделем.

Блюмин Семен Львович — д-р физ.-мат. наук, профессор, ✉ sabl@lipetsk.ru,

Боровкова Галина Сергеевна — ассистент, ✉ haligh@mail.ru,

Липецкий государственный технический университет.