

# МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ РАСПИСАНИЯ ЗАНЯТИЙ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ

А.Н. Безгинов, С.Ю. Трегубов

Рассмотрена задача оценки расписания вуза, дан анализ известных подходов к ее решению. Предложен многокритериальный подход к оценке расписания на основе аппарата нечеткой логики, эффективность которого подтверждена многочисленными экспериментами.

**Ключевые слова:** составление расписания вуза, оценка качества, нечеткая логика.

## ВВЕДЕНИЕ

Расписание занятий — основной документ, регламентирующий трудовой ритм преподавателей и студентов в вузе. Качество расписания во многом определяет эффективность организованного на его основе учебного процесса, поэтому задачу составления расписания следует рассматривать не только как фактор оптимизации учебного процесса, но и как важную задачу управления работой вуза.

Задача составления расписания вуза состоит из двух подзадач: составление расписания занятий и составление расписания экзаменов. Настоящая работа посвящена первой из них, однако авторы работы предполагают, что полученные ими результаты могут быть полезны и для решения второй подзадачи.

В общей постановке задача составления расписания занятий вуза представляет собой комбинаторную задачу поиска такого распределения заданного множества занятий в установленной сетке расписания, при котором все предъявляемые к расписанию требования выполнены наилучшим образом. Известно, что данная задача относится к классу NP-полных комбинаторных оптимизационных задач [1].

Предъявляемые к расписанию требования, как правило, разделяют на строгие и нестрогие [2]. Большинство авторов (к их числу относятся и авторы данной работы) к строгим требованиям относят требования, нарушение которых в расписании приводит к невозможности организации на его основе полноценного учебного процесса (на-

пример, требование «в одно и то же время один преподаватель может проводить только одно занятие»). Расписание, в котором выполнены все строгие требования, называют допустимым.

Остальные требования относят к нестрогим, им сопоставлены приоритеты, меньшие по сравнению со строгими требованиями. Кроме того, при определенных условиях допускается их полное или частичное невыполнение в расписании. В частности, в реальных задачах составления расписания из-за противоречий между требованиями нередко не существует расписания, удовлетворяющего всем наложенным на него нестрогим требованиям [3, 4]. В таких случаях частью нестрогих требований приходится пренебрегать. Какими именно требованиями в каждом конкретном случае можно пренебречь, определяется на основе сопоставленных требованиям приоритетов. Например, если невозможно одновременно выполнить нестрогие требования «минимизировать число “окон” в индивидуальном расписании студентов» (I) и «минимизировать число переходов студентов между аудиториями» (II), то следует пренебречь требованием (II), чтобы выполнить более приоритетное требование (I).

С формальной точки зрения разделение требований на строгие и нестрогие носит условный характер и зависит от применяемого подхода к построению расписания и специфики учебного заведения. Например, авторы работы [4] при разработке системы составления учебного расписания для университета все наложенные на расписание требования рассматривают как нестрогие с различными приоритетами.



Поскольку на практике нередко не существует расписания, удовлетворяющего всем наложенным на него нестрогим требованиям, то особое значение приобретает задача разработки алгоритмов оценки (сравнения) расписания, позволяющих выбрать из множества допустимых расписаний наиболее подходящее (оптимальное) расписание.

## 1. АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ ПОДХОДОВ К ОЦЕНКЕ РАСПИСАНИЯ ВУЗА

Большинство исследователей сходятся во мнении, что при сравнении допустимых расписаний оптимальным из них следует считать расписание, в котором наиболее полно выполнены наложенные на него требования, причем предпочтение отдается требованиям более высокого приоритета. Для оценки расписания, как правило, применяется скалярная функция, основанная на взвешенной сумме штрафов, сопоставленных требованиям за их полное или частичное невыполнение (далее этот подход будем называть общепринятым) [5]. Весовые коэффициенты, сопоставленные отдельным требованиям, как правило, задаются экспертом (пользователем системы составления расписания) таким образом, чтобы требованиям более высокого приоритета соответствовали большие значения весовых коэффициентов. Тогда невыполнение требования более высокого приоритета оказывает более существенное влияние на итоговую оценку расписания по сравнению с требованиями меньшего приоритета. Оптимальным считается расписание с наименьшим значением оценочной функции.

Однако на практике такая оценка не всегда согласуется с оценкой расписания экспертом [6, 7]. Продемонстрируем сказанное на примере. Рассмотрим два расписания  $T_1$  и  $T_2$ . Пусть в расписании  $T_1$  полностью не выполнено одно из требований высокого приоритета (например, в расписании одного из субъектов присутствуют «окна»). В расписании  $T_2$  все требования высокого приоритета выполнены, однако не выполнен ряд требований более низкого приоритета, которые выполнены в  $T_1$ . В остальном расписания  $T_1$  и  $T_2$  эквивалентны. С точки зрения эксперта расписание  $T_2$ , скорее всего, окажется предпочтительнее расписания  $T_1$ . В то же время, с точки зрения, заложенной в рассматриваемую систему оценки, расписание  $T_1$  может оказаться более предпочтительным по качеству по сравнению с  $T_2$ , если сумма штрафов за требования низкого приоритета в расписании  $T_2$  превысит штраф за требование высокого приоритета в расписании  $T_1$ . Этот недостаток оказывается особенно существенным, когда из-за выполнения

незначительных требований нескольких субъектов расписания существенно ущемляются интересы одного из субъектов. В этом смысле расписание  $T_2$  может считаться более справедливым по сравнению с расписанием  $T_1$ .

Указанный недостаток общепринятого подхода к оценке расписания может быть сглажен, если в оценочной функции требованиям высокого приоритета сопоставить весовые коэффициенты, значения которых значительно превышают значения коэффициентов, сопоставленных требованиям меньшего приоритета. Однако, как показывают наши исследования, в этом случае при поиске оптимального расписания с помощью переборных алгоритмов, таких как алгоритм имитации отжига [5, 8], поиск с запретами [9, 10], алгоритм великого потопа (*great deluge*) [11, 12] и др., процесс поиска решения концентрируется в точках локального оптимума, где выполнено большинство требований высокого приоритета. Это препятствует алгоритму более полно исследовать пространство поиска и, как следствие, не позволяет достичь точки глобального оптимума задачи (или достаточно близкой к нему точки).

Из сказанного следует еще один недостаток общепринятого подхода к оценке расписания — избыточная чувствительность к значениям весовых коэффициентов. Этот недостаток отмечался, например, в работах [13, 14]. Кроме того, в работе [13] указывается, что на результат поиска расписания сильно влияют ошибки пользователя при вводе начальных данных. Из-за большого объема начальных данных, вводимых пользователем в систему составления расписания, наличие в них ошибок является скорее правилом, чем исключением. Эту особенность следует учитывать при разработке системы оценки расписания.

Таким образом, общепринятый подход обладает следующими недостатками:

- получаемая оценка расписания может существенно расходиться с оценкой эксперта;
- игнорируется общее требование к расписанию — справедливость (полагаем, что расписание справедливо, если нет субъекта, чьи интересы учтены значительно хуже других);
- избыточная чувствительность к выбору весовых коэффициентов, ошибкам и неопределенностям в начальных данных.

В ряде работ предприняты попытки устранения некоторых из перечисленных недостатков.

В работе [6] для устранения первого из перечисленных недостатков предложено применять многокритериальную оценку расписания. Для этого каждому типу требований сопоставляется отдельный частный критерий оптимальности расписания. В частности, анализируются три критериаль-

ных показателя: вместимость аудитории, близость экзаменов, время и порядок следования экзаменов. Для поиска оптимального расписания задействован алгоритм, основанный на компромиссном программировании (*compromise programming*) [15]. Отмечается, что благодаря многокритериальной оценке расписания удалось достичь большей, по сравнению с однокритериальным подходом, гибкости при обработке различных типов требований. Аналогичный подход к оценке расписания занятий вуза был применен в работах [4, 16, 17].

Авторы работы [6] сумели сгладить первый из перечисленных недостатков общепринятого подхода к оценке расписания, однако устранить его в полной мере не удалось. Продемонстрируем это на примере.

Рассмотрим два расписания  $T_3$  и  $T_4$ . Из всех предъявляемых к ним требований будем анализировать только требования одного конкретного типа (например, требования со стороны различных субъектов расписания: «минимизировать число «окон» в индивидуальном расписании»). Пусть в расписании  $T_3$  полностью не выполнено одно из требований рассматриваемого типа. В расписание  $T_4$  незначительно нарушаются несколько требований рассматриваемого типа, но нет ни одного значительно нарушенного требования. В остальном расписания  $T_3$  и  $T_4$  эквивалентны (следовательно, оценки  $T_3$  и  $T_4$  могут различаться только по одному критерию оптимальности — сопоставленному рассматриваемому типу требований). В этом случае, как и в описанном ранее примере с расписаниями  $T_1$  и  $T_2$ , допустима ситуация, когда при многокритериальной оценке расписания, предложенной в работе [6], расписание  $T_3$  будет предпочтительнее расписания  $T_4$  (т. е.  $T_3$  доминирует над  $T_4$ ). В то же время эксперт, как правило, отдаст предпочтение расписанию, в котором есть незначительные нарушения, по сравнению с расписанием, в котором имеется одно, но существенное нарушение. Например, расписание, в котором у нескольких преподавателей есть по одному «окну» в индивидуальном расписании, считается предпочтительнее расписания, в котором у одного преподавателя в один день несколько «окон».

Отсюда следует, что рассмотренный подход к оценке расписания также не гарантирует справедливости итогового расписания. Кроме того, эксперименты показали, что получаемое с его помощью решение сильно зависит от весовых коэффициентов, сопоставленных частным критериям оптимальности [13].

Для минимизации последствий ошибок и неопределенностей в начальных данных в работе [18]

предложено задействовать аппарат нечеткой логики [19]. При задании нестрогих требований эксперт имеет дело с лингвистическими переменными (такими, как *число «окон» в расписании, максимальное число занятий в день, степень выполнения требования* и др.) и их нечеткими значениями (такими, как *много, допустимо, мало «окон» или несущественное допустимое, существенное нарушение требования* и др.). Для получения оценки конкретного расписания применяется аппарат нечеткой логики, с помощью которого на основе имеющихся в расписании нарушений требований, заданных пользователем значений лингвистических переменных и сопоставленных им нечетких множеств, система оценки расписания получает четкие оценки степени выполнения требований. Результирующая оценка расписания определяется как взвешенная сумма полученных четких оценок выполнения требований, предъявляемых к расписанию. В работе [7] этот подход получил дальнейшее развитие.

Подходы на основе нечеткой логики разрабатывались и другими авторами. Например, в работах [20, 21, 17] каждое нестрогое требование характеризуется одним нечетким множеством, каждому возможному нарушению рассматриваемого требования ставится в соответствие число  $p \in [0, 1]$ , отражающее степень выполнения данного требования. При этом, однако, механизм нечеткого вывода не задействуется. В работах [22, 23] на основе аппарата нечетких множеств реализован частный алгоритм упорядочивания событий (занятий и экзаменов) для выявления событий наиболее сложных для размещения в расписании. Такие события размещаются в расписании раньше других.

Анализ показал, что известные подходы к построению и оценке расписания обладают значительными недостатками. Наименее изученный и наиболее существенный недостаток — игнорирование требования справедливости расписания. Отсюда следует актуальность исследований в области разработки алгоритмов построения и оценки расписания.

## 2. МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ РАСПИСАНИЯ ВУЗА НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

Предлагаемый многокритериальный подход к оценке расписания предназначен, прежде всего, для работы с переборными алгоритмами поиска оптимального расписания, такими как алгоритм имитации отжига, поиск с запретами, алгоритм великого потопа (*great deluge*) и др. Однако изложенные идеи могут быть полезны в любом другом алгоритме построения расписания, где присутствует необходимость его оценки.



При разработке алгоритма оценки расписания первостепенное значение имеет выбор показателей качества расписания. От того, насколько точно они характеризуют рассматриваемую предметную область, зависит эффективность всего разрабатываемого алгоритма.

Расписание занятий вуза регламентирует труд большого числа задействованных в нем субъектов — преподавателей, студентов, администрации. Каждый из них предъявляет индивидуальные требования к расписанию. От выполнения требований каждого отдельного субъекта в полученном расписании зависит его индивидуальная оценка данного расписания. Можно сказать, что каждый субъект расписания осуществляет свою независимую оценку полученного расписания. Недопустима ситуация, когда индивидуальная оценка некоторого субъекта (субъектов) существенно ниже оценки других, т. е. расписание должно быть равномерно справедливым для всех задействованных в нем субъектов.

В математической модели рассматриваемой задачи каждый субъект расписания порождает отдельный частный критерий оптимальности задачи. Этот критерий может быть сформулирован как требование к некоторой целевой функции  $f_i(x)$ ,  $i = 1, \dots, n$  ( $x$  — допустимое расписание,  $n$  — число субъектов расписания), отражающей отклонение  $x$  от идеального расписания для  $i$ -го субъекта. Область определения целевой функции  $f_i(x)$  обозначим через  $D_x$  — множество всех потенциально возможных допустимых расписаний.

В идеале задачу построения расписания можно рассматривать как задачу поиска такого  $x \in D_x$ , при котором достигается минимум всех частных критериев оптимальности:

$$\begin{cases} f_i(x) \rightarrow \min, i = 1, \dots, n, \\ x \in D_x. \end{cases} \quad (1)$$

Однако на практике интересы различных субъектов расписания нередко противоречат друг другу и, следовательно, решение, в котором одновременно достигается минимум всех частных критериев задачи, существует как редкое исключение. Поэтому решение подобных задач разумно искать в множестве  $P_x \subset D_x$ , так называемых, Парето-оптимальных решений [24], состоящем из всех недоминируемых расписаний. Тогда выбор итогового расписания из множества  $P_x$  мог бы осуществляться экспертом на основе известных ему затруднительных. Однако мощность множества  $P_x$  для задачи (1) может быть велика, что делает его анализ экспертом затруднительным. Поэтому при решении подобных многокритериальных задач исследователи прибегают к свертке частных критериев.

Как правило, используется линейная свертка, сводящая исходную многокритериальную задачу к однокритериальной [4, 13].

В настоящей работе предлагается двухкритериальный подход к оценке расписания, в котором наравне с линейной сверткой частных критериальных показателей рассматривается их оценка сверху. Задача определения множества  $P_x$  ставится в следующем виде:

$$\begin{cases} F_k(x) \rightarrow \min, k = 1, 2, \\ F_1(x) = \sum_{i=1}^n W_i f_i(x), \\ F_2(x) = \max_{i=1, \dots, n} [W_i f_i(x)], \\ x \in D_x, \end{cases} \quad (2)$$

где  $W_i \in [0, 1]$  — весовой коэффициент, отражающий относительный приоритет требований  $i$ -го субъекта расписания;  $F_k(x)$ ,  $k = 1, 2$ , — частные критериальные показатели задачи;  $F_1(x)$  — общая оценка расписания  $x$ ;  $F_2(x)$  — максимальная (наихудшая) индивидуальная оценка расписания  $x$ .

Примем во внимание вид  $i$ -й частной целевой функции:

$$f_i(x) = \sum_{r \in R} w_{ir} q_{ir}(x), \quad i = 1, \dots, n, \quad (3)$$

где  $w_{ir} \in [0, 1]$  — весовой коэффициент, отражающий относительный приоритет  $r$ -го требования среди всех требований  $i$ -го субъекта расписания,  $r \in R$ ;  $R$  — множество рассматриваемых в задаче типов требований к расписанию;  $q_{ir}(x) \in [0, 1]$  — функция, отражающая степень выполнения  $r$ -го требования  $i$ -го субъекта в расписании  $x$  ( $q_{ir}(x) = 0$ , если требование выполнено полностью, и  $q_{ir}(x) = 1$ , если требование полностью не выполнено) [20, 21].

С учетом выражения (3) задача (2) примет вид:

$$\begin{cases} F_k(x) \rightarrow \min, k = 1, 2, \\ F_1(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{r \in R} v_{ir} q_{ir}(x), \\ F_2(x) = \max_{i=1, \dots, n} \left[ \sum_{r \in R} v_{ir} q_{ir}(x) \right], \\ v_{ir} = w_{ir} W_i, i = 1, \dots, n, r \in R, \\ x \in D_x. \end{cases} \quad (4)$$

В общем случае требования минимизации показателей  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$  противоречивые. Например, изменения в некотором расписании  $x$ , умень-

шающие значение  $F_1(x)$ , могут привести к серьезным нарушениям в индивидуальном расписании некоторого субъекта, что приведет к росту значения  $F_2(x)$ . Возможность такой ситуации проиллюстрирована в § 1 на примере расписаний  $T_1$ ,  $T_2$  и  $T_3$ ,  $T_4$ . Это же отмечается в работе [6] и особенно проявляется в задачах средней и большой размерности с большим числом требований к расписанию.

Предложенная постановка задачи построения оптимального расписания в виде (4) новая по отношению к известным авторам работам. Основы соответствующего подхода к оптимизации расписаний излагались нами в работах [7, 25, 26]. Ее решение — множество расписаний, представляющих собой компромисс между случаем, когда в расписании выполнено максимальное число наложенных на него требований, и случаем, когда в расписании минимальна разница между его индивидуальными оценками со стороны субъектов.

Анализ задачи в форме (4) выявил сильную зависимость итогового решения от значений коэффициентов  $v_{ir} \in [0, 1]$ , которые определяются экспертом и могут содержать существенную неопределенность и ошибки. Для устранения этого недостатка было предложено ограничить множество допустимых значений приоритетов четырьмя значениями:  $T = \{\text{требование высокого приоритета, выше среднего, среднего, низкого}\}$ . Выбранное множество значений позволяет обеспечить однозначный выбор экспертом приоритета для каждого требования. В результате снижается неопределенность в начальных данных и число совершаемых экспертом ошибок. Заметим, что в рассматриваемом множестве  $T$  отсутствует приоритет «ниже среднего», поскольку, как показали наши наблюдения, большинство людей плохо различают приоритеты «ниже среднего» и «низкий» (однако, как правило, делают однозначный выбор между приоритетами «высокий», «выше среднего», «средний»).

Для вычисления общей оценки расписания  $y_0$  ( $F_1(x) = y_0$ ) и оценки расписания со стороны субъектов  $y_i$  ( $F_2(x) = \max y_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ ) нами была разработана экспертная система на основе аппарата нечеткой логики. Для оценки расписания в ней используется множество правил, формируемых экспертом, вида: «если требования высокого приоритета выполнены, выше среднего выполнены, среднего не выполнены, низкого не выполнены, то качество расписания ниже среднего». Правила описывают все возможные ситуации, возникающие при оценке расписания по рассматриваемым приоритетам требований. Более подробно алго-

ритм построения данной экспертной системы будет рассмотрен далее.

С учетом изложенного задача (4) преобразуется следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_k(x) \rightarrow \min, k = 1, 2, \\ F_1(x) = y_0(\xi_{01}(x), \xi_{02}(x), \xi_{03}(x), \xi_{04}(x)), \\ F_2(x) = \max_{i=1, \dots, n} [y_i(\xi_{i1}(x), \xi_{i2}(x), \xi_{i3}(x), \xi_{i4}(x))], \\ \xi_{0d}(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{r_d \in R_d} q_{ir}(x) / |R_{0d}|, \\ \xi_{id}(x) = \sum_{r_d \in R_{id}} q_{ir}(x) / |R_{id}|, \\ x \in D_x, \end{array} \right. \quad (5)$$

где  $\xi_{0d}(x)$  — оценка расписания по всем требованиям  $d$ -го приоритета;  $d$  — приоритет требования ( $d \in \{\text{высокий, выше среднего, средний, низкий}\}$ );  $\xi_{id}(x)$  — оценка расписания  $i$ -го субъекта по требованиям  $d$ -го приоритета;  $R_{id}$  — требования  $d$ -го приоритета, предъявляемые к расписанию со стороны  $i$ -го субъекта;  $R_{0d}$  — все требования  $d$ -го приоритета, предъявляемые к расписанию.

При таком подходе эксперт определяет не только приоритет задаваемых им требований, но и описывает логику, по которой система будет выполнять оценку расписания. Благодаря этой особенности удается сохранить гибкость настройки системы под нужды конкретного учебного заведения, несмотря на сужение множества допустимых значений приоритетов.

Рассмотрим основные особенности реализации системы оценки расписания на основе нечеткой логики.

При задании каждого требования эксперт определяет следующие его параметры:  $d$  — приоритет требования (*высокий, выше среднего, средний, низкий*);  $c_{ir}$  — максимально допустимое отклонение итогового расписания относительно ситуации полного выполнения рассматриваемого требования  $r$  субъекта  $i$  (например, максимально допустимое число «окон» в индивидуальном расписании преподавателя для требования «минимизировать число окон в расписании»).

Заданный экспертом приоритет требования определяет его относительную значимость среди всех требований, предъявляемых к расписанию. Приоритет требования эксперт выбирает, учитывая множество факторов, анализ которых по отдельности может оказаться сложной задачей. Например, для некоторого требования со стороны преподавателя такими факторами могут быть: статус преподавателя в вузе, является ли он преподавателем-совместителем, имеет ли другие обязан-

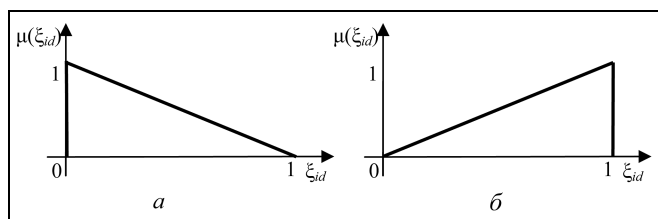


Рис. 1. Вид функций принадлежности для значений входных переменных:

$a$  — выполнено;  $b$  — не выполнено

ности, не связанные с преподавательской деятельностью и др.

На основе заданного максимально допустимого отклонения  $c_{ir}$  и типа требования  $r$  (например, минимизация «окон» в расписании, обеспечение равномерности нагрузки и т. д.) системой по предопределенным в ней правилам, отражающим специфику требований данного типа, строится функция  $q_{ir}(x) \in [0, 1]$ . Каждому допустимому расписанию  $x$  она ставит в соответствие значение — степень выполнения рассматриваемого требования (0 — требование полностью выполнено, 1 — полностью не выполнено).

При оценке расписания требования различного приоритета рассматриваются отдельно. В частности, по критерию минимизации  $F_1(x)$  вычисляются частные оценки расписания по рассматриваемым приоритетам требований  $\xi_{0d}(x)$  (см. выражения (5)). В дальнейшем эти оценки используются как вход-

ные значения для экспертной системы оценки расписания. Выходным значением экспертной системы будет общая оценка расписания  $y_0$ .

Аналогичным образом вычисляется значение второго частного показателя —  $F_2(x)$ . Сначала по описанной схеме вычисляются оценки расписания со стороны субъектов расписания  $y_i$ . Затем значение  $F_2(x)$  определяется как наилучшая из полученных оценок субъектов.

При разработке рассматриваемой экспертной системы нами была применена классическая схема построения экспертной системы на основе нечетких множеств. Она состоит из четырех взаимосвязанных компонентов: блок фаздификации, множество нечетких предикатных правил, блок нечеткого вывода, блок дефаздификации [27].

Входные лингвистические переменные рассматриваемой экспертной системы: *степень выполнения требований высокого приоритета, выше среднего, среднего, низкого*. Множество их допустимых значений  $T_1 = \{\text{выполнены, не выполнены}\}$ . Выходная лингвистическая переменная: *качество расписания*, множество ее допустимых значений  $T_2 = \{\text{очень хорошее, хорошее, удовлетворительно, плохое, очень плохое}\}$ . Вид функций принадлежности  $\mu(\xi_{id})$  ( $i = 0, \dots, 4$ ;  $d$  — приоритет требований), сопоставленных значениям входных переменных, представлен на рис. 1.

На рис. 2 представлен вид функций принадлежности выходной переменной  $\mu(\eta)$ , где  $\eta$  — значение оценки расписания.

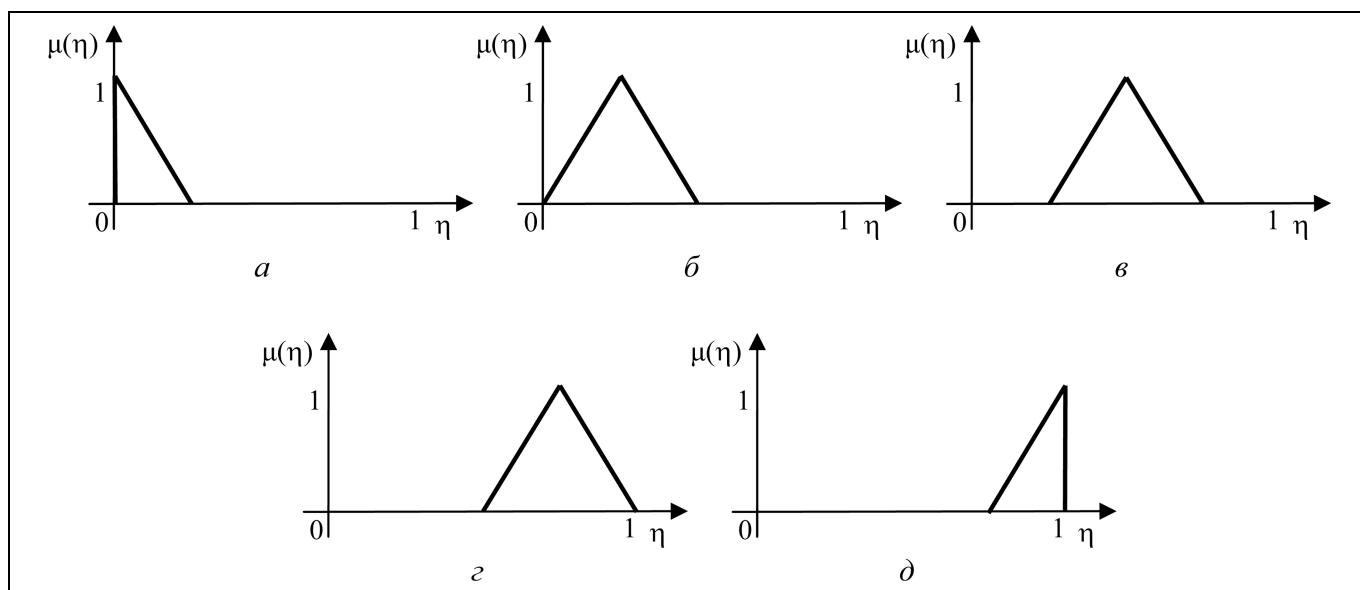


Рис. 2. Вид функций принадлежности для значений выходной переменной:

$a$  — расписание очень хорошее;  $b$  — хорошее;  $c$  — удовлетворительно;  $d$  — плохое;  $e$  — очень плохое

Всего в рассматриваемой экспертной системе содержится  $2^4$  правил, описывающих логику оценки расписания. Их число определяется числом входных переменных и множеством их значений. С помощью данной экспертной системы можно описать  $5^{16}$  различных вариантов оценки расписания.

В качестве алгоритма нечеткого вывода выбран алгоритм Мамдани. Конечная (четкая) оценка расписания находится по алгоритму среднего центра [27, 28].

На основе описанного в работе подхода к оценке расписания и алгоритма поиска Парето-имитации отжига [29, 30] (адаптация алгоритма имитации отжига для многокритериальных задач) нами была разработана собственная система автоматизированного построения расписания. Ее эффективность была исследована на реальных задачах построения расписаний и множестве тестовых примеров различной сложности.

Результаты, полученные с помощью описанного в данной работе подхода к оценке расписания ( $A_1$ ), сравнивались с результатами, полученными на тех же тестовых задачах с помощью оценочной функции, основанной на взвешенной сумме штрафов ( $A_2$ ), и с помощью многокритериального подхода к оценке расписания, предложенного в работе [4] ( $A_3$ ). Поскольку прямое описание даже простейшего расчетного примера существенно увеличивает объем статьи, мы ограничимся только сравнением индивидуальных расписаний преподавателей и студентов, полученных на различных этапах поиска с помощью алгоритмов  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ .

Эксперименты выявили следующую особенность алгоритма  $A_1$ . На всех этапах поиска разница между показателями качества, соответствующими наилучшему и наихудшему расписаниям, была меньше по сравнению с аналогичной характеристикой алгоритмов  $A_2$  и  $A_3$ . В процессе поиска с помощью алгоритмов  $A_2$  и  $A_3$ , как правило, выделялись несколько субъектов, чье расписание было значительно хуже других. В большинстве случаев это были субъекты с наиболее противоречивыми требованиями. Таким образом, алгоритм поиска  $A_2$  или  $A_3$  на начальных итерациях прежде всего выполнял менее противоречивые требования, из-за чего на более поздних итерациях попадал в локальный минимум, где не выполняются более противоречивые требования. В алгоритме  $A_1$ , данный недостаток сглаживался благодаря требованию минимизировать оценку сверху для индивидуальных расписаний субъектов (показатель  $F_2(x)$  в выраже-

ниях (5)). В этом случае, даже если у субъекта противоречивые требования, алгоритм стремится удовлетворить их, чтобы минимизировать значение  $F_2(x)$ . Благодаря этой особенности алгоритму  $A_1$ , как правило, удается находить лучшее расписание.

Для подтверждения сформулированного ранее предположения относительно зависимости эффективности рассматриваемых алгоритмов от степени противоречивости требований субъектов, нами дополнительно было исследовано множество тестовых задач, в каждой из которых присутствовали непреодолимые противоречия между наложенными на расписание требованиями. Примером такой задачи может служить, достаточно распространенный на практике случай, когда несколько преподавателей со схожими рабочими графиками должны провести занятия у одной и той же группы. В этом случае рабочие графики преподавателей и группы подбирались таким образом, чтобы не существовало расписания, удовлетворяющего всем требованиям рассматриваемых субъектов. Для упрощения анализа в таких задачах рассматривались только два общих для преподавателей и студентов требования: «минимизировать число «окон» в индивидуальном расписании» и «обеспечить равномерность нагрузки в течение рабочей недели». Эксперименты выявили превосходство алгоритма поиска  $A_1$  над алгоритмами  $A_2$  и  $A_3$ . В частности, в расписаниях, построенных с помощью алгоритмов  $A_2$  и  $A_3$ , как правило, было несколько субъектов, имеющих индивидуальное расписание существенно худшее по сравнению с другими субъектами. В расписаниях, построенных с помощью алгоритма  $A_1$ , этот недостаток отсутствовал.

Полученные результаты подтверждают эффективность предложенного двухкритериального подхода к оценке расписания. Кроме того, данный подход позволяет минимизировать неопределенность в начальных данных и число совершаемых экспертом ошибок.

---

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

---

Предложен новый двухкритериальный подход к оценке качества расписания с частными критериями показателями, выражающими: общую оценку расписания и наихудшую индивидуальную оценку расписания со стороны задействованных в нем субъектов. Для получения конкретных значений рассматриваемых показателей разработана экспертная система на основе нечетких множеств, позволяющая минимизировать влияние ошибок и неопределенностей в начальных данных на итоговое расписание и сохранить ее настройки.



## ЛИТЕРАТУРА

1. *Cooper T.B., Kingston J.H.* The Complexity of Timetable Construction Problems / Selected papers from the First International Conference on Practice and Theory of Automated Timetabling. — London: Springer-Verlag, 1996. — P. 283—295.
2. *Automated University Timetabling: The State of the Art* / E. Burke, K. Jackson, J. Kingston, R. Weare // The Computer Journal. British Computer Society. — 1997. — Vol. 40, N 9. — P. 565—571.
3. *Petrovic S., Burke E.* University timetabling / Handbook of Scheduling: Algorithms, Models, and Performance Analysis. — Chapman Hall: CRC Press, 2004. — Part VI. — Chapter 45. — P. 1—14.
4. *Rudová H., Vlk M.* Multi-criteria soft constraints in timetabling // Proc. MISTA. — 2005. — P. 11—15.
5. *Безгинов А.Н., Трегубов С.Ю.* Обзор существующих методов составления расписаний // Информационные технологии и программирование: Межвуз. сб. статей. М., 2005. — Вып. 2, № 14.
6. *Burke E., Bykov Yu., Petrovic S.* A Multicriteria Approach to Examination Timetabling / Practice and Theory of Automated Timetabling III. — Springer, 2001. — P. 118—131.
7. *Трегубов С.Ю.* Разработка подсистемы справедливой оценки учебного расписания для системы автоматизированного построения расписания вуза // Тр. 50-й науч. конф. МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». — М., 2007. — Т. 2.
8. *Kirkpatrick S., Gelatt C.D., Vecchi M.P.* Optimization by Simulated Annealing // Science, New Series. — 1983. — Vol. 220, N 4598. — P. 671—680.
9. *Hertz A.* Tabu Search for Large-Scale Timetabling Problems // European Journal of Operations Research. — 1991. — N 54. — P. 39—47.
10. *Hertz A.* Finding a Feasible Course Schedule using Tabu Search // Discrete Applied Mathematics. — 1992. — Vol. 35, N 3. — P. 255—270.
11. *McMullan P.* An Extended Implementation of the Great Deluge Algorithm for Course Timetabling // Proc. of the 7th Intern. Conf. on Computational Science.: ICCS 2007. Berlin, 2007. — P. 538—545.
12. *Dario Landa-Silva, Joe Henry Obit.* Evolutionary Non-linear Great Deluge for University Course Timetabling // Proc. of the 4th Intern. Conf. on Hybrid Artificial Intelligence Systems. Berlin, 2009. — Part I. — P. 269—276.
13. *Landa Silva J.D., Burke, E.K., Petrovic S.* An Introduction to Multiobjective Metaheuristics for Scheduling and Timetabling // Metaheuristic for Multiobjective Optimisation, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. — 2004. — Vol. 535. — P. 91—129.
14. *Horn J., Nafpliotis N., Goldberg D.E.* A Niche Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization // Proc. of the First IEEE Conf. on Evolutionary Computation, IEEE World Congress on Computational Intelligence. — 1994. — P. 82—87.
15. *Zeleny M., Cochrane J.* Compromise Programming / Multiple Criteria Decision Making. University of South Carolina Press. — Columbia, 1973. — P. 262—301.
16. *Костин С.А.* Модели и методы многокритериальной оптимизации начального расписания занятий: дис... канд. физ.-мат. наук / Саратовский гос. техн. ун-т. — Саратов, 2005. — 125 с.
17. *Галузин К.С.* Математическая модель оптимизации учебного расписания с учетом нечетких предпочтений: дис... канд. физ.-мат. наук / Пермский гос. техн. ун-т. — Пермь, 2004. — 148 с.
18. *Безгинов А.Н., Трегубов С.Ю.* Система оценки расписания на основе нечетких множеств // Известия МГИУ. — 2007. — Вып. 1. — № 6.
19. *Zadeh L.A.* Fuzzy Sets // Information and Control. — 1965. — Vol. 8. — P. 338—353.
20. *Subhas N.* Fuzzy Genetic Heuristic for University Course Timetable Problem // International Journal of Advances in Soft Computing and Its Applications. — 2010. — Vol. 2, N 1. — P. 100—123.
21. *Harald Meyer auf'm Hofe.* Nurse Rostering as Constraint Satisfaction with Fuzzy Constraints and Inferred Control Strategies // DIMACS workshop on Constraint programming and large scale discrete optimization. American Mathematical Society Boston. — MA, 2000. — P. 67—100.
22. *Asmuni H., Burke E.K., Garibaldi J.M.* Fuzzy Multiple Heuristic Ordering for Course Timetabling // Proc. of 5th Intern. Conf. on the Practice and Theory of Automated Timetabling. — London, 2005. — P. 334—353.
23. *Fuzzy multiple ordering criteria for examination timetabling* / H. Asmuni, J. M. Garibaldi, E. K. Burke, M. Trick // Proc. of 5th Intern. Conf. on the Practice and Theory of Automated Timetabling. — Berlin, 2005. — Vol. 3616. — P. 334—353.
24. *Подиновский В.В., Ногин В.Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. — М.: Физматлит, 2007. — 256 с.
25. *Трегубов С.Ю.* Об одном подходе к построению и оценке расписания // Сб. науч. докл. VI междунар. науч.-практ. конф. «Участие молодых ученых, инженеров и педагогов в разработке и реализации инновационных технологий». — М.: МГИУ, 2006.
26. *Безгинов А.Н., Трегубов С.Ю.* Об одном методе формирования расписания // Информационные технологии и программирование: Межвуз. сб. статей. — М.: МГИУ, 2006. — Вып. 2. — № 16.
27. *Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л.* Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. — М.: Горячая линия — Телеком, 2004. — 452 с.
28. *Zimmermann H.J.* Fuzzy Set Theory And Its Applications. — Springer Netherlands, 2001. — 544 p.
29. *Czyzak P., Napke M., Jaskiewicz A.* Application of the Pareto-Simulated Annealing to the multiple criteria shortest path problem / Technical Report, Politechnika Poznanska Instytut Informatyki. — Poland, 1994.
30. *Jaskiewicz A.* Multiple objective metaheuristic algorithms for combinatorial optimization: Habilitation thesis. Poznan: Poznan University of Technology, 2001. — 148 p.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

**Безгинов Анатолий Николаевич** — д-р техн. наук, зав. кафедрой, ✉ s.posad@sde.ru,

**Трегубов Сергей Юрьевич** — ассистент, ✉ s.tregubov@gmail.com,

Московский государственный индустриальный университет, филиал в г. Сергиев Посад.