УДК 004.827 DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2021.1.5

МОДЕЛИ ОПЫТА

М.В. Белов, Д.А. Новиков

Аннотация. Предложена общая вероятностная модель, единообразно описывающая формирование и освоение индивидуального, коллективного и общественного опыта на различных уровнях человеческой деятельности. Рассмотрен ряд ее частных случаев, охватывающих многие известные в математической психологии модели научения, а также модели разработки и освоения технологий, развиваемые в рамках методологии комплексной деятельности.

Ключевые слова: опыт, деятельность, знания, технология, культура, кривая опыта.

ВВЕДЕНИЕ

Активные системы. Выделим два класса систем, включающих в себя человека (такие системы, заимствуя терминологию [1, 2], будем называть *активными системами*):

— *естественные*, существующие или возникающие «самостоятельно», в отсутствие внешнего субъекта, формирующего или задающего цель их деятельности. Такие системы осуществляют целеполагание самостоятельно, их глобальная цель — развитие (для которого необходимы сохранение и, быть может, адаптация и воспроизводство). В терминах системотехники [3, 4] активные системы с внутренним целеполаганием являются *системами, состоящими из систем* (system of systems, SoS), относящимися к классам коллаборативных (collaborative) или виртуальных (virtual);

— *искусственные*, создаваемые некоторым субъектом для достижения его целей. В терминах системотехники [3, 4] активные системы с внутренним целеполаганием являются управляемыми (directed SoS) или оповещаемыми (acknowledged SoS) извне системами, состоящими из систем.

В зависимости от наличия выделяемого в явном виде субъекта, можно различать *субъектные* (осуществляющие собственную деятельность, единообразно описываемую *методологией комплексной деятельности* (МКД) [5] для любого вида этих систем) и *бессубъектные* системы (последние сами по себе деятельности не осуществляют; точнее говоря, их «деятельность» представляет собой совокупность деятельностей их составляющих).

Получаем три варианта (из четырех возможных комбинаций один вариант логически противоречив), примеры реализаций которых приведены в табл. 1.

Естественные системы включают в себя в качестве своих составляющих естественные системы

Таблица 1

Классификация систем

	Естественные системы (внутреннее целеполагание)	Искусственные системы (внешнее целеполагание)
Субъектные системы	Индивид	Организация Предприятие Государство Частный случай: индивид-сотрудник, у которого внутренние мотивы согласованы с внешними целями
Бессубъектные системы	Социальные общности: Группа Семья Род Племя Общество Этнос Народ Экономические общности: Рынок Набор независимых взаимодействующих экономических субъектов	—

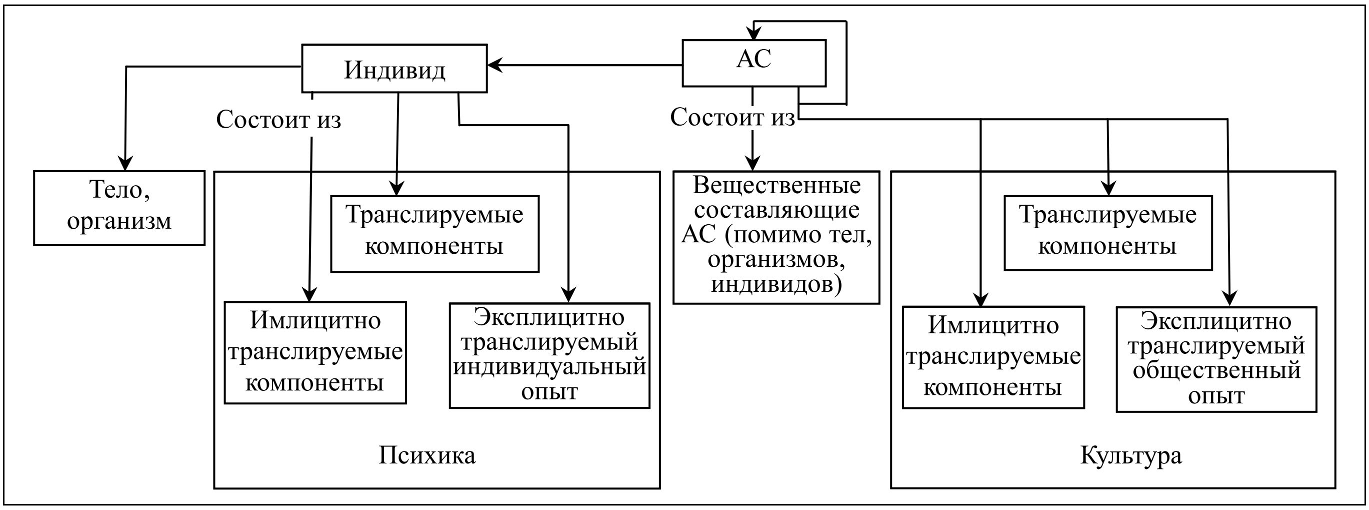

Рис. 1. Структура активной системы

(пример — любая социальная общность включает в себя индивидов) и искусственные системы (пример — рынок). Искусственные системы также могут включать в себя в общем случае в качестве своих составляющих и естественные системы (пример — индивиды и их группы, работающие на предприятии), и искусственные системы (пример — подсистемы предприятия). В общем же случае активная система (АС) может включать в себя индивидов и другие АС (рис. 1).

В качестве отступления отметим, что человеческая деятельность может рассматриваться в рамках АС разного уровня и масштаба (табл. 2), и перспективной задачей МКД является их единообразное описание (за исключением, наверное, двух нижних уровней).

Кроме того, отметим, что отнесение той или иной системы к конкретному классу зависит от аспекта ее рассмотрения. Так, например, социальная группа сама по себе является бессубъектной естественной системой. Но при исследовании проблематики управления такой группой со стороны других субъектов (индивида, другой группы или государства) ее вместе с субъектом управления необходимо рассматривать как субъектную искусственную систему.

Для естественных бессубъектных систем системообразующими факторами служат как механизмы функционирования (*механизм* — система, устройство, определяющие порядок какого-нибудь вида деятельности [2]) этих систем, т. е. условия, принципы, нормы, требования и критерии оценки как деятельности составляющих системы по отдельности, так и их взаимодействия [5, 6]. Механизмы функционирования образуют многоуровневую систему вложенных контуров обратной связи, определяющих зависимость условий, принципов, норм и т. д. (в том числе управляющих воздействий) от предыдущих и текущих результатов деятельности и факторов неопределенности. Механизмы функционирования бессубъектных систем, как правило, являются рефлексивными — приме-

Таблица 2

Человеческая деятельность

Уровень	Типовой объект	Доминирующая форма активности элементов
Культурный	Этнос, народ	Воспроизводство и развитие деятельности
Политический	Государство, институт	Институционализация деятельности
Экономический	Организация, предприятие	Коллективная практическая деятельность
Социальный	Общество Группа, коллектив; семья, род, племя	Коммуникативная деятельность Коллективная практическая деятельность
Психический	Личность Индивид	Индивидуальная практическая деятельность Внутренняя деятельность
Биологический	Организм	Жизнедеятельность
Физический	Тело	Движение

рами служат естественный отбор, конкуренция, конфликты, распространение идей и др. Эти механизмы обеспечивают (само)управление такими системами.

В подсистемах (АС или индивидах) выделим материальную составляющую (например, для индивида — его тело и материальные средства деятельности) и нематериальную (для индивида — *психика*, для коллективного субъекта — *культура*) (см. рис. 1). Значительную часть нематериальных компонентов составляет опыт.

Опыт. Под *опытом* понимают [7—9]:

1) совокупность практически усвоенных знаний, навыков, умений и привычек (индивидуальный опыт);

2) отражение в человеческом сознании объективного мира, общественной практики, направленной на изменение мира (и общественно-исторический опыт, и индивидуальный опыт каждого отдельного человека).

Категория опыта тесно связана с такими категориями, как образование, технологии и культура (рис. 2).

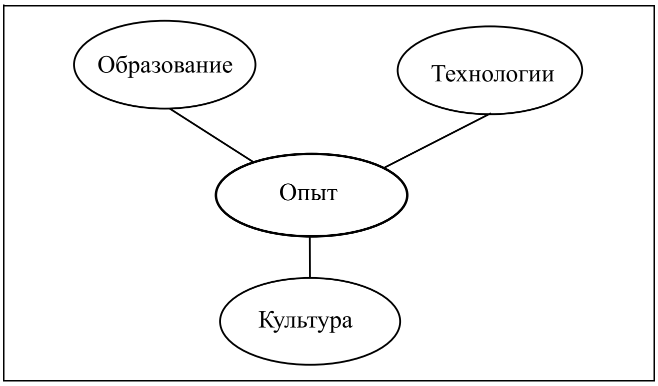

Рис. 2. Опыт и смежные категории

Действительно, *образование* представляет собой развитие опыта [10] и включает в себя научение (*научение* — процесс и результат приобретения индивидуального опыта [11]). Современный обзор математических моделей научения можно найти в работах [11, 12], обзор моделей научения в теории автоматического управления — в работе [13].

Технологии (в соответствии с работой [5], технология — система условий, критериев, форм, методов и средств последовательного достижения поставленной цели) являются операциональным отражением проверенного массовой практикой и систематизированного опыта практической деятельности [14].

Культура включает в себя [7]:

— объективные результаты деятельности людей (машины, технические сооружения, результаты познания (книги, произведения искусства, нормы права и морали и т. д.) — первый компонент культуры;

— субъективные человеческие силы и способности, реализуемые в деятельности (ощущения, восприятия, знания, умения, производственные и профессиональные навыки, уровень интеллектуального, эстетического и нравственного развития, мировоззрение, способы и формы взаимного общения людей и т. д.) — второй компонент культуры [15].

Предметные результаты деятельности человечества (первый компонент культуры) отражаются в таких формах общественного сознания, как язык (понимаемый в широком смысле — как естественный родной и иностранные языки, так и искусственные языки), обыденное сознание, политическая идеология, право, мораль, религия (или антирелигия — атеизм), искусство, наука, философия [15].

Второй компонент культуры — субъективные человеческие силы и способности. Они выражаются в личностных знаниях, в том числе в образных, чувственных знаниях, которые не передаются словами (понятиями), в умениях, навыках, в развитии тех или иных индивидуальных способностей, в мировоззрении каждого человека и т. д. [7].

Приведем несколько цитат и определений, характеризующих понятие культуры:

— «совокупность генетически ненаследуемой информации в области поведения человека» (Ю.М. Лотман);

— совокупность устойчивых форм человеческой деятельности (*организационная культура*);

— «Как зародыш в утробе матери повторяет в фантастически ускоренном масштабе времени всю эволюцию жизни на Земле протяженностью миллиард лет, так и растущий человек за 20 лет должен освоить культуру, которую человечество создавало 4 миллиона лет.» [7, *с. 32*];

— совокупность принятых типовых норм деятельности (способ стандартизации и регуляции поведения) и соответствующих результатов. Основная функция культуры — воспроизводство и конструирование/развитие деятельности.

Таким образом, культура может рассматриваться как обобщенный и проверенный общественной практикой опыт [7, 12, 16, 17] — см. рис. 1.

Формирование опыта может происходить путем его самостоятельного приобретения субъектом (индивидуальным или коллективным) в процессе своей деятельности или посредством освоения «чужого» опыта в процессе учебной деятельности (рис. 3).

В зависимости от способов и средств фиксации и трансляции опыта (или даже шире — в случае индивида — компонентов психики, если относить к широко трактуемому опыту представления, убеждения, отношения, мировоззрение личности и др.) можно различать:

— *эксплицитно транслируемый опыт* (explicit experience; формой передачи которого, как правило, является текст; пример — знания, технологии);

— *имплицитно транслируемый опыт* (tacit experience, tacit knowledge; который передается, как правило, в невербализуемых и нетекстуальных формах; пример — убеждения, мировоззрение);

— *нетранслируемые компоненты*, которые, может быть, и транслируются «биологически» (пример — биопсихические свойства личности; специфика физиологии индивидов, обусловленная климатом, ландшафтом и образом жизни), но настолько медленно, что в рамках настоящего рассмотрения могут считаться неизменными.

Виды опыта перечислены в табл. 3.

Субъект в процессе своей деятельности может участвовать (рис. 4) в:

1) освоении общественного опыта;

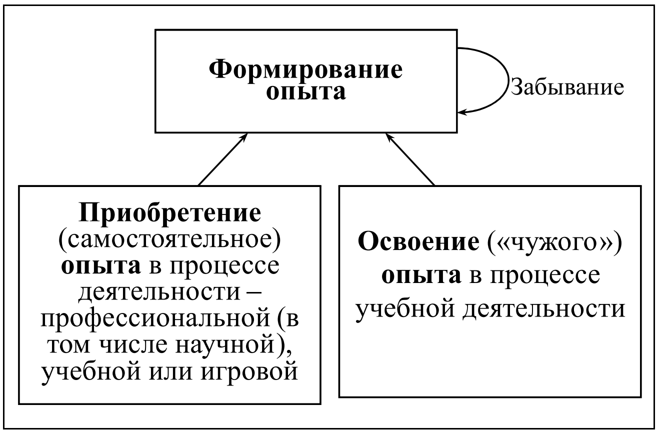

Рис. 3. Формирование опыта

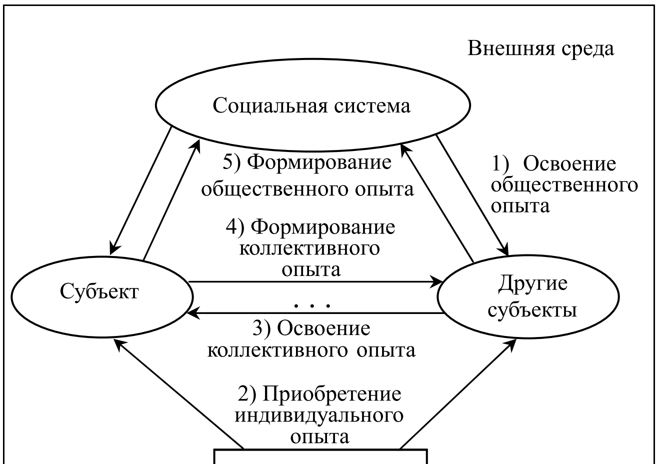

Рис. 4. Индивидуальный, коллективный и общественный опыт

Таблица 3

Виды опыта

Уровень	Опыт
Социальная система Группа Личность	Общественный Коллективный Индивидуальный

2) формировании/приобретении индивидуального опыта;

3) освоении коллективного опыта;

4) формировании коллективного опыта;

5) формировании общественного опыта.

Освоение общественного и/или коллективного опыта может условно рассматриваться как «обучение с учителем», а формирование индивидуального опыта — как «обучение без учителя».

Задачей настоящего исследования является создание общей модели формирования опыта, которая (или ее частные случаи) адекватно и единообразно описывала бы формирование и освоение индивидуального, коллективного и общественного опыта (см. рис. 4), транслируемого эксплицитно или имплицитно на различных уровнях деятельности (см. табл. 2) любых классов систем (см. табл. 1).

Структура изложения такова: в § 1 вводится общая модель опыта; в § 2 приводится система классификации моделей опыта; в § 3 и 4 рассматривается ряд частных моделей формирования/освоения соответственно индивидуального и коллективного/общественного опыта; заключение содержит перечисление перспективных направлений дальнейших исследований.

1. ОБЩАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ОПЫТА

Расширим модель научения, приведенную в разделе 3.3.4 книги [18], дополнив ее эффектами изменчивости внешней среды, приводящими к устареванию опыта или, что эквивалентно, забывания/утраты опыта, а также более сложного формирования опыта с учетом освоения опыта другими субъектами и взаимодействия субъектов[1].

[1] В предложенной модели эффект физиологического забывания опыта не будем отделять от эффекта отказа от ранее усвоенного опыта при появлении новых технологий. Разделение двух, вообще говоря, разноприродных и разноскоростных эффектов — объективного изменения технологий и вызванного этим жесткого или мягкого (с учетом распределения параметров АЭ) отказа от опыта и субъективного физиологического эффекта его забывания и, в общем виде, регулярной тенденции возрастных изменений параметров познавательных характеристик АЭ — позволит (при варьировании характеристик двух скоростей) анализировать ряд социальных эффектов (культурное взаимодействие поколений, снижение коллективного опыта (в том числе культуры) в революционные периоды и др. Эти эффекты могут стать предметом дальнейших исследований.

Пусть АС состоит из известного множества $N = \{1, ..., n\}$ активных элементов (АЭ — элементов активной системы, которые могут быть индивидами, или АС нижестоящего уровня).

Будем считать, что в каждом периоде каждый из АЭ наблюдает одно из K возможных значений *фактора неопределенности* (ФН); в общем случае значения, наблюдаемые разными АЭ, отличаются друг от друга. Введем понятие «*комплексного фактора неопределенности*», его текущее состояние будем характеризовать совокупностью всех состояний, с которым сталкиваются все АЭ в периоде t.

Комплексный ФН представим матрицей $\boldsymbol{\omega}(t) = \|\omega_{ik}(t)\|$ с бинарными элементами ($\omega_{ik}(t) \in \{0; 1\}$). Пусть в текущем периоде t ФН для i-го АЭ принял состояние $k(i)$, тогда единичные значения примут элементы $\omega_{ik(i)}(t)$, остальные элементы примут нулевые значения. Очевидно, матрица $\|\omega_{ik}(t)\|$ обладает свойством $\sum_{k=1}^{K} \omega_{ik}(t) = 1,\ i = \overline{1, n}$.

Обозначим множество всех таких матриц через $\boldsymbol{\Omega}$ (очевидно, его мощность равна K^n). Тогда на множестве $\boldsymbol{\Omega}$ зададим распределение вероятностей состояний комплексного ФН среды $\{p_\omega(t)\}$, зависящее от времени, и будем считать, что текущее состояние $\omega(t)$ наступает независимо от предыдущих. Определим функцию $\iota(\omega)$ нумерации элементов множества: $\iota(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{K} kn^{i-1}\omega_{ik}$.

Тогда $\sum_{\omega \in \Omega} p_\omega(t) \equiv \sum_{\omega \in \Omega} p_{\iota(\omega)}(t) \equiv 1$.

Частным является случай, когда состояния, наблюдаемые каждым из АЭ, независимы друг от друга; обозначим $p_{ik}(t)$ вероятность наблюдения i-м АЭ k-го состояния $\left(\sum_{k=1}^{K} p_{ik}(t) \equiv 1,\ i = \overline{1, n}\right)$, также обозначим $k(i)$ номер состояния, наблюдаемого i-м АЭ, тогда $p_\omega(t) = \prod_{i=1}^{n} p_{ik(i)}(t)$.

Опишем состояние АС матрицей $\mathbf{v}(t) = \|v_{ik}(t)\|$, элементы которой — бинарные переменные, характеризующие *формирование опыта* (освоение технологии — дальше в рамках математической модели будем использовать этот термин) АЭ для различных состояний ФН. Элемент $v_{ik}(t)$ принимает значение 1, если после t-го периода i-й АЭ сформировал/освоил опыт при k-м состоянии ФН.

Предполагаем следующий механизм эволюции АС в течение периода $t + 1$.

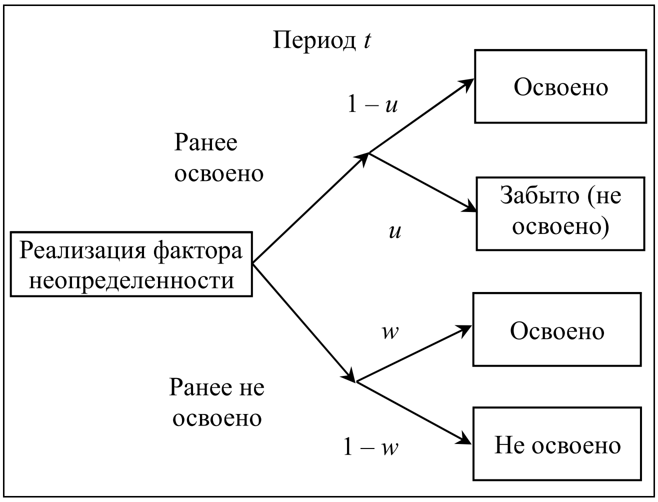

Рис. 5. Альтернативы в периоде t

Пусть комплексный ФН принял состояние $\boldsymbol{\omega}(t + 1)$, при этом i-й АЭ сталкивается с k-м состоянием ФН. Тогда (см. рис. 3):

- для любого неосвоенного i-м АЭ состояния ФН l ($v_{il}(t) = 0$) происходит *формирование опыта* ($v_{il}(t + 1) = 1$) с вероятностью $0 \le w_{ikl}(\{\boldsymbol{v}(\cdot)|t - \tau; t\}) \le 1$, зависящей в общем случае от времени, от текущего $\boldsymbol{v}(t)$ и τ предыдущих состояний АС, а с вероятностью $1 - w_{ikl}(\{\boldsymbol{v}(\cdot)|t - \tau; t\})$ формирования опыта не происходит ($v_{il}(t + 1) = 0$). Здесь и ниже с помощью нотации $\{\boldsymbol{v}(\cdot)|t_1; t_2\}$ будем обозначать *предысторию* — упорядоченный набор значений величин $\boldsymbol{v}(\cdot)$ в течение промежутка от периода t_1 до t_2 включая граничные периоды (если $t_2 = t_1$, то зависимость от предыстории отсутствует);
- для любого освоенного i-м АЭ состояния ФН l ($v_{il}(t) = 1$) происходит *забывание опыта* ($v_{il}(t + 1) = 0$) с вероятностью $0 \le u_{ikl}(\{\boldsymbol{v}(\cdot)|t - \tau; t\}) \le 1$, зависящей в общем случае от времени, от текущего $\boldsymbol{v}(t)$ и τ предыдущих состояний АС, а с вероятностью $1 - u_{ikl}(\{\boldsymbol{v}(\cdot) \mid t - \tau; t\})$ забывания не происходит ($v_{il}(t + 1) = 1$).

Семантика рассматриваемой модели отражает возможность формирования опыта, в том числе — освоения активным элементом технологии, передачи знаний от одних элементов другим, забывания и/или устаревания знаний, в том числе благодаря эволюции внешней среды и повторной адаптации АС к изменениям внешней среды, отражаемым реализующимися значениями ФН.

При этом процесс формирования-забывания опыта для каждого состояния ФН каждым АЭ предполагается бинарным (состояния = ⟨освоено | не освоено⟩) и случайным, что отражает его неопределенность. Сами переходы из одного состояния в другое для разных АЭ и разных состояний ФН происходят независимо друг от друга. Предполагается, что в течение одного периода не может происходить более одного события — формирования опыта или его забывания. Вместе с тем, зависимости вероятностей перехода из одного состояния в другое от текущего и предыдущего состояний всех АЭ в составе АС позволяют отражать достаточно сложные закономерности поведения АС. Например, наблюдая одно состояние, АЭ может в общем случае сформировать (путем передачи ему опыта другими АЭ) опыт, соответствующий другому состоянию ФН.

Запишем уравнения эволюции вероятностей освоения и математических ожиданий уровней сформированности опыта. Обозначим $\mathbf{q}(t) = \|q_{ik}(t)\|$, где вероятность того, что k-е состояние ФН освоено i-м АЭ после t-го периода $q_{ik}(t) = \Pr(v_{ik}(t) = 1) = E[v_{ik}(t)]$, тогда по формуле полной вероятности

$$q_{ik}(t + 1) = \Pr(v_{ik}(t + 1) = 1 \mid v_{ik}(t) = 0)$$

$$\Pr(v_{ik}(t) = 0) + \Pr(v_{ik}(t + 1) = 1 \mid v_{ik}(t) = 1)$$

$$\begin{aligned}\Pr(v_{ik}(t) = 1) &= W_{ik}(\boldsymbol{q}(t))(1 - q_{ik}(t)) + \\ &+ (1 - U_{ik}(\boldsymbol{q}(t)))q_{ik}(t) = W_{ik}(\boldsymbol{q}(t)) + \\ &+ [1 - W_{ik}(\boldsymbol{q}(t)) - U_{ik}(\boldsymbol{q}(t))]q_{ik}(t),\end{aligned} \qquad (1)$$

где функции $W_{ik}(\boldsymbol{v}(t))$ и $U_{ik}(\boldsymbol{v}(t))$ имеют смысл вероятностей $w_{ikl}\{\cdot\}$ освоения и $u_{ikl}\{\cdot\}$ забывания, усредненных по состояниям ФН с учетом их вероятностей $p_m(t)$ и вероятностей состояний АС в текущий и предыдущие периоды:

$$W_{ik}(\mathbf{q}(t)) = \sum_{m=1}^{K^n} p_m(t) \sum_{\substack{\mathbf{z}(t)\ldots\mathbf{z}(t-\tau) \\ z_{ik}(t) = 0}} w_{imk}(\{\mathbf{z}(t)|t - \tau;\ t\}) \times$$
$$\times\, \pi(\{\mathbf{z}(\cdot),\ \mathbf{q}(\cdot)|t - \tau;\ t\},\ i^-,\ k^-), \qquad (2)$$

$$U_{ik}(\mathbf{q}(t)) = \sum_{m=1}^{K^n} p_m(t) \sum_{\substack{\mathbf{z}(t)\ldots\mathbf{z}(t-\tau) \\ z_{ik}(t) = 1}} u_{imk}(\{\mathbf{z}(t)|t - \tau;\ t\}) \times$$
$$\times\, \pi(\{\mathbf{z}(\cdot),\ \mathbf{q}(\cdot)|t - \tau;\ t\},\ i^-,\ k^-), \qquad (3)$$

где $\pi(\{z(\cdot),\ q(\cdot)|t - \tau;\ t\},\ i^-,\ k^-)$ — условные вероятности того, что состояния АЭ после периодов $\{t - \tau;\ t\}$ принимали значения $z(\cdot)$, а вероятности освоения были равны $q(\cdot)$, при условии, что освоение технологии при k-м состоянии ФН после t-го периода приняло конкретное известное значение. Условные вероятности $\pi(\cdot)$ вычисляются по формуле (4), где произведение берется по всем кортежам $\langle\alpha;\ \beta;\ \gamma\rangle$ кроме кортежа $\langle\alpha;\ \beta;\ \gamma\rangle = \langle i;\ k;\ t\rangle$:

$$\begin{aligned}&\pi(\{\mathbf{z}(\cdot),\ \mathbf{q}(\cdot)|t - \tau;\ t\},\ i^-,\ k^-) = \\ &= \prod_{\substack{\alpha = 1\ldots n;\ \beta = 1\ldots K;\ \gamma = t-\tau\ldots t; \\ \langle\alpha;\ \beta;\ \gamma;\ s\rangle \neq \langle i;\ k;\ t\rangle}} (y_{\alpha\beta}(\gamma)z_{\alpha\beta}(\gamma) + \\ &\quad + (1 - y_{\alpha\beta}(\gamma))(1 - z_{\alpha\beta}(\gamma))).\end{aligned} \qquad (4)$$

Для частного случая независимости состояний ФН, наблюдаемых каждым из АЭ, выражения (2) и (3) примут вид:

$$W_{ik}(\mathbf{y}(t)) = \sum_{\omega \in \Omega} \prod_{i=1}^{n} p_{ik(i)}(t) \sum_{\substack{\mathbf{z}(t)\ldots\mathbf{z}(t-\tau) \\ z_{ik}(t) = 1}} w_{\iota(\omega)ik} \times$$
$$\times\, (\{\mathbf{z}(t)|t - \tau;\ t\})\ \pi(\{\mathbf{z}(\cdot),\ \mathbf{q}(\cdot)|t - \tau;\ t\},\ i^-,\ k^-)$$

$$U_{ik}(\mathbf{q}(t)) = \sum_{\omega \in \Omega} \prod_{i=1}^{n} p_{ik(i)}(t) \sum_{\substack{\mathbf{z}(t)\ldots\mathbf{z}(t-\tau) \\ z_{ik}(t) = 1}} u_{\iota(\omega)ik} \times$$
$$\times\, (\{\mathbf{z}(t)|t - \tau;\ t\})\pi(\{\mathbf{z}(\cdot),\ \mathbf{q}(\cdot)|t - \tau;\ t\},\ i^-,\ k^-).$$

Таким образом,

$$\begin{aligned}&q_{ik}(t + 1) = \\ &= W_{ik}(\boldsymbol{q}(t)) + (1 - W_{ik}(\boldsymbol{q}(t)) - U_{ik}(\boldsymbol{q}(t)))q_{ik}(t),\end{aligned} \qquad (5)$$

или в разностной форме:

$$\begin{aligned}&\Delta q_{ik}(t + 1) = \\ &= W_{ik}(\boldsymbol{q}(t)) - (W_{ik}(\boldsymbol{q}(t)) + U_{ik}(\boldsymbol{q}(t)))q_{ik}(t).\end{aligned} \qquad (6)$$

Итак, получены рекуррентные соотношения, отражающие динамику математических ожиданий уровней сформированности опыта. Для возможности вычисления их значений в любой момент времени остается задать матрицу начальных значений $\boldsymbol{q}(0)$. По умолчанию будем подразумевать, что на начальный (нулевой) момент времени у АЭ не сформирован опыт ни для одного из состояний ФН.

Значением $L_i(t)$ *критерия индивидуального опыта* («уровня научения») i-го АЭ будем считать вероятность того, что реализуется уже встречавшееся ему ранее, успешно освоенное и не забытое им значение ФН (математическое ожидание доли освоенных значений):

$$L_i(t) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_{ik}(t)(1 - q_{ik}(t)), \quad i = \overline{1, n}. \qquad (7)$$

В качестве значения *критерия коллективного опыта* будем считать либо вероятность $L_{\max}(t)$ того что, **хотя бы для одного из АЭ** реализуется уже встречавшееся ему ранее, успешно освоенное и не забытое им значение ФН:

$$L_{\max}(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - L_i(t)), \qquad (8)$$

либо вероятность $L_{\min}(t)$ того, что **для каждого из АЭ** реализуется уже встречавшееся ранее, успешно освоенное и не забытое значение ФН:

$$L_{\min}(t) = \prod_{i=1}^{n} L_i(t). \qquad (9)$$

Последовательность значений критерия опыта по аналогии с кривой научения назовем *кривой опыта*.

Критерий коллективного опыта может рассматриваться как агрегированная характеристика результатов формирования опыта коллективом в целом.

Переход к непрерывному времени. Пусть АС и АЭ функционируют в непрерывном времени — формирование и забывание опыта происходят в виде независимых потоков элементарных событий, интенсивности $w_{ikl}(\{v(\cdot)|t - \tau;\, t\})$ и $u_{ikl}(\{v(\cdot)|t - \tau;\, t\})$ которых известным образом зависят от предыстории состояний АС в текущий и предыдущие моменты времени $\{v(\cdot) \mid t - \tau;\, t\}$.

Пусть ФН изменяет свои состояния каким-то образом (не важно, в дискретном или непрерывном времени), но независимо от АС, и мы знаем их эволюцию $\{p_{ik}(t)\}$.

Вместо системы разностных уравнений (5), описывающей динамику АС с известными начальными условиями, можно использовать систему дифференциальных уравнений вида

$$dq_{ik}(t)/dt = \\ = W_{ik}(\boldsymbol{q}(t)) - (W_{ik}(\boldsymbol{q}(t)) + U_{ik}(\boldsymbol{q}(t)))q_{ik}(t). \qquad (10)$$

2. КЛАССИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ ОПЫТА

Выражения (1)—(10) описывают процесс и результат формирования индивидуального и коллективного опыта в максимально общем случае (при минимальных предположениях). Для возможности операционального описания и исследования необходимо введение упрощений (дополнительных предположений о структуре и свойствах модели). Поэтому введем систему классификаций, основаниями которых являются свойства компонентов модели (основания 1—9 являются независимыми).

1. Свойства состояний комплексного ФН, наблюдаемых АЭ в каждом периоде времени. По этому основанию будем пока выделять общий (рассмотренный выше) и частный случай, заключающийся в том, что в каждый момент времени все АЭ наблюдают одну и ту же реализацию состояния ФН. При этом свойства ФН будут описываться не nK-мерным распределением $\{p_\omega(t)\}$, а K-мерным распределением $\{p_k(t)\}$, где $\sum_{k=1}^{K} p_k(t) = 1$.

2. Зависимость состояний комплексного ФН от времени. Здесь общим является рассмотренный выше случай произвольной известной зависимости распределения вероятностей состояний комплексного ФН от времени, а частным — стационарное (не зависящее от времени) распределение.

3. Зависимость вероятности освоения от времени. Общим является рассмотренный выше случай произвольной известной зависимости вероятности освоения от времени, а частным — отсутствие какой-либо зависимости.

4. Зависимость вероятности забывания от времени. Полностью аналогично п. 3.

5. Зависимость вероятности освоения от предыстории процесса. Общим является рассмотренный выше случай известной зависимости вероятности освоения от $\tau \le t$ предыдущих состояний. Отдельно выделим случаи $\tau = 0$ (не зависящей от времени вероятности освоения) и $\tau = 1$ (вероятность освоения зависит только от предыдущего состояния).

6. Зависимость вероятности забывания от предыстории процесса. Полностью аналогично п. 5.

7. Зависимость вероятности освоения для *i*-го АЭ от состояний других АЭ. Общим является рассмотренный выше случай известной зависимости вероятности освоения от состояний всех АЭ. «Промежуточный» случай — когда вероятность освоения для i-го АЭ зависит от состояний его «соседей» — АЭ из известного множества $N_i(t)$. Частным является случай, когда для каждого АЭ его вероятности освоения зависят только от его собственных состояний.

8. Зависимость вероятности забывания для *i*-го АЭ от состояний других АЭ. Аналогично п. 7.

9. Возможность формирования опыта вне зависимости от реализовавшегося состояния ФН. Общим является случай, когда путем передачи опыта от других АЭ конкретный АЭ может сформировать опыт, соответствующий состоянию ФН, отличающемуся от наблюдаемого им его состояния. Частным является случай, когда у АЭ формируется опыт, соответствующий только тем состояниям ФН, которые он наблюдает.

10. Число АЭ. Общий случай — известное число АЭ $n > 1$, частный случай — $n = 1$.

Рассмотрим в порядке усложнения ряд моделей (модели 1—6 — индивидуального опыта, модели 7—12 — коллективного и общественного опыта).

3. МОДЕЛИ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ОПЫТА

Модель 1 (рассмотрена в работе [14, раздел 2.2]), в которой имеется один АЭ, все параметры стационарны, формирование опыта, соответствующего наблюдаемому АЭ состоянию ФН, эффективно (вероятность освоения равна единице), а забывание отсутствует.

Обозначим через $p_k > 0$ вероятность того, что на очередном шаге АЭ будет предъявлено k-е состояние ФН $\left(\text{очевидно, что } \sum_{k=1}^{K} p_k = 1\right)$. Вектор этих вероятностей обозначим через $P = (p_1, ..., p_K)$.

В рассматриваемом случае $n = 1$ и $i = 1$, следовательно, $m = l$. Так как вероятность освоения тождественно равна единице, то принимаем $W_{mj}(\{v(\cdot) \mid t - \tau; t\}) = 1$ при $m = l$ и $W_{mj}(\{v(\cdot) \mid t - \tau; t\}) = 0$ при $m \neq l$ независимо от предыстории $\{v(\cdot) \mid t - \tau; t\}$, т. е. $W_{mj}(\{v(\cdot)|t - \tau; t\}) = \delta_{mj}$, где δ_m — символ Кронекера. Так как забывание отсутствует, то $u_{mj}(\{v(\cdot) \mid t - \tau; t\}) \equiv 0$, $U_j(q(t)) \equiv 0$. Из выражения (2) получаем:

$$U_j(q(t)) = \sum_{m=1}^{K} p_m(t) \sum_{\substack{z(t)\ldots z(t-\tau) \in X; \\ z_j(t) = 0}} W_{mj}(\{z(t) \mid t - \tau; t\}) \times \\ \times \pi(\{z(t) \mid t - \tau; t\}, j, q(t)) = \\ = \sum_{m=1}^{K} p_m(t) \sum_{\substack{z(t)\ldots z(t-\tau) \in X; \\ z_j(t) = 0}} \delta_{mj} = p_j(t). \quad (11)$$

Действительно, в сумме $\sum_{\substack{z(t)\ldots z(t-\tau) \in X; \\ z_j(t) = 0}} \delta_{mj}$ символ Кронекера берется только один раз, так как присутствует условие $z_j(t) = 0$, и это условие сводит сумму к единственному элементу, для которого $m = j$. Получаем:

$$q_j(t + 1) = p_j(t) + [1 - p_j(t)]q_j(t).$$

Так как вероятности стационарны, то $q_j(t + 1) = p_j + (1 - p_j)q_j(t)$, или $\Delta q_j(t + 1) = p_j(1 - q_j(t))$, или $1 - q_j(t + 1) = (1 - p_j)(1 - q_j(t + 1))$. Из выражения (8) получаем, что значение критерия опыта

$$L(t) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k(1 - q_k(t)) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k(1 - p_k) \times \\ \times (1 - q_k(t - 1)) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k(1 - p_k)^t. \quad (12)$$

Модель 2. Пусть в условиях модели 1 имеется единственное состояние ФН ($K = 1$), но вероятность освоения $w \in (0; 1]$ может быть меньше единицы. Опуская индекс, соответствующий номеру состояния ФН, по аналогии с выражением (19) получаем: $W(q(t)) = w$,

$$q_j(t + 1) = w + [1 - w]q_j(t),$$

или $1 - q_j(t + 1) = (1 - w)(1 - q_j(t + 1))$. Из выражения (11) получаем кривую опыта (ср. с выражением (12) при $w = p_k = 1/K$):

$$L(t) = 1 - (1 - w)^t. \quad (13)$$

Модель 3. Пусть в условиях модели 1 вероятность освоения $w(q) \in (0; 1]$ одинакова для всех состояний ФН и не зависит от времени в явном виде. По аналогии с выражением (11) получаем: $W_j(q(t)) = w(q(t))p_j(t)$. Так как вероятности стационарны, то из выражения (5) получаем: $q_j(t + 1) = w(q(t))p_j + (1 - w(q(t))p_j)q_j(t)$, или $1 - q_j(t + 1) = (1 - w(q(t))p_j)(1 - q_j(t))$. Пусть вероятность освоения представляет собой известную функцию $g(\cdot)$ от текущего значения критерия опыта, т. е. $w(q(t)) = g(L(q(t)))$. Тогда из $1 - q_j(t + 1) = (1 - g(L(t))p_j)(1 - q_j(t))$ получим:

$$1 - q_j(t) = \prod_{\tau=0}^{t-1} (1 - p_j g(L(\tau)).$$

Обозначим $b_j(t) = 1 - q_j(t)$, тогда $b_j(t + 1) = (1 - g(L(t))p_j)b_j(t)$, следовательно,

$$L(t) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k b_k(t) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k \prod_{\tau=0}^{t-1} (1 - p_k g(L(\tau)),$$

$$\Delta L(t) = g(L(t)) \sum_{k=1}^{K} p_k^2 \prod_{\tau=0}^{t-2} (1 - p_k g(L(\tau)).$$

Для случая равномерного распределения ($p_j = 1/K$, $i = \overline{1, n}$) имеем $b_j(t) = b(t)$ и

$$L(t) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k b_k(t) = 1 - \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{K} b_k(t) = \\ = 1 - b(t) = q(t).$$

Получаем:

$$\Delta L(t) = \sum_{k=1}^{K} p_k(b_k(t - 1) - b_k(t)) =$$

$$= \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{K}\left(b_k(t - 1) - \left(1 - \frac{1}{K}g(L(t - 1))\right)b_k(t - 1)\right) =$$

$$= \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{K}\left(1 - 1 + \frac{1}{K}g(L(t - 1))b(t - 1)\right) =$$

$$= \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{K} g(L(t-1))b(t-1)) = \frac{1}{K} g(L(t-1))b(t-1)) =$$
$$= \frac{1}{K} g(L(t-1))(1 - L(t-1)).$$

Откуда

$$\Delta L(t) = \frac{1}{K} g(L(t-1))(1 - L(t-1)). \quad (14)$$

В зависимости от g(·), в качестве решений разностного уравнения (14) получаем экспоненту, гиперболу или логисту (см. модели различных кривых научения и обзор в работе [14]):

Вероятность освоения $g(\cdot)$	Разностное уравнение	Кривая научения
$g(L) = \gamma K$	$\Delta L(t) = \gamma(1 - L(t-1))$	Экспоненциальная
$g(L) = \mu KL$	$\Delta L(t) =$ $= \mu L(t-1)(1 - L(t-1))$	Логистическая
$g(L) =$ $= \eta K(1 - L)^a$	$\Delta L(t) =$ $= \eta(1 - L(t-1))^{a+1}$	Степенная

Модель 4 (рассмотрена в работе [18, раздел 3.3.4]) является пересечением частных случаев по всем девяти вышеприведенным основаниям классификации. Она отличается от модели 1 наличием стационарных вероятностей освоения и забывания, отличных в общем случае соответственно от единицы и нуля.

Предположим, что при первой реализации k-го состояния ФН формирование соответствующего опыта происходит с известной вероятностью $0 \le w_k \le 1$, где w_k — *вероятность освоения*, а с вероятностью $1 - w_k$ освоение не происходит. После того, как формирование k-го компонента опыта произошло, на каждом следующем периоде времени оно изменяется так:

— если реализовалось состояние ФН, отличное от k-го, то результат освоения k-го состояния не меняется;

— если повторно реализовалось k-е состояние ФН, то с *вероятностью забывания* $0 \le u_k \le 1$ k-й компонент опыта «забывается», а с вероятностью $1 - u_k$ не меняется.

Векторы вероятностей освоения и забывания обозначим соответственно через $W = (w_1, ..., w_K)$, $U = (u_1, ..., u_K)$. Отметим, что эти векторы в общем случае не удовлетворяют условию нормировки.

По аналогии с выражением (11), получаем: $W_j(q(t)) = w_j p_j$, $U_j(q(t)) = u_j p_j$. Подставляя в выражение (5), получим:

$$q_j(t+1) = p_j w_j + (1 - p_j(w_j + u_j))q_j(t). \quad (15)$$

Примем начальные условия $q_j(0) = \alpha_j \in [0; 1]$, тогда из выражения (15) получим последовательно по возрастанию t:

$$q_j(t) = \frac{w_j}{w_j + u_j}(1 - (1 - p_j(w_j + u_j))^t) +$$
$$+ (1 - p_j(w_j + u_j))^t \alpha_j. \quad (16)$$

Подставляя сумму (16) в выражение (7), находим:

$$L(P, W, U, t) = \sum_{k=1}^{K} p_k \frac{w_k}{w_k + u_k}(1 - (1 - p_k(w_k + u_k))^t) +$$
$$+ \sum_{k=1}^{K} \alpha_k (1 - p_k(w_k + u_k))^t = \sum_{k=1}^{K} p_k \frac{w_k}{w_k + u_k} +$$
$$+ \sum_{k=1}^{K} \left(\alpha_k - p_k \frac{w_k}{w_k + u_k}\right)(1 - p_k(w_k + u_k))^t. \quad (17)$$

Если в случае успешного формирования k-го компонента опыта в некотором периоде АЭ получает в этом периоде вознаграждение h_k, то его суммарный по T_0 периодам ожидаемый выигрыш (от формирования опыта в процессе работы) равен

$$F(P, W, U, T) =$$
$$= \sum_{t=1}^{T_0} \sum_{k=1}^{K} p_k h_k \frac{w_k}{w_k + u_k}(1 - (1 - p_k(w_k + u_k))^t).$$

Вычисляя сумму геометрической (по времени) прогрессии, получим:

$$F(P, W, U, T_0) = \sum_{k=1}^{K} \frac{p_k h_k w_k}{w_k + u_k}\left(T_0 - (1 - p_k(w_k + u_k)) \times \right.$$
$$\left. \times \frac{1 - (1 - p_k(w_k + u_k))^{T_0}}{p_k(w_k + u_k)}\right).$$

В случае одинаковых для всех состояний вероятностей освоения $w_k = w$ и вероятностей забывания $u_k = u$ (будем называть этот случай *однородным*), из выражения (17) получим:

$$L(P, w, u, t) = \frac{w}{w+u}\left(1 - \sum_{k=1}^{K} p_k (1 - p_k(w+u))^t\right),$$
$$t = 0, 1, 2, ... \quad (18)$$

Частный однородный случай ($w = 1$, $u = 1$) при равномерном распределении: $L(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2}{K}\right)^t$ (асимптота 0,5 содержательно объясняется тем, что факт забывания обнаруживается при повторной реализации освоенного состояния ФН).

Введем предположение (*условие обучаемости*) [18]: вероятности P, W и U таковы, что

$$p_k\,(w_k + u_k) < 1, \quad k = \overline{1, K}. \qquad (19)$$

В работе [18] показано, что условие (19) может нарушаться не более чем для одного состояния ФН, а также, что в соответствии с предположениями I—VI:

— начальное значение (в нулевой момент времени) критерия опыта равно нулю;

— кривая опыта не убывает и асимптотически стремится к $\sum_{k=1}^{K} p_k \frac{w_k}{w_k + u_k}$, причем скорость ее роста монотонно убывает.

Введем параметр $\rho \in [0;\, 1/K]$. Обозначим через $P_{\rho, K} = \left\{P = (p_1, \ldots, p_K) \mid \sum_{k=1}^{K} p_k = 1,\, p_k \ge \rho,\, k = \overline{1, K}\right\}$ множество K-мерных распределений вероятностей, значение каждой из которых не менее *порога* ρ.

В работе [14] доказано, что максимум аналога выражения (17) по всевозможным распределениям вероятностей $P \in P_{\rho, K}$ достигается на равномерном распределении. Попробуем получить аналогичный результат для рассматриваемой модели.

Утверждение 1. *Если*

$$w_k \in (0;\, 1],\ u_k \in [0;\, 1),\ k = \overline{1, K}, \qquad (20)$$

то $\forall \rho \in (0;\, 1/K]\ \exists\ t(\rho, W, U) = \dfrac{2}{\rho \min\limits_{k = \overline{1, K}} \{w_k + u_k\}} - 1$ *такое, что* $\forall\ \tau > t(\rho, W, U)$ *функция* (17) *строго вогнута по* $\{p_k\} \in P_{\rho, K}$.

Доказательство. Обозначим

$$\alpha_k = \frac{w_k}{w_k + u_k} \in (0;\, 1],\ \beta_k = w_k + u_k \in (0;\, 2),\ k = \overline{1, K},$$

и запишем выражение (25) в виде:

$$x_t(P, W, U) = \sum_{k=1}^{K} \alpha_k p_k [1 - (1 - \beta_k p_k)^t]. \qquad (21)$$

Двойным дифференцированием выражения (21) нетрудно проверить, что условие

$$t > \frac{2}{\rho \min\limits_{k = \overline{1, K}} \{\beta_k\}} - 1$$

гарантирует строгую вогнутость функции (21) по всем переменным $\{p_k\} \in P_{\rho, K}$. ♦

Следствие. *Если*

$$u_k = \sqrt{w_k} - w_k, \quad k = \overline{1, K}, \qquad (22)$$

то равномерное распределение $p_k = 1/K$, $k = \overline{1, K}$ *представляет собой единственное решение задачи*

$$x_\tau(P, W, U) \to \max_{P \in P_{\rho, K}}. \qquad (23)$$

Справедливость следствия вытекает из результата утверждения 1 и того, что в рамках условия (22) функция (17) симметрична по всем переменным $\{p_k\} \in P_{\rho, K}$ (см. также доказательство утверждения 4 в работе [14]). Отметим, что в рамках условия (22) всегда имеет место условие обучаемости (19).

Таким образом, при наличии забывания и отличных от единицы вероятностях освоения равномерное распределение в общем случае не является оптимальным (в смысле задачи (23)); достаточным условием его оптимальности является условие (22), где $w_k \in (0;\, 1]$.

В однородном случае для оптимальности равномерного распределения (в смысле задачи (23)) достаточно выполнения условия $w + u = 1$, при котором всегда имеет место условие (19) и частным случаем которого является базовая модель (в которой $w = 1$, $u = 0$).

Подставляя в выражение (18) равномерное распределение $p_k = 1/K$, $k = \overline{1, K}$, получим:

$$x_t(K, w, u) = \frac{w}{w + u}\left(1 - \left(1 - \frac{w + u}{K}\right)^t\right) =$$
$$= \frac{w}{w + u}[1 - \exp(-\gamma(K, w, u)t)],$$

где $\gamma(K, w, u) = \ln(1 + 1/(K - (u + w)))$ — *скорость формирования опыта*. Так как $(w + u) \in (0;\, 2)$, то для выполнения условия обучаемости (19) достаточно, чтобы $K \ge 2$.

Модель 5 (обучение и продуктивная деятельность). Предположим, что АЭ обладает дальновидностью T_0. Из этого горизонта первые $T \in \{0, 1, \ldots, T_0\}$ периодов занимает обучение. В начальный момент субъект принимает решение $X = (X_1, \ldots, X_K)$ о распределении (одном и том же для всех T будущих периодов времени) своего времени между K возможными видами деятельности, где X_k — доля времени, затрачиваемая им на формирование опыта в k-м виде деятельности, $X \in \Delta^K = \left\{s \in \Re_+^K \mid \sum_{k=1}^{K} s_k = 1\right\}$.

Пусть забывание отсутствует, тогда из выражения (16) получаем зависимость математического ожидания того, что k-й компонент опыта АЭ после периода t успешно сформирован:

$$q_k(X_k, t) = 1 - (1 - w_k X_k)^t, \quad k = \overline{1, K}. \qquad (24)$$

Вектор $q = (q_1, ..., q_K)$ в моделях обучения будем называть *квалификацией* АЭ.

Завершив обучение, АЭ приступает к продуктивной деятельности (считаем, что обучения в процессе продуктивной деятельности не происходит). В каждом ее периоде с вероятностью p_k реализуется k-е состояние ФН, что заставляет АЭ выполнять k-й вид комплексной деятельности. В случае, если к данному периоду опыт, соответствующий k-му виду деятельности сформирован, АЭ выполняет этот вид деятельности и получает выгоду h_k; если опыт не сформирован, то АЭ не получает выгоду.

Таким образом, в каждый период времени $t \in \{T + 1, ..., T_0\}$ своей продуктивной деятельности k-го типа АЭ получает ожидаемый «доход» $h_k q_k(T)$, равный математическому ожиданию получения вознаграждения h_k в случае успешного достижения результата k-й деятельности (считаем, что, если соответствующий опыт у АЭ сформирован и не забыт им, то результат достигается). Значение целевой функции АЭ в момент времени t равно $f(X, t) = \sum_{k=1}^{K} h_k p_k q_k(X_k, T)$, $t \in \{T + 1, ..., T_0\}$ (так как считается, что обучения в процессе продуктивной деятельности не происходит, то вероятности успешного достижения результатов определяются результатами обучения, достигнутыми к моменту окончания обучения).

Рассмотрим *задачу распределения АЭ своего времени* с целью максимизации будущего ожидаемого «дохода» в единицу времени продуктивной деятельности

$$\sum_{k=1}^{K} h_k p_k q_k(X_k, T) \to \max_{X \in \Delta^K}. \qquad (25)$$

Подставляя разность (24) в выражение (25), запишем последнюю задачу в виде:

$$\sum_{k=1}^{K} h_k p_k (1 - w_k X_k)^T \to \min_{X \in \Delta^K}. \qquad (26)$$

$$h_k p_k w_k T(1 - w_k X_k)^{T-1} = \lambda;$$

$$X_k = \frac{1}{w_k}\left(1 - \left(\frac{\lambda}{h_k p_k w_k T}\right)^{\frac{1}{T-1}}\right);$$

$$\sum_{k=1}^{K} X_k = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{w_k} - \lambda^{\frac{1}{T-1}} \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{w_k}\left(\frac{1}{h_k p_k w_k T}\right)^{\frac{1}{T-1}} = 1;$$

$$\lambda^{\frac{1}{T-1}} = \frac{\sum_{k=1}^{K} \frac{1}{w_k} - 1}{\sum_{k=1}^{K} \frac{1}{w_k}\left(\frac{1}{h_k p_k w_k T}\right)^{\frac{1}{T-1}}}.$$

Решая задачу условной оптимизации (26), получаем аналитическое выражение для оптимального распределения времени АЭ на обучение:

$$X_k^* = \frac{1}{w_k}\left(1 - \frac{\sum_{j=1}^{K} \frac{1}{w_j} - 1}{(h_k p_k w_k)^{\frac{1}{T-1}} \sum_{j=1}^{K} \frac{1}{w_j}(h_j p_j w_j)^{\frac{1}{1-T}}}\right),$$

$$k = \overline{1, K}. \qquad (27)$$

В частном случае (при единичных вероятностях освоения и одинаковых «доходах» от различных видов деятельности) получаем:

$$X_k^* = 1 - \frac{K-1}{1 + (p_k)^{\frac{1}{T-1}} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{K} (p_j)^{\frac{1}{1-T}}}. \qquad (28)$$

Имея решение (27), (28) задачи (26) при фиксированном T, сформулируем *задачу об оптимальной продолжительности обучения АЭ*. Если в каждый момент времени в процессе обучения АЭ несет постоянные издержки $c \geq 0$, то задача заключается в выборе момента окончания обучения, при котором разность между ожидаемым доходом и затратами будет максимальна:

$$f(X^*, T + 1)(T_0 - T) - cT \to \max_{T \in [0;\, T_0]}. \qquad (29)$$

Подставляя разность (28) в выражение (29), получим задачу скалярной оптимизации:

$$(T_0 - T) \sum_{k=1}^{K} h_k p_k \times$$

$$\times \left(1 - \frac{\left(\sum_{j=1}^{K} \frac{1}{w_j} - 1\right)^T}{(h_k p_k w_k)^{\frac{T}{T-1}}\left(\sum_{j=1}^{K} \frac{1}{w_j}(h_j p_j w_j)^{\frac{1}{1-T}}\right)^T}\right) - cT \to$$

$$\to \max_{T \in [0;\, T_0]}. \qquad (30)$$

Решение задачи (30) даст ожидаемый выигрыш АЭ при последовательном обучении и продуктивной деятельности. Альтернативой является *обучение во время работы*, когда в течение всех T_0 периодов реализуются те или иные состояния ФН, и АЭ формирует на практике соответствующий опыт деятельности, достигая позитивного результата (и получая за него «вознаграждение») в случае успешного освоения. Будем считать, что при обучении в процессе работы АЭ несет затраты c в каждом периоде, тогда при отсутствии забывания в силу выражения (25) его суммарный ожидаемый выигрыш будет равен:

$$F(P,\ W,\ T_0) - cT_0 =$$
$$= \sum_{k=1}^{K} p_k h_k [T_0 - (1 - p_k w_k)(p_k w_k)^{T_0 - 1}] - cT_0. \quad (31)$$

Сравнение значений выражений (30) и (31) позволяет в каждом конкретном случае (при каждом наборе значений параметров модели) ответить на вопрос о том, какая стратегия — последовательное обучение и продуктивная деятельность или обучение во время работы — более выгодна для АЭ (в смысле суммарного ожидаемого выигрыша).

Пример 1. При единичных вероятностях освоения, одинаковых «доходах» от различных видов деятельности и равномерном распределении вероятностей из выражения (28) находим: $X_k^* = \dfrac{1}{K}$. Из выражения (30) получаем задачу: $(T_0 - T)h\left(1 - \left(1 - \dfrac{1}{K}\right)^T\right) - cT \to \max\limits_{T \in [0;\ T_0]}$ (см. вогнутую кривую на рис. 6, иллюстрирующую зависимость критерия этой задачи от T).

Суммарный ожидаемый выигрыш АЭ при обучении в процессе работы (см. выражение (31)) в рассматриваемом случае равен $h\left[T_0 - \left(1 - \dfrac{1}{K}\right)\left(\dfrac{1}{K}\right)^{T_0 - 1}\right] - cT_0$ (см. горизонтальную прямую на рис. 6).

Пусть $K = 10$, $T_0 = 100$, $h = 4$, тогда при $c = 2$ существует оптимальное время обучения, равное 18 периодам времени, при котором последовательное обучение и продуктивная деятельность дают больший суммарный ожидаемый выигрыш (примерно 242,8), чем обучение во время работы (при котором суммарный ожидаемый выигрыш равен примерно 200,0). Если затраты в единицу времени уменьшатся — например, $c = 1$ — то оптимальным становится обучение во время работы (ср. рис. 6, *а* и *б*). ♦

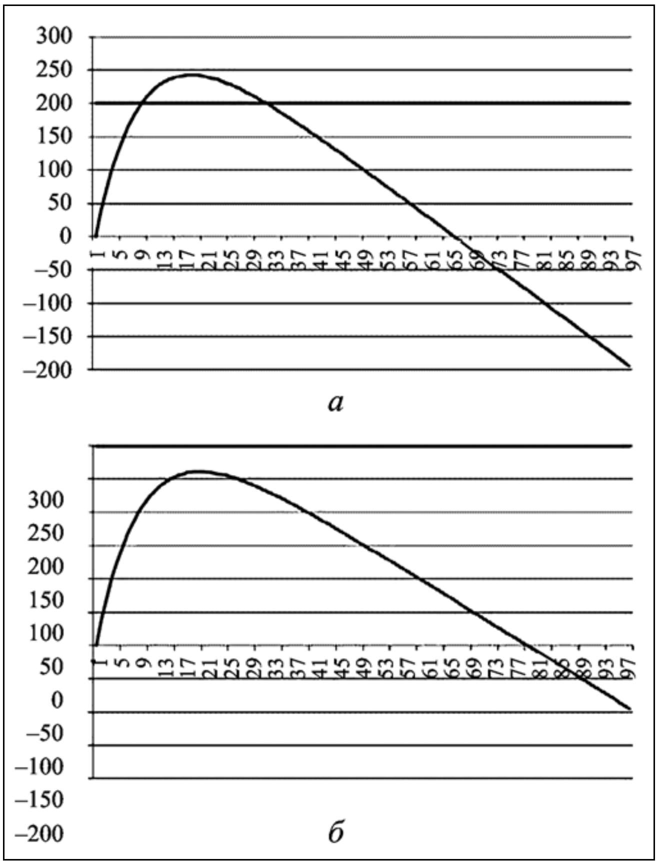

Рис. 6. Ожидаемые суммарные выигрыши АЭ в примере 1 при: *а*) $c = 2$, *б*) $c = 1$ (по горизонтали — время обучения T)

Аналогичную модель можно построить и в случае ненулевых начальных условий для $\{q_j\}$, получив зависимость оптимального решения от начального опыта АЭ.

Модель 6 (детерминированная модель с одним субъектом). Пусть в условиях модели 1 имеется единственное состояние ФН ($K = 1$), которое реализуется с единичной вероятностью, а вероятность освоения $w(q,\ t) \in [0;\ 1]$ не зависит от предыстории в явном виде. По аналогии с выражением (11), опуская индекс, соответствующий номеру состояния ФН, получаем: $W(q(t),\ t) = w(q(t),\ t)$. Из выражения (5) получаем разностное уравнение

$$q(t + 1) = w(q(t),\ t) + (1 - w(q(t),\ t))q(t),$$

которому, согласно выражению (10), соответствует дифференциальное уравнение

$$\dot{q}(t) = w(q,\ t)(1 - q). \quad (32)$$

Семейство дифференциальных уравнений (32) с начальным условием $q(0) \in [0;\ 1]$ и с параметром — липшицевой функцией $w(\cdot, \cdot) \in [0;\ 1]$ — обладает следующими свойствами:

— решение уравнения (32) существует и единственно;

— кривая опыта $q(t)$ является строго монотонно возрастающей и $\forall t \geq 0\ \dot{q}(t) \leq 1$, т. е. скорость ее роста ограничена;

— кривая опыта $q(t)$ является *замедленно-асимптотической*, т. е. $\lim\limits_{t \to +\infty} q(t) = 1$, $\lim\limits_{t \to +\infty} \dot{q}(t) = 0$.

Если допустить возможность забывания, то по аналогии получим семейство дифференциальных уравнений с начальным условием $q(0) \in [0;\ 1]$ и с двумя параметрами — липшицевыми функциями $w(\cdot, \cdot) \in [0; 1]$ и $u(\cdot, \cdot) \in [0; 1]$:

$$\dot{q}(t) = w(q, t)(1 - q) - u(q, t)q. \qquad (33)$$

Исследуем дифференциальное уравнение (33). В частности, охарактеризуем его семейство решений и ответим на вопрос, для каких функций времени $q(t) \in [0; 1]$ можно подобрать липшицевы функции $w(\cdot, \cdot) \in [0; 1]$ и $u(\cdot, \cdot) \in [0; 1]$, чтобы q: $[0, +\infty) \to [0; 1]$ было решением уравнений (33).

Утверждение 2[2]. *Для того, чтобы непрерывно дифференцируемая функция* q: $[0, +\infty) \to [0; 1]$, *такая, что функция* $\dot{q}$ *липшицева, была решением уравнений* (33) *при некоторых липшицевых функциях* $w(\cdot, \cdot) \in [0; 1]$ *и* $u(\cdot, \cdot) \in [0; 1]$, *необходимо и достаточно, чтобы имели место соотношения*

$$\forall t \geq 0 \; - q(t) \leq \dot{q}(t) \leq 1 - q(t). \qquad (34)$$

Доказательство. Условия (34) следуют из условия $q(t) \in [0; 1]$ и ограничений на значения функций $w(\cdot, \cdot)$ и $u(\cdot, \cdot)$. Обратно, пусть функция $q(t)$, удовлетворяющая условиям утверждения, является решением уравнений (33). Положим:

$$w(t) := \dot{q}(t) + q(t),\ u(t) := 1 - \dot{q}(t) - q(t), \quad t \geq 0. \qquad (35)$$

Имеем: $w(t)(1 - q(t)) - u(t)q(t) \equiv (\dot{q}(t) + q(t))(1 - q(t)) - (1 - \dot{q}(t) - q(t))q(t) \equiv \dot{q}(t)$. Кроме того, из соотношения (35) следует, что $w(t) \in [0; 1]$ и $u(t) \in [0; 1]$ при всех $t \geq 0$ ♦

Охарактеризуем «положение равновесия»: правая часть выражения (33) обращается в ноль при

$$q(t) = \frac{w(q(t), t)}{w(q(t), t) + u(q(t), t)}.$$

Из выражения (35) следует, что, если $q(0) = 0$, то единственной кривой опыта с постоянной (не зависящей от времени) вероятностью освоения $\gamma > 0$ является экспоненциальная кривая $q(t) = \gamma(1 - \exp(-t))$.

4. МОДЕЛИ КОЛЛЕКТИВНОГО И ОБЩЕСТВЕННОГО ОПЫТА

Модель 7 (освоение общественного опыта — см. стрелку 1 на рис. 4). Освоение субъектом общественного опыта может быть описано общей моделью § 1 со следующей модификацией. Предположим, что забывание отсутствует. Условно можно считать, что «общественный опыт» содержит всю необходимую информацию об оптимальных действиях при любых значениях ФН и «управляет» обучением субъекта, которому состояния ФН предъявляются последовательно (будем считать, что в соответствии с их нумерацией), причем одно и то же состояние повторяется до тех пор, пока вероятность того, что соответствующий компонент опыта сформирован (см. также выражение (13))

$$q_k^1(t) = 1 - (1 - w_k)^t, \quad t = 0, 1, 2, ...,$$

не достигнет требуемого значения q^*. Необходимое для этого время (среднее число повторений) равно

$$t_k^1(q^*) = \frac{\ln(1 - q^*)}{\ln(1 - w_k)}.$$

Следовательно, для достижения требуемого значения q^* для всех K возможных значений ФН потребуется время $t^1(q^*) = \sum_{k=1}^{K} \frac{\ln(1 - q^*)}{\ln(1 - w_k)}$. В однородном случае $t^1(q^*) = \frac{\ln(1 - q^*)}{\ln(1 - w)}^K$.

Модель 8 (формирование индивидуального опыта — см. стрелку 2 на рис. 4). Вообще, формирование индивидуального опыта описывают все модели 1—6. Здесь рассмотрим частный случай: в отсутствии забывания в случае равномерного распределения вероятностей ($p_k = 1/K$) реализации различных состояний ФН формирование опыта будет описываться выражением (частный случай выражений (16), (17))

$$L_t^2(W) = 1 - \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left(1 - \frac{w_k}{K}\right)^t, \quad t = 0, 1, 2, ...$$

В однородном случае $L_t^2 = 1 - \left(1 - \frac{w}{K}\right)^t$. Следовательно, для достижения требуемого значения q^* необходимо время $t^2(q^*) = \frac{\ln(1 - q^*)}{\ln\left(1 - \frac{w}{K}\right)}$.

Утверждение 3. *Отношение* $\frac{t^2(q^*)}{t^1(q^*)} = \frac{\ln(1 - w)}{\ln\left(1 - \frac{w}{K}\right)^K} \geq 1$, *характеризующее относительную эффективность освоения общественного опыта по сравнению с формированием индивидуального опыта, не зависит от* q^*, *монотонно по* w *и* K.

Модель 9 (освоение коллективного опыта — см. стрелку 3 на рис. 4). Совместная деятельность субъектов в рамках коллективов (частный случай коллектива — *команда* [19]) подразумевает возможность обмена между субъектами опытом, приобретаемым в процессе деятельности.

Предположим, что забывание отсутствует; команда включает n АЭ, для каждого из которых в

[2] Данное утверждение принадлежит д-ру физ.-мат. наук С.Е. Жуковскому.

каждый период дискретного времени реализуется в соответствии с распределением P некоторое (одно для всех субъектов) состояние ФН, опыт деятельности в котором субъекты формируют независимо в рамках модели (17)), а затем обмениваются всей имеющейся у них информацией (т. е. формирования опыта для некоторого состояния ФН хотя бы одним членом команды достаточно, чтобы считать, что опыт деятельности в этом состоянии сформирован у всех членов команды). Элементы матрицы $\mathbf{W} = \|w_{ik}\|$ могут интерпретироваться как эффективности «обучения на своем и чужом опыте» различных субъектов при различных состояниях ФН.

Тогда k-е состояние ФН окажется неосвоенным i-м членом команды после t периодов с вероятностью $(1 - p_k w_{ik})^t$, а вероятность того, что оно окажется неосвоенным ни одним из членов команды, равна $\prod_{i=1}^{n}(1 - p_k w_{ik})^t$. Получаем выражение для кривой опыта команды в целом и каждого из ее членов (вероятности того, что ни один из членов команды не встретится с новым для команды состоянием ФН):

$$L_t^3(P, \mathbf{W}) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k \prod_{i=1}^{n} (1 - p_k w_{ik})^t, \quad t = 0, 1, 2, \ldots \qquad (36)$$

В случае однородных АЭ и равномерного распределения вероятностей выражение (38) примет вид: $L_t^3 = 1 - \left(1 - \frac{w}{K}\right)^{nt}$. Для достижения требуемого значения q^* необходимо время $t^3(y^*) = \dfrac{\ln(1 - q^*)}{n\ln\left(1 - \frac{w}{K}\right)}$.

Получили, что $t^3(q^*) = \dfrac{1}{n} t^2(q^*)$.

Утверждение 4. *Полный обмен опытом между субъектами сокращает время формирования индивидуального опыта во столько раз, сколько АЭ участвует в этом обмене.*

Сделанный вывод справедлив в рамках постоянной вероятности освоения w. Более реалистичной представляется убывающая зависимость вероятности освоения $w(n)$ от числа взаимодействующих субъектов. Также перспективным является рассмотрение моделей с коэффициентами w_{ij}, зависящими не от состояний ФН, а от пар АЭ — принимающего (i) и передающего (j) опыт.

Модель 10 (формирование коллективного опыта — см. стрелку 4 на рис. 4). Предположим, что для n субъектов в каждый период дискретного времени реализуется в соответствии с распределением P некоторое (одно для всех субъектов) состояние ФН. Будем считать, что присутствует забывание, которое отразим матрицей $\mathbf{U} = \|u_{ik}\|$. Введем промежуточное обозначение π_{ikt} — вероятность того, что k-е состояние ФН будет освоено i-м членом команды после t периодов. Согласно выражению (16), $\pi_{ikt} = \dfrac{w_{ik}}{w_{ik} + u_{ik}}(1 - (1 - p_k(w_{ik} + u_{ik}))^t)$, откуда получим, что k-е состояние ФН окажется неосвоенным i-м членом команды после t периодов с вероятностью

$$1 - \pi_{ikt} = 1 - \frac{w_{ik}}{w_{ik} + u_{ik}}(1 - (1 - p_k(w_{ik} + u_{ik}))^t) = \\ = \frac{u_{ik}}{w_{ik} + u_{ik}} + \frac{w_{ik}}{w_{ik} + u_{ik}}(1 - p_k(w_{ik} + u_{ik}))^t.$$

Тогда вероятность того, что она окажется неосвоенной ни одним из членов команды, равна $\prod_{i=1}^{n}(1 - \pi_{ikt}) = \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{u_{ik}}{w_{ik} + u_{ik}} + \frac{w_{ik}}{w_{ik} + u_{ik}}(1 - p_k(w_{ik} + u_{ik}))^t\right)$. Получаем выражение для кривой опыта — математического ожидания вероятности того, что для очередного состояния ФН, реализующегося в $t + 1$-м периоде, опыт будет сформирован хотя бы у одного субъекта (см. выражение (7)):

$$L_{\max}(P, \mathbf{W}, U, t) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{u_{ik}}{w_{ik} + u_{ik}} + \frac{w_{ik}}{w_{ik} + u_{ik}}(1 - p_k(w_{ik} + u_{ik}))^t\right), \quad t = 0, 1, 2, \ldots \qquad (37)$$

Как отмечалось выше, в качестве значения критерия группового/коллективного опыта можно рассматривать либо вероятность $L_{\max}(t)$ того что, **хотя бы одному** из АЭ будет предъявлено уже встречавшееся ранее, успешно освоенное и не забытое им состояние ФН (см. выражение (37)), либо вероятность $L_{\min}(t)$ того, что **каждому** из АЭ будет предъявлено уже встречавшееся ранее, успешно освоенное и не забытое им состояние ФН (см. выражение (8)):

$$L_{\min}(P, \mathbf{W}, U, t) = \\ = \sum_{k=1}^{K} p_k \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{w_{ik}}{w_{ik} + u_{ik}}(1 - (1 - p_k(w_{ik} + u_{ik}))^t)\right), \quad t = 0, 1, 2, \ldots \qquad (38)$$

Содержательно, формирование общественного/коллективного опыта отличается от формирования индивидуального опыта тем, что для «закрепления» способов эффективной деятельности при том или ином состоянии ФН множество субъектов должно столкнуться с этим состоянием многократно, что в рамках модели может быть отражено, в том числе низкой вероятностью освоения (см. модель 12 ниже).

Для однородного случая одинаковых АЭ ($u_{ik} = 0$, $w_{ik} = w$) и равномерного распределения вероятностей, предполагая, что вероятность освоения меньше единицы и считая, что забывание отсутствует, получим, что выражения (37) и (38) примут соответственно вид (см. также выражение (36)):

$$L_{\max}(n, w, t) = 1 - \left(1-\frac{w}{K}\right)^{nt}, \quad t = 0, 1, 2, \ldots,$$

$$L_{\min}(n, w, t) = \left(1-\left(1-\frac{w}{K}\right)^{t}\right)^{n}, \quad t = 0, 1, 2, \ldots$$

Из выражения результатов модели 8 получаем выражение для кривой опыта одного АЭ с единичной вероятностью освоения при всех состояниях ФН при отсутствии забывания (см. также выражение (13)):

$$L_t^2(w = 1) = 1 - \left(1-\frac{1}{K}\right)^{t}, \quad t = 0, 1, 2, \ldots$$

Из условия $L_{\max}(n, w, t) = L_t^2$ после несложных преобразований получаем справедливость следующего утверждения.

Утверждение 5. *В отсутствии забывания при* $n(w) = K - K\left(1-\frac{1}{K}\right)^{1/n}$ *формирование коллективного опыта с вероятностью освоения* $w(n)$ *эквивалентно формированию индивидуального опыта АЭ с единичной вероятностью освоения.*

Альтернативная формулировка утверждения 5: в отсутствии забывания при

$$n(w) = \frac{\ln\left(1-\frac{1}{K}\right)}{\ln\left(1-\frac{w}{K}\right)}$$

формирование индивидуального опыта АЭ с единичной вероятностью освоения эквивалентно формированию опыта коллективом из $n(w)$ АЭ с одинаковой вероятностью освоения w.

Модель 11 (детерминированная модель с несколькими взаимодействующими субъектами).

Пусть имеется единственное состояние ФН ($K = 1$), которое реализуется с единичной вероятностью, а вероятности освоения и забывания не зависят в явном виде от предыстории (см. также модель 6). Тогда из выражения (1) получаем систему разностных уравнений:

$$q_i(t + 1) = W_i(\boldsymbol{q}(t), t) + [1 - W_i(\boldsymbol{q}(t), t) - U_i(\boldsymbol{q}(t), t)]q_i(t), \quad i = \overline{1, n}, \tag{39}$$

которым соответствует система дифференциальных уравнений

$$\dot{q}_i(t) = w_i(\boldsymbol{q}, t)(1 - q_i) - u_i(\boldsymbol{q}, t)q_i, \quad i = \overline{1, n},$$

с начальным условием $\mathbf{y}(0) \in [0; 1)^n$ и с двумя параметрами — липшицевыми вектор-функциями $\mathbf{w}$: $[0; 1]^n\times \Re^1_+ \to [0; 1]^n$ и $\mathbf{u}$: $[0; 1]^n\times \Re^1_+ \to [0; 1]^n$.

Разностное уравнение (39) имеет вполне конкретную структуру (с заданными ограничениями на значения функций в правой части), поэтому не представляется возможным записать непосредственно в его терминах, например, *линейные модели* (см. обзор в разделе 3.2 книги [13], а также работу [20])

$$\Delta q_i(t + 1) = \sum_{j \in N_i(t)} a_{ij}(q_j(t) - q_i(t)), \tag{40}$$

где $\sum_{j \in N_i(t)} a_{ij} \le 1$, или *модели порогового поведения* [10]

$$q_i(t + 1) = I\left(\frac{1}{|N_i(t)|}\sum_{j \in N_i(t)} q_j(t) \ge \delta_i(t)\right), \tag{41}$$

где $N_i(t) \in 2^N$ — множество «*соседей*» i-го АЭ в периоде t, $\delta_i(t) \in [0; 1]$ — его «*порог*».

Поэтому поступим так: будем учитывать влияние других АЭ не на состояние рассматриваемого АЭ непосредственно (а его состоянием является ожидаемое значение опыта q), а на вероятность освоения. Предположим, что вероятность освоения может быть представлена в виде суммы двух функций

$$W_i(\boldsymbol{q}(t), t) = d_i(q_i) + D_i(q_{-i}), \quad i = \overline{1, n}, \tag{42}$$

принимающих значения от нуля до единицы каждая, но в сумме не превышающих единицы, где $q_{-i} = (q_1, \ldots, q_{i-1}, q_{i+1}, \ldots, q_n)$ — обстановка для i-го АЭ.

Содержательно интерпретируемыми примерами таких зависимостей являются «линейная модель» (с индексом L — от англ. *linear*, ср. с выражением (40))

$$W_i^L(\boldsymbol{q}(t)) = \alpha_i + \beta_i \sum_{j \in N_i(t)} a_{ij}q_j(t), \tag{43}$$

или «пороговая модель» (с индексом Т — от англ. *threshold*, ср. с выражением (41))

$$W_i^T(\boldsymbol{q}(t)) = \alpha_i + \beta_i I\left(\frac{1}{|N_i(t)|}\sum_{j \in N_i(t)} q_j(t) \geq \delta_i(t)\right) \quad (44)$$

с константами $\alpha_i + \beta_i \leqslant 1$, $i = \overline{1, n}$.

При этом первое слагаемое в правых частях выражений (42), (43) и (44) может интерпретироваться как отражающее *эксплицитно транслируемый* (непосредственно передаваемый субъекту и осваиваемый субъектом) опыт, а второе слагаемое — как имплицитно транслируемый (получаемый и осваиваемый субъектом опосредованно, путем взаимодействия с другими субъектами).

Естественный отбор (конкуренцию) в рассматриваемом классе моделей можно учесть, например, предположив, что $W_i(\boldsymbol{q}(t), t) \to 0$ при $q_i(t) \ll \frac{1}{|N_i(t)|}\sum_{j \in N_i(t)} q_j(t)$.

Пример 2. Пусть имеются два агента с одинаковой и стационарной вероятностью забывания u и вероятностями освоения $W_i(\boldsymbol{q}(t), t) = \gamma_i \frac{q_i(t)}{q_i(t) + q_{3-i}(t)}$, $i = \overline{1, 2}$. Содержательно, АЭ конкурируют за постоянное для каждого периода количество ресурса, который распределяется между ними пропорционально их опыту. Вероятность освоения в каждом периоде пропорциональна полученному в прошлом периоде количеству ресурса, а коэффициент пропорциональности γ_i может интерпретироваться как отражающий индивидуальные способности АЭ к обучению.

Предположим, что агенты различаются начальными значениями опыта: $q_1(0) = 0{,}1$, $q_2(0) = 0{,}2$ (первому АЭ соответствует непрерывная кривая на рис. 7, второму — пунктирная), но первый агент, хоть и имеет худшие «стартовые условия», более способный: $\gamma_1 = 0{,}2$, $\gamma_2 = 0{,}1$.

В отсутствии забывания оба агента успешно обучаются и при достаточно большом горизонте времени делят ресурс пополам (см. рис. 7, *а*). При наличии забывания ($u = 0{,}2$) первый агент побеждает в конкуренции и при достаточно большом горизонте времени получает весь ресурс (см. рис. 7, *б*). ♦

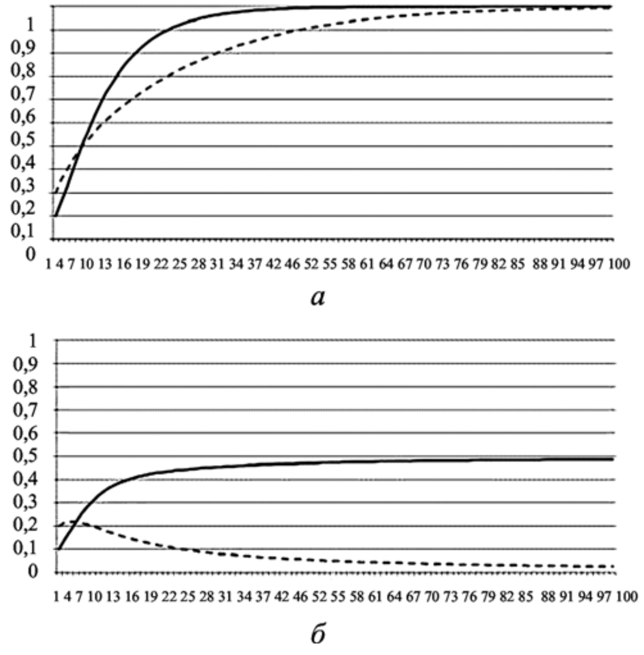

Рис. 7. Динамика опыта АЭ в примере 2 при: *а* — $u = 0$, *б* — $u = 0{,}2$ (по горизонтали — время)

Модель 12 (формирование общественного опыта — см. стрелку 4 на рис. 4). В модели 10 считалось, что для формирования коллективного опыта достаточно, чтобы опыт сформировался хотя бы у одного из членов коллектива. В настоящей модели будем считать, что для формирования общественного опыта необходимо, чтобы опыт сформировался у всех его членов.

При таком подходе критерий опыта мультипликативен по подмножествам — в условиях модели 10 для однородного случая одинаковых АЭ и равномерного распределения вероятностей, если общество состоит из двух подмножеств: $N = N_1 \cup N_2$, $N_1 \cap N_2 = \varnothing$, $|N_1| = n_1$, $|N_2| = n_2$, то

$$L_{\min}(n, w, t) = L_{\min}(n_1, w, t)L_{\min}(n_2, w, t).$$

Из выражений $L_{\max}(n, w, t) = 1 - \left(1 - \frac{w}{K}\right)^{nt}$ и $L_{\min}(n, w, t) = \left(1 - \left(1 - \frac{w}{K}\right)^t\right)^n$, $t = 0, 1, 2, \ldots$, можно оценить поведение зависимости ожидаемого времени, необходимого для достижения заданного уровня q^* коллективного опыта, от числа АЭ:

$$t(n, q^*) \sim \frac{\ln(1 - (q^*)^{1/n})}{\ln\left(1 - \frac{w}{K}\right)}. \quad (45)$$

Видно, что время (45) достаточно медленно растет с ростом числа АЭ (примерно линейно по логарифму числа АЭ). Но так как коллективный опыт растет линейно по числу АЭ, то получаем, что справедливо

Утверждение 6. *Общественный опыт формируется примерно в* $n\ln(n)$ *медленнее коллективного.*

Из условия $L_{\min}(n, w, t) = L_t^2$ после несложных преобразований получаем справедливость следующего утверждения.

Утверждение 7. *В отсутствии забывания при* $w(n, t) = K\left\{1 - \left[1 - \left(1 - \left(1 - \frac{1}{K}\right)^t\right)^n\right]^{1/t}\right\}$ *формирование общественного опыта с единичной вероятностью освоения эквивалентно формированию индивидуального опыта одного агента с вероятностью освоения* $w(n, t)$.

В силу утверждения 7 общественный опыт можно рассматривать как опыт одного интегрального виртуального субъекта.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты § 3 и § 4 свидетельствуют, что известные (см. работы [11, 14, 18]) модели научения, в том числе кривые научения (20)—(26), соответствуют частным случаям описанной во втором разделе общей модели опыта. В работах [14, 18] показано, что модели научения, в свою очередь, обобщают модели: испытаний сложных систем и проверки их характеристик; массового производства и повышения его эффективности в ходе освоения (модели Т. Райта и его последователей); тестирования программного обеспечения; распространения знаний (идей, теорий, концепций) в обществе; управления знаниями и извлечения/приобретения знаний; машинного обучения (machine learning); итеративного научения и тестирования знаний в педагогике, психологии и физиологии человека и животных. В этих же обзорах [14, 18] можно найти ссылки на многочисленные работы экспериментального определения характеристик нетривиальных процессов, лежащих в основании моделей научения.

Перечислим представляющиеся перспективными направления дальнейших исследований:

- Формирование опыта является существенным компонентом любой деятельности, поэтому «стратегически» важной представляется разработка в рамках МКД общей математической модели комплексной деятельности (позволяющей операционально декомпозировать и агрегировать частные модели), отражающей в том числе активный выбор субъектов и учитывающей процессы формирования их опыта.
- Система классификаций моделей опыта, приведенная в § 2, позволяет на регулярной основе генерировать различные частные модели формирования и освоения индивидуального и коллективного опыта. Разработка и исследование такого рода моделей представляется вполне обоснованным «тактическим» шагом. Перспективным является углубленное изучение совместного формирования опыта в процессе работы, оптимизации продолжительности времени обучения до перехода к продуктивной деятельности, влияния забывания и глубины предыстории, роли зависимости состояний факторов неопределенности от времени, влияния структуры опыта (логических связей между его компонентами), задач оптимизации/управления процесса формирования опыта и др.
- Предложенная модель опыта представляется достаточно богатой для того, чтобы попытаться описать ею такие явления и процессы, как:

— *управление персоналом*, включая его найм, расстановку, развитие (в первую очередь, конечно, именно развитие), продвижение и увольнение, а также *модели человеческого капитала*;

— *управление риском* и *информационной безопасностью*;

— *эволюция* (включая *адаптацию*, *конкуренцию* и *естественный отбор*) в биологических системах (с установлением взаимосвязи с традиционно используемым для этих задач математическим аппаратом — конечных автоматов[3] [21, 22], дифференциальных уравнений [23—25], эволюционных игр [26, 27] и др.);

— различные характерные времена и иерархичность эксплицитно транслируемого, имплицитно транслируемого и нетранслируемого опыта, учитываемые в *психологических и социологических* подходах;

— отбор, формирование, освоение, закрепление и трансляция общественного опыта, рассматриваемые как феномены *культуры*.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бурков В.Н.* Основы математической теории активных систем. — М.: Наука, 1977. — 255 с. [*Burkov, V.N.* Osnovy matematicheskoj teorii aktivnyh sistem. — M.: Nauka, 1977. — 255 s. (In Russian)]
2. *Goubko, M., Burkov, V., Kondrat'ev, V.*, et al. Mechanism Design and Management: Mathematical Methods for Smart Organizations. — New York: Nova Science Publishers, 2013. — 163 p.
3. *INCOSE* Systems Engineering Handbook / Ed. by C. Haskins. — San Diego: INCOSE, 2012. — 376 p.
4. *Systems* Engineering Guide. — Bedford: MITRE Corporation, 2014. — 710 p.
5. *Белов М.В., Новиков Д.А.* Методология комплексной деятельности. — М.: Ленанд, 2018. — 320 с. [*Belov, M.V., Novikov, D.A.* Metodologiya kompleksnoj deyatel'nosti. — M.: Lenand, 2018. — 320 s. (In Russian)]
6. *Новиков Д.А.* Управление, деятельность, личность. — М.: ИПУ РАН, 2020. — 80 с. [*Novikov, D.A.* Upravlenie, deyatel'nost', lichnost'. — M.: IPU RAN, 2020. — 80 s. (In Russian)]

[3] Упоминаемые здесь и далее области исследований настолько объемны, что мы, нисколько не претендуя на полноту, даем ссылки на несколько классических монографий и/или современных обзоров.

7. *Новиков А.М.* Основания педагогики. — М.: Эгвес, 2010. — 208 с. [*Novikov, A.M.* Osnovaniya pedagogiki. — M.: Egves, 2010. — 208 s. (In Russian)]
8. *Ожегов С.И.* Словарь русского языка. 23-е изд. — М.: Русский язык, 1991. — 917 с. [*Ozhegov, S.I.* Slovar' russkogo yazyka. 23-e izd. — M.: Russkij yazyk, 1991. — 917 s. (In Russian)]
9. *Платонов К.К.* Краткий словарь системы психологических понятий. — М.: Высшая школа, 1984. — 174 с. [*Platonov, K.K.* Kratkij slovar' sistemy psihologicheskih ponyatij. — M.: Vysshaya shkola, 1984. — 174 s. (In Russian)]
10. *Бреер В.В., Новиков Д.А., Рогаткин А.Д.* Управление толпой: математические модели порогового коллективного поведения. — М.: Ленанд, 2016. — 168 с. [*Breer, V.V., Novikov, D.A., Rogatkin, A.D.* Upravlenie tolpoj: matematicheskie modeli porogovogo kollektivnogo povedeniya. — M.: Lenand, 2016. — 168 с. (In Russian)]
11. *Novikov, D.* Regularities of Iterative Learning. — Moscow: ICS RAS, 2019. — 67 p.
12. *Александров Ю.И., Александрова Н.Л.* Субъективный опыт, культура и социальные представления. — М.: Изд-во Институт психологии РАН, 2009. — 320 с. [*Aleksandrov, Yu.I., Aleksandrova, N.L.* Sub''ektivnyj opyt, kul'tura i social'nye predstavleniya. — M.: Izd-vo Institut psihologii RAN, 2009. — 320 s. (In Russian)]
13. *Теория* управления (дополнительные главы). — М.: Ленанд, 2019. — 552 с. [*Teoriya* upravleniya (dopolnitel'nye glavy). — M.: Lenand, 2019. — 552 s. (In Russian)]
14. *Белов М.В., Новиков Д.А.* Модели технологий. — М.: Ленанд, 2019. — 160 с. [*Belov, M.V., Novikov, D.*A. Modeli tekhnologij. — M.: Lenand, 2019. — 160 s. (In Russian)]
15. *Философский* энциклопедический словарь. — М.: Советская энциклопедия, 1983. — 840 с. [*Filosofskij* enciklopedicheskij slovar'. — M.: Sovetskaya enciklopediya, 1983. — 840 s. (In Russian)]
16. *Пелипенко А.А., Яковенко И.Г.* Культура как система. — М.: Издательство «Языки русской культуры», 1998. — 376 с. [*Pelipenko, A.A., Yakovenko, I.G.* Kul'tura kak sistema. — M.: Izdatel'stvo «YAzyki russkoj kul'tury», 1998. — 376 s. (In Russian)]
17. *Резник Ю.М.* Введение в социальную теорию. — М.: Наука, 2003. — 525 с. [*Reznik, Yu.M.* Vvedenie v social'nuyu teoriyu. — M.: Nauka, 2003. — 525 s. (In Russian)]
18. *Белов М.В., Новиков Д.А.* Управление жизненными циклами организационно-технических систем. — М.: Ленанд, 2020. — 384 с. [*Belov, M.V., Novikov, D.A.* Upravlenie zhiznennymi ciklami organizacionno-tekhnicheskih sistem. — M.: Lenand, 2020. — 384 s.
19. *Новиков Д.А.* Математические модели формирования и функционирования команд. — М.: Физматлит, 2012. — 186 с. [*Novikov, D.A.* Matematicheskie modeli formirovaniya i funkcionirovaniya komand. — M.: Fizmatlit, 2012. — 186 s. (In Russian)]
20. *Chkhartishvili, A., Gubanov, D., Novikov, D.* Social Networks: Models of Information Influence, Control and Confrontation. — Heidelberg: Springer, 2019. — 194 p.
21. *Бухараев Р.Г.* Основы теории вероятностных автоматов. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985. — 288 с. [*Buharaev, R.G.* Osnovy teorii veroyatnostnyh avtomatov. — M.: Nauka, Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoj literatury, 1985. — 288 s. (In Russian)]
22. *Цетлин М.Л.* Исследования по теории автоматов и моделированию биологических систем. — М.: Наука, 1969. — 316 с. [*Cetlin, M.L.* Issledovaniya po teorii avtomatov i modelirovaniyu biologicheskih sistem. — M.: Nauka, 1969. — 316 s. (In Russian)]
23. *Емельянов В.В., Курейчик В.В., Курейчик В.М.* теория и практика эволюционного моделирования. — М.: Физматлит, 2003. — 432 с. [*Emel'yanov, V.V., Kurejchik, V.V., Kurejchik, V.M.* Teoriya i praktika evolyucionnogo modelirovaniya. — M.: Fizmatlit, 2003. — 432 s. (In Russian)]
24. *Otsuka, J.* The Role of Mathematics in Evolutionary Theory. — Cambridge: Cambridge University Press, 2020. — 74 p.
25. *Schuster, P.* Mathematical Modeling of Evolution. Solved and Open Problems // Theory Biosci. — 2011. — Vol. 130. — P. 71—89.
26. *Васин А.А.* Некооперативные игры в природе и обществе. — М.: Макс Пресс, 2005. — 412 с. [*Vasin, A.A.* Nekooperativnye igry v prirode i obshchestve. — M.: Maks Press, 2005. — 412 с. (In Russian)]
27. *Weibull, J.* Evolutionary Game Theory. — Cambridge: The MIT Press, 1997. — 265 p.

Статья представлена к публикации руководителем регионального редсовета А.А. Ворониным.

Поступила в редакцию 06.11.2020, после доработки 11.12.2020.
Принята к публикации 11.12.2020.

Белов Михаил Валентинович — д-р техн. наук,
Сколковский институт науки и технологий, г. Москва,
✉ mbelov59@mail.ru,

Новиков Дмитрий Александрович — чл.-корр. РАН,
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва, ✉ novikov@ipu.ru.

MODELS OF EXPERIENCE

M.V. Belov[1] and D.A. Novikov[2]

[1] Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, Russia
[2] V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
[1]✉ mbelov59@mail.ru, [2]✉ novikov@ipu.ru

Abstract. A generalized probabilistic model is proposed that uniformly describes the formation and development of individual, collective, and social experience at various human activity levels. Some of its particular cases are considered, covering many learning models known in mathematical psychology and models of development and mastering of technologies within the methodology of complex activity.

Keywords: experience, activity, knowledge, technology, culture, learning curve.