УДК 681.5

АППРОКСИМАЦИЯ ОГИБАЮЩЕЙ В ПРИЛОЖЕНИЯХ «NETWORK CALCULUS»

А.А. Байбулатов, В.Г. Промыслов

Рассмотрены основные положения теории «Network calculus», относящиеся к расчету параметров систем обслуживания. Пояснена роль огибающей входящего потока. Предложен способ расчета линейной огибающей, поставлена и решена соответствующая оптимизационная задача. Приведены примеры расчета одно- и двухкомпонентной линейных огибающих входящего потока, а также соответствующих времен обслуживания (задержек) и очередей для системы обслуживания программного обеспечения АСУ.

Ключевые слова: огибающая, Network calculus, система обслуживания, оптимизация, АСУ.

ВВЕДЕНИЕ

«Network calculus» [1] — это относительно новый, активно развивающийся раздел прикладной математики, возникший в конце прошлого века [2, 3] на основе мини-плюс алгебры [4]. Область применения «Network calculus» — исследование систем с очередью. В основном «Network calculus» применяется для расчета характеристик больших [1] и малых [5] вычислительных сетей, базирующихся на протоколе TCP/IP. В последнее время были также сделаны попытки применить его и для других, не связанных, с сетями задач, таких как, например, расчет гарантированного времени модификации программного обеспечения [6].

Одна из интересных особенностей аппарата «Network calculus», выделяющая его среди классических теорий расчета систем с очередью (например, приложений теории массового обслуживания), — это представление входящего потока (потока заявок на обслуживание) в виде кумулятивной (с нарастающей суммой) функции. Отсюда следует важное отличие «Network calculus» от методик расчета сетей [7] — использование детерминированных (регулярных), ограничений на поток в виде огибающих потоков, а не их стохастических моделей. Это позволяет работать с более широким классом входящих потоков, делает теорию интуитивно более понятной и доступной в инженерном плане [8].

Как правило, в прикладных задачах «Network calculus» при исследовании сложных систем обслуживания для простоты расчетов используются модели одно- [9] или двухкомпонентных [1] линейных огибающих. Это дает возможность получить аналитические выражения для времен обслуживания (задержек) и очередей (буферов). Обычно каждый из исследователей «проводит» такие огибающие, основываясь на своей интуиции [10]. Однако интуитивный подход ухудшает точность и снижает ценность получаемых результатов. Математически обоснованная методика расчета линейных огибающих не встречается в современных публикациях. В настоящей работе рассматривается оптимизационная задача расчета линейной огибающей. Приводятся результаты решения для одно- и двухкомпонентной моделей линейной огибающей входящего потока. Приведен пример расчета системы обслуживания (модификации) программного обеспечения АСУ разработки Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН.

1. РОЛЬ ОГИБАЮЩЕЙ В «NETWORK CALCULUS»

Рассмотрим некоторую систему обслуживания, например, вычислительную сеть. Пусть $A(t)$ — кумулятивная функция (cumulative function [1]) входящего потока для этой системы, т. е. суммарное количество данных на входе (например, бит), наблюдаемых на интервале $[0, t]$. $A(t)$ будет неотрицательной, неубывающей функцией времени. Тогда *огибающая* входящего потока (arrival curve, envelope [1]) $E(t)$ определяется следующим образом:

$$A(t) - A(s) \le E(t - s), \quad \forall s \le t, \quad t \ge 0.$$

Очевидно, таким образом задается целое множество огибающих. Заметим, что понятие огибающей в «Network calculus» несколько отличается от классического [11].

Особое значение имеет *минимальная* огибающая входящего потока (minimum arrival curve [1]):

$$E(t) = \sup_{s \ge 0} \{A(t + s) - A(s)\}. \tag{1}$$

Запись (1) означает, что огибающая $E(t)$ определяет верхнюю границу потока данных на любом интервале t, начинающемся в произвольный момент времени s. Будем далее называть огибающую, вычисленную по формуле (1), *эмпирической.*

Рассмотрим примеры использования огибающей для расчета характеристик сетей. Обозначим $D(t)$ кумулятивную функцию выходящего потока, которая определяется как суммарное количество данных на выходе. Тогда для систем без потерь *время обслуживания* или *задержка* (delay [1]) $dl(t)$ и *длина очереди* или размер необходимого буфера (backlog [1]) $bl(t)$ определяются как

$$dl(t) = \inf\{\tau \ge 0: A(t) \le D(t + \tau)\}, \tag{2}$$

$$bl(t) = A(t) - D(t). \tag{3}$$

Один из основных теоретических результатов «Network calculus» заключается в утверждении, что максимальные значения времени обслуживания (задержки) и длины очереди можно вычислять с помощью огибающих, а не реальных кумулятивных функций. В формулах для вычисления времен обслуживания (задержек) и очередей (2) и (3) можно заменить кумулятивную функцию входящего потока ее огибающей, а кумулятивную функцию выходящего потока — *функцией обслуживания* (service curve [1]), которая определяет минимальное гарантированное обслуживание системы. В этом случае равенства заменяются на неравенства, но ограничения получаются достаточно жесткими [1]. Обозначив $S(t)$ функцию обслуживания системы, формулы (2), (3) можно переписать в виде:

$$dl(t) \le \sup_{s \ge 0} \{\inf\{\tau \ge 0: E(s) \le S(s + \tau)\}\}, \ \forall t, \tag{4}$$

$$bl(t) \le \sup_{s \ge 0} \{E(s) - S(s)\}, \ \forall t. \tag{5}$$

Однако использование эмпирической огибающей (1) в формулах (4) и (5) довольно затруднительно. Наиболее простыми и удобными в применении формулы (4) и (5) становятся в случае линейных огибающих входящих потоков и линейных функций обслуживания.

Функции обслуживания реальных устройств компьютерных сетей (серверов, коммутаторов, шлюзов, и др.) в большинстве случаев, действительно, являются линейными и имеют вид [1]:

$$S(t) = \begin{cases} R(t - T), t > T, \\ 0, t \le T, \end{cases} \tag{6}$$

где R — скорость обслуживания, T — задержка обслуживания. Они могут быть взяты из паспортных данных либо получены экспериментально.

Огибающие входящих потоков могут быть аппроксимированы линейными функциями из физических соображений. Для вычисления максимальных значений времени обслуживания (задержки) и длины очереди в соответствии с формулами (4) и (5) необходимо найти прямую (касательную), ограничивающую эмпирическую огибающую (1) сверху. Линейные огибающие входящих потоков имеют вид [1]:

$$E(t) = rt + b, \tag{7}$$

где r — скорость потока, b — «всплеск». Назовем прямую (7) однокомпонентной огибающей.

Таким образом, в случае функций обслуживания вида (6) и огибающих вида (7) формулы (4) и (5) можно преобразовать к виду [1]:

$$dl = b/R + T, \tag{8}$$

$$bl = rT + b. \tag{9}$$

Из формулы (8) следует, что при поиске однокомпонентной линейной огибающей (7) для расчета максимального времени обслуживания необходимо искать прямую с максимальным «всплеском» b.

В некоторых случаях ограничить эмпирическую огибающую (1) предпочтительнее не одной прямой (7), а двумя:

$$E(t) = \min\{r_1t + b_1, r_2t + b_2\}, \tag{10}$$

где r_1 — пиковая скорость, b_1 — максимальный размер пакета, r_2 — устойчивая скорость, b_2 — «всплеск». Назовем кривую (10) двухкомпонентной огибающей. Такая огибающая используется, например, в модели «IntServ» [12] качества обслуживания в сетях на основе протокола TCP/IP.

Для двухкомпонентной огибающей формулы для времени обслуживания (задержки) и длины очереди, аналогичные формулам (8) и (9), имеют более сложный вид [1]:

$$dl = \frac{1}{R}\left[b_1 + \frac{b_2 - b_1}{r_1 - r_2}(r_1 - R)^+\right] + T, \tag{11}$$

$$bl = r_2T + b_2 + \left(\frac{b_2 - b_1}{r_1 - r_2} - T\right)^+ ((r_1 - R)^+ - r_1 + r_2), \tag{12}$$

где $(\cdot)^+ = 0$, если $(\cdot) < 0$.

2. ЗАДАЧА РАСЧЕТА ЛИНЕЙНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ

2.1. Расчет однокомпонентной огибающей

Решим задачу расчета однокомпонентной линейной огибающей. Уточним, что задача состоит в аппроксимации эмпирической огибающей (1) линейной огибающей (7), которая должна ограничивать эмпирическую огибающую сверху и иметь максимально возможное значение «всплеска» b. Для удобства решения оптимизационной задачи заменим условие максимума «всплеска» на условие минимума скорости потока r (минимума углового коэффициента прямой). Такая замена допустима при поиске линейной огибающей для расчета максимального времени обслуживания (8). Для расчета максимальной длины очереди (9) необходимо максимизировать оба параметра: «всплеск» и скорость.

Отметим, что идея решения данной задачи основана на известном методе опорных векторов [13]. В частности, подобная задача регрессии по опорным векторам уже встречалась в публикациях [14].

Перейдем к переменным x и y и поставим задачу следующим образом. Дана эмпирическая огибающая — неубывающая последовательность точек:

$$(x_i, y_i), \quad x_i \ge 0, \quad y_i \ge 0, \quad x_{i+1} \ge x_i, \quad y_{i+1} \ge y_i,$$
$$i = 1, ..., N.$$

Необходимо найти оптимальную линейную огибающую (касательную к эмпирической и ограничивающую ее сверху), заданную уравнением:

$$y = kx + b, \tag{13}$$

с наименьшим углом наклона (k), наиболее близкую к точкам эмпирической огибающей (рис. 1).

За меру близости прямой (13) к точке (x_i, y_i) примем величину $y_i' - y_i = kx_i + b - y_i$.

Обозначим ξ_i ширину полосы, в которую должна вписаться эта величина. Тогда

$$\begin{cases} kx_i + b - y_i \le \xi_i + \varepsilon, \\ y_i - kx_i - b \le \varepsilon. \end{cases}$$

Здесь ε — параметр, характеризующий размер ошибки, с которой заданы значения эмпирической огибающей. Первое неравенство описывает точки, лежащие ниже прямой, второе неравенство — точки, лежащие выше прямой. Возможность существования точек выше прямой объясняется наличием ошибки ε. Отметим, что полоса будет переменной ширины, поскольку каждой точке (x_i, y_i) соответствует свое значение ξ_i.

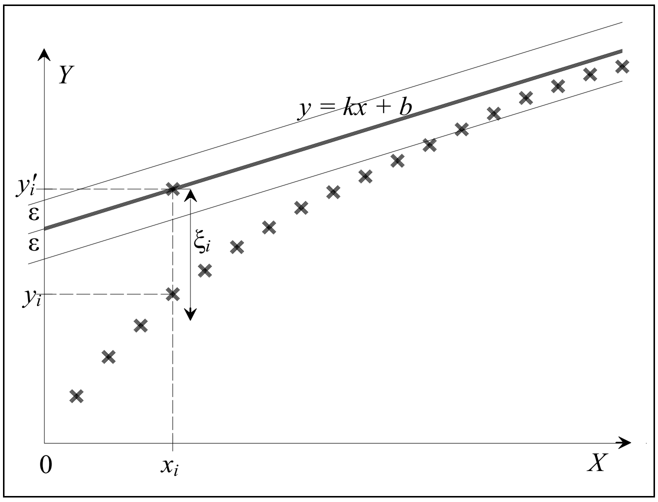


Рис. 1. Расчет однокомпонентной линейной огибающей входящего потока

Тогда оптимизационная задача состоит в минимизации квадратичного функционала:

$$\frac{1}{2}k^2 + C\sum_{i=1}^{N}\xi_i \to \min_{k,\,\xi} \tag{14}$$

при выполнении условий:

$$\begin{cases} kx_i + b - y_i \le \xi_i + \varepsilon, \ i = 1, ..., N; \\ y_i - kx_i - b \le \varepsilon, \ i = 1, ..., N; \\ k \ge 0; \\ b \ge 0; \\ \xi_i \ge 0, \ i = 1, ..., N. \end{cases} \tag{15}$$

В функционале (14) множитель 1/2 при k и квадратичная степень взяты для удобства, C — управляющий параметр, позволяющий регулировать соотношения между двумя оптимизируемыми величинами (k и ξ).

Решение задачи (14), (15) приведено в Приложении.

2.2. Расчет двухкомпонентной огибающей

Решим задачу для двухкомпонентной линейной огибающей. Пусть задана та же эмпирическая огибающая:

$$(x_i, y_i), \quad x_i \ge 0, \quad y_i \ge 0, \quad x_{i+1} \ge x_i, \quad y_{i+1} \ge y_i,$$
$$i = 1, ..., N.$$

В этом случае необходимо найти не одну прямую (13), а две, такие что огибающая

$$y(x) = \min\{k_1x + b_1, k_2x + b_2\}.$$

В соответствии с моделью «IntServ» на параметры прямых необходимо наложить ограничения: $k_1 > k_2$, $b_1 < b_2$, которые задают условия оптимизации: минимизировать k_2 и максимизировать k_1. Будем считать, что смена компоненты (прямой) происходит в точке (x_n, y_n).

В этом случае оптимизационная задача, аналогичная задаче (14), (15), имеет вид:

$$B\left(\frac{1}{k_1} + C\sum_{i=1}^{n} \xi_{1i}^2\right) + \left(k_2^2 + C\sum_{i=n}^{N} \xi_{2i}\right) \to \min_{k_1, k_2, \xi_1, \xi_2} \quad (16)$$

при выполнении условий:

$$\begin{cases} k_1 x_i + b_1 - y_i \le \xi_{1i} + \varepsilon, \ i = 1, ..., n; \\ k_2 x_i + b_2 - y_i \le \xi_{2i} + \varepsilon, \ i = n, ..., N; \\ y_i - k_1 x_i - b_1 \le \varepsilon, \ i = 1, ..., n; \\ y_i - k_2 x_i - b_2 \le \varepsilon, \ i = n, ..., N; \\ k_1 \ge 0; \quad k_2 \ge 0; \quad k_1 > k_2; \\ b_1 \ge 0; \quad b_2 \ge 0; \quad b_1 < b_2; \\ \xi_{1i} \ge 0, \ i = 1, ..., n; \\ \xi_{2i} \ge 0, \ i = n, ..., N. \end{cases} \quad (17)$$

В выражении (16) ξ_{1i} и ξ_{2i} — ширина полосы для первой и второй компоненты соответственно; ε — размер ошибки; параметр C определен, как в формуле (14); параметр B позволяет регулировать соотношения между двумя компонентами огибающей (выбирается в соответствии с предполагаемой точкой смены компоненты). Аналитическое решение задачи (16), (17) довольно трудоемко. Данная задача решена численно.

3. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА ЛИНЕЙНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ

На основе изложенных в § 2 алгоритмов расчета линейной огибающей и численных методов разработана программа для ЭВМ, которая проверена на тестовых данных с известными параметрами k и b. Результаты численных расчетов параметров k и b показали хорошее соответствие с заданными значениями.

Изложенные алгоритмы и их численная реализация применялись также для оценки реального входящего потока. Был проведен расчет линейной огибающей для системы обслуживания программного обеспечения АСУ [6]. Под обслуживанием в этом случае понималась модификация программного обеспечения, входящий поток — это поток заданий на модификацию (поток элементов информационной базы).

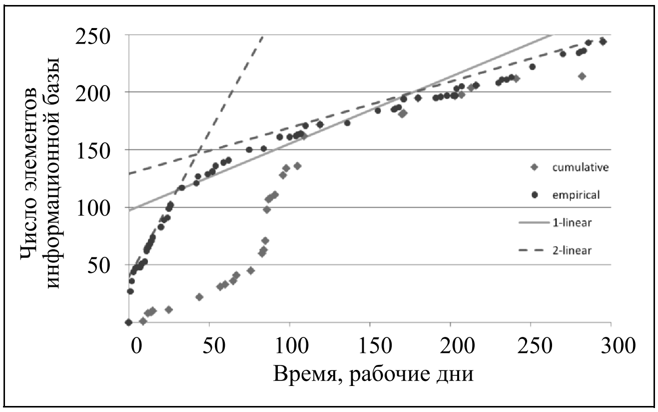


Рис. 2. Одно- и двухкомпонентная огибающие:
cumulative — кумулятивная функция входящего потока; empirical — эмпирическая огибающая; 1-linear — однокомпонентная линейная огибающая, 2-linear — двухкомпонентная линейная огибающая

Задача была решена для одно- и двухкомпонентной моделей. Параметры задачи оптимизации были заданы следующим образом: ε = 2 % от среднего значения y_i, $i = 1, ..., N$, для обеих моделей; $C = 2$ — для однокомпонентной модели, $C = 5$ — для двухкомпонентной модели; $B = 1$.

Численное решение задачи дало следующие значения параметров линейных огибающих:

однокомпонентной: $k = 0{,}58$, $b = 97{,}2$; двухкомпонентной: $k_1 = 2{,}5$, $b_1 = 39{,}9$, $k_2 = 0{,}4$, $b_2 = 128{,}9$.

На рис. 2 графически представлены результаты численных расчетов однокомпонентной и двухкомпонентной огибающих: кумулятивная функция входящего потока, эмпирическая и линейные огибающие. По оси $0X$ отложено время в рабочих днях, по оси $0Y$ — число элементов информационной базы.

На основе полученных огибающих проведен расчет времени обслуживания и очереди. В качестве функции обслуживания использовалась функция $y = 52{,}31(x - 0{,}12)$ (получена в работе [6]).

Расчеты проведены по формулам (8), (9) для однокомпонентной огибающей и (11), (12) — для двухкомпонентной. Получены следующие результаты:

— при использовании однокомпонентной огибающей: время обслуживания $dl = 1{,}98$ раб. дн.; длина очереди $bl = 97{,}3$ элементов;

— при использовании двухкомпонентной огибающей: время обслуживания $dl = 0{,}88$ раб. дн.; длина очереди $bl = 40{,}2$ элементов.

Если рассматривать полученные результаты как оценку максимальных значений очередей и времен обслуживания, то обе модели огибающей оказались правильными. Фактические очереди и времена обслуживания никогда не превосходили вычисленных значений. Однако однокомпонентная огибающая дала сильно завышенный результат. По нашему практическому опыту результат двухкомпонентной огибающей оказался более близким к реальным значениям.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математически обоснованный расчет линейной огибающей входящего потока в приложениях «Network calculus» имеет важное значение: он устраняет произвол в выборе огибающей и тем самым повышает точность вычислений и ценность получаемых результатов.

Такой расчет может быть проведен на основе решения задачи оптимизации. В качестве оптимизируемых параметров предложено использовать угловой коэффициент искомой прямой и ширину полосы, в которую должна вписаться прямая. Угловой коэффициент линейной огибающей входящего потока наиболее важен, поскольку именно он определяет максимальное время обслуживания и длину очереди системы обслуживания. Для однокомпонентной модели линейной огибающей (аппроксимация одной прямой) задача сведена к задаче квадратичного программирования относительно двойственных переменных; для двухкомпонентной модели (аппроксимация двумя прямыми) аналитическое решение более трудоемко. Численное решение задачи получено для обеих моделей.

Численный расчет одно- и двухкомпонентной линейных огибающих для системы обслуживания (модификации) программного обеспечения АСУ [6] позволил вычислить максимальные времена обслуживания и очереди при модификации программного обеспечения, которые хорошо согласуются с экспериментальными значениями.

В заключение отметим, что похожая задача возникает и при представлении функции обслуживания в линейном виде по известным эмпирическим данным. Такая задача заслуживает отдельного исследования.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Решение задачи квадратичного программирования для однокомпонентной огибающей. Решим задачу (14), (15). Лагранжиан имеет вид:

$$L(k, b, \xi, \alpha, \alpha^*, \beta, \gamma, \eta) = = \frac{1}{2}k^2 + C\sum_{i=1}^{N}\xi_i + \sum_{i=1}^{N}\alpha_i(kx_i + b - y_i - \xi_i - \varepsilon) + + \sum_{i=1}^{N}\alpha_i^*(y_i - kx_i - b - \varepsilon) - \sum_{i=1}^{N}\beta_i\xi_i - \gamma k - \eta b. \quad (18)$$

По теореме Куна — Таккера [15] задача (14), (15) эквивалентна двойственной задаче поиска седловой точки функции Лагранжа:

$$\begin{cases} L(k, b, \xi, \alpha, \alpha^*, \beta, \gamma, \eta) \to \min\limits_{k,b,\xi}\ \max\limits_{\alpha,\alpha^*,\beta,\gamma,\eta}; \\ k \ge 0, b \ge 0, \xi_i \ge 0, \alpha_i \ge 0, \alpha_i^* \ge 0, \beta_i \ge 0, \gamma \ge 0, \eta \ge 0, \\ i = 1, ..., N; \\ \alpha_i = 0 \text{ либо } kx_i + b - y_i - \xi_i - \varepsilon = 0, i = 1, ..., N; \\ \alpha_i^* = 0 \text{ либо } y_i - kx_i - b - \varepsilon = 0, i = 1, ..., N; \\ \beta_i = 0 \text{ либо } \xi_i = 0, i = 1, ..., N; \\ \gamma = 0 \text{ либо } k = 0; \\ \eta = 0 \text{ либо } b = 0. \end{cases} \quad (19)$$

В последних пяти строках выражения (19) записаны условия дополняющей нежесткости. Необходимым условием седловой точки является равенство нулю производных лагранжиана, откуда следуют соотношения:

$$\frac{\partial L}{\partial k} = k + \sum_{i=1}^{N}(\alpha_i - \alpha_i^*)x_i - \gamma = 0 \Rightarrow \Rightarrow k = \gamma - \sum_{i=1}^{N}(\alpha_i - \alpha_i^*)x_i; \quad (20)$$

$$\frac{\partial L}{\partial b} = \sum_{i=1}^{N}(\alpha_i - \alpha_i^*) - \eta = 0 \Rightarrow \Rightarrow \sum_{i=1}^{N}(\alpha_i - \alpha_i^*) - \eta = 0; \quad (21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \xi_i} = C - \alpha_i - \beta_i = 0 \Rightarrow \alpha_i + \beta_i = C. \quad (22)$$

Решим задачу (19) для точек (x_i, y_i), лежащих на прямой (13), т. е. для которых:

$$\xi_i = 0. \quad (23)$$

Будем искать прямую (13), не параллельную оси $0Y$ и не проходящую через начало координат, т. е. для которой $k \ne 0$, $b \ne 0$. Тогда из последних двух условий дополняющей нежесткости (19) следует, что $\gamma = 0$, $\eta = 0$. Поэтому из соотношения (20) следует:

$$k = \sum_{i=1}^{N}(\alpha_i^* - \alpha_i)x_i, \quad (24)$$

а из соотношения (21):

$$\sum_{i=1}^{N}(\alpha_i - \alpha_i^*) = 0. \quad (25)$$

Кроме того, учитывая, что $\beta_i \ge 0$, из соотношения (22) можно заключить, что

$$0 \le \alpha_i \le C. \quad (26)$$

Таким образом, подставляя формулы (23) и (24) в выражение (18) и учитывая ограничения (25) и (26), задачу (19) можно свести к задаче квадратичного программирования относительно двойственных переменных α_i и α_i^*:

$$\begin{cases} L(\alpha, \alpha^*) = -\frac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{N}\sum\limits_{j=1}^{N}(\alpha_i^* - \alpha_i)(\alpha_j^* - \alpha_j)x_i x_j - \\ -\varepsilon\sum\limits_{i=1}^{N}(\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum\limits_{i=1}^{N} y_i(\alpha_i^* - \alpha_i) \to \max\limits_{\alpha, \alpha^*}; \\ \sum\limits_{i=1}^{N}(\alpha_i - \alpha_i^*) = 0; \\ 0 \le \alpha_i \le C, \quad i = 1, ..., N. \end{cases} \qquad (27)$$

Решив задачу (27), можно найти k по формуле (24).

Для нахождения параметра b воспользуемся первым условием дополняющей нежесткости (19) ($\alpha_i \ne 0$), а также соотношениями (22) и (23):

$$\begin{cases} kx_i + b - y_i - \varepsilon = 0; \\ 0 \le \alpha_i \le C, \quad i = 1, ..., N. \end{cases} \qquad (28)$$

Решив систему (28) и найдя несколько значений параметра b для различных точек (x_i, y_i), результирующее значение b выберем как среднее арифметическое [16].

Таким образом, уравнение прямой (13) найдено, и поставленная задача решена.

ЛИТЕРАТУРА

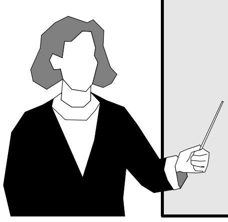
1. *Le Boundec J.-Y.*, *Thiran P.* Network Calculus: A Theory of Deterministic Queuing Systems for the Internet. Online Version of the Book Springer Verlag. — LNCS 2050. Version April 26, 2012. — 263 p.
2. *Cruz R.L.* A Calculus for Network Delay. Part I: Network Elements in Isolation // IEEE Trans. on Information Theory. — Jan. 1991. — Vol. 37. — P. 114—131.
3. *Cruz R.L.* A Calculus for Network Delay. Part II: Network Analysis Information Theory // IEEE Trans. on Information Theory. — Jan. 1991. — Vol. 37. — P. 132—141.
4. *Louis Baccelli,* et al. Synchronization and Linearity An Algebra for Discrete Event Systems (Wiley Series in Probability and Statistics). — N.-Y.: John Wiley & Sons, 1992. — 514 p.
5. *Масолкин С.И.*, *Промыслов В.Г.* Расчет некоторых параметров промышленной вычислительной сети объектов повышенного риска эксплуатации на примере АСУТП АЭС // Проблемы управления. — 2010. — № 1. — С. 47—52.
6. *Байбулатов А.А.* Метод расчета гарантированного времени модификации программного обеспечения // Проблемы управления. — 2016. — № 1. — С. 58—64.
7. *Вишневский В.М.* Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. — М.: Техносфера, 2003. — 512 с.
8. *Syski R.* A personal view of queueing theory / In: Frontiers in Queueing. — Boca Raton. — N.-Y. — London — Tokyo: CRC, 1997. — P. 3—18.
9. *ISS4E* Seminar Series — Network Calculus: An Inconvenient Truth and New Perspectives. — URL: http://wise.uwaterloo.ca/calendar/iss4e_seminar_series_network_calculus_an_inconvenient_truth_and_new_ (дата обращения: 19.05.2016).
10. *Ciucu F.*, *Fidler M.*, *Liebeherr J.*, *Schmitt J.* Report from Dagstuhl Seminar 15112 Network Calculus. — March 8—11, 2015. — P. 63—83.
11. *Залгаллер В.А.* Теория огибающих. — М.: Наука, 1975. — 104 с.
12. *Braden R.*, *Clark D.*, *Shenker S.* Network Working Group Request for Comments: 1633, Integrated Services in the Internet Architecture: an Overview. July 1994.
13. *Vapnik V.N.* Statistical Learning Theory. — N.-Y.: John Wiley, 1998. — 768 p.
14. *Smola A.*, *Scholkopf B.* A Tutorial on Support Vector Regression. — NeuroCOLT2 Technical Report Series. NC2-TR-1998-030, October, 1998. — 71 p.
15. *Поляк Б.Т.* Введение в оптимизацию. — М.: Наука, 1983. — 384 с.
16. *Burges C.J.C.* A Tutorial on Support Vector Machines for Pattern Recognition / In: Data Mining and Knowledge Discovery 2. — Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998. — P. 121—167.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.С. Манделем.

Байбулатов Артур Арсенович — науч. сотрудник,
✉ bajbulatov@mail.ru,

Промыслов Виталий Георгиевич — канд. физ.-мат. наук,
вед. науч. сотрудник, ✉ v1925@mail.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва.



Читайте в следующем номере

- ✓ **Белов М.В.** Модели управления численностью сотрудников предприятия
- ✓ **Корноушенко Е.К.** Простой алгоритм номинальной классификации по качественным признакам
- ✓ **Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В.** Построение самопроверяемых структур систем функционального контроля на основе равновесного кода «2 из 4»
- ✓ **Стенников В.А., Пеньковский А.В., Хамисов О.В.** Поиск равновесия Курно на рынке тепловой энергии в условиях конкурентного поведения источников тепла