

## ОЦЕНКА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ЧАСТОТЫ ВАЛЬНО-ЛОПАСТНОГО РЯДА С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГИЛЬБЕРТА И АВТОКОРРЕЛЯЦИИ<sup>#</sup>

О. В. Бабилов\*, В. Г. Бабилов\*\*

<sup>\*\*\*</sup>Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва

\*✉ babikov.ov@phystech.edu, \*\*✉ babikov@ipu.ru

**Аннотация.** Задача оценки фундаментальной частоты ряда гармоник встречается во многих областях науки и техники. Так, в задачах вибрационной диагностики требуется, например, оценить износ подшипников, что определяется по смещению основания ряда гармоник. При обработке аудиосигналов задача оценки основной частоты связана с автоматической настройкой инструментов. В задаче синтеза речи фундаментальная частота определяет высоту звука. При распознавании речи частота основного тона является важным информационным признаком. В радиотехнике эта задача решается в целях восстановления сигнала, фильтрации и декодирования. В биомедицинской инженерии при анализе ЭКГ, ЭЭГ, голоса, дыхания по основной частоте диагностируются патологии, например, аритмии. В задачах обнаружения и классификации морских судов важнейшим информационным критерием является основание вально-лопастного ряда. В данной работе предлагаются новые подходы для оценки фундаментальной частоты в условиях сильного шума. В целях снижения ошибок предлагается применять метод периодограмм, фильтрацию, автокорреляцию, преобразование Гильберта. Стоит также отметить, что качество оценки основной частоты ряда гармоник в условиях повышенного шума значительно возрастает при подборе оптимальных параметров: размера временного окна, параметров фильтрации, интервала спектра для автокорреляции, количества автокорреляций.

**Ключевые слова:** дискретное преобразование Фурье, автокорреляция, преобразование Гильберта, фундаментальная частота.

### ВВЕДЕНИЕ

Конкретизация задачи в вопросе поиска фундаментальной частоты связана с различиями в типах сигналов и шумов, методах предобработки сигнально-шумовой смеси. Далее в работе рассматривается задача поиска основания вально-лопастного ряда (ОВЛР) создаваемого винтом морского судна, хотя предлагаемые методы применимы и в других инженерных дисциплинах. Одним из главных источников первичного гидроакустического поля морских судов являются гребные винты. Они формируют вибрации на двух ключе-

вых дискретных частотах: на частоте вращения вала (вальная частота) и на частоте, равной произведению вальной частоты на число лопастей винта (лопастная частота) [1, 2]. У современных судов вальные частоты обычно находятся в диапазоне 1–6 Гц, а лопастные – в пределах 6–24 Гц [3].

Из-за нелинейных эффектов, возникающих при излучении акустических волн, в низкочастотном спектре судового шума образуется совокупность гармоник с кратными частотами. Эти гармоники, амплитуда которых значительно превышает уровень окружающего шума, называются дискретными составляющими. Группу таких дискретных составляющих, расположенных на кратных частотах, называют звукорядом. Если источник этих гармоник – гребной винт, звукоряд называется вально-лопастным.

<sup>#</sup> Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 23-19-00134).

В вально-лопастном звукоядре можно выделить два типа дискретных составляющих: вального и лопастного звукоядра. Первая дискретная составляющая вального звукоядра соответствует частоте вращения вала, которая напрямую связана со скоростью движения судна [2, 4]. Основная частота лопастного звукоядра определяется произведением вальной частоты на число лопастей винта. Таким образом, по анализу вально-лопастного звукоядра можно получить ценную информацию о конструкции судна, включая количество лопастей гребного винта, что активно используется в системах распознавания морских целей, основанных на анализе спектра сигнала [5].

Современные гидроакустические системы позволяют проводить анализ таких сигналов с высокой точностью. Однако, несмотря на развитые алгоритмы обработки данных, окончательное решение в большинстве случаев принимает оператор [6]. Определение количества лопастей винта осуществляется на основе представленных оператору параметров спектра вально-лопастного звукоядра.

Среди методов обработки сигналов выделяют вейвлет-анализ, который позволяет обнаруживать гидроакустические сигналы в виде звукоядра и измерять основную частоту вального звукоядра [4]. Другим подходом является спектральный анализ с последовательным выделением отдельных дискретных составляющих и формированием звукоядра [3].

Для удобства оператора результаты узкополосного частотного анализа обычно представляют в двух формах: график спектра сигнала, отображающий расположение гармоник; таблица параметров обнаруженных дискретных составляющих и их характеристик. При анализе графика спектра оператор визуально идентифицирует гармоники, чтобы выделить среди них основные вальную и лопастную частоты. Вальная частота, как правило, является первой по порядку дискретной составляющей, а лопастная – одной из последующих с максимальной амплитудой. Кроме того, таблица параметров дискретных составляющих предоставляет оператору числовые значения частот, что повышает точность идентификации и снижает вероятность ошибки.

Современные исследования направлены на разработку автоматизированных алгоритмов, способных снизить зависимость анализа от человеческого фактора. Наиболее традиционным инструментом для анализа акустического шума является преобразование Фурье (англ. *Fast Fourier Transform*, FFT), которое позволяет выделять основные гармониче-

ские составляющие сигнала. Однако FFT имеет ограниченную разрешающую способность, особенно при низком уровне сигнала и высоком уровне шума. Для преодоления этих ограничений применяются методы периодограммы и автокорреляционного анализа. Например, метод Уэлча уменьшает разброс оценок спектральной плотности мощности [7], а методы сверхвысокого разрешения MDVR (англ. *Minimum Variance Distortionless Response*), MUSIC (англ. *MULTiple Signal Classification*), ESPRIT (англ. *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariant Techniques*) обеспечивают повышенную разрешающую способность [8].

Автокорреляция эффективна при анализе слабых сигналов и позволяет выделять закономерности даже при сильном шуме. Также активно используется анализ огибающей спектра, который применяется для выделения характеристик лопастного шума. В работе [9] предложена методика адаптивного спектрального анализа огибающей, позволяющая учитывать влияние флуктуаций в спектре.

В настоящей работе предлагаются несколько подходов при исследовании смеси гармонического звукоядра и шума, которые в комплексе позволяют производить оценку основания гармонического ряда даже при малом отношении сигнал/шум по одному временному окну. В качестве основы предлагается использовать логарифм энергетического спектра исследуемого сигнала. Далее производится оценка огибающей логарифма энергетического спектра итерационным усреднением по трем точкам. Как показано в статье, такой метод весьма близок к свертке спектра с функцией Гаусса, но при этом стоит сказать, что усреднение по трем точкам позволяет в конечном итоге производить оценку основания гармонического ряда с меньшими ошибками. Далее анализируется псевдоспектр, который представляет собой разницу логарифма энергетического спектра и его огибающей.

Метод последовательных автокорреляций не всегда дает возможность верно оценить основание гармонического ряда. На результат влияют и плотность спектральных линий, и значение основания звукоядра, а также уровень шума. С целью повышения чувствительности метода предлагается до применения автокорреляции слегка «размыть» дискрету гармоник, с этой целью псевдоспектр чуть сглаживается.

После нескольких последовательных автокорреляций при помощи преобразования Гильберта вычисляется так называемая кепстральная фаза или сафе (см. пояснение в § 1). Дело в том, что



после последовательных автокорреляций псевдоспектра результат напоминает убывающую гармонику во временной области, но при этом полученный ряд значений относится к частотной области. Поэтому, применяя преобразование Гильберта к автокорреляции псевдоспектра, на деле получают оценку кепстральной фазы, которая при делении на частоту, к которой относится эта фаза, дает оценку основания звукоряда.

С развитием методов искусственного интеллекта стали популярны нейросетевые модели, способные классифицировать суда по их акустическим сигналам. В исследованиях [10, 11] рассмотрены сверточные нейронные сети (англ. *Convolutional Neural Network, CNN*), обученные на спектрограммах шумов. Подходы на основе машинного обучения позволяют повысить точность определения значений параметров винта, однако требуют больших объемов данных для обучения. Несмотря на прогресс в области автоматизации, участие оператора остается важным элементом анализа, особенно в сложных акустических условиях, где возможны помехи и ложные срабатывания.

Метод DEMON (англ. *Demodulation of Envelope Modulation On Noise*) специально разработан для обнаружения модуляций, возникающих от огибающей кавитации гребного винта. При помощи DEMON можно выделить кавитационный шум из общего спектра сигнала и определить количество валов, частоту вращения вала, количество лопастей винта. В биоакустике при

помощи данного метода осуществляется анализ сигналов китов, дельфинов, других животных. Ограничение данного метода заключается в необходимости выбора шумовой полосы, что требует хороших навыков работы оператора-гидроакустика. Кроме того, низкая помехоустойчивость является еще одним недостатком этого метода. Предлагаемый в настоящей работе алгоритм, в составе которого используются сглаживание логарифма спектра мощности по трем точкам, предварительная фильтрация псевдоспектра, несколько последовательных автокорреляций и преобразование Гильберта, позволяет значительно увеличить помехоустойчивость при оценке ОВЛР.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПОДРОБНОЕ ОПИСАНИЕ ЭТАПОВ ОЦЕНКИ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ЧАСТОТЫ

Сформулируем основную задачу настоящей работы. Пусть  $\{x_k\}_{k=1}^N$  – дискретный ряд аудиозаписи шума морского судна во временном окне размера  $T$ , количество отсчетов в одном окне  $N$ ,  $k \in [1, N]$ ,  $N = T f_s$ , где  $T$  – длина окна в секундах;  $f_s$  – частота дискретизации. Необходимо построить алгоритм оценки ОВЛР  $f_0$  по одному временному окну, а также определить оптимальные параметры этого алгоритма.

Далее представлено последовательное описание структурных элементов алгоритма оценки ОВЛР (рис. 1).



Рис. 1. Структура алгоритма определения ОВЛР

### Построение периодограммы

Периодограмма вычисляется с помощью дискретного преобразования Фурье (англ. *Discrete Fourier Transform*, DFT) для сигнала  $x_k$  длины  $N$ :

$$X_j = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-i \frac{2\pi}{N} jk},$$

где  $X_j$  – комплексное значение спектра на  $j$ -й частоте ( $j = 0, 1, \dots, N/2$ ), соответственно, значение частоты в Гц вычисляется так:  $f_j = j \frac{f_s}{N}$ .

Далее в работе алгоритма используется только диапазон частот  $f_{\min} \leq f_j \leq f_{\max}$ . Ограничение по частотам связано с тем, что на частотах выше  $f_{\max}$  отсутствуют составляющие гармонического ряда, а на частотах ниже  $f_{\min}$  присутствует сильный шум, следовательно,  $N \frac{f_{\min}}{f_s} < j < N \frac{f_{\max}}{f_s}$ .

### Логарифмирование периодограммы

При логарифмировании энергетического спектра сигнала исчезают резкие скачки, которые связаны с гармониками вально-лопастного ряда, что, в свою очередь, позволяет выделить огибающую при сглаживании:

$$S_j^{(0)} = \ln |X_j|^2.$$

### Итеративное сглаживание спектра

Построение огибающей спектра достигается методом усреднения по трем точкам в  $M$  итерациях:

$$S_j^{(m)} = \frac{S_{j-1}^{(m-1)} + S_j^{(m-1)} + S_{j+1}^{(m-1)}}{3}, \quad (1)$$

где  $j$  – индекс элемента спектрального ряда ( $N \frac{f_{\min}}{f_s} < j < N \frac{f_{\max}}{f_s}$ );  $m$  – номер итерации ( $m \in [1, M]$ );  $M$  – количество итераций.

Далее требуется уточнить, что границы спектра вносят некоторые коррективы в выражение (1):

$$S_j^{(m)} = \begin{cases} S_j^{(m-1)} & \text{(для граничных точек),} \\ \frac{S_{j-1}^{(m-1)} + S_j^{(m-1)} + S_{j+1}^{(m-1)}}{3} & \text{(для внутренних точек).} \end{cases} \quad (2)$$

**Определение 1.** Итеративный алгоритм сглаживания ряда, заданный выражением (2), будем называть сглаживанием по трем точкам порядка  $M$ . ♦

Коррективы в итоговом алгоритме сглаживания по трем точкам (2), учитывающие влияние граничных точек, не оказывают значительного влияния на результат сглаживания спектра при  $M \ll N$ , поэтому далее в целях упрощения доказательств в математических выкладках используется выражение (1).

Заметим, что  $M$  итераций в выражении (1) практически равносильны взвешиванию элементов исходного ряда по функции Гаусса со стандартным отклонением  $\sigma \approx \sqrt{\frac{2M}{3}} \approx 0,820467\sqrt{M}$ . Примеры для  $M = 5$  и  $M = 50$  приведены на рис. 2 (см. пример для  $M = 1, \dots, 4$  в таблице).

**Весовые коэффициенты алгоритма сглаживания по трем точкам в зависимости от номера итерации**

$m$	$j-4$	$j-3$	$j-2$	$j-1$	$j$	$j+1$	$j+2$	$j+3$	$j+4$
1				$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$			
2			$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$		
3		$\frac{1}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{7}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{1}{27}$	
4	$\frac{1}{81}$	$\frac{4}{81}$	$\frac{10}{81}$	$\frac{16}{81}$	$\frac{19}{81}$	$\frac{16}{81}$	$\frac{10}{81}$	$\frac{4}{81}$	$\frac{1}{81}$
					...				

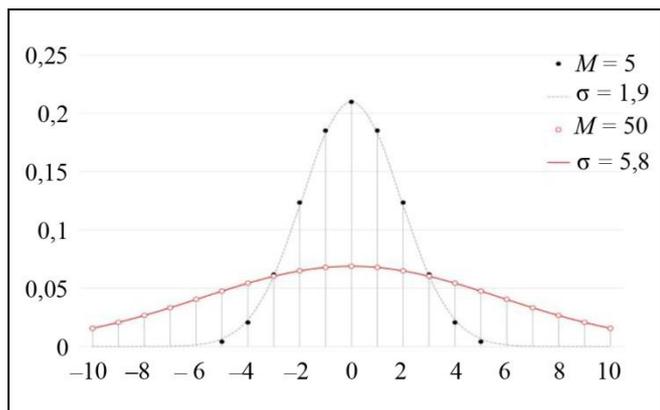


Рис. 2. Сравнение соответствующих весов элементов массива, полученных согласно формуле (1) при  $M = 5$  и  $M = 50$  и функции Гаусса ( $\sigma = \sqrt{2M/3}$ ). По оси абсцисс указаны отклонения индекса элемента исходного ряда от индекса  $j$  при оценке весового коэффициента

Сформулируем следующую лемму.

**Лемма 1 (вычисление весовых коэффициентов).**  $M$  последовательных итераций (1) порождают весовые коэффициенты, приближенные оценки которых могут быть получены с помощью функции Гаусса с параметром

$$\sigma = \sqrt{\frac{2M}{3}} \quad (M \gg 1):$$

$$S_j^{(M)} = \sum_{k=-M}^M \left[ \frac{S_{j+k}^{(0)}}{\sqrt{4\pi M/3}} \exp\left(-\frac{k^2}{4M/3}\right) \right]. \quad (3)$$

**Доказательство.** Доказательство того, что весовые коэффициенты, полученные посредством последовательных итераций, могут быть оценены функцией Гаусса, носит технический характер. Покажем, что при  $M$  итерациях веса при усреднении по трем точкам (1) аппроксимируются функцией Гаусса с параметром  $\sigma = \sqrt{\frac{2M}{3}}$ .

Пусть  $M$  достаточно большое. Рассмотрим итерацию  $M+1$ , тогда при условии аппроксимации весов в алгоритме усреднения по трем точкам на шаге  $M$  функцией Гаусса с параметром  $\sigma_M^2 = \alpha M$  имеем следующее при  $j \ll M$ :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3\sigma\sqrt{2\pi}} \left( e^{-\frac{(j-1)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{j^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(j+1)^2}{2\sigma^2}} \right) \approx \\ & \approx \frac{1}{3\sigma\sqrt{2\pi}} \left( 1 - \frac{(j-1)^2}{2\sigma^2} + 1 - \frac{j^2}{2\sigma^2} + 1 - \frac{(j+1)^2}{2\sigma^2} \right) = \\ & = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left( 1 - \frac{1}{2\sigma^2} \left( j^2 + \frac{2}{3} \right) \right) \approx \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{3\sigma^2} \right)} e^{-\frac{j^2}{2\sigma^2}}. \end{aligned}$$

Коэффициент при экспоненте на шаге  $M+1$  должен соответственно определяться новым параметром  $\sigma_{M+1}^2 = \alpha(M+1)$ , поэтому

$$\sigma_{M+1}^2 = \alpha(M+1) = \alpha M + \alpha \approx \alpha M \left( 1 + \frac{1}{3\alpha M} \right)^2 \approx \alpha M + \frac{2}{3}.$$

Откуда следует, что  $\alpha = \frac{2}{3}$  и, соответственно,

$$\sigma = \sqrt{\frac{2M}{3}}. \quad \blacklozenge$$

Сформулируем следующие леммы.

**Лемма 2 (сглаживание спектра при помощи свертки).** Приближенная оценка результата сглаживания при помощи  $M$  последовательных итераций (1), примененных к логарифму энергетического спектра сигнала во временном окне  $T$ , может быть получена посредством свертки логарифма энергетического спектра сигнала и функции Гаусса с параметром

$$\sigma = \frac{1}{T} \sqrt{\frac{2M}{3}} \quad (M \gg 1):$$

$$S_j^{(M)} = \sum_{k=-M}^M \left[ \frac{S_{j+k}^{(0)}}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{k^2}{2\sigma^2}\right) \right]. \quad (4)$$

Альтернативная запись выглядит следующим образом:

$$S^{(M)}(f) = S^{(0)}(f) * N(f, \sigma). \quad (5)$$

**Доказательство.** При увеличении размера временного окна  $T$  плотность спектральных линий возрастает, а стандартное отклонение – параметр функции Гаусса, по которой согласно лемме 1 (см. формулу (3)) осуществляется оценка весовых коэффициентов, уменьшается пропорционально размеру окна  $T$ . Соблюдая условие нормировки функции Гаусса, получаем искомое выражение (4).  $\blacklozenge$

**Лемма 3 (сглаживание спектра при помощи спектра и функции Гаусса).** Приближенная оценка результата сглаживания при помощи  $M$  последовательных итераций (1), примененных к логарифму энергетического спектра сигнала во временном окне  $T$ , может быть получена посредством преобразования Фурье произведения спектра этого сигнала  $K(\tau) = F^{-1}[S^{(0)}(f)]$  на функцию Гаусса с параметром  $\sigma^* = T\sqrt{\frac{3}{2M}}$  ( $M \gg 1$ ):

$$S^{(M)} = F \left[ K(\tau) \cdot N(\tau, \sigma^*) \right].$$

**Доказательство.** Действительно, так как выражение (5) представляет из себя свертку логарифма

энергетического спектра сигнала и функции Гаусса, то согласно известной формуле о преобразовании Фурье произведения двух функций ( $F[f \cdot g] = F[f] * F[g]$ ) имеем, что представленное выражение есть не что иное как преобразование Фурье от произведения обратного преобразования Фурье логарифма энергетического спектра (что есть кепстр) и обратного преобразования Фурье от функции Гаусса в частотной области с параметром  $\sigma = \frac{1}{T} \sqrt{\frac{2M}{3}}$  (что также является функцией Гаусса, но во временной области с параметром  $\sigma^* = T \sqrt{\frac{3}{2M}}$ ), см. пример на рис. 3, а. ♦

**Лемма 4 (выделение линейчатого спектра).** Приближенная оценка линейчатого спектра сигнала  $\hat{S}(f) = S^{(0)}(f) - S^{(M)}(f)$  (ранее эта разность была определена как псевдоспектр) может быть получена следующими способами:

– посредством вычисления свертки логарифма энергетического спектра сигнала с разностью дельта-функции  $\delta(f)$  и функции Гаусса:

$$\hat{S}(f) = S^{(0)}(f) * (\delta(f) - N(f, \sigma)),$$

где  $\delta(f) \approx N(f, \sigma_\delta)$ ,  $\sigma_\delta \ll \sigma$ , причем  $\sigma_\delta$  определяет точность линейчатого спектра, а  $\sigma$  определяет степень сглаженности огибающей спектра.

– посредством преобразования Фурье произведения кепстра исходного сигнала и разности константы и функции Гаусса:

$$\hat{S}(f) = F[K(\tau) \cdot (\Psi - N(\tau, \sigma^*))],$$

где кепстр  $K(\tau) = F^{-1}[S^{(0)}(f)]$ ,  $\Psi = F^{-1}[\delta(f)]$  ( $\delta(f) \approx N(f, \sigma^\delta)$ ).

**Доказательство.** Результат, сформулированный в лемме 4, является следствием леммы 2 и леммы 3, а также следствием аддитивности преобразования Фурье и формулы преобразования Фурье для дельта-функции:

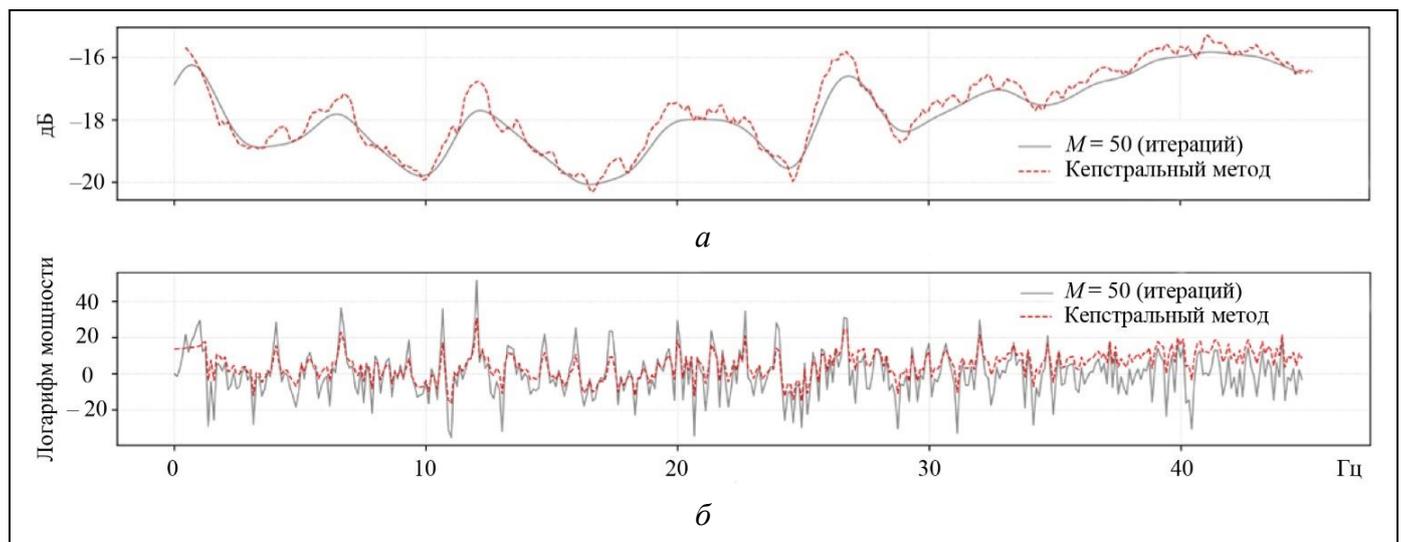
$$\begin{aligned} \hat{S}(f) &= S^{(0)}(f) - S^{(M)}(f) = \\ &= S^{(0)}(f) - S^{(0)}(f) * N(f, \sigma) = \\ &= S^{(0)}(f) * (\delta(f) - N(f, \sigma)). \end{aligned}$$

В свою очередь, применяя формулу для преобразования Фурье произведения двух функций, получаем:

$$\begin{aligned} \hat{S}(f) &= S^{(0)}(f) * (\delta(f) - N(f, \sigma)) = \\ &= F[F^{-1}[S^{(0)}(f)] \cdot F^{-1}[(\delta(f) - N(f, \sigma))]] = \\ &= F[K(\tau) \cdot (\Psi - N(\tau, \sigma^*))]. \end{aligned}$$

При реализации численного расчета в случае дискретного преобразования Фурье оценка дельта-функции может быть получена из функции Гаусса с малым параметром  $\sigma_\delta \ll \sigma$ , с соответствующим условием нормировки (сумма всех весов, полученных при помощи аппроксимации функцией Гаусса, должна быть равна единице), значение  $\Psi = F^{-1}[\delta(\tau)]$ , см. пример на рис. 3, б. ♦

Стоит напомнить, что при применении методов, относящихся к определению кепстров, учитываются функции, которые можно рассматривать как спектры логарифмических спектров. По существу, понятие кепстра было введено уже в 1963 г.



**Рис. 3:** а – оценка огибающей спектра (лемма 3), б – центрированный логарифмический спектр мощности (лемма 4). Оценки получены двумя методами: итеративное сглаживание спектра и вычитание огибающей (сплошные линии), оценка огибающей и оценка центрированного спектра посредством кепстрального метода (пунктирные линии)



Кепстр мощности определяют как «спектр мощности логарифмического спектра мощности» [12]. Кепстр мощности был предложен в качестве более эффективной альтернативы автокорреляционной функции при обнаружении эха в сигналах.

Поскольку соответствующая функция по определению отображала спектр спектра, автор работы [13] воспользовался терминологической аналогией и, согласно термину «спектр», придал этой функции название кепстр<sup>1</sup>.

Однако самая важная особенность кепстра заключается не в том, что он представляет спектр спектра, а в логарифмическом преобразовании исходного и подвергаемого дальнейшей обработке спектра. Отметим, что автокорреляционную функцию, определяемую на основе собственного спектра мощности путем обратного преобразования Фурье, также можно рассматривать как «спектр спектра». По существу, используемое в настоящее время определение кепстра определяет кепстр мощности как «обратное преобразование Фурье логарифмического спектра мощности». Различие между этим определением и определением автокорреляционной функции заключается лишь в логарифмическом преобразовании исходного спектра.

Применение кепстров мощности в области исследования вально-лопастного ряда основано на обеспечиваемой кепстрами возможности обнаружения периодичностей спектров, например, серий равномерно распределенных гармоник. С точки зрения применения в упомянутой области важное преимущество кепстров связано с их малой зависимостью от путей распространения исследуемых сигналов, в том числе путей от источников к точкам замера.

#### Вычитание тренда и сужение частотного диапазона

Далее в целях выделения линейчатого спектра, который содержит важную информацию о вально-лопастном ряде, предлагается вычитать из логарифма спектра мощности сигнала его огибающую. Тогда искомым центрированный спектральный ряд получается следующим образом:

$$\hat{S}_j = \hat{S}(f_j) = S^{(0)}(f_j) - S^{(M)}(f_j) = S_j^{(0)} - S_j^{(M)}.$$

Затем определяется интервал частот  $f_j \in [f_{\min}, f_{\max}]$ . Соответственно, для индекса  $j$  этих частот справедливо следующее:  $Tf_{\min} < j < Tf_{\max}$ .

#### Последовательные автокорреляции

Применение нескольких последовательных автокорреляций к спектру (точнее к центрированному логарифму спектральной мощности) – это метод, который здесь применяется для дальнейшего сглаживания, улучшения выделения закономерностей и для более точного извлечения полезной информации из спектра.

Каждое вычисление автокорреляции усредняет информацию, что помогает удалить шумовые компоненты и краткосрочные флуктуации. Выполнение нескольких последовательных автокорреляций усиливает этот эффект. Шумовые компоненты часто имеют короткий период или случайный характер, а автокорреляция помогает выделить регулярные, повторяющиеся элементы. Если спектр сигнала имеет сложную структуру с несколькими периодическими компонентами (в спектре присутствует несколько гармонических рядов), выполнение нескольких автокорреляций позволяет более точно выделить эти компоненты. С каждым циклом автокорреляции спектра выделяются более устойчивые гармонические ряды, а неустойчивые гармонические ряды и разного рода шумы сглаживаются, поэтому несколько последовательных автокорреляций позволяют выделить наиболее устойчивую компоненту шума гребного винта – ОВЛР.

При анализе вально-лопастного ряда несколько последовательных шагов автокорреляции логарифма спектра мощности позволяют лучше выделить низкочастотную составляющую (частоту вала) на фоне более высокочастотной составляющей (лопастной частоты). При этом нужно иметь в виду, что при применении автокорреляции к спектру низкие и высокие частоты как бы меняются местами: низкочастотное вращение вала проявляется частыми пиками, а лопастная частота – более редкими пиками, и после каждой следующей автокорреляции вальная частота проявляется все сильнее.

Повторная автокорреляция спектра вычисляется уже для сглаженного результата из первой автокорреляции спектра, что дает дополнительное сглаживание. Поскольку шумовые компоненты в первой автокорреляции ослабляются, повторное усреднение их во второй автокорреляции приводит к еще большему ослаблению как случайных

<sup>1</sup> Аналогичным образом возникли и термины «квифренция» (*quefreny*), «рагмоника» (*rahmonic*), «лифтр» (*lifter*), «гамнитуда» (*gamnitude*) и «сафе» (*saphe*), основанные на аналогии с английскими терминами для частоты (*frequency*), гармоники (*harmonic*), фильтра (*filter*), модуля (*magnitude*) и фазы (*phase*). Относительно часто используются и термины, относящиеся к лифтру (лифтрация, пролифтрованный и т. п.) и указывающие на процесс фильтрации в кепстральной области.

выбросов, так и тех компонент, которые не образуют гармонических рядов. При этом существует ограничение: большое количество автокорреляций в конце концов сгладит даже полезную информацию об устойчивых, регулярных закономерностях, которые имеют долгосрочную структуру, связанную с ОВЛР.

Определим автокорреляционную функцию центрированного логарифмического спектра мощности  $\hat{S}_j$  порядка  $p = 0$  следующим образом:

$$C^{(0)}(f_k) = C_k^{(0)} = \sum_{j=T_{\min}^-}^{T_{\max}^-} \hat{S}_j \hat{S}_{j+k}.$$

Далее, определим  $C_k^{(p)}$  как автокорреляционную функцию центрированного логарифмического спектра мощности  $\hat{S}_j$  порядка  $p$ :

$$C^{(p)}(f_k) = C_k^{(p)} = \sum_{j=T_{\min}^-}^{T_{\max}^-} C_j^{(p-1)} C_{j+k}^{(p-1)},$$

где  $p \in [1, P]$ ,  $P + 1$  – количество последовательных автокорреляций.

### Преобразование Гильберта

Современные методы теории аналитического сигнала [14] позволяют выделить (демодулировать) из колебательного процесса его мгновенную амплитуду (огibaющую), мгновенную фазу и мгновенную частоту. Для получения этих мгновенных функций необходимо с помощью интегрального преобразования Гильберта преобразовать исходный процесс  $x(t)$ , заданный на некотором интервале, в сопряженный процесс  $\hat{x}(t)$  [5]:

$$\hat{x}(t) = \mathcal{H}\{x(t)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau.$$

Аналитический сигнал можно записать как

$$x_a(t) = x(t) + i\hat{x}(t).$$

Легко показать, что функция  $\sin \omega_0 t$  является преобразованием Гильберта функции  $\cos \omega_0 t$ . Поэтому аналитический сигнал, соответствующий  $\cos \omega_0 t$ , имеет вид:

$$x_a(t) = \cos \omega_0 t + i \sin \omega_0 t = \exp(i\omega_0 t).$$

Аналитический сигнал общего вида удобно представлять в экспоненциальной форме как

$$x_a(t) = |x_a(t)| \exp[i\Phi(t)],$$

где

$$\begin{aligned} |x_a(t)| &= [x^2(t) + \hat{x}^2(t)]^{1/2}, \\ \Phi(t) &= \arctg[\hat{x}(t) / x(t)]. \end{aligned} \quad (6)$$

Теперь положим  $\Phi(t) = \omega_0 t + \varphi(t)$  и запишем:

$$x_a(t) = |x_a(t)| \exp[i\varphi(t)] \exp(i\omega_0 t) = \theta(t) \exp(i\omega_0 t).$$

Комплексная огibaющая  $\theta(t)$  получается удалением комплексного множителя, связанного с несущей, из аналитического сигнала:

$$\theta(t) = x_a(t) \exp(-i\omega_0 t) = |x_a(t)| \exp[i\varphi(t)].$$

Если  $\theta(t)$  – узкополосная относительно  $\omega_0 / 2\pi$  функция, то она будет обладать свойствами, которые интуитивно связываются с понятием огibaющей.

Физический смысл интегрального преобразования Гильберта для сигнала, представленного в частотной области, заключается в фазовом сдвиге всех спектральных составляющих исходного сигнала на  $\pi/2$ . Двойное преобразование Гильберта приводит к исходному процессу, но только с обратным знаком, т. е. осуществляет сдвиг исходного сигнала на  $\pi$ .

Применим преобразование Гильберта к  $C^{(p)}(f_k)$  для получения аналитической автокорреляции:

$$\tilde{C}^{(p)}(f_k) = C^{(p)}(f_k) + i\mathcal{H}\{C^{(p)}(f_k)\}.$$

Далее здесь кепстральная фаза определяется как аргумент аналитической автокорреляции:

$$\begin{aligned} \varphi_k &= \arg \tilde{C}^{(p)}(f_k) = \arg \left( C^{(p)}(f_k) + i\mathcal{H}\{C^{(p)}(f_k)\} \right), \\ \varphi_k &= \arctg \left( \frac{\mathcal{H}\{C^{(p)}(f_k)\}}{C^{(p)}(f_k)} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Остановимся на этом подробнее и сформулируем следующее

**Определение 2.** Будем называть кепстральной фазой значение, вычисляемое посредством выражения (7). ♦

Далее частоту, для которой вычисляется кепстральная фаза, будем обозначать  $f_H$ , подчеркивая тем самым, что она (сафе) вычисляется посредством преобразования Гильберта.

**Лемма 5 (основание гармонического ряда и преобразование Гильберта).** Пусть задан некоторый сигнал  $x(t)$  с непостоянной амплитудой и медленно меняющейся в течение всего периода наблюдения  $T$  частотой. Тогда средний период колебаний сигнала  $\bar{T}_0$  за время  $t$  может быть оценен посредством следующего выражения:

$$\bar{T}_0 = 2\pi t \left[ \arctg \left( \frac{\mathcal{H}\{x(t)\}}{x(t)} \right) \right]^{-1}, \quad 0 < t < T.$$



Доказательство носит технический характер и легко может быть получено из выражения (6).

Следствием этой леммы является следующий результат. Представим вместо сигнала  $x(t)$  (о котором идет речь в лемме 5) коррелограмму  $C^{(P)}$  логарифмического энергетического спектра сигнально-шумовой смеси, содержащей сигнал (гармонический ряд с основанием  $f_0$ ) и некоторый шум, причем отношение энергии сигнала (гармонического ряда) к энергии шума достаточно высокое. Тогда для оценки основания гармонического ряда справедливо следующее выражение:

$$f_0 = 2\pi f_H \left[ \arctg \left( \frac{\mathcal{H}\{C^{(P)}(f_H)\}}{C^{(P)}(f_H)} \right) \right]^{-1}, \quad (8)$$

где  $f_{\min} < f_H < f_{\max}$ .

Причем стоит отметить, что частоту  $f_H$  следует выбирать в зависимости от конкретной задачи и условий. Так, если требуется, чтобы метод работал в условиях сильного шума, то рекомендуется выбирать значение этой частоты в диапазоне  $0,1f_{\max} < f_H < 0,2f_{\max}$  (коррелограмма «ломается» на правом конце вследствие высокой шумовой компоненты). Если же требуется оценивать основание вально-лопастного ряда с высокой точностью в условиях слабой зашумленности, то следует выбирать  $f_H \approx f_{\max}$ . Нетрудно показать, что оценка ОВЛР посредством выражения (8) представляет усреднение частотных разностей пиков автокорреляции, а это, в свою очередь, определяет точность оценки  $T^{-1} \frac{f_0}{f_H}$ , что на практике составляет тысячные доли герца (например, когда размер временного окна  $T = 10$  с, основание вально-лопастного ряда  $f_0 \approx 1$  Гц, а диапазон поиска мод гармонического ряда ограничен частотой  $f_{\max} = 100$  Гц).

В целом отметим, что метод определения основания гармонического ряда посредством выражения (8) дает меньше ошибок с увеличением значения сигнал/шум (англ. *Signal-to-Noise Ratio*, SNR) и релевантные оценки можно получить только выше некоторого порогового значения  $\text{SNR} > \text{SNR}_0$ . Далее покажем, как дополнительно можно снизить этот порог.

На рис. 4 показан результат численного эксперимента (сплошная линия (без сглаживания):  $\Omega = (1 + \exp(-0,4364 \cdot \text{SNR} - 0,8545))^{-1}$ , пунктирная линия:  $\Omega = (1 + \exp(-0,4212 \cdot \text{SNR} - 2,3633))^{-1}$ ). Каждая точка получена по 500 кейсам. Каждый кейс был получен следующим образом: генерация временного ряда размера  $N = 4096$  посредством

суммирования сигнала (гармонического ряда) и белого шума; размер временного окна  $T = 1$  с; количество дискрет гармонического ряда  $d = 15$ ; энергии дискрет гармонического ряда равны друг другу; частотная разница между дискретами  $f_0 = 60$  Гц; отношение сигнал/шум в ходе эксперимента изменялось от  $-12$  дБ до  $7$  дБ.

Причем выяснилось, что предварительное сглаживание полученного сгенерированного псевдоспектра позволяет уменьшить пороговое значения отношения сигнал/шум с нуля до  $-5$  дБ. На рис. 4, а показано, что оптимум достигается посредством 40 итераций сглаживания псевдоспектра по трем точкам, что для этого эксперимента эквивалентно свертке псевдоспектра с функцией Гаусса ( $\sigma \approx 5$  Гц). На рис. 4, б представлен сравнительный анализ безошибочности оценок основания гармонического ряда при отсутствии сглаживания (нижняя кривая) и при сглаживании посредством 40 итераций (верхняя кривая). В реальных записях, как правило, псевдоспектр получается более или менее «размытым» и дополнительное сглаживание не всегда требуется.

На рис. 5 представлены гистограммы оценок основания гармонического ряда для различных отношений энергии SNR гармонического ряда и белого шума. Количество сгенерированных сигнально-шумовых смесей для построения каждой гистограммы равно одной тысяче. Частотная разница между гармониками равна 60 Гц. Предварительного сглаживания псевдоспектра не производилось.

На рис. 6 представлены гистограммы оценок основания гармонического ряда для уровня  $\text{SNR} = -3$  дБ. Количество сгенерированных сигнально-шумовых смесей для построения каждой гистограммы равно 5000. Частотная разница между гармониками равна 60 Гц. На рис. 6, а рассмотрен вариант без сглаживания, на рис. 6, б рассмотрен вариант с предварительным сглаживанием (100 итераций по трем точкам) псевдоспектра сигнально-шумовой смеси.

## 2. КРАТКАЯ ЗАПИСЬ АЛГОРИТМА ОЦЕНКИ ОВЛР

В результате проверки алгоритма оценки ОВЛР на реальных звукозаписях шумов морских судов была подтверждена эффективность итерационного метода сглаживания по трем точкам при построении огибающей спектра. Также была подтверждена эффективность метода оценки ОВЛР на основе свертки логарифма энергетического спектра сигнала с разностью двух гауссовских функций.

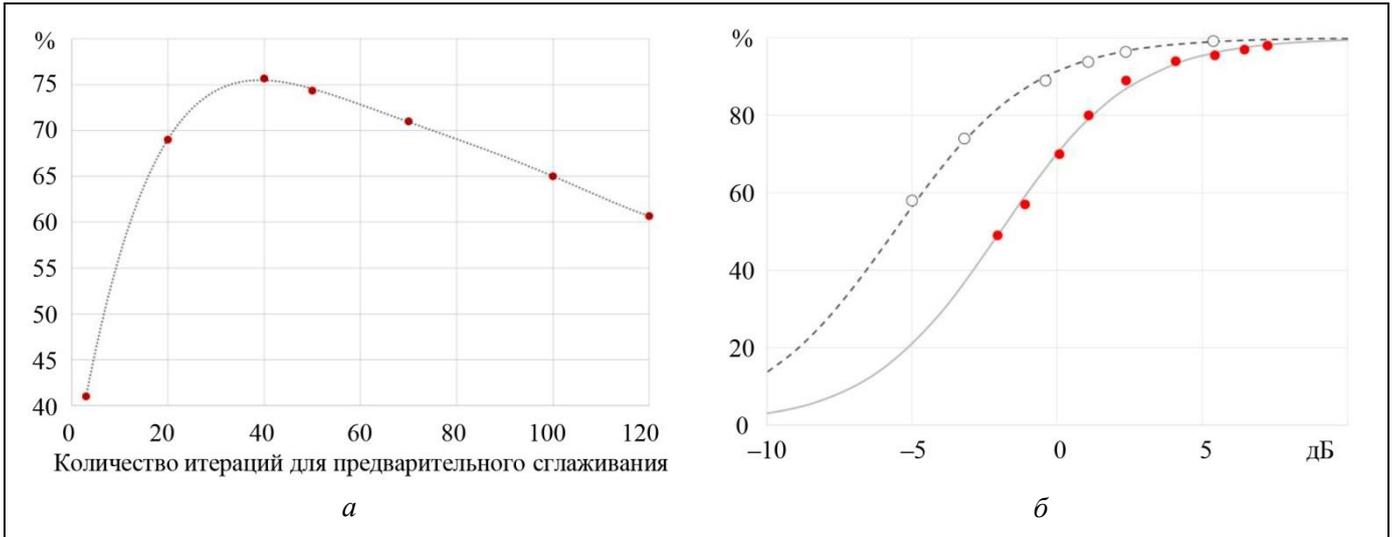


Рис. 4: *a* – зависимость доли безошибочных оценок ОВЛР  $\Omega$  (SNR = -3 дБ) от предварительного сглаживания псевдоспектра гармоник; *б* – сравнение зависимостей безошибочности оценок ОВЛР при отсутствии сглаживания спектра и при сглаживании по 40 итерациям

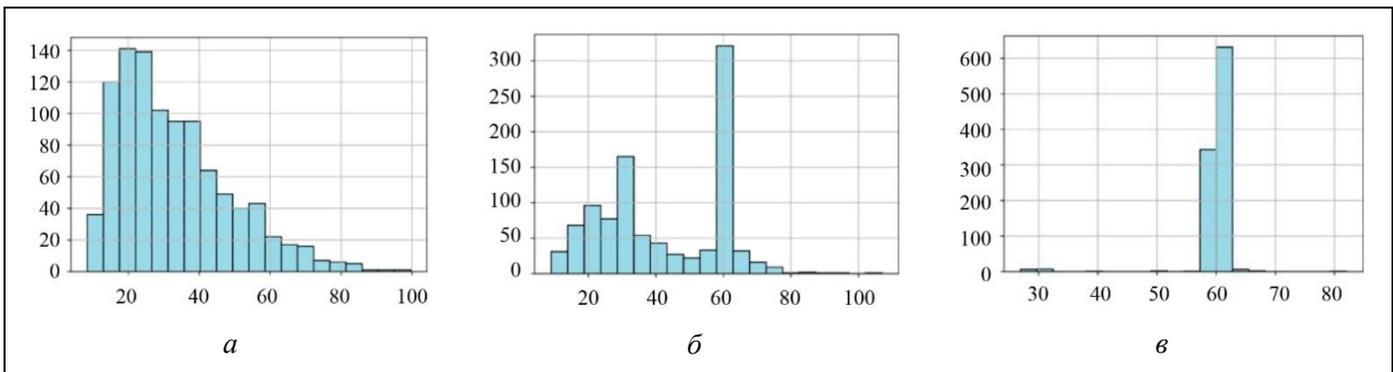


Рис. 5. Гистограммы ОВЛР для различных SNR (без сглаживания): *a* – SNR = -12 дБ,  $\Omega = 1\%$ ; *б* – SNR = -3 дБ,  $\Omega = 40\%$ ; *в* – SNR = +7 дБ,  $\Omega = 98\%$

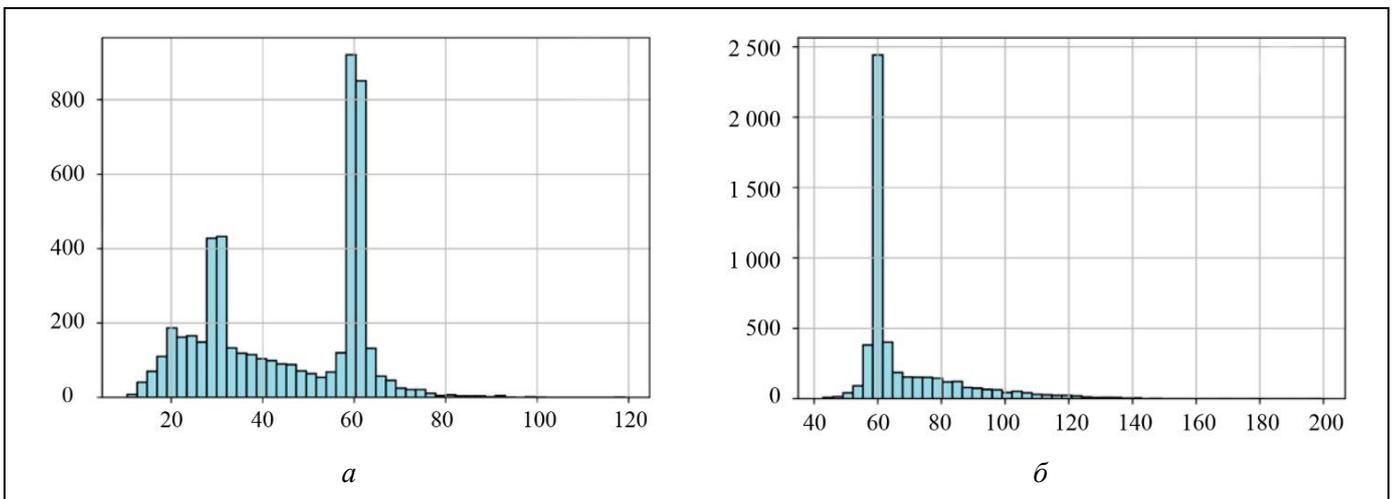


Рис. 6. Гистограммы ОВЛР для различных сглаживаний, SNR = -3 дБ: *a* – без сглаживания,  $\Omega = 40\%$ ; *б* – со сглаживанием (100 итераций),  $\Omega = 65\%$



Подведем итог и выпишем далее основные этапы алгоритма оценки основания гармонического ряда с помощью свертки:

1. Оценка периодограммы сигнала  $x_k$  длины  $N$ , размер временного окна  $T$ :

$$X_j = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-i \frac{2\pi}{N} jk}.$$

2. Логарифмирование энергетического спектра сигнала:

$$S_j^{(0)} = \ln |X_j|^2.$$

3. Выделение линейчатого (центрированного) спектра сигнала посредством свертки ( $M_0$  – итерации размывания центрированного спектра,  $M$  – итерации сглаживания спектра для оценки огибающей,  $M_0 \ll M$ ,  $Tf_{\min} < j < Tf_{\max}$ ):

$$\hat{S}_k = S_j^{(0)} * \left[ \frac{1}{\sqrt{M_0}} \exp\left(-\frac{3f_j^2 T^2}{4M_0}\right) - \frac{1}{\sqrt{M}} \exp\left(-\frac{3f_j^2 T^2}{4M}\right) \right],$$

из-за краевых эффектов среднее значение полученного ряда  $\hat{S}_k$  немного отличается от нуля, и до построения автокорреляционной функции требуется из полученного ряда вычитать его среднее значение.

4. Оценка автокорреляционной функции центрированного спектра:

$$C_k^{(0)} = \sum_{j=Tf_{\min}}^{Tf_{\max}-k} \hat{S}_j \hat{S}_{j+k},$$

$$C_k^{(p)} = \sum_{j=Tf_{\min}}^{Tf_{\max}-k} C_j^{(p-1)} C_{j+k}^{(p-1)},$$

где  $p \in [1, P]$ ,  $P+1$  – количество последовательных автокорреляций.

5. Оценка ОВЛР:

$$f_0 = 2\pi f_H \left[ \arctg \left( \frac{\mathcal{H}\{C^{(P)}(f_H)\}}{C^{(P)}(f_H)} \right) \right]^{-1},$$

где  $f_{\min} < f_H < f_{\max}$ .

### 3. ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ АЛГОРИТМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОВЛР

Пусть имеется некоторый набор значений ОВЛР, полученных в результате обработки данных звукозаписей шумов морских судов посредством вышеописанного алгоритма:

$$F_0^{(r)} = \{f_0^{(r)}\}_{i=1}^{Z_r},$$

где  $r$  – номер wav-файла;  $F_0^{(r)}$  – набор значений оценок ОВЛР в каждом временном окне для wav-файла с номером  $r$ ;  $Z_r$  – количество временных окон в звуковом файле с номером  $r$ ;  $Z_r T$  – размер звуковой записи морского судна.

Среди всех звуковых файлов отбираются только те, для которых справедливо неравенство  $\sigma^{(r)} < \alpha T^{-1}$  ( $\alpha \approx 10$ ), где  $\sigma^{(r)}$  – стандартное отклонение оценок ОВЛР для записи  $r$ , т.е. в которых изменение ОВЛР за время наблюдения незначительно. Ошибочными считаются такие оценки ОВЛР, когда выполняется следующее условие:

$$|f_0^{(r)} - \mu^{(r)}| > \alpha T^{-1},$$

где  $\mu^{(r)}$  – среднее значение оснований вально-лопастного ряда для записи  $r$ .

Критерий для поиска оптимального кортежа параметров  $(T, M, f_{\min}, f_{\max}, P, f_H)$  алгоритма оценки основания вально-лопастного ряда определяется следующим образом:

$$\sum_r \omega^{(r)} \xrightarrow{T, M, f_{\min}, f_{\max}, P, f_H} \min,$$

где  $\omega^{(r)}$  – количество ошибок для звукового wav-файла  $r$ .

Согласно этому критерию на реальных данных по грузовым и пассажирским морским судам были получены следующие оптимальные параметры алгоритма:

- $T = 10$  с – размер временного окна;
- количество итераций сглаживания  $M = 100$  (предварительное сглаживание для размывания псевдоспектра  $M_0 = 10$ );
- ( $f_{\min} = 2$  Гц;  $f_{\max} = 200$  Гц) – интервал автокорреляции;
- $P = 2$  (количество последовательных автокорреляций  $P+1 = 3$ );
- частота для оценки «кепстральной фазы»  $f_H = 25$  Гц.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе представлены новые подходы к оценке фундаментальной частоты ряда гармоник по одному временному окну в условиях сильного шума. Алгоритм определения основания вально-лопастного ряда показал устойчивую работу в условиях, когда отношение сигнал/шум превышает  $-5$  дБ. В дальнейших работах планируется усовершенствование метода для получения

уточненной оценки при непрерывной обработке сигнала по нескольким временным окнам, а также с использованием информационных характеристик [15]. В статье было показано, что эффективный результат может быть получен с помощью комплекса мер и верно подобранных значений параметров алгоритма.

В процессе исследования были проведены численные эксперименты на некотором количестве записей шумов морских судов (всего было использовано более 400 звукозаписей судов разного типа: пассажирские, контейнеровозы, танкеры, тягачи). Результаты численных экспериментов подтвердили эффективность представленных методов.

В ряде случаев было замечено, что когда источником шума морского судна являются несколько винтов, то наблюдаются биения. Вследствие чего по отдельным временным окнам сложно определить частоту оборотов вала (в этих окнах сигналы на вальных частотах приходили в противофазе). Здесь, в частности, приходится сталкиваться с проблемой определения достоверности оценки основания вально-лопастного ряда, что также является целью последующих исследований.

Кроме того, стоит сказать, что настоящая работа является также составной частью группы подходов по исследованию спектров шумов морских судов. Отметим, что выявление и использование дополнительных информационных критериев в других диапазонах спектра шума морского судна также значительно повышает качество оценки ОВЛР.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Урик Р.Дж. Основы гидроакустики. – Л.: Судостроение, 1978. [Urik, R.Dzh. Osnovy gidroakustiki. – Leningrad: Sudostroenie, 1978. (In Russian)]
2. Евтютов А.П., Митько В.Б. Примеры инженерных расчетов в гидроакустике. – Л.: Судостроение, 1981. [Evyutov, A.P., Mit'ko, V.B. Primery inzhenernyh raschetov v gidroakustike. – Leningrad: Sudostroenie, 1981. (In Russian)]
3. Кудрявцев А.А., Лугинец К.П., Машошин А.И. Об амплитудной модуляции подводного шумоизлучения гражданских судов // Акустический журнал. – 2003. – № 49(2). – С. 224–228. [Kudryavcev, A.A., Lugines, K.P., Mashoshin, A.I. Ob amplitudnoj modulyacii podvodnogo shumoizlucheniya grazhdanskikh sudov // Akusticheskij zhurnal. – 2003. – No. 49 (2). – P. 224–228. (In Russian)]
4. Патент RU 2464588 С1. Устройство обнаружения шумовых гидроакустических сигналов в виде звукограда на основе вычисления интегрального вейвлет-спектра : 2011126056/28 : заявл. 15.06.2011 : опубл. 20.10.2012, бюл. № 29 // Малый В.В., Сапрыкин В.А., Рохманийко А.Ю. и др. [Patent RU 2464588 C1. Ustrojstvo obnaruzheniya shumovyh gidroakusticheskikh signalov v vide zvukoryada na osnove vychisleniya integral'nogo vejvlet-spektra : 2011126056/28 : appl. 15.06.2011 : publ. 20.10.2012, byul. no. 29 / Malyj, V.V., Saprykin, V.A., Rohmanijko, A.Yu., et al. (In Russian)]
5. Бурдик В.С. Анализ гидроакустических систем. – Л.: Судостроение, 1988. – 364 с. [Burdik, V.S. Analiz gidroakusticheskikh sistem. – Leningrad: Sudostroenie, 1988. – 364 s. (In Russian)]
6. Евтютов А.П., Колесников А.Е., Корепин Е.А. и др. Справочник по гидроакустике. – Л.: Судостроение, 1988. [Evyutov, A.P., Kolesnikov, A.E., Korepin, E.A. et al. Spravochnik po gidroakustike. – Leningrad: Sudostroenie, 1988. (In Russian)]
7. Astfalck, L.C., Sykulski, A.M., and Cripps, E.J. Debiasing Welch's Method for Spectral Density Estimation. – arXiv:2312.13643, 2023. – P. 1–17. – DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2312.13643>
8. Книхута Е.В., Пахотин В.А., Будник С.С., Ржанов А.А. Решение задачи оценки параметров сигнала в частотном пространстве // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2005. – № 2. – С. 19–29. [Knihuta, E.V., Pahotin, V.A., Budnik, S.S., Rzhanov, A.A. Reshenie zadachi ocenki parametrov signala v chastotnom prostranstve // Izvestiya vuzov. Radioelektronika. – 2005. – No. 2. – P. 19–29. (In Russian)]
9. Маранулец Ю.В. Адаптивный спектральный анализ амплитудной огибающей шумов морских судов // Вестник Камчатского государственного технического университета. – 2003. – № 2. – С. 52–60. [Maranulec, Yu.V. Adaptivnyj Spektral'nyj analiz amplitudnoj ogibayushchej шумov morskikh sudov // Vestnik Kamchatskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. – 2003. – No. 2. – P. 52–60. (In Russian)]
10. Liu, D., Yang, H., Hou, W., and Wang, B. A Novel Underwater Acoustic Target Recognition Method Based on MFCC and RACNN // Sensors. – 2024. – Vol. 24, no. 1. – Art. no. 273.
11. Doan, V.-S., Huynh-The, T., and Kim, D.-S. Underwater Acoustic Target Classification Based on Dense Convolutional Neural Network // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. – 2022. – Vol. 19. – Art. no. 15009052020. – P. 1–5. – DOI: 10.1109/LGRS.2020.3029584
12. Randall, R.B. Frequency Analysis. – Naerum: Brüel & Kjaer, 1987. (In Russian)
13. Гольдин А.С. Вибрация роторных машин. – М.: Машиностроение, 2000. [Gol'din, A.S. Vibraciya rotornyh mashin. – M.: Mashinostroenie, 2000. (In Russian)]
14. Генкин М.Д., Соколова А.Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. – М.: Машиностроение, 1987. [Genkin, M.D., Sokolova, A.G. Vibroakusticheskaya diagnostika mashin i mekhanizmov. – M.: Mashinostroenie, 1987. (In Russian)]
15. Галыев А.А., Бабиков В.Г., Лысенко П.В., Берлин Л.М. Новая спектральная мера сложности и ее возможности по обнаружению сигналов в шум // Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления. – 2024. – Т. 518. – С. 80–88. [Galyaev, A.A., Babikov, V.G., Lysenko, P.V., Berlin, L.M. A New Spectral Measure of Complexity and Its Capabilities for Detecting Signals in Noise // Doklady Mathematics. – 2024. – Vol. 110. – P. 361–368.]

Статья представлена к публикации членом редколлегии  
Б. В. Павловым.

Поступила в редакцию 15.04.2025,  
после доработки 05.06.2025.  
Принята к публикации 25.06.2025.



Баби́ков Олег Владимирович – математик,  
✉ babikov.ov@phystech.edu

© 2025 г. Баби́ков О. В., Баби́ков В. Г.

Баби́ков Влади́мир Гео́ргиевич – канд. физ.-мат. наук,  
✉ babikov@ipu.ru



Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН,  
г. Москва

Эта статья доступна по лицензии [Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

## ESTIMATING THE FUNDAMENTAL FREQUENCY OF A PROPELLER SHAFT-BLADE HARMONIC SERIES USING THE HILBERT TRANSFORM AND AUTOCORRELATION

O. V. Babikov\* and V. G. Babikov\*\*

\*\*\*Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

\*✉ babikov.ov@phystech.edu, \*\*✉ babikov@ipu.ru

**Abstract.** The problem of estimating the fundamental frequency of a harmonic series arises in many areas of science and technology. For example, in vibration diagnosis, it is required to estimate the wear of bearings by the shift of the base of a harmonic series. In audio signal processing, this problem is associated with automatic instrument tuning. In speech synthesis, the fundamental frequency determines the pitch. In speech recognition, the frequency of the fundamental tone is an important information feature. In radio engineering, this problem is solved for the purpose of signal restoration, filtering, and decoding. In biomedical engineering, when analyzing a patient's ECG, EEG, voice, or breathing, pathologies such as arrhythmia are diagnosed by the fundamental frequency. In the detection and classification of sea vessels, the most significant information criterion is the base of a propeller shaft-blade harmonic series. This paper proposes new approaches to estimating the fundamental frequency in high noise conditions. To reduce errors, the idea is to use the method of periodograms, filtering, autocorrelation, and the Hilbert transform. Note that in high noise conditions, the estimate of the fundamental frequency of a harmonic series is significantly improved by selecting optimal parameters: the size of the time window, filtering parameters, the spectrum interval for autocorrelation, and the number of autocorrelations.

**Keywords:** fast Fourier transform, discrete Fourier transform, autocorrelation, Hilbert transform, fundamental frequency.

**Acknowledgments.** This work was supported in part by the Russian Science Foundation, project no. 23-19-00134.