

МЕТОД ОПТИМАЛЬНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА В УСЛОВИЯХ ВОЗМУЩЕНИЯ¹

С.В. Арановский, В.М. Бардов

Рассмотрена задача идентификации параметров линейного динамического объекта, когда измерению доступен только выходной сигнал и отсутствует априорная информация о действующих возмущениях или помехах. Предложена модификация известного метода идентификации с использованием фильтра состояний, позволяющая оптимально выбрать параметры фильтра, исходя из данных эксперимента. Дано сравнение предложенного метода с методом инструментальной переменной. Приведены результаты как численного моделирования объекта с известными истинными значениями параметров, так и результаты идентификации электропривода с многомассовой нагрузкой.

Ключевые слова: идентификация, оптимизация, метод фильтра состояний, электропривод с многомассовой нагрузкой.

ВВЕДЕНИЕ

Задача идентификации часто возникает в инженерной практике. Иногда идентифицируемая система достаточно сложна и некоторые ее параметры не рассчитываются при проектировке (вязкое трение, момент инерции и упругие свойства сложной многосоставной механической нагрузки). Возможно, что параметры готового изделия не совпадают с расчетными и требуется оперативно определить их значения и перенастроить систему. Или стоит задача настройки системы, которая была создана другим коллективом разработчиков, контакт с которыми утерян вместе с документацией на систему. Во всех этих случаях требуется по результатам эксперимента максимально точно определить значения коэффициентов системы, провести их идентификацию. Методы идентификации [1, 2] можно разделить на две большие группы — методы, функционирующие в реальном времени, и методы постобработки измерений. Первые из них широко применяются в задачах компенсации возмущений, в адаптивных системах [3—5]. Вторые предназна-

чены для оценки параметров системы на основе набора экспериментальных данных. Методы второй группы допускают большую вычислительную сложность алгоритмов, чем методы первой группы.

Особый интерес представляют методы, рассчитанные на применение в условиях помех и возмущений. Почти всегда в системе присутствуют шумы измерений, а сами объекты подвержены внешним возмущениям. Существует несколько подходов к решению задачи идентификации в условиях помех и возмущений: введение фильтров, включение возмущения в модель системы и идентификация расширенной модели или использование характеристик системы, инвариантных к конкретному виду возмущения [6]. Однако не всегда удается найти инвариантную к возмущению характеристику системы, не каждое возмущение можно описать конечномерной моделью и включить в описание объекта, а для наилучшего выбора параметров фильтра требуется априорная информация о характере помех и возмущений, которой почти никогда у разработчика нет.

В настоящей работе рассматривается подход, основанный на фильтрации измеряемых сигналов. Предложенный метод представляет собой модификацию метода фильтра состояний (State-Variable Filter, SVF-метод), ранее примененного авторами

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России», контракт 16.740.11.0666.

для идентификации электропривода [7]. Основным результатом заключается в разработке критерия качества идентификации и выборе настраиваемых параметров алгоритма, исходя из оптимизации этого критерия при отсутствии априорной информации о помехах и возмущении.

1. SVF-МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ

Одним из широко распространенных методов идентификации параметров объектов является метод, получивший в западной литературе название State-Variable Filter (SVF) [1, 8]. Как уже отмечалось, предлагаемый в работе подход представляет собой развитие указанного метода, поэтому изложим вкратце его содержание.

Рассматривается объект, описываемый выражением

$$y(t) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} g(t) + v(t) = \frac{b(p)}{a(p)} g(t) + v(t), \quad (1)$$

где p — оператор дифференцирования, $y(t)$ и $g(t)$ — известные выходной и входной сигналы, $v(t)$ — помеха измерений или результат действия на объект возмущений, b_i и a_j — неизвестные параметры объекта, $i = 0, 1, \dots, m$; $j = 0, 1, \dots, n-1$, m и n полагаются известными, $m \leq n$. Ставится задача идентификации неизвестных параметров на основе измерений $y(t)$ и $g(t)$.

Введем в рассмотрение полиномы $f(p) = (p + \lambda)^n$ и $c(p) = f(p) - a(p) = c_{n-1} p^{n-1} + \dots + c_1 p + c_0$, где $\lambda > 0$ — настраиваемый параметр. Также введем в рассмотрение фильтр

$$W_f(p) = \frac{\lambda^n}{(p + \lambda)^n} = \frac{\lambda^n}{f(p)} \quad (2)$$

и дополнительные переменные $y_f(t) = W_f(p)y(t)$ и $g_f(t) = W_f(p)g(t)$; а так же обозначим $v_f(t) = a(p)W_f(p)v(t)$.

Тогда выражение (1) можно переписать:

$$\begin{aligned} f(p)y(t) &= c(p)y(t) + b(p)g(t) + a(p)v(t), \\ y(t) &= \frac{c(p)}{f(p)} y(t) + \frac{b(p)}{f(p)} g(t) + \frac{a(p)}{f(p)} v(t), \\ \lambda^n y(t) &= c(p)y_f(t) + b(p)g_f(t) + v_f(t). \end{aligned} \quad (3)$$

В силу выбранной структуры фильтра (2) производные сигналов $y_f(t)$ и $g_f(t)$ доступны измере-

нию вплоть до n -й. Тогда можно переписать выражение (3) в виде

$$\begin{aligned} \lambda^n y(t) &= c_{n-1} y_f^{(n-1)}(t) + c_{n-2} y_f^{(n-2)}(t) + \dots + c_1 \dot{y}_f(t) + \\ &+ c_0 y_f(t) + b_m g_f^{(m)}(t) + b_{m-1} g_f^{(m-1)}(t) + \dots + b_1 \dot{g}_f(t) + \\ &+ b_0 g_f(t) + v_f(t) \end{aligned}$$

и получить линейную регрессионную модель

$$\lambda^n y(t) = X^T(t)\theta + v_f(t), \quad (4)$$

где $X(t) = [y_f^{(n-1)}(t) \dots \dot{y}_f(t) y_f(t) g_f^{(m)}(t) \dots \dot{g}_f(t) g_f(t)]^T$ — вектор измеряемых величин, $\theta = [c_{n-1} \dots c_1 c_0 b_m \dots b_1 b_0]^T$ — вектор неизвестных параметров. Очевидно, что при известном полиноме $f(p)$ вектор неизвестных параметров θ полностью описывает исходный объект (1). Модель (4) хорошо известна в теории идентификации [1] и для нее разработано большое число методов, как действующих в реальном времени [9], так и предназначенных для постобработки данных экспериментов [1, 2]. Например, для обработки данных эксперимента, содержащего N отсчетов, можно сформировать вектор измерений $Y = [\lambda^n y_1(t) \lambda^n y_2(t) \dots \lambda^n y_N(t)]^T$ размерности N , матрицу известных сигналов X размерности $N \times (m + n - 1)$, i -я строка которой содержит измеряемые величины, соответствующие i -му отсчету, и получить оценку неизвестных параметров в соответствии с методом наименьших квадратов:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} ((Y - X\theta)^T(Y - X\theta)), \quad (5)$$

$$\hat{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T Y. \quad (6)$$

2. ПОИСК ОПТИМАЛЬНОГО ПАРАМЕТРА

Роль входящего в SVF-метод фильтра (2) не исчерпывается только получением измеряемых производных сигналов $y_f(t)$ и $g_f(t)$. В зависимости от выбора настраиваемого параметра λ , он может использоваться для фильтрации действующих на объект возмущений или помех, присутствующих в измеряемых сигналах, однако выбор подходящего значения параметра λ требует наличия априорной информации о характере возмущения. К сожалению, в инженерной практике подобная информация доступна разработчику крайне редко. Возникает задача провести наилучшую в некотором смысле идентификацию объекта, основываясь только на данных экспериментов и не обладая априорной информацией о свойствах возмущения или помехи. Для решения этой задачи предлагается ввести некоторый критерий качества идентификации и



найти такой параметр λ , который обеспечивает этому критерию наилучшее значение.

Предположим, что нам доступны результаты эксперимента — значения сигналов $y(t)$ и $g(t)$ (естественно, что реальные данные эксперимента — это дискретные отсчеты, однако для простоты изложения будем оперировать непрерывными сигналами). Задавшись некоторым значением λ^* и соответствующим фильтром $W_f^*(p)$, мы можем сформировать $y_f^*(p) = y_f(t, \lambda^*)$ и $g_f^*(t) = g_f(t, \lambda^*)$. Составив модель (4), мы можем найти оценку вектора неизвестных параметров, например, в соответствии с выражением (6):

$$\hat{\theta}^* = \hat{\theta}(\lambda^*). \quad (7)$$

Как было сказано ранее, вектор параметров (7) является оценкой параметров объекта (1). Зная вектор (7) и входной сигнал $g(t)$, можно вычислить выходной сигнал полученной модели $y_m^*(t) = y_m(t, \lambda^*)$ — реакцию объекта (1) с параметрами (7) на входной сигнал $g(t)$. Тогда невязка выхода модели и реально измеренного

$$e_m^*(t) = y(t) - y_m^*(t). \quad (8)$$

Замечание. Отметим, что невязка (8) не совпадает с невязкой $Y - X\theta$, входящей в выражение (5). Матрица X включает в себя сигнал $y_f^*(t)$, т. е. содержит информацию о действовавших на объект помехах и возмущениях. А сигнал $y_m^*(t)$ показывает, как объект с полученными при идентификации (7) параметрами будет реагировать на задающие воздействие $g(t)$ в отсутствие помех и возмущений.

Теперь можно сформировать критерий качества идентификации

$$J(\lambda^*, y(t), g(t)) = \|e_m^*(t)\|, \quad (9)$$

который показывает, насколько выход полученной при идентификации модели объекта будет совпадать с измеренным выходом реального объекта. Тогда задача идентификации может быть сформулирована как задача оптимизации

$$\lambda_{opt} = \operatorname{argmin}_{\lambda^*} J(\theta^*(\lambda^*), y(t), g(t)). \quad (10)$$

Традиционно при формировании задач оптимизации принято пользоваться квадратичной нормой. Однако, так как ввиду отсутствия информации о действующих помехах и возмущениях строгая аналитическая оптимизация критерия (9) невозможна, то нет необходимости в квадратичной норме [10]. Например, как показано в работе [11], в

ряде случаев первая норма в задачах оптимизации может давать лучшие результаты.

Как показала практика применения предлагаемого алгоритма, зависимость критерия (9) от параметра λ может принимать и достаточно сложный вид, иметь несколько локальных экстремумов, среди которых требуется определить глобальный. Тогда для решения задачи оптимизации (10) могут применяться численные методы теории оптимизации, поисковые методы (генетические алгоритмы, имитация отжига и др. [12, 13]). Хорошо зарекомендовал себя следующий подход. В заведомо широком диапазоне осуществляется перебор значений λ с некоторым шагом, для каждого из них вычисляется критерий (9), строится зависимость $J(\lambda)$. Затем значение λ , при котором достигается минимальное значение критерия, используется как начальное условие для алгоритмов оптимизации, например, метода внутренней точки.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ

Рассмотрим объект, описываемый выражением

$$y(t) = \frac{K}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} g(t) + K_v v(t),$$

где $K = 34$, $T_1 = 1/48$, $T_2 = 1/230$, $K_v = 5$. Такая модель объекта широко распространена в инженерной практике. Например, ею может быть описан электропривод с одномассовой нагрузкой. Присутствующая в системе помеха измерений $v(t)$ получена пропусканием гауссовского случайного сигнала с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией через формирующий фильтр с амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ), представленной на рис. 1. Сигнал $v(t)$ содержит в себе как частоту 30 Гц, лежащую между двумя со-

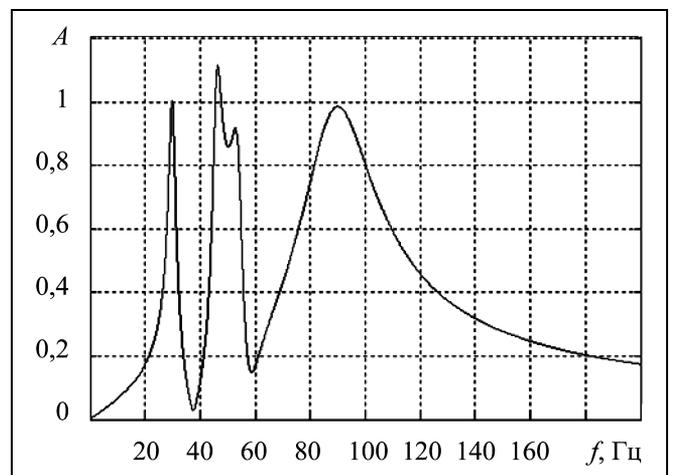


Рис. 1. АЧХ формирующего фильтра

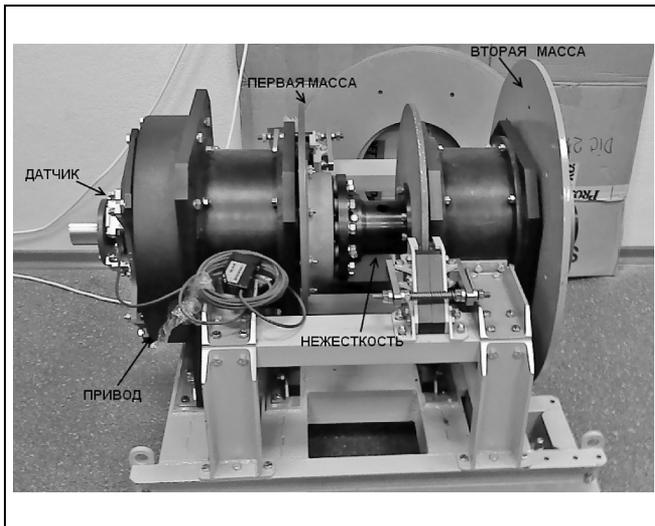


Рис. 2. Стенд с двухмассовой нагрузкой

прягающими частотами объекта, так и высокие относительно объекта частоты — 50 и 90 Гц. Отметим, что при идентификации параметров системы, априорные знания о характеристиках формирующего фильтра не используются.

В качестве задающего сигнала $g(t)$ используется сигнал прямоугольной формы с амплитудой 1 и периодом 0,1 с. Для идентификации параметров объекта будем пользоваться двумя методами идентификации — предложенным в этой работе и реализованным в MATLAB Identification toolbox методом инструментальной переменной, iv4. Этот метод в настоящее время наиболее распространенный, и может рассматриваться как некоторый стандарт или эталон. Изложение содержания данного метода и его реализации в среде MATLAB выходят за рамки настоящей работы, однако могут быть легко найдены в соответствующей литературе [1] или в справочной системе среды MATLAB. В таблице представлены результаты идентификации параметров объекта. При использовании функции iv4 параметр «focus» был установлен в значении «simulation».

Из таблицы видно, что оценка коэффициента передачи K и постоянной времени T_1 , полученная

Результаты идентификации

Параметр	Истинное значение	Идентификация	
		Предложенный метод при $\lambda^* = 5,722$	iv4
K	34	33,99	34,25
T_1	1/48	1/48,03	1/50,69
T_2	1/230	1/229,2	1/155,6

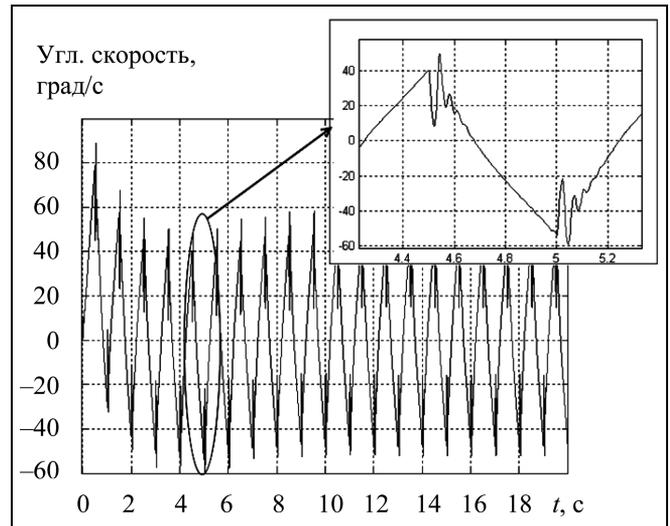


Рис. 3. Реакция объекта на входное воздействие

с помощью предложенного метода, незначительно лучше, чем с помощью функции iv4. Однако существенно выше точность определения постоянной времени T_2 . Такая точность идентификации особенно важна при построении прецизионных систем управления, когда для обеспечения жестких требований к динамической точности слежения становится недопустимым пренебрежение даже малыми постоянными времени.

4. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОПРИВОДА С ДВУХМАССОВОЙ НАГРУЗКОЙ

Рассмотрим идентификацию параметров математической модели электропривода с двухмассовой нагрузкой. В качестве объекта идентификации выступает стенд, расположенный в лаборатории кафедры электротехники и прецизионных электромеханических систем, СПбГУ ИТМО. Стенд (рис. 2) включает в себя датчик угла и электропривод, аналогичные используемым в опорно-поворотных устройствах прецизионных оптических телескопов [14]. В качестве механической нагрузки используется специально разработанный механизм с двумя переменными массами и переменным коэффициентом жесткости.

Передаточная функция такой системы описывается выражением

$$\frac{b_2 p^2 + b_1 p + b_0}{p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0},$$

ее параметры зависят от моментов инерции первой и второй массы, коэффициента жесткости, коэффициента демпфирования и др. [15].



В качестве задающего сигнала, как и в примере § 3, используется сигнал прямоугольной формы. На рис. 3 представлен график реакции системы на входное воздействие. На увеличенном участке хорошо видны возникающие на фронте задающего воздействия колебания, обусловленные жесткой связью между первой и второй массами.

Как и раньше, для идентификации будем пользоваться предложенным методом и методом инструментальной переменной. Однако для реального объекта неизвестны истинные значения параметров и нет возможности сравнить их с результатами идентификации. Вместо этого будем использовать реакцию полученных при идентификации моделей и сравнивать ее с реакцией реального объекта. На рис. 4 приведены результаты иденти-

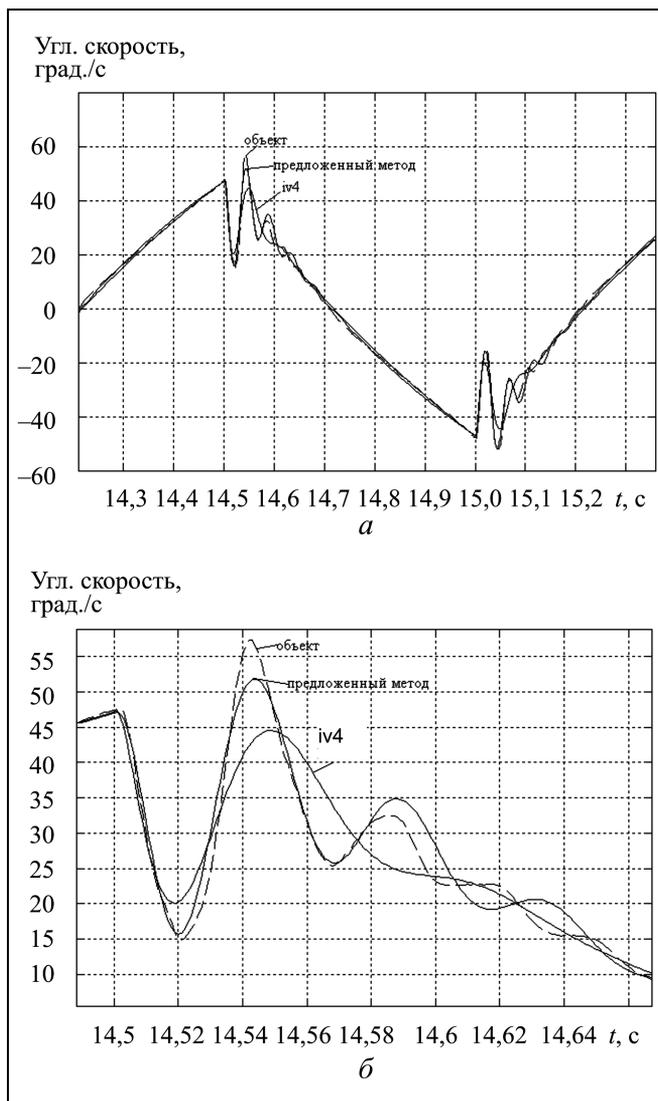


Рис. 4. Сравнение реакций полученных при идентификации моделей и реального объекта: а — реакция на один период задающего сигнала; б — реакция на фронт задающего сигнала

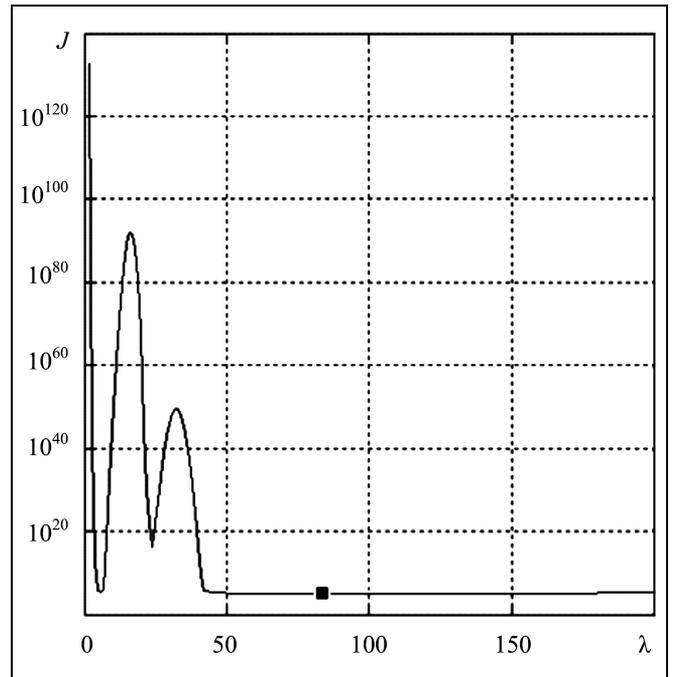


Рис. 5. Зависимость критерия J от параметра λ (квадратик отмечен глобальный минимум)

фикации в сравнении с реакцией объекта при значении $\lambda^* = 84,75$. Видно, что при общей близости полученных результатов, модель, полученная предложенным в работе методом, гораздо точнее описывает возникающие в системе упругие колебания.

На рис. 5 в логарифмическом масштабе представлена зависимость критерия J от параметра λ . Можно выделить несколько локальных экстремумов, в том числе близких по значению к глобальному, что существенно затрудняет решение задачи оптимизации. Так, методы, представленные в Matlab Optimization toolbox, смогли определить глобальный минимум, только если начальное значение было задано рядом с ним, в противном случае поиск завершался в одном из локальных экстремумов, что не давало требуемого качества идентификации.

Для иллюстрации важности процесса оптимизации величины λ приведем результаты идентификации при значениях, отличающихся от оптимального $\lambda^* = 84,75$ и соответствующего ему значения $J^* = 6,6 \cdot 10^4$. Из рис. 5 видно, что уменьшение параметра λ относительно оптимального приводит к существенному росту критерия J . Действительно, при $\lambda = 40$ значение критерия составляет $J = 4,5 \cdot 10^{16}$, а полученная при идентификации модель неустойчива. С другой стороны, рис. 5 может создать впечатление, что достаточно взять заведомо большое значение λ для получения удовлет-

ворительных результатов идентификации. Однако это не так. Уже при $\lambda = 140$ и $J = 8,7 \cdot 10^4 \approx 1,3J^*$ полюса модели отличаются от полученных при $\lambda = \lambda^*$ почти в два раза, а среди нулей появляются положительные, что противоречит физической природе объекта. Таким образом, относительно небольшое отклонение параметра λ , возможное при его априорном выборе, может привести к существенным различиям в результатах идентификации, в том числе и к качественным. Это подчеркивает важность процедуры оптимизации с помощью SVF-метода идентификации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена модификация широко распространенного SVF-метода идентификации. Отмечено, что фильтр, предназначенный для получения измеряемых производных, может также использоваться для фильтрации неизвестных помех и возмущений. Введен критерий качества идентификации, основанный на близости реакции объекта и реакции полученной при идентификации модели. Предложено выбирать настраиваемый параметр алгоритма идентификации, исходя из оптимизации указанного критерия. Полученный алгоритм позволяет проводить идентификацию при отсутствии априорной информации о действующих помехах и возмущениях.

Предложенный метод сравнивался с классическим методом инструментальной переменной как при решении модельной задачи с известными истинными параметрами объекта, так и при идентификации передаточной функции электропривода с двухмассовой нагрузкой. Сравнение показало, что в обоих случаях предложенный метод позволяет точнее оценить «нюансы» объекта, такие как малая постоянная времени или форма собственных упругих колебаний.

Фильтр (2) представляет собой простейший случай фильтра с одним настраиваемым параметром. В то же время, для проведения идентификации может быть выбран любой устойчивый полином $f(p)$ и, соответственно, может быть получен фильтр с достаточно произвольными частотными характеристиками. В этом случае можно сформулировать задачу выбора оптимальной структуры фильтра и оптимизации вектора параметров, описывающих выбранный фильтр. При ее решении могут быть получены более точные оценки параметров идентифицируемого объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Льонг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя. — М.: Наука, 1991.
2. *Справочник по теории автоматического управления /* Под ред. А.А. Красовского. — М.: Наука, 1987.
3. *Арановский С.В., Бобцов А.А., Кремлев А.С.* Компенсация конечномерного квазигармонического возмущения для нелинейного объекта // Изв. РАН. Теория и системы управления. — 2006. — № 4. — С. 14—21.
4. *Арановский С.В., Бобцов А.А., Пыркин А.А.* Адаптивный наблюдатель неизвестного синусоидального выходного возмущения для линейного объекта // Автоматика и телемеханика. — 2009. — № 11. — С. 108—116.
5. *Никифоров В.О.* Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. — СПб.: Наука, 2003. — 282 с.
6. *Арановский С.В.* Идентификация полюсов электромеханического объекта на основе сдвигов фаз // Информатика и системы управления. — 2011. — № 1. — С. 97—107.
7. *Арановский С.В., Бардов В.М.* Метод идентификации параметров системы двигатель-двухмассовый механизм по измерениям выходной переменной // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2010. — № 5. — С. 15—18.
8. *Ljung L.* Perspectives on System Identification // Proc. 17th IFAC World Congress. Seoul, Korea, 2008. — P. 7172—7184.
9. *Identification of frequency of biased harmonic signal / S. Aranovskiy, et al.* // European Journal of Control. — 2010. — N 4. — С. 129—139.
10. *Филимонов Н.Б.* Проблема качества процессов управления: смена оптимизационной парадигмы // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2010. — № 12. — С. 2—9.
11. *Поляк Б.Т.* Методы П оптимизации в управлении и фильтрации // 3-я Мультиконференция по проблемам управления. — СПб., 2010. — С. 1—10.
12. *Attia A.A., Horacek P.* Adaptation of genetic algorithms for optimization problem solving. — Brno, 2001. — P. 36—41.
13. *Martinez-Alfaro H.* Using Simulated Annealing Algorithm to Solve the Optimal Control Problem // Simulated Annealing, Theory with Applications. — 2010. — P. 189—203.
14. *Состояние и перспективы развития прецизионных электроприводов комплексов высокоточных наблюдений / В.Н. Васильев, В.С. Томасов, В.Д. Шаргородский, М.А. Садовников* // Изв. вузов. Приборостроение. — 2008. — № 6.
15. *Борцов Ю.А., Поляхов Н.Д., Путов В.В.* Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением. — Л.: Энергоатомиздат, 1984. — 216 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским.

Арановский Станислав Владимирович — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, ✉ s.aranovskiy@gmail.com,

Бардов Владимир Михайлович — аспирант,

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики.