

# МОДЕЛЬ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ УПРАВЛЯЕМОСТИ И КОМФОРТАБЕЛЬНОСТИ ДВИЖЕНИЯ МНОГОКОЛЕСНОГО МОБИЛЬНОГО РОБОТА<sup>1</sup>

А.П. Алисейчик, В.Е. Павловский

Исследована управляемость и динамика шестиколесного мобильного робота, предназначенного для быстроходного движения по неровной поверхности, и рассмотрен синтез его управления. Управляемость в работе понимается не в классическом смысле, а в смысле физической управляемости, когда во время движения аппарата сохраняется реальная возможность управления им без потери контакта с опорой и устойчивости, без ударов и т. п., комфортабельность — в смысле достаточной минимизации вертикальных ускорений. Выполнен анализ зависимости комфортабельности движения от различных характеристик подвески. Предложена и исследована модель динамики шестиколесного робота на основе программного комплекса «Универсальный механизм».

**Ключевые слова:** шестиколесный аппарат, мобильный робот, моделирование движения, система моделирования «Универсальный механизм».

## ВВЕДЕНИЕ

В данной работе изучается модель шестиколесного робота, способного достаточно быстро перемещаться по неровной поверхности. Создание роботов, перемещающихся по бездорожью или по поверхности с препятствиями, важно как для наземной робототехники при работе в условиях отсутствия дорог в сложных средах, например, при исследовании вулканов и т. п., так и для космической отрасли, например, исследования Луны и других планет с помощью транспортных роботов [1]. Проблема построения аппаратов, в том числе автоматических (роботов), способных перемещаться по неровной поверхности, связана с решением ряда задач.

Одна из них — задача перемещения по местности со значительными препятствиями. Ей разработчики уделяют большое внимание, их усилия направлены на создание и исследование аппаратов с повышенной профильной проходимостью. История разработки экипажей, а затем и роботов по-

вышенной проходимости насчитывает несколько десятилетий. Так, в 1986 г. советскими учеными был спроектирован аппарат для ликвидации последствий Чернобыльской аварии. Однако он не был предназначен для развития высоких скоростей, в его конструкции отсутствовала подвеска, что для скоростных аппаратов неприемлемо.

Существуют и другие решения задачи передвижения по сложной неровной поверхности. Один из современных примеров — аппарат с «ломающимся» корпусом французской компании «Robosoft» [2]. Модель рассчитана в большей степени на преодоление сложных неровностей, нежели на развитие высокой скорости, у аппарата также отсутствует подвеска. Другими современными примерами роботов повышенной проходимости служат американский аппарат «LandShark» [3] и отечественный мобильный робот легкого класса ТМ-3 [4], разработанный в МГТУ им. Н.Э. Баумана. Эти аппараты предназначены для движения по пересеченной местности со средними скоростями.

Другая важная задача — разработка быстроходных аппаратов, способных перемещаться по неровной поверхности со скоростями, сравнимыми со скоростями движения по обычным гладким дорогам. Здесь весьма важным элементом колес-

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 10-07-00409, 10-01-00160).



ных роботов становится подвеска колес аппарата. В статье [5] приведена одна из возможных классификаций таких аппаратов, в соответствии с которой предмет исследования данной работы можно определить как «мягкая двухрычажная независимая пружинная пассивная подвеска». Такую подвеску начали применять в 1930-х гг., и она постоянно совершенствуется. Ее используют для задних колес как гоночных, так и обычных автомобилей, так как с ней кузов менее подвержен воздействию неровностей дороги, возможна регулировка углов развала и схождения, обеспечиваются минимальные перемещения колес (поперечные, угловые при ходе вверх и вниз). Благодаря независимому восприятию неровностей, подвеска позволяет экипажу в более широкой области параметров движения оставаться в устойчивом состоянии, что улучшает сцепление с дорогой, сохраняет управляемость.

Цель настоящей работы заключается в получении и исследовании оценок управляемости и комфортабельности движения аппарата на основе компьютерной модели. Она базируется на результатах исследований [5–12] в данной области и продолжает исследования адаптивных многоколесных роботов, начатые в работах [13, 14].

## 1. МОДЕЛЬ ШЕСТИКОЛЕСНОГО РОБОТА

В системе моделирования «Универсальный механизм» (УМ) [15, 16] была построена модель шестиколесного робота, включающая в себя четыре субмодели: модель подвески колес, модель блока управления, модель контакта колеса с дорогой и, наконец, модель неровностей дороги. Моделировалось движение робота с различными скоростями. Результаты далее представлены в виде рабочей модели робота и двумерных диаграмм, отражающих зависимости вертикальных ускорений конкретных точек его корпуса от динамических характеристик аппарата. Приведенные зависимости позволяют определить характеристики подвески, минимизирующие изучаемые функционалы в зависимости от вертикальных ускорений корпуса. Опишем кратко упомянутые субмодели.

### 1.1. Модель подвески

Смоделированная подвеска обеспечивает расположение ступицы колеса параллельно плоскости борта корпуса (такая подвеска применяется во внедорожных автомобилях типа «багги»). Параллельность ступицы каждого колеса и борта корпуса обеспечивают четыре цилиндрических шарнира, расположенные в углах параллелограмма подвески колеса. Однако оказалось, что такая конструкция неудобна для моделирования, так как наличие разрезанных шарниров ( $A - B - C - D - A$ ) (рис. 1) отрицательно влияет на скорость и точность вы-

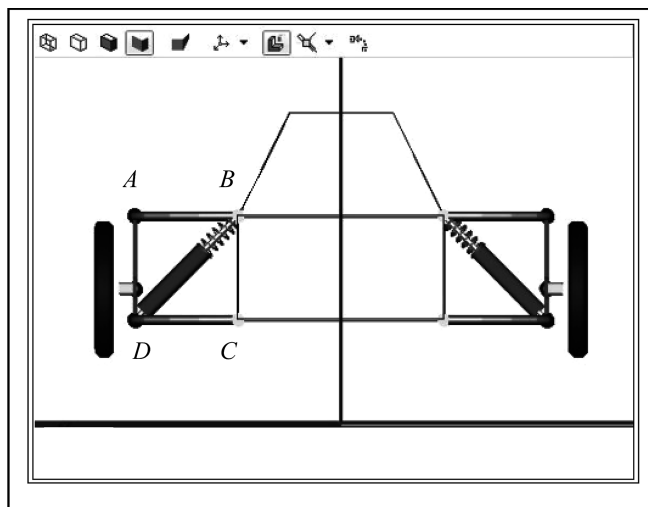


Рис. 1. Базовая модель подвески: вид спереди

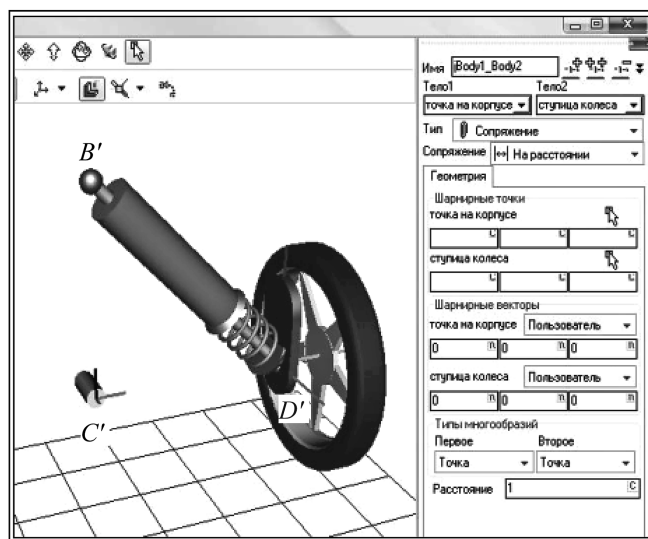


Рис. 2. Эквивалентная модель подвески

числений. Так, например, при интегрировании методом Парка (неявный метод второго порядка с переменным/постоянным шагом) погрешность достигала 10 % от характерного размера подвески. Поэтому далее, чтобы избавиться от разрезанных шарниров и получить возможность применения метода Адамса — Бэшфорта — Моултона (явный метод в форме РЕСЕ: прогноз — оценивание — коррекция — оценивание) примем следующее допущение: вместо цепи из четырех шарниров вводится эквивалентная система (рис. 2) один обобщенный шарнир и «сопряжение» [17] (специальный термин УМ). Далее, пусть имеется неподвижная система координат (СК)  $OXYZ$  и две подвижные  $oxyz$  и  $o'x'y'z'$ , связанные с корпусом и ступицей соответственно. Начало координат  $o$  лежит в центре ниж-

ней плоскости корпуса аппарата, в ней же лежат точки крепления подвески  $C$  и  $C'$  (см. рис. 1 и 2). Ось  $ox$  лежит в этой же плоскости и параллельна продольной оси аппарата, ось  $oy$  ей перпендикулярна и лежит в той же плоскости, ось  $oz$  ортогональна осям  $ox$  и  $oy$  и дополняет систему до правой тройки. Точка  $o'$  системы  $o'x'y'z'$  совпадает с точкой  $D'$ , в начальный момент времени оси СК  $o'x'y'z'$  соответственно параллельны осям СК  $oxyz$ .

Шарнир между корпусом и ступицей колеса для передних и задних колес реализует три «выключенные» [17] степени свободы СК  $o'x'y'z'$  относительно СК  $oxyz$ : поступательные — вдоль векторов  $y$  и  $z$  и вращательную — вокруг вектора  $z$ . Для средних колес — две степени свободы: поступательные — вдоль векторов  $y$  и  $z$ . Сопряжения служат связями. В данном случае сохраняется расстояние между точками  $C'$  корпуса и  $D'$  ступицы колеса (в локальных СК), что сохраняет ту же кинематическую схему, что и на рис. 1. Ступица колеса (СК  $o'x'y'z'$ ) относительно корпуса движется плоскопараллельно в плоскости  $oyz$  (плоскости корпуса на рис. 1), так как вращательные степени обобщенного шарнира «выключены». Также между точками  $B$  ( $B'$ ) корпуса и  $D$  ( $D'$ ) ступицы колеса назначена биполярная линейная сила [17]:  $F = -c(r - r_0) - d\dot{r}$ , где  $c$  — коэффициент жесткости пружины,  $r$  и  $r_0$  — длина пружины в растянутом и нерастянутом состояниях,  $d$  — коэффициент диссипации демпфера.

Геометрические характеристики подвески выбираются из следующих соображений:

- расстояние  $|C'D'| = \rho$  от колеса до корпуса максимизируется, так как это минимизирует поперечный крип (проскальзывание)  $\rho - \sqrt{\rho^2 - h^2}$ , где  $h$  — вертикальный ход подвески при ее работе (что ясно из геометрических соображений), который, в свою очередь, отрицательно влияет на управляемость аппарата и износ колес (покрышек);
- расстояние  $|AD|$  между вилками подвески (см. рис. 1) также максимизируется для повышения прочности конструкции.

## 1.2. Метод и модель управления

Момент, контролирующий поворот управляемых колес, вводится как шарнирный момент, направленный вдоль оси  $z$  на передние ступицы и вдоль оси  $z$  — на задние как функция вида

$$M_{\text{пов}} = -c_{\text{пов}}(\mu \pm s) - d_{\text{пов}}(\dot{\mu} \pm w).$$

Здесь знак « $-$ » соответствует передним, а знак « $+$ » задним колесам,  $c_{\text{пов}}$  и  $d_{\text{пов}}$  — коэффициенты жесткости и демпфирования системы управления, имеют физический смысл жесткости и демпфирования удержания рулевого колеса блоком управле-

ния,  $\mu$  и  $\dot{\mu}$  — реальные, а  $s$  и  $w$  — требуемые углы поворота и угловая скорость в управляемом шарнире, которые рассчитываются в процессе моделирования для выполнения заданных маневров. Для средних колес во вращательный шарнир, связывающий ступицу колеса с кузовом, момент для управления скоростью продольного движения и момент для блокировки колес вдоль оси  $oy'$  вводятся одновременно:  $M_{\text{блок}} = M_{\text{ск}} - \gamma x - \delta v$ , где  $\gamma$  и  $\delta$  — параметры жесткости и демпфирования при блокировании колес. Управляющий скоростью движения момент вычисляется следующим образом:  $M_{\text{ск}} = c_y(v_0 - v)$ , где  $v_0$  и  $v$  — начальная и требуемая скорости,  $c_y$  — коэффициент усиления следящей системы.

Для того чтобы мгновенные центры скоростей колес находились в одной точке (что уменьшит проскальзывание и при моделировании приведет к увеличению скорости интегрирования), управляемые колеса должны поворачиваться на разные углы. Эти углы рассчитываются из соображения, что при повороте углы внешних колес лежат в интервале  $(0, 30)^\circ$  и равны между собой, а внутренние поворачиваются на угол, обеспечивающий совпадение мгновенных центров скоростей.

Из рис. 3 видно, что при моделировании следует минимизировать  $a/b$  — отношение расстояния между управляемыми колесами к расстоянию между передними и средними колесами. Далее, для наглядности формул, при  $a = b$  получим выражение угла  $\alpha$  через угол  $\beta$ :  $\text{tg} \alpha = \frac{\text{tg} \beta}{1 + \text{tg} \beta}$ .

$$\text{Пусть } h(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

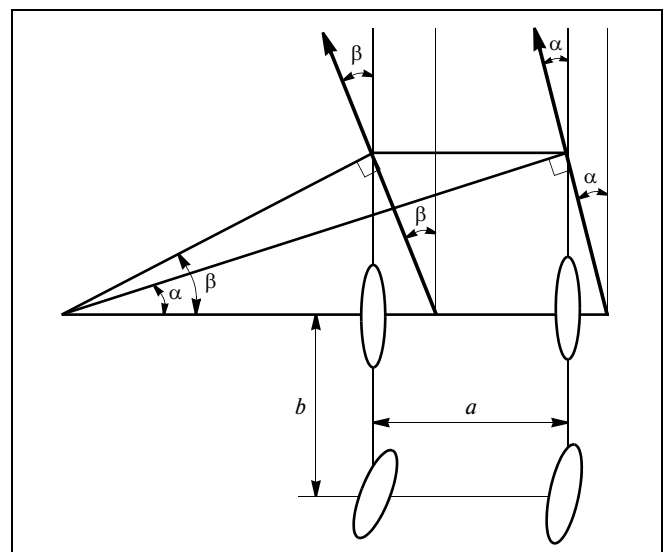


Рис. 3. Управляемые углы  $\alpha$  и  $\beta$



Тогда управляющий момент для правого колеса

$$M = -c \left( x \pm h(s)s + h(-s) \arctg \left( \frac{\operatorname{tg} s}{1 + \operatorname{tg} s} \right) \right) - d \left( v \pm h(s)w + h(-s) \frac{2w}{3 + 2 \sin 2s + \cos 2s} \right).$$

Аналогично вычисляется момент для левого колеса. Для правого и левого поворотов это выражение для управляемых углов записано одновременно при помощи функции  $h(x)$ , в знаке « $\pm$ » берется « $-$ » для передних, а « $+$ » — для задних колес. На самом деле, управляемый «Универсальным механизмом» угол  $\alpha \neq s$ , где  $\alpha$  — угол поворота «воображаемого колеса», расположенного посередине между передними колесами, а именно

$$\alpha = h(s) \arctg \left( \frac{2 \sin s}{\cos s \left( 2 + \frac{\sin s}{\cos s} \right)} \right) + h(-s) \arctg \left( \frac{2 \sin s}{\cos s \left( 2 - \frac{\sin s}{\cos s} \right)} \right),$$

но в данной работе для уменьшения времени интегрирования это различие считается малым.

В качестве модели блока управления используются:

- модель управления без обратной связи; профиль продольной скорости и рулевого управления задается в файле УМ;

- модель Мак-Адама — одна из наиболее эффективных и распространенных компьютерных моделей блока управления [6].

В основе модели Мак-Адама лежат упрощенные линейные уравнения движения автомобиля — с двумя степенями свободы. Угол поворота рулевого колеса выбирается из условий минимизации отклонения прогнозируемой траектории экипажа от заданной (желаемой) траектории. Эта модель значительно быстрее интегрируется, в отличие от модели с прогнозированием второго порядка [15, 16], и дает возможность более широко исследовать влияние подвески на управляемость аппарата.

Управление  $u$  — желаемое значение угла поворота колеса — является кусочно-постоянной функцией [16]. Рассматривается экипаж в момент времени  $t_k$ , для которого рассчитывается очередное значение управления. Не нарушая общности полученных далее решений, положим  $t_k = 0$ . Введем инерциальную СК  $O_v X_v Y_v$ , связанную с текущим положением экипажа. Начало отсчета этой СК совпадает с текущим положением середины передней оси, ось абсцисс — с продольной осью экипажа.

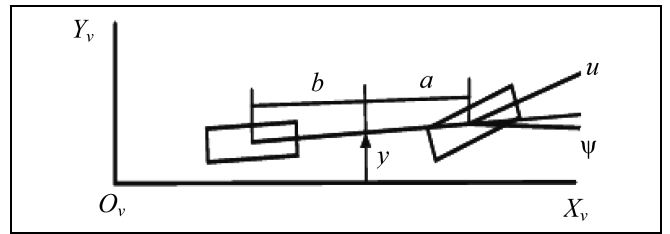


Рис. 4. Упрощенная модель автомобиля

При заданном значении  $u$  упрощенная модель автомобиля, представленная на рис. 4, имеет две степени свободы: поперечное отклонение центра масс  $y$  и угол поворота вокруг вертикальной оси  $\psi$ . Модель построена в соответствии с работой [11].

Линейные уравнения движения в введенных переменных имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= v_x \psi + v_y, \quad \dot{\psi} = \omega_z, \\ M \dot{v}_y &= -\frac{C_f + C_r}{v_x} \dot{y} + \left( \frac{C_r b - C_f a}{v_x} - M v_x \right) \omega_z + C_f u, \\ I_z \dot{\omega}_z &= \frac{C_r b - C_f a}{v_x} \dot{y} - \frac{C_f a^2 + C_r b^2}{v_x} \omega_z + C_f a u. \end{aligned}$$

Здесь  $v_x$  и  $v_y$  — проекции скорости центра масс на продольную и поперечную оси экипажа;  $\omega_z$  — угловая скорость относительно вертикальной оси,  $a$  и  $b$  — расстояния от центра масс до передней и задней оси,  $M$  и  $I_z$  — масса и момент инерции экипажа относительно вертикальной оси;  $C_f$  и  $C_r$  — приведенные (суммарные) коэффициенты сопротивления боковому уводу передних и задних колес. Наблюдаемой величиной служит поперечная координата центра передней оси  $y_v = y + a\psi$ . В векторном виде:

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad y_v = C^T X,$$

$$X = \begin{pmatrix} y \\ \psi \\ v_y \\ \omega_z \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & v_x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{C_f + C_r}{M v_x} & \frac{C_r b - C_f a}{M v_x} - v_x \\ 0 & 0 & \frac{C_r b - C_f a}{I_z v_x} & -\frac{C_f a^2 + C_r b^2}{I_z v_x} \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ C_f / M \\ C_f a / M \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

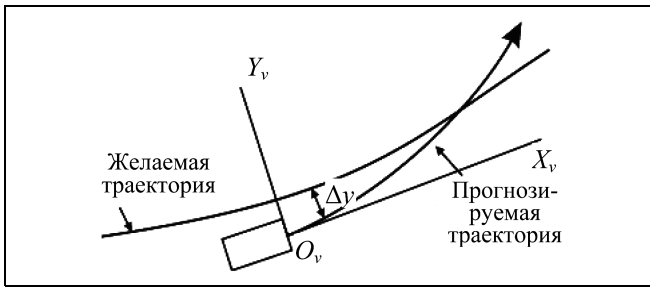


Рис. 5. Прогнозируемая и желаемая траектории

Общее решение этой системы уравнений, согласно [16] с учетом предположения  $u = \text{const}$  имеет вид

$$X(t) = e^{At}X_0 + u \int_0^t e^{A(t-\tau)} B d\tau, \quad y_v = F(t)X_0 + g(t)u.$$

Здесь  $X_0$  — матрица-столбец начальных условий, а также введены матрица-строка  $F(t)$  размером  $1 \times 4$  и скалярная функция  $g(t)$ :

$$F(t) = Ce^{At}, \quad g(t) = \int_0^t F(\tau) B d\tau.$$

Пусть  $y_d(t)$  — желаемая траектория. Определим управление  $u$ , минимизирующее отклонение прогнозируемой траектории  $\Delta y(t) = y_d(t) - y_v(t)$  от желаемой (рис. 5) на интервале времени прогноза  $T_p$ . В качестве функционала, характеризующего отклонение, рассматривается выражение

$$J(u) = \int_0^{T_p} (\Delta y(\tau))^2 d\tau = \int_0^{T_p} (y_d(\tau) - F(\tau)x_0 - g(\tau)u)^2 d\tau.$$

Его экстремум достигается при  $u = \int_0^{T_p} (y_d(\tau) - F(\tau)X_0)g(\tau) d\tau \left/ \int_0^{T_p} g^2(\tau) d\tau \right.$  можно упростить, заменив интегралы конечными суммами. Для этого интервал прогноза  $T_p$  разделяется на  $N$  подинтервалов равной длины. На каждом из них  $u = \sum_{i=1}^n (y_d(t_i) - F(t_i)X_0)g(t_i) \left/ \sum_{i=1}^n g^2(t_i) \right.$ ,  $t_i = iT_p/N$ . В таком виде берется управление — это приближенная модель по схеме Мак-Адама.

### 1.3. Модель контакта колеса с дорогой

Модели контактных сил позволяют по параметрам колеса (вертикальная жесткость, демпфиро-

вание, продольный, поперечный крип, угол развала и др.) и по известным кинематическим параметрам шины в каждый момент времени, рассчитанной программой моделирования, получить значения сил и моментов, действующих в контакте между колесом и дорогой. Известно достаточно большое число моделей контактных сил. В настоящей работе используется модель «Магическая формула Пасейки» (Pacejka magic formula) [10].

Общий вид кривых для «магической формулы»:

$$Y(x) = D \sin(\text{Carctg}(Bx - E(Bx - \text{arctg}(Dx)))) + S_v, \\ x = X + S_h,$$

где  $Y(x)$  может быть продольной ( $F_x$ ) или поперечной ( $F_y$ ) силой или восстанавливающим моментом ( $M_z$ ), а  $X$  — продольный (для  $F_x$ ) или поперечный (для  $F_y$ ,  $M_z$ ) крип. В соответствии с работами [7, 8], коэффициенты «магической формулы» есть функции вертикальной нагрузки на колесо  $F_z$  и угла развала  $\gamma$ , а также коэффициентов  $a_0 \dots a_{15}$ ,  $b_0 \dots b_{10}$ ,  $c_0 \dots c_{17}$ , определенных на основе экспериментальных данных, они взяты согласно работам [15, 16].

### 1.4. Модель неровностей дороги

В качестве неровностей взята базовая поверхность пакета УМ «Бульжник в удовлетворительном состоянии» [16], растянутая по вертикали, чтобы максимальные «кочки» достигали четверти радиуса колеса. На графике (рис. 6) по оси абсцисс отложен натуральный параметр  $\sigma$  траектории движения,  $H$  — высота неровностей «кочки».

## 2. СХЕМА МОДЕЛИРОВАНИЯ. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Для каждого вектора параметров в УМ строился сеанс моделирования, применялась технология зондирования многомерного пространства параметров аппарата. По всем параметрам была взята равномерная сетка. Вычисления проводились на

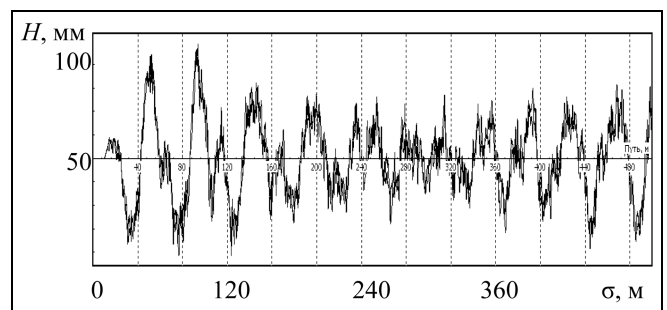


Рис. 6. График неровностей



нескольких ЭВМ (кластере), эта технология реализована в современных версиях УМ.

Изучались по вертикальному ускорению характеристики комфортабельности движения в зависимости от коэффициентов жесткости и диссипации подвески:

- общепринятая (см. стандарт ISO 2631) характеристика качества подвески — среднеквадратичное отклонение вертикального ускорения некоторой точки корпуса [8] —

$$R_{MS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N-1}}, \quad (1)$$

где  $N$  — число расчетных точек,  $N > 1$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $\bar{X}$  — среднее арифметическое выборки значений вертикального ускорения по расчетным точкам;

- общая характеристика комфортабельности движения — интеграл модуля вертикального ускорения некоторой точки корпуса за модельное время —

$$I_1 = \int_{t_k}^{t_{k+1}} |a_z(t)| dt, \quad (2)$$

- сумма интегралов за модельное время модулей вертикального ускорения некоторой точки корпуса, превышающих заданное значение  $a_{\text{крит}}$  — предлагаемая характеристика износа —

$$I_2 = \sum_k \int_{t_k}^{t_{k+1}} |a_z(t)| dt, \quad (3)$$

где  $\forall k: |a_z(t)| a_{\text{крит}}, \forall t \in [t_k, t_{k+1}] \subset [0, T]$ ;

- максимальный модуль вертикального ускорения за время движения (максимальное воздействие по ускорению на аппарат) — предлагаемая характеристика возможности или риска поломок —

$$W_{abs} = \max_t |a_z(t)|. \quad (4)$$

Выполнены три серии экспериментов.

1. Коэффициент жесткости пружины подвески — 10 000 кг/с<sup>2</sup> (фиксирован), коэффициент диссипации 120 кг/с (фиксирован), масса экипажа изменялась в диапазоне 57—95 кг, скорость — в диапазоне 3—12 м/с. За 1 ч на четырех компьютерах проведено 154 вычислительных эксперимента с модельным временем 12 с каждый, исследовались зависимости оценок функционалов (1)—(4) от скорости экипажа и массы.

2. Скорость — 8,3 м/с (фиксирована). Масса экипажа — 76 кг (фиксирована), коэффициент жесткости пружины изменялся в диапазоне

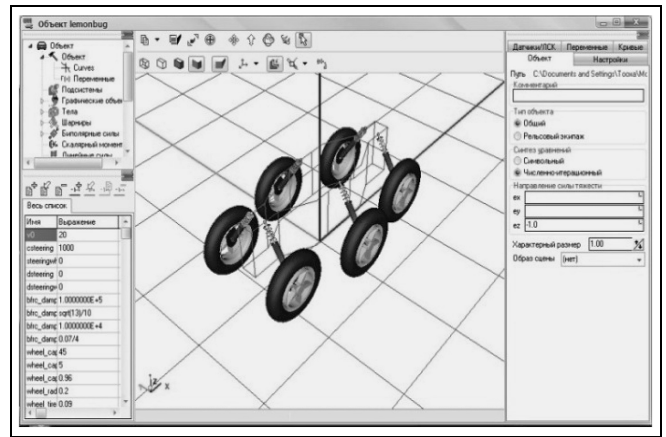


Рис. 7. Вид модели аппарата

1000—150 000 кг/с<sup>2</sup>, коэффициент диссипации — в диапазоне 0—120 кг/с, исследовались зависимости оценок функционалов  $R_{MS}$ ,  $I_1$ ,  $I_2$  и  $W_{abs}$  от коэффициентов жесткости и диссипации.

3. Аппарат двигался по «σ-образной» траектории с увеличивающейся кривизной с управлением в соответствии с моделью Мак-Адама. Искалась область параметров  $c$  и  $d$ , при которых с фиксированными параметрами управления аппарат на максимальной скорости проходит всю траекторию с сохранением управляемости и не перевернувшись.

Вид модели аппарата показан на рис. 7. Расстояние между передними колесами выбрано равным расстоянию между передней и средней осями. Поскольку в модели аппарата отсутствует существенная часть подвески автомобиля — стабилизатор поперечной устойчивости, то расстояние между средними колесами увеличено, чтобы компенсировать его отсутствие.

Исследовались функционалы (1)—(4). С увеличением функционала (1) резко растет хаотичность сил, действующих на аппарат, что приводит к большим погрешностям системы управления и пр. При исследовании функционала (2) важно учитывать, что минимальное значение ускорений, на которое реагирует вестибулярный аппарат, или порог раздражения, различен для разных людей и меняется в зависимости от продолжительности действия ускорения. Средние значения порога раздражения: 0,11...0,12 м/с<sup>2</sup> для линейных колебаний и 20 с<sup>-2</sup> для угловых при продолжительности действия 0,8 с, а при продолжительности действия 0,22 с — 800 с<sup>-2</sup> (см. ГОСТ 31319—2006 «Вибрация. Измерение общей вибрации и оценка ее воздействий на человека»). При этом произведение ускорения на латентный период реакции вестибулярного аппарата постоянно. Эти параметры отслеживались в моделировании.

### 3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Построена упрощенная модель (корпус с одним колесом связан пружиной с гасителем) зависимости модуля вертикального ускорения точки  $(0, 0, 0)$  корпуса от скорости (рис. 8). По оси абсцисс отложена скорость, по ординате — модуль вертикального ускорения. Наблюдается общее свойство функционалов (1)—(4) — зависимость максимума модуля (огibaющей) вертикального ускорения от скорости почти квадратичная.

Для всего экипажа исследована зависимость функционала (2) от массы, оказалось, что она не существенна. Исследовалась зависимость от скорости, типовой вид функционала (1) приведен на рис. 9. При скоростях более 13 м/с аппарат переворачивается, чем и объясняются случайные малые значения функционала (1). «Срезы» по массе/скорости могут быть приближены квадратичной функцией от скорости, погрешность приближения вызвана поперечной и продольной качкой экипажа, поэтому дерево экспериментов здесь строится при постоянной скорости, обеспеченной блоком управления, и постоянной массе аппарата.

По параметрам подвески исследовались функционалы (1)—(3) (если аппарат предназначен для перевозки людей или тонкой аппаратуры, это исследование важно). На рис. 10 представлена полученная зависимость функционала (2) от коэффициентов жесткости и диссипации, а на рис. 12 — интеграл от «среза» вертикального ускорения, реализованного функцией  $S(a) = \left(\frac{1}{\pi} \arctg(10(a-l)) + 0,5\right)a$ , где  $a$  — модуль вертикального ускорения,  $l$  — ве-

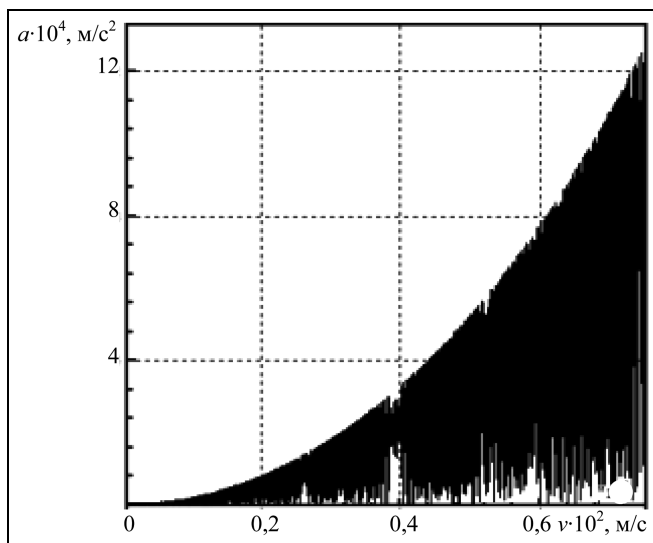


Рис. 8. Зависимость модуля вертикального ускорения от скорости (для одного колеса)

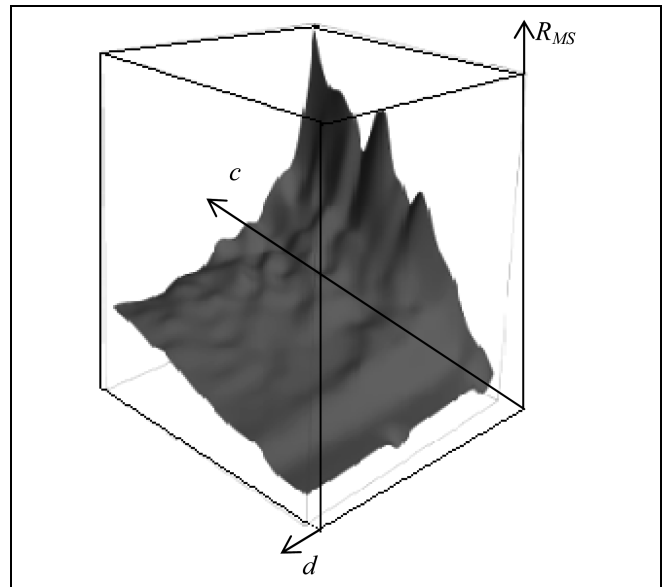


Рис. 9. Изометрический вид функционала (1)

личина, ниже которой ускорения не учитываются, доставляют учет ускорений, превышающих допустимые значения. Функционал (4) показывает, может ли аппарат эффективно проехать по данной поверхности без риска повреждений — с ограничением максимума вертикального ускорения.

На рис. 10 изолиния  $L_1$  соответствует столкновению корпуса робота с поверхностью. Граница  $L_2$  близка к области, где значения функционала достаточно велики (возможен отрыв от поверхности, переворот). Изолинии аналогичны и для прочих функционалов. В зависимости от требуемых ускорений и границ безопасности оптимальные значения коэффициентов жесткости и диссипации следует выбирать между изолиниями  $L_1$  и  $L_2$  функционалов (1)—(4).

Как показывают диаграммы (см. рис. 10 и 11), области приемлемых значений характеристик подвески незамкнутые — допустимые значения параметров подвески не ограничены. Видно, что учащение сетки существенно не изменяет картину. Поэтому уменьшать шаг сетки, если необходимо знать функционал более точно, следует только в областях интереса. Нулевые значения на правой границе, соответствующие минимальным значениям коэффициента жесткости, возникают из-за остановки эксперимента (нижняя часть корпуса коснулась земли). Функционал (4) имеет важное значение, так как часто его допустимое значение указано в техническом руководстве к аппаратуре, установленной на корпусе робота, или ограничена. На соответствующей диаграмме больше хаотичности, так как (4) — случайная величина с



большей дисперсией, но и на ней видны те же закономерности, что и на предыдущих диаграммах. При выборе оптимальных характеристик подвески следует учитывать и другие факторы, такие как сцепление с дорогой, влияющее на управляемость аппарата. Эти зависимости исследовались в третьей серии экспериментов.

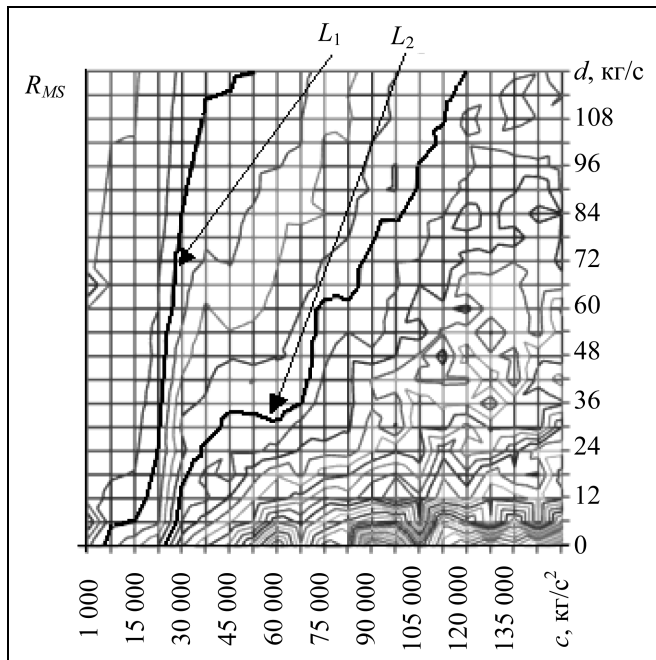


Рис. 10. Зависимость функционала (1) от коэффициентов  $c$  и  $d$ :  $L_1$  — граница зоны безопасности,  $L_2$  — граница зоны приемлемых значений  $R_{MS}$

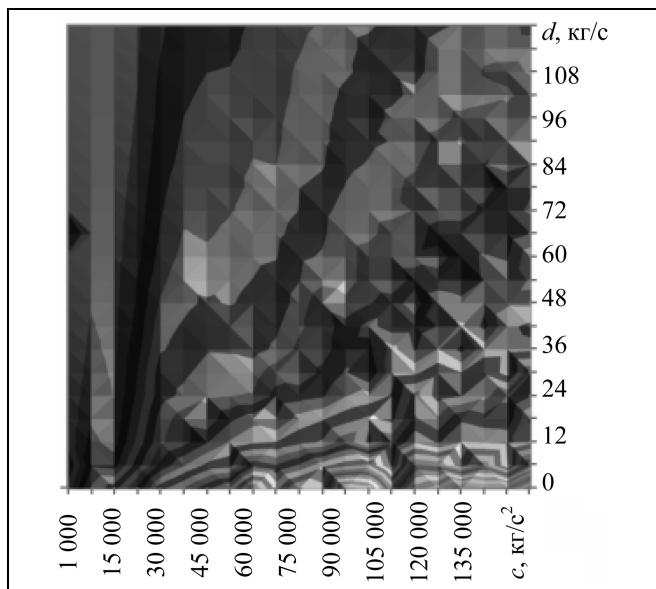


Рис. 11. Зависимость функционала (2) от коэффициентов жесткости и диссипации

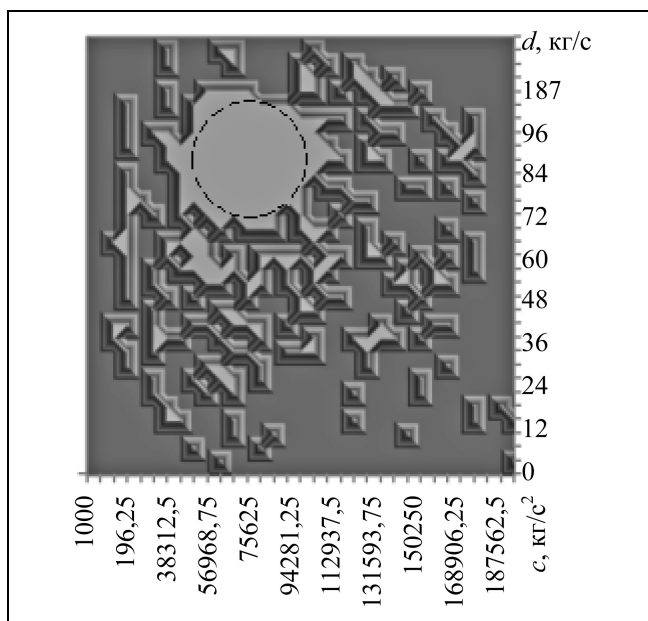


Рис. 12. Область оптимальных параметров устойчивости (без отрыва) на траектории

На рис. 12 изображена диаграмма индикатора пройденного пути по  $\sigma$ -образной траектории с управлением в соответствии с моделью Мак-Адама. Скорость экипажа — 9 м/с. Моделирование дает замкнутую область (на рис. 12 она аппроксимирована штриховой окружностью) параметров  $c$  и  $d$ , в которой аппарат проехал всю траекторию с сохранением управляемости, без отрыва от поверхности. Приблизительно в «центре масс» этой области

$$\text{функционал } J(u) = \int_0^T (\Delta y(\tau))^2 d\tau, \text{ где } \Delta y(t) \text{ — отклонение}$$

прогнозируемой траектории  $y_v(t)$  от желаемой  $y_d(t)$  на интервале времени прогноза  $T_p$ , достигает своего минимума. Эта область лежит в области оптимальных для комфортабельного движения параметров диаграмм, представленных на рис. 10 и 11. Параметры подвески следует выбирать в центре представленной области.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены и исследованы оценки управляемости и комфортабельности движения аппарата на основе построенной компьютерной модели. Создана модель «многоколесный аппарат — блок управления — колесо — дорога», минимизирующая время проведения численных экспериментов. Для модели двухрычажной подвески разработаны методические приемы, позволяющие оптимизировать процессы интегрирования. Разработана модель блока управления, допускающая движение с уменьше-



нием поперечного крива при движении по ровной поверхности.

Для быстроходного робота найдена зависимость характеристик динамической комфортабельности движения от параметров подвески и указана область, из которой следует выбирать оптимальные для поставленной задачи коэффициенты жесткости и диссипации подвески.

По полученным диаграммам можно выбирать динамические параметры экипажа, позволяющие минимизировать функционалы вертикального ускорения. Сформулированы рекомендации по выбору некоторых геометрических характеристик аппарата. Указаны области приемлемых параметров подвески. Например, для робота массой 75 кг и длиной 95 см (это характерные размеры современных исследовательских роботов), если максимум ускорения не должен превышать  $24 \text{ м/с}^2$ , оптимальные коэффициент жесткости  $82 \text{ 500 кг/с}^2$  и коэффициент диссипации  $150 \text{ кг/с}$ .

В целом зависимость функционалов качества подвески от скорости близка к квадратичной и может быть ею аппроксимирована.

Предлагаемая модель может быть эффективно использована для определения оптимальных значений параметров быстроходного робота в зависимости от функционала качества. По наиболее важному в конкретной задаче функционалу на соответствующей диаграмме выбирается область целесообразных значений характеристик подвески для реализации динамически комфортабельного движения.

## ЛИТЕРАТУРА

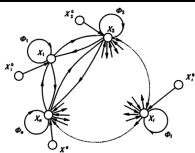
1. URL: [http://ru.wikipedia.org/wiki/Лунная\\_база](http://ru.wikipedia.org/wiki/Лунная_база) (дата обращения: 10.12.2012).
2. URL: <http://www.robosoft.fr> (дата обращения: 10.12.2012).
3. URL: <http://www.blackirobotics.com/> (дата обращения: 10.12.2012).

4. URL: <http://www.robotmobot.ru/> (дата обращения: 10.12.2012).
5. Космонавтика XXI века / И.С. Болховитинов и др. // Земля и Вселенная. — 1991. — № 5.
6. Динамика системы «дорога — шина — автомобиль — водитель» / Под ред. А.А. Хачатурова. — М.: Машиностроение, 1976. — 536 с.
7. Раймпель Й. Шасси автомобиля. Рулевое управление. — М.: Машиностроение, 1987. — 232 с.
8. Раймпель Й. Шасси автомобиля: Конструкции подвесок. — М.: Машиностроение, 1989. — 328 с.
9. Bakker E., Pacejka H.B. and Lidner L. A New Tire Model with Application in Vehicle Dynamics Studies // Proc. 4th Int. Conf. Automotive Technologies, Monte Carlo, SAE paper 890087, 1989.
10. Pacejka H.B. and Bakker E. The Magic Formula Tire Model. Proc. 1st International Tire Colloquium, Delft, 1991. Vehicle System Dynamics 21 (Suppl.) (1991). — P. 1—18.
11. Новожилов И.В., Павлов И.С. Приближенная модель колесного экипажа // Изв. РАН. Механика твердого тела — 1997. — № 2. — С. 196—204.
12. Чобиток В.В. Ходовая часть танков. Подвеска // Техника и вооружение. — 2005. — № 7. — С. 43—51.
13. Павловский В.Е., Шишканов Д.В. Исследование динамики и синтез управления колесными аппаратами с избыточной подвижностью // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. — 2006. — № 12. — 28 с.
14. Павловский В.Е., Алисейчик А.П. Методика исследования динамической комфортабельности движения многоколесного мобильного робота // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. — 2010. — № 84. — 27 с.
15. Погорелов Д.Ю. О численных методах моделирования движения систем твердых тел // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1995. — № 4. — С. 501—506.
16. URL: [http://www.universalmechanism.com/download/60/rus/g\\_s\\_um\\_automotive.pdf](http://www.universalmechanism.com/download/60/rus/g_s_um_automotive.pdf) (дата обращения: 10.12.2012).
17. URL: [http://www.universalmechanism.com/download/60/rus/02\\_um\\_technical\\_manual.pdf](http://www.universalmechanism.com/download/60/rus/02_um_technical_manual.pdf) (дата обращения: 10.12.2012).

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Антон Павлович Алисейчик — вед. программист, Российский государственный гуманитарный университет, г. Москва, ✉ [atooha@gmail.com](mailto:atooha@gmail.com),

Владимир Евгеньевич Павловский — д-р физ.-мат. наук, зав. лабораторией, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва, ✉ [vlpavl@mail.ru](mailto:vlpavl@mail.ru).



## X Всероссийская школа-конференция молодых ученых «УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ»

### Основные направления работы конференции

- Фундаментальные математические основы теории управления.
- Управление организационными и социально-экономическими системами.
- Информационные технологии в управлении.
- Управление техническими системами, технологическими процессами и промышленными установками.

### Время и место проведения

5—7 июня 2013 г., г. Уфа, база отдыха в одном из живописных уголков Республики Башкортостан.

Подробная информация, образцы и сроки предоставления докладов можно найти на сайте [gatu.ac.ru/ubs2013](http://gatu.ac.ru/ubs2013).