

ISSN 1819-3161

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

4/2013

CONTROL  SCIENCES

РЕДКОЛЛЕГИЯ

Ф.Т. Алескеров, В.Н. Афанасьев, Р.Р. Бабаян, Л.П. Боровских, В.Н. Бурков, акад. РАН С.Н. Васильев, В.А. Виттих, Б.Г. Волик, А.А. Дорофеюк, акад. РАН С.В. Емельянов, Э.Л. Ицкович, чл.-корр. РАН И.А. Каляев, В.Ю. Кнеллер, О.С. Колосов, О.П. Кузнецов, В.В. Кульба, В.Г. Лебедев, акад. РАН В.А. Левин, Г.Г. Малинецкий, В.Д. Малюгин, А.С. Мандель, чл.-корр. РАН Н.А. Махутов, акад. РАН Е.А. Микрин, Р.М. Нижегородцев, В.В. Никитин, чл.-корр. РАН Д.А. Новиков, В.Н. Новосельцев, К.Б. Норкин, Б.В. Павлов, чл.-корр. РАН П.П. Пархоменко, Ф.Ф. Пашенко, С.А. Редкозубов, чл.-корр. РАН А.Ф. Резчиков, Л.И. Розоноер, Е.Я. Рубинович, В.Ю. Рутковский, акад. ГАН М. Салуквадзе, А.Э. Софиев, акад. РАН Е.А. Федосов, А.Д. Цвиркун

РУКОВОДИТЕЛИ РЕГИОНАЛЬНЫХ РЕДСОВЕТОВ (РРС)

ВЛАДИВОСТОК — О.В. Абрамов (4232) 31-02-02

ВОЛГОГРАД — А.А. Воронин (8442) 40-55-06

ВОРОНЕЖ — С.А. Баркалов (4732) 76-40-07

КРАСНОЯРСК — В.В. Огурцов (3912) 27-63-89

КУРСК — С.Г. Емельянов (4712) 50-48-00

ЛИПЕЦК — А.К. Погодаев (4742) 32-80-44

ПЕРМЬ — В.Ю. Столбов (3422) 39-12-97

МИНСК — А.В. Тузиков (10-37517) 284-21-40

САМАРА — В.Г. Засканов (8463) 35-64-07

САРАТОВ — В.А. Твердохлебов (8452) 22-10-42

ТАГАНРОГ — В.М. Курейчик (8634) 39-32-60

ТИРАСПОЛЬ — С.И. Берилл (10-373553) 9-44-87

УФА — Б.Г. Ильясов (3472) 73-78-35



CONTROL SCIENCES

**Научно-технический
журнал**

6 номеров в год

ISSN 1819-3161

УЧРЕДИТЕЛЬ

**Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН**

**Главный редактор
чл.-корр. РАН**

Д.А. Новиков

**Заместители главного
редактора**

Л.П. Боровских, Ф.Ф. Пашенко

Редактор

Т.А. Гладкова

Выпускающий редактор

Л.В. Петракова

Издатель

ООО «Сенсидат-Плюс»

Адрес редакции
117997, ГСП-7, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410.
Тел./факс (495) 334-92-00

E-mail: ru@ipu.ru

Интернет: <http://pu.mtas.ru>

Оригинал-макет
и электронная версия
подготовлены
ИП Прохоров О. В.

Фото на четвертой странице обложки
В.М. Бабакова

Отпечатано в ИПУ РАН

Заказ № 79

Подписано в печать
30.07.2013 г.

Журнал зарегистрирован
в Министерстве Российской
Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств
массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации
ПИ №77-1/1963 от 06 марта 2002 г.

Журнал входит в Перечень ведущих
рецензируемых журналов и изданий,
в которых должны быть опубликованы
основные научные результаты
диссертаций на соискание ученой
степени доктора и кандидата наук

Подписные индексы:

80508 и **81708** в каталоге Роспечати;

38006 в объединенном каталоге
«Пресса России»

Цена свободная

© Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

4.2013

СОДЕРЖАНИЕ

Анализ и синтез систем управления

Зенков С.М., Митришкин Ю.В., Фокина Е.К. Системы управления положением, формой и током плазмы в токамаке Т-15 2

Морозов М.В. Робастная устойчивость дискретных систем управления с периодическими интервальными ограничениями 11

Гусев Л.А. Интервальные оценки вероятности при наличии неразличимости . . . 16

Управление в социально-экономических системах

Корноушенко Е.К. Регрессионный подход к массовой оценке при наличии ненаблюдаемой составляющей в зависимой переменной. 23

Акинфиев В.К., Цвиркун А.Д. Проблемы управления инвестициями. Программный комплекс «ТЭО-ИНВЕСТ». 32

Информационные технологии в управлении

Косяченко С.А., Ковалевский С.С., Сомов С.К. Задача синтеза оптимальной модульной системы обработки данных реального времени с двухзвенной архитектурой «Клиент — Сервер» 41

Вишневский В.М., Ларионов А.А., Семенова О.В. Оценка производительности высокоскоростной беспроводной тандемной сети с использованием каналов сантиметрового и миллиметрового диапазона радиоволн в системах управления безопасностью дорожного движения. 50

Управление в медико-биологических системах

Вшивкова О.А., Комаров А.С., Фролов П.В., Хлебопрос Р.Г. Роль гетерогенности среды обитания при управлении численностью популяций иксодового клеща: клеточно-автоматная модель 57

Управление подвижными объектами и навигация

Алешин Б.С., Баженов С.Г., Лебедев В.Г., Кулида Е.Л. Оценка реализуемости и безопасности траекторий самолета с помощью бортовой математической модели 64

Андрienко А.Я., Тропова Е.И., Чадаев А.И. Совершенствование управления расходом топлива ракет-носителей «Союз-2» в обеспечение повышения экологичности их эксплуатации 72

Крутова И.Н., Суханов В.М. Сравнительный анализ особенностей динамики гиросилового управления крупногабаритным упругим спутником для трех типов базовых алгоритмов. 76

Философские вопросы управления

Воробьев Г.Г., Дмитренко Л.Г. Анализ возможности построения теории интеллекта на основе аналитической психологии К.Г. Юнга. 82

* * *

Contents & abstracts 88

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЕМ, ФОРМОЙ И ТОКОМ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ T-15

С.М. Зенков, Ю.В. Митришкин, Е.К. Фокина

Рассмотрены вопросы разработки и математического моделирования магнитных систем управления формой, током и вертикальным положением плазмы в токамаке T-15. Проанализированы две системы магнитного управления плазмой: двухкаскадная система с развязкой каналов управления и многомерным H_∞ -регулятором при импульсной стабилизации вертикального положения плазмы посредством ШИМ-элемента и система управления на основе оценки вектора состояния в дискретном времени, использующая наблюдатель состояния в обратной связи.

Ключевые слова: плазма, токамак, обратная связь, развязка каналов управления, H_∞ -робастная система управления, наблюдатель состояния, размещение полюсов, линейно-квадратичная задача.

ВВЕДЕНИЕ

Тороидальные аксиально-симметричные магнитные конфигурации, окруженные магнитными катушками, называются токамаками (рис. 1, а) [1]. Они предназначены для удержания высокотемпературной плазмы с целью получения в будущем энергии от слияния ядер легких элементов. В современных токамаках плазма вытянута по вертикали, т. е. имеет D -образное сечение с вытянутостью 1,5 и более (вытянутость — отношение большой полуоси к малой вертикального сечения плазмы). В такой конфигурации отношение давления плазмы к давлению внешнего магнитного поля более чем в два раза выше, чем в токамаках круглого сечения [2]. Вытянутость приводит к неустойчивости плазмы в вертикальном направлении, что является платой за улучшение параметров плазмы посредством ее вертикального вытягивания.

При проектировании современных токамаков необходима разработка систем управления для подавления вертикальной неустойчивости плазмы и стабилизации ее формы и тока. Управление формой и током плазмы в токамаках осуществляется с помощью полоидального магнитного поля, создаваемого магнитными обмотками центрального со-

леноида и дополнительными обмотками, расположенными вокруг камеры токамака. Для подавления вертикальной неустойчивости плазмы, как правило, применяются обмотки горизонтального поля. Без подобных систем магнитного управления плазмой вытянутые по вертикали токамаки неработоспособны.

В данной работе изучаются возможности управления плазмой в токамаке T-15, проект которого был анонсирован в 2010 г. [3]. Токмак T-15 будет создаваться в Институте физики токамаков (НИЦ «Курчатовский институт», г. Москва). Для проектирования систем управления плазмой используется линейная модель плазмы для этого токамака, полученная путем линеаризации на квазистационарной стадии плазменного разряда плазмо-физического кода DINA, разработанного в Троицком институте инновационных и термоядерных исследований [4]. Разработка системы магнитного управления плазмой в токамаке T-15 продолжает цикл работ по управлению плазмой, проводимых в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН для проекта ITER (www.iter.org) [5—15]. Это связано с тем, что полоидальная система токамака T-15 подобна магнитной системе ITER, поскольку обмотки полоидального магнитного поля расположены аналогично вокруг ваку-

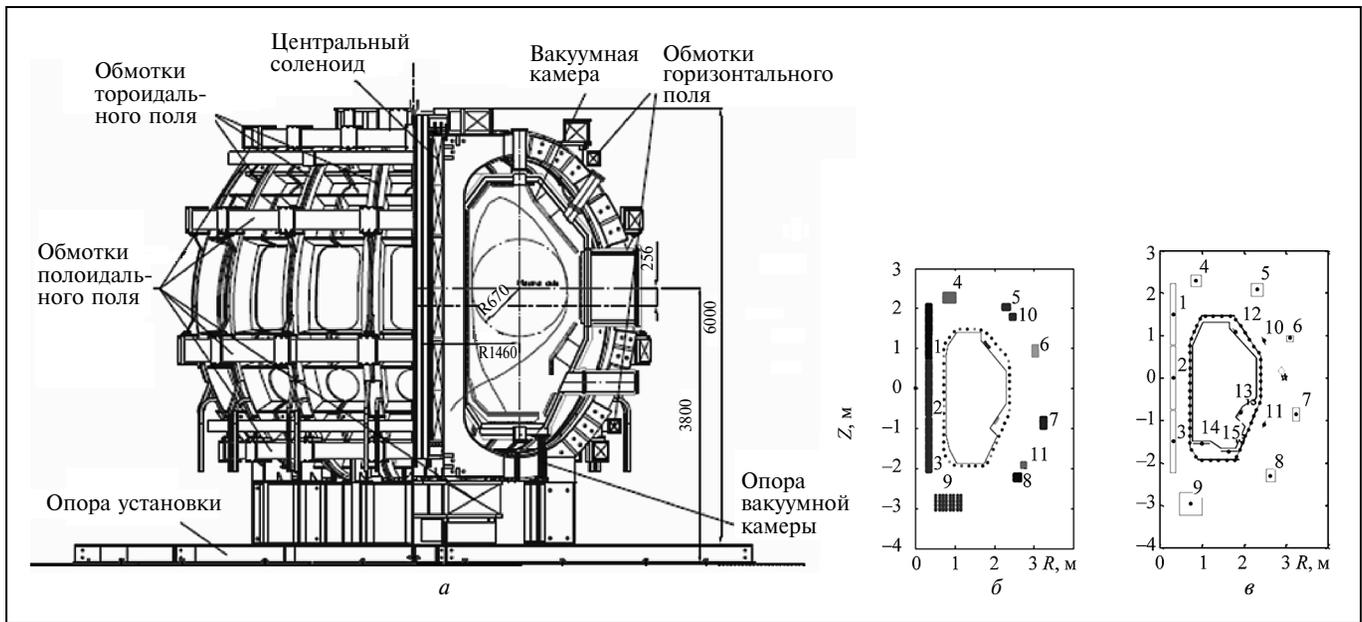


Рис. 1. Расположение обмоток горизонтального магнитного поля (обмотки 10 и 11) в токамаке Т-15: а, б — обмотки вне камеры токамака рядом с обмотками полоидального поля, в — обмотки между камерой токамака и обмотками тороидального поля. Обмотки 10, 11 включаются встречно-последовательно и образуют обмотку НФС

умной камеры токамака. Разработанные системы управления плазмой моделировались в программно-вычислительной среде MATLAB/Simulink.

1. ОБЪЕКТ УПРАВЛЕНИЯ

Объектом управления в данной работе служит плазма в токамаке Т-15, имеющим следующие параметры: большой радиус 1,48 м, тороидальное поле с индукцией 2 Т, ток плазмы 2 МА, вытянутость 1,9, аспектное отношение 2,2, планируемая длительность импульса 10 с [3]. Магнитная система токамака Т-15 включает в себя обмотку тороидального поля, 3 обмотки центрального соленоида CS₁₋₃ (Central Solenoid), 6 обмоток полоидального поля PF₁₋₆ (Poloidal Field), и обмотку горизонтального поля НФС (Horizon Field Coil) (рис. 1, а). В начальном варианте проекта токамака Т-15 обмотка НФС располагалась рядом с обмотками полоидального поля (рис. 1 а, б) [3]. В результате проведенного исследования управляемости вертикального положения плазмы при различном расположении обмотки НФС [16–19] было показано, что начальное расположение обмотки НФС вне тороидальной обмотки не эффективно. Поэтому было принято решение разместить обмотку НФС между камерой токамака и обмоткой тороидального поля (рис. 1, в).

2. ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ

Линейная модель плазмы, пассивных и управляющих структур в токамаке Т-15 имеет вид линейной стационарной системы уравнений в пространстве состояний

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_1 x_1 + B_1 u_1 + E \dot{w}, \\ y_1 &= C_1 x_1 + D_1 u_1 + F w, \end{aligned} \quad (1)$$

где $A_1 \in \mathbb{R}^{64 \times 64}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{64 \times 10}$, $C_1 \in \mathbb{R}^{19 \times 64}$, $D_1 \in \mathbb{R}^{19 \times 10}$, $E \in \mathbb{R}^{64 \times 2}$, $F \in \mathbb{R}^{19 \times 2}$ — матрицы модели ($D_1 = 0$),

$y_1 = [\delta Z \ \delta g^T \ \delta I_p \ \delta I_{coils}^T \ \delta R]^T$ — выходной вектор сигналов, где δZ — вертикальное смещение магнитной оси плазмы, δg — смещение шести зазоров между сепаратрисой плазмы и первой стенкой, δI_p — вариация тока плазмы, δI_{coils} — вариации токов в CS/PF/НФС обмотках, δR — горизонтальное смещение магнитной оси плазмы.

Вектор входных воздействий $u = [U_{CS}^T \ U_{PF}^T \ U_{HFC}]^T$, где U_{CS} — напряжения на секциях центрального соленоида, U_{PF} — напряжения на обмотках PF, U_{HFC} — напряжение на обмотке НФС. Вектор $w = [\delta \beta_p \ \delta I_i]^T$ описывает возмущение, его компоненты состоят из сбросов относительного давления плазмы β_p и внутренней индуктивности плазмы I_i [1, 2]. Компоненты вектора состояния мо-

дели x_1 представляют собой вариации токов в пассивных структурах и активных (управляющих) обмотках. Эволюция возмущающих параметров задается выражениями $\delta\beta_p = \delta\beta_{p0}h(t - t_{dist})$, $\delta I_i = \delta I_{i0}h(t - t_{dist})$, где $h(t)$ — единичная ступенчатая функция Хевисайда, t_{dist} — момент времени возникновения возмущения, $\delta\beta_{p0} = -0,01$ и $\delta I_{i0} = -0,035$ — это значения сбросов β_p и I_i соответственно. Такой вид возмущения моделирует явление малого срыва в токамаке [1].

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основная задача данной работы состоит в разработке и анализе различных систем управления вертикальным положением, током и формой плазмы в токамаке Т-15. Каждая из систем должна обеспечивать устойчивость плазменных параметров при возмущении типа «малый срыв». Также системы должны обрабатывать уставку по вертикальному положению плазмы с приемлемым быстродействием.

Рассматриваются многосвязные системы, реализующие два подхода:

- развязка девяти каналов управления со стабилизацией вертикального положения плазмы и применение многомерного H_∞ -регулятора;
- стабилизация объекта и задание желаемой динамики замкнутой системы через оценку вектора состояния.

4. ДВУХКАСКАДНАЯ СИСТЕМА

Эта система управления положением, формой и током плазмы в токамаке Т-15 структурно включает в себя следующие составляющие [16]: скалярный контур импульсной стабилизации вертикального положения плазмы, многомерный каскад развязки каналов управления и каскад с многомерным H_∞ -регулятором (рис. 2).

Особенность линейных моделей вытянутой по вертикали плазмы заключается в наличии единственного неустойчивого полюса, определяющего неустойчивую моду вертикального движения плазмы. Перед последующей развязкой каналов управления целесообразно предварительно стабилизировать объект управления [16—19]. Скалярный контур стабилизации включает в себя скалярную модель плазмы с входом U_{HFC} и выходом δZ , пропорциональный регулятор с коэффициентом усиления $K_z = 10^5$ и модель исполнительного устройства — инвертора напряжения [20, 21], работающего в режиме широтно-импульсной модуляции (ШИМ) с частотой 200 Гц и амплитудой выходного сигнала 400 В. На вход регулятора подается сиг-

нал рассогласования по вертикальному положению плазмы Z , выходом исполнительного устройства служит напряжение на обмотке горизонтального поля U_{HFC} .

4.1. Развязка каналов управления

Развязка каналов управления осуществляется с помощью матрицы прямой цепи K_{sp} и матрицы обратной связи K_{fb} (рис. 2) [9] для девяти каналов управления с использованием напряжений и токов трех обмоток центрального соленоида CS_{1-3} и шести обмоток полоидального поля PF_{1-6} .

Редуцируем исходную систему (1) до девятого порядка [22]. На рис. 3 приведены ганкелевы сингулярные числа [22] исходной системы, показывающие возможность такой редукции. Видно, что наибольшее влияние на составляющие выходного вектора y_1 в выражении (1) оказывают первые де-

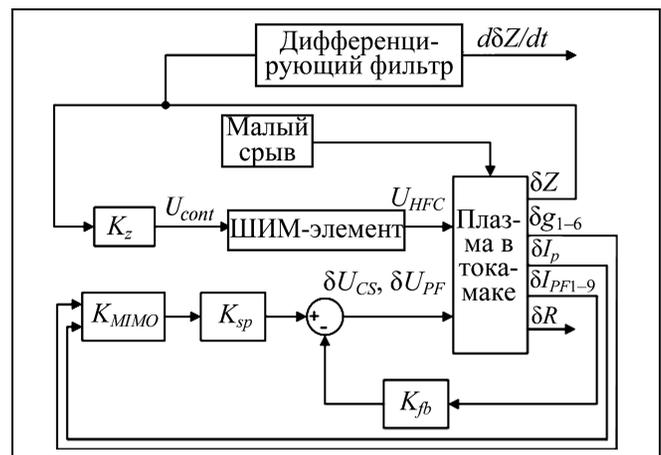


Рис. 2. Двухкаскадная система управления формой и током плазмы в токамаке Т-15 с импульсным контуром стабилизации вертикального положения плазмы

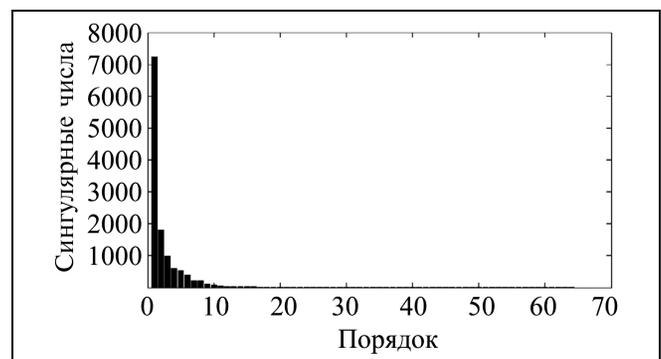


Рис. 3. Ганкелевы сингулярные числа стабилизированной нередуцированной системы

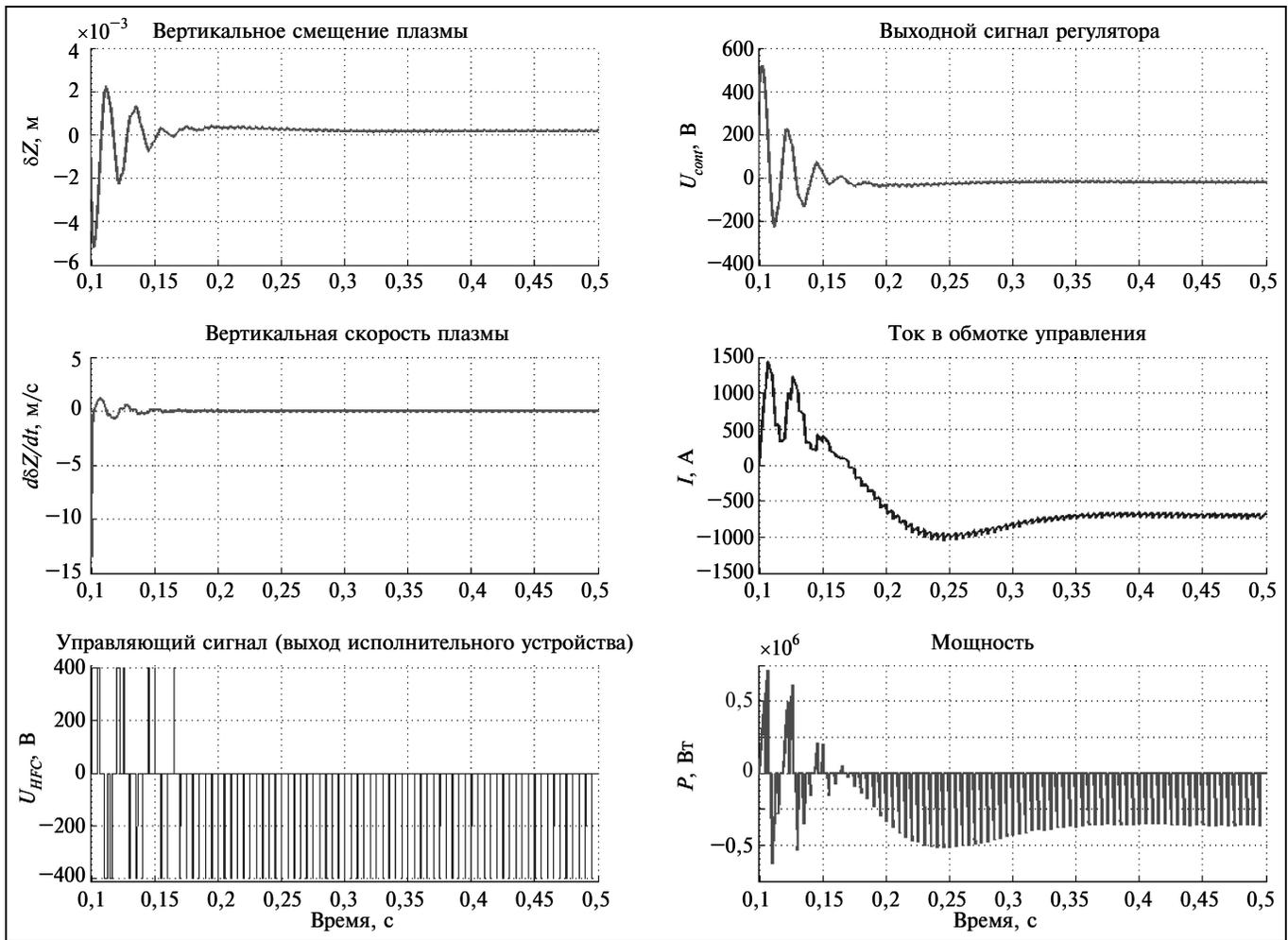


Рис. 4. Иллюстрация работы скалярного контура подавления вертикальной неустойчивости плазмы в двухкаскадной системе управления положением, формой и током плазмы в токамаке Т-15 при возмущении типа «малый срыв»

вять составляющих вектора состояния x_1 в сбалансированной реализации модели объекта управления. Это связано с особенностями модели объекта управления — каждую составляющую выходного вектора y_1 можно приближенно представить в виде линейной комбинации токов в обмотках управления и пассивных контурах.

Рассмотрим подсистему, включающую в себя в качестве входов только девять напряжений U_{CS} и U_{PF} и девять вариаций токов в обмотках центрального соленоида и обмотках полоидальных полей δI_{coils} . Поскольку матрица D_1 нулевая, эту подсистему можно представить следующим образом:

$$\dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 u_2, \quad y_2 = C_2 x_2, \quad (2)$$

где $A_2 \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$, $B_2 \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$, $C_2 \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$, $u_2 \in \mathbb{R}^{9 \times 1}$, $x_2 \in \mathbb{R}^{9 \times 1}$. Зададим управление в виде: $u_2 = K_{sp} r - K_{fb} y_2$, где $K_{sp} \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$ — матрица прямой цепи,

$K_{fb} \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$ — матрица обратной связи, $r \in \mathbb{R}^{9 \times 1}$ — векторный сигнал-уставка по токам в обмотках управления. Тогда система (2) преобразуется к виду $\dot{x}_2 = \Lambda x_2 + B_2 K_{sp} r$, $y_2 = C_2 x_2$, где $\Lambda = A_2 - B_2 K_{fb} C_2$ — матрица замкнутой подсистемы, которая выбирается диагональной для развязки каналов управления с желаемыми значениями собственных чисел для обеспечения приемлемой динамики подсистемы с обратной связью. На основе этой матрицы, матрицы K_{sp} и K_{fb} вычисляются как $K_{fb} = B_2^{-1} (A_2 - \Lambda) C_2^{-1}$, $K_{sp} = -B_2^{-1} \Lambda C_2^{-1}$.

4.2. Многомерный H_∞ -регулятор

Многомерный H_∞ -регулятор входит во внешний каскад двухкаскадной системы управления (блок K_{MIMO} , см. рис. 2). На вход регулятора подаются сигналы вариаций шести зазоров δg_{1-6} и тока

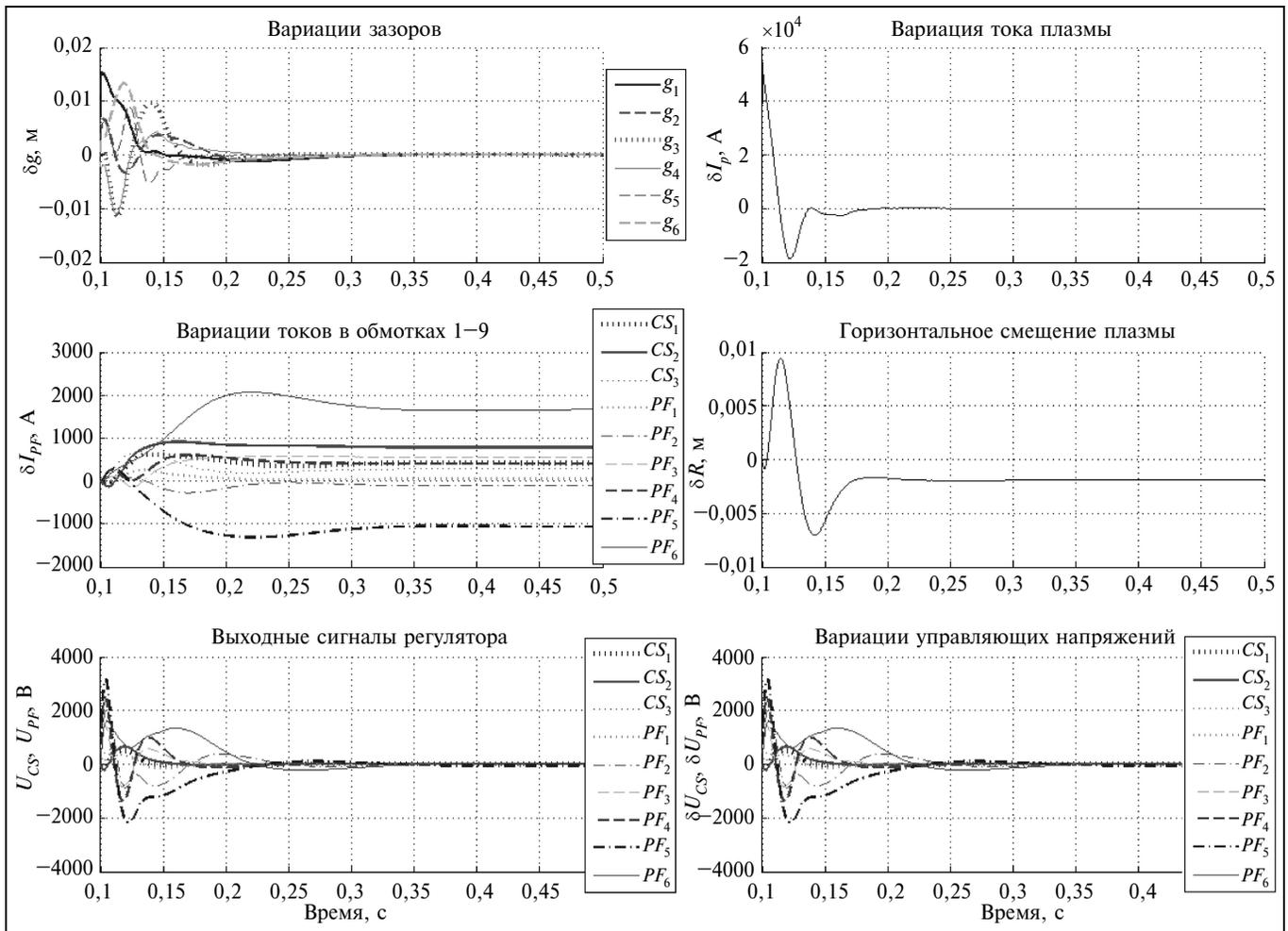


Рис. 5. Иллюстрация работы многомерного контура двухкаскадной системы управления положением, формой и током плазмы в токамаке Т-15 при подаче возмущения типа «малый срыв»

плазмы δI_p , а выходами являются задающие воздействия по токам в обмотках управления, поступающие на матрицу K_{sp} внутреннего каскада системы. Регулятор получен методом H_∞ -синтеза (loop shaping) с применением нормализованной взаимно простой факторизации передаточной функции модели объекта $G = M^{-1}N$ [23]. При этом достигнут запас робастной устойчивости $\varepsilon_{\max} = 0,254$, где $\varepsilon = \|\Delta_N \Delta_M\|_\infty$ — H_∞ -норма пары неопределенных устойчивых передаточных функций Δ_N, Δ_M в сомножителях факторизации возмущенной модели $G_p = (M + \Delta_M)^{-1}(N + \Delta_N)$.

4.3. Численный эксперимент

Работа системы тестировалась путем моделирования возмущения типа «малый срыв» (см. § 2). Результаты моделирования приведены на рис. 4 и 5.

Система обеспечивает устойчивость всех управляемых плазменных параметров (вертикального

положения, зазоров и тока плазмы) при возмущении типа «малый срыв», время переходного процесса составляет около 0,1 с, а статическая ошибка по всем трем параметрам близка к нулю.

5. СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПО ОЦЕНКЕ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ

Вторая из рассматриваемых в данной статье систем — это система управления положением, током и формой плазмы по оценке вектора состояния с помощью наблюдателя. Она включает в себя наблюдатель вектора состояния и матрицу регулятора обратной связи, задающую размещение полюсов для получения желаемой динамики замкнутой системы. В отличие от двухкаскадной системы управления, разработка и тестирование данной системы проводились в дискретном времени с учетом транспортного запаздывания в моделях исполнительных устройств. Исследовалась возможность стабилизации плазмы по вертикали, исполь-



зую только девять управляющих CS/PF обмоток, без обмотки горизонтального поля HFC.

5.1. Стабилизация объекта управления по оценке вектора состояния

Система управления плазмой в токамаке Т-15 будет работать в дискретном времени с тактом в 1,1 мс, поэтому модель (1) в непрерывном времени была дискретизирована с периодом дискретизации в 1,1 мс и приведена к системе разностных уравнений:

$$x(n + 1) = Ax(n) + Bu(n), y(n) = Cx(n), \quad (3)$$

где $n \in \mathbb{N}^+$ — номер шага моделирования, $A \in \mathbb{R}^{64 \times 64}$, $B \in \mathbb{R}^{64 \times 10}$, $C \in \mathbb{R}^{19 \times 64}$ — матрицы дискретной линейной модели.

Также на каждом входе модели объекта (3) была добавлена модель исполнительного устройства (многофазного тиристорного управляемого выпрямителя) с транспортным запаздыванием в 3,3 мс. Добавление моделей выпрямителя по каждому из девяти входов привело к повышению общего порядка системы до 91. Это связано с тем, что задержка в выпрямителях моделируется в виде трех последовательных звеньев одноктоковой задержки, поэтому каждый добавленный блок, моделирующий запаздывание в исполнительном устройстве по одному каналу, добавляет три состояния к общему числу состояний дискретной системы.

Если система (3) управляемая [24–27], то обратная связь по состоянию, стабилизирующая систему, задается в виде $u(n) = -K\hat{x}(n)$, где \hat{x} — оценка вектора состояния x . Оценка состояния при наблюдаемости системы (3) получается с помощью наблюдателя состояния $\hat{x}(n + 1) = A\hat{x}(n) + Bu(n) - L(\hat{y}(n) - y(n))$, $\hat{y}(n) = C\hat{x}(n)$, где \hat{y} — оценка вектора выходных сигналов y , а матрица обратной связи наблюдателя $L \in \mathbb{R}^{91 \times 18}$ при невязке $\hat{y}(n) - y(n)$ выбирается таким образом, чтобы полная матрица наблюдателя $A - LC$ как замкну-

той системы была устойчива. Уравнения закона управления и оценки состояния можно свести к общей системе регулятора с наблюдателем в пространстве состояний

$$\begin{aligned} \hat{x}(n + 1) &= (A - LC - BK)\hat{x}(n) + Ly(n), \\ u(n) &= -K\hat{x}(n). \end{aligned} \quad (4)$$

Полюса замкнутой системы размещаются в соответствии с минимизацией квадратичного критерия качества по матрице обратной связи K (решение линейно-квадратичной задачи оптимизации):

$$J = \sum_{n=0}^{\infty} [x^T(n)\lambda Qx(n) + u^T(n)(1 - \lambda)Ru(n)] \xrightarrow{K} \min, \quad (5)$$

где матрицы $Q \geq 0$, $R > 0$, а λ — настраиваемый параметр, позволяющий задать желаемое качество управления. Если решается линейно-квадратичная задача оптимизации для управляемой модели объекта (3), то матрица K дает заведомо устойчивую замкнутую систему [27].

В работе синтезирована стабилизирующая матрица обратной связи по состоянию $K \in \mathbb{R}^{9 \times 91}$ для девяти входов модели объекта и 91-го состояния, минимизирующая критерий качества (5). Матрицы Q и R выбраны единичными, а параметр $\lambda = 0,9$. Полюса наблюдателя были заданы посредством матрицы $L \in \mathbb{R}^{91 \times 18}$ в отрицательной обратной связи наблюдателя на отрезке действительной оси единичного круга $[-0,05; +0,05]$. Порядок полученного регулятора (4) при необходимости можно снизить, применяя методы редукции [22]. Структурная схема системы управления с регулятором по оценке состояния и наблюдателем показана на рис. 6.

Введение нормирующего коэффициента m , а далее и q , обусловлено тем, что метод управления по состоянию решает задачу стабилизации, а не слежения [24, 25, 27]. Для того, чтобы выходной

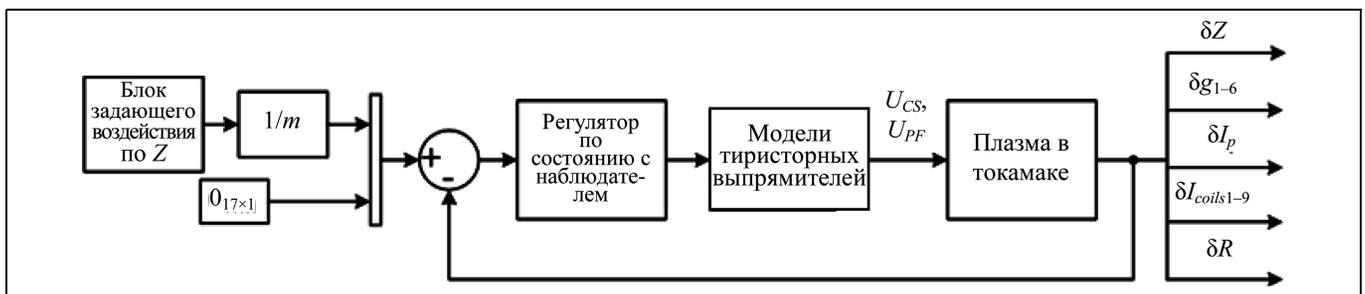


Рис. 6. Структурная схема системы управления по оценке вектора состояния: δZ — вертикальное смещение магнитной оси плазмы; δg_{1-6} — вариации зазоров между сепаратрисой плазмы и первой стенкой; δI_p — вариация тока плазмы; $\delta I_{coils 1-9}$ — токи в обмотках управления CS и PF, δR — горизонтальное смещение плазмы; $1/m$ — нормирующий коэффициент, где m — коэффициент усиления замкнутой системы на нулевой частоте

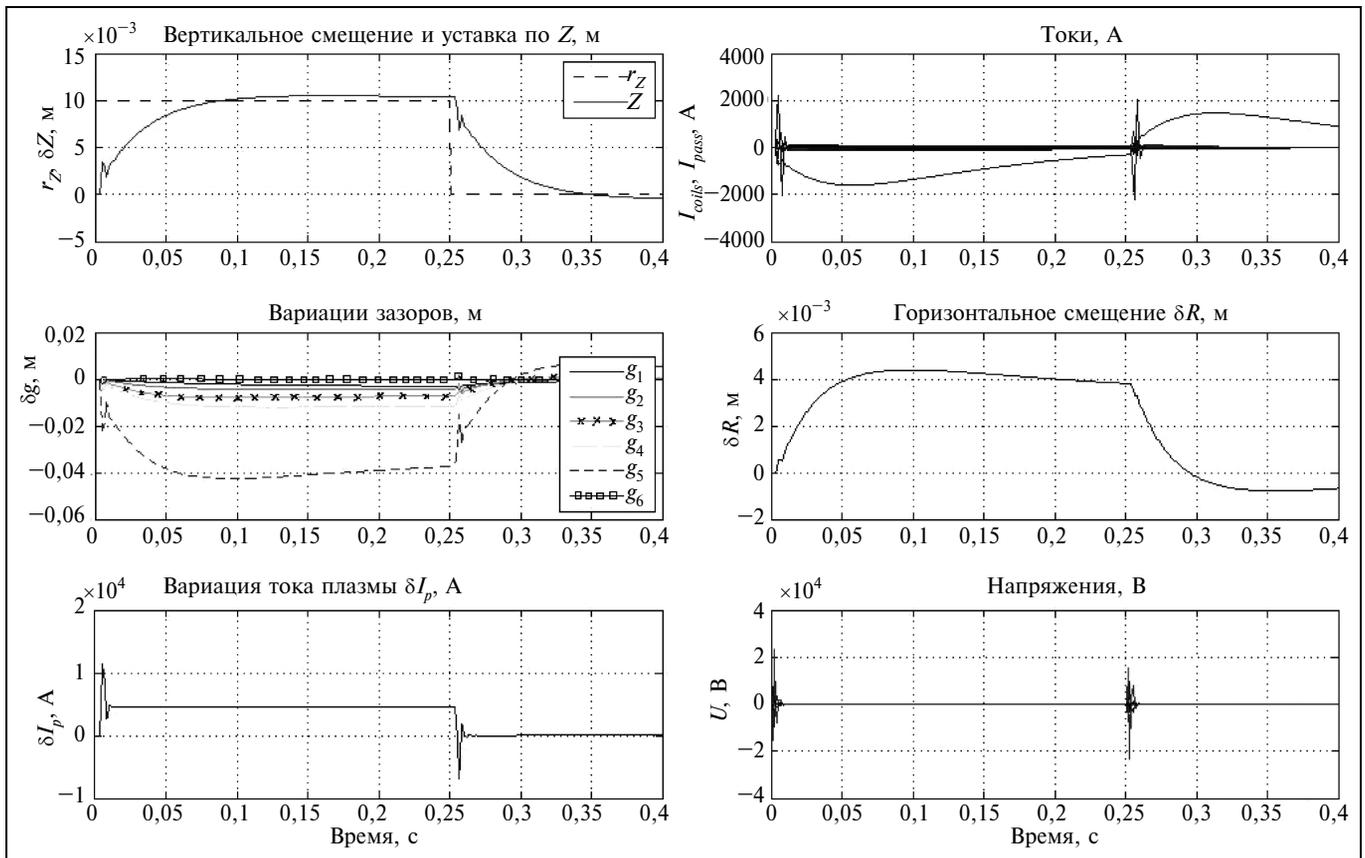


Рис. 7. Результаты моделирования системы с регулятором по оценке вектора состояния при подаче ступенчатой уставки по координате Z

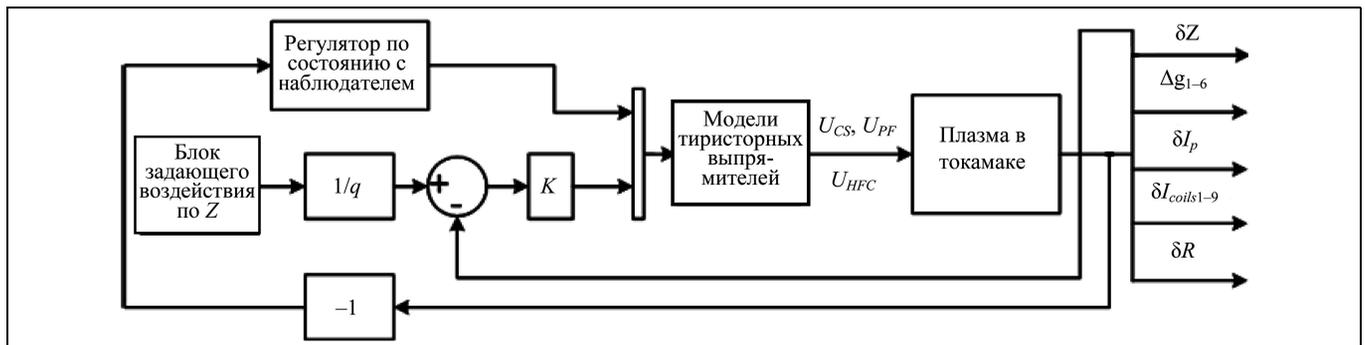


Рис. 8. Структурная схема системы управления с регулятором и наблюдателем по состоянию и дополнительным контуром стабилизации вертикального положения плазмы: K — пропорциональный регулятор с коэффициентом усиления 7500; $1/q$ — нормирующий коэффициент, где q — коэффициент усиления замкнутой системы от входа — напряжения на 10-й обмотке U_{HFC} — до вертикального смещения плазмы δZ

сигнал системы был равен входному воздействию в установившемся режиме, необходимо вводить в прямой цепи нормирующий коэффициент, обратный коэффициенту усиления на нулевой частоте замкнутой системы управления.

Качество работы системы оценивалось по обработке уставки в 1 см по вертикальному положению плазмы Z . Результаты приведены на рис. 7.

Система показала устойчивый переходный процесс по переменной Z со временем 0,1 с, несмотря на то, что 10-я обмотка (обмотка HFC) не участвует в процессе управления. Таким образом, можно сделать вывод, что *стабилизировать вертикальное положение плазмы Z можно посредством управления по оценке состояния без дополнительного контура по вертикальному положению плазмы при*

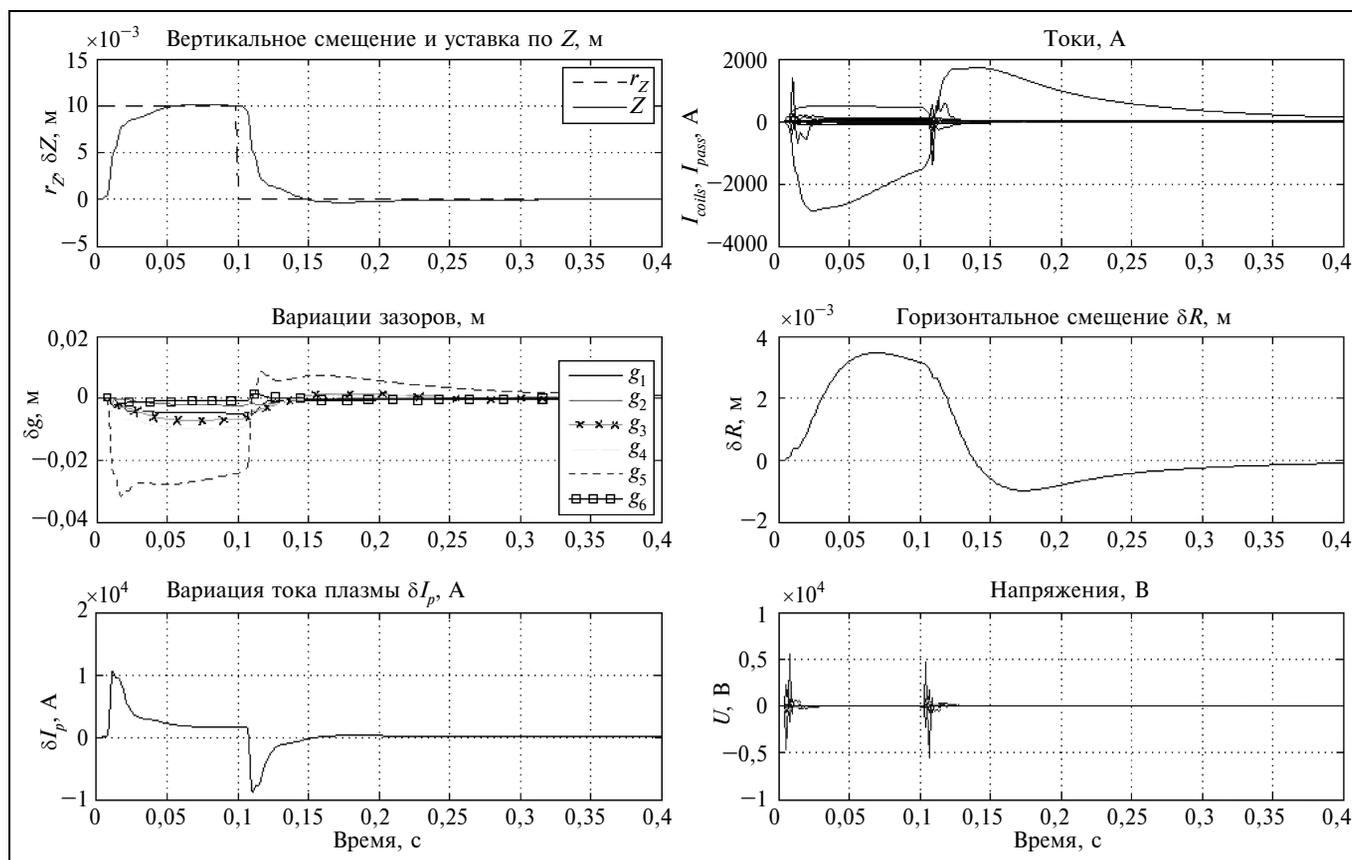


Рис. 9. Результаты моделирования системы с регулятором по оценке вектора состояния и дополнительным скалярным контуром стабилизации вертикального положения плазмы при подаче уставки по координате Z

наличии транспортного запаздывания в моделях выпрямителей в 3,3 мс.

5.2. Дополнительный контур стабилизации плазмы по вертикали

На рис. 8 приведена структурная схема системы управления с дополнительным контуром стабилизации Z по 10-й обмотке. Ко входу 10-й обмотки также подсоединена модель выпрямителя с транспортным запаздыванием в 3,3 с, а не модель ШИМ-элемента, т. е. инвертора напряжения.

Переходные процессы при подаче задающего воздействия в дополнительный скалярный контур по Z в 1 см показаны на рис. 9.

Применение пропорционального регулятора в контуре обратной связи с коэффициентом усиления, равным 7500, позволило сократить время переходного процесса до 0,05 сек. Таким образом, введение дополнительного контура по управлению вертикальным положением плазмы с обмоткой горизонтального поля НФС, питающейся от выпрямителя напряжения, позволяет оказывать влияние на качество переходных процессов при ста-

билизации вертикального положения плазмы и улучшать его.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрены две системы управления положением, формой и током плазмы в токамаке Т-15. Одна из них включает в себя многомерный контур развязки каналов управления, многомерный контур с H_∞ -регулятором и импульсный одномерный контур ШИМ-стабилизации положения плазмы по вертикали с пропорциональным регулятором. Эта система обеспечивает устойчивость плазмы в токамаке при подаче возмущения типа «малый срыв» и обладает хорошим быстродействием.

Во второй системе используется алгоритм размещения полюсов замкнутой системы. В ее состав входят наблюдатель для оценки вектора состояния и регулятор по оценке состояния. Показано, что с помощью данной системы можно стабилизировать вертикальное положение плазмы, не используя обмотку горизонтального магнитного поля НФС. Однако, введение дополнительного контура ста-

лизации, использующего эту обмотку с многофазным выпрямителем, улучшает качество переходного процесса в системе.

Следующий шаг в разработке систем магнитного управления плазмой в токамаке Т-15 состоит в уточнении (идентификации) моделей исполнительных устройств и учета этих моделей при синтезе алгоритмов управления, а также в применении полученных регуляторов на плазмо-физическом коде DINA.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wesson J.A. Tokamaks. — Oxford: Clarendon Press, 1997. — 832 p.
2. Кадоццев Б.Б., Шафранов В.Д. Магнитное удержание плазмы // Успехи физических наук. — 1983. — Т. 139, вып. 3. — С. 399—434.
3. Azizov E. A., Belyakov V.A., Filatov O.G., Velikhov E.P., and T-15MD Team. Status of project of engineering-physical tokamak // 23rd International Atomic Energy Agency (IAEA) Fusion Energy Conf., Daejeon, South Korea, 2010, FTP/P6-01.
4. Лукаш В.Э., Докука В.Н., Хайрутдинов Р.Р. Программно-вычислительный комплекс DINA в системе MATLAB для решения задач управления плазмой токамака // Вопросы атомной науки и техники. Сер.: Термоядерный синтез. — 2004. — № 4. — С. 40—49.
5. Докука В.Н., Кадурун А.В., Митришкин Ю.В., Хайрутдинов Р.Р. Синтез и моделирование H_{∞} -системы магнитного управления плазмой в токамаке-реакторе // Автоматика и телемеханика. — 2007. — № 8. — С. 126—145.
6. Митришкин Ю.В., Коростелев А.А. Система с прогнозирующей моделью для управления формой и током плазмы в токамаке // Проблемы управления. — 2008. — № 5. — С. 19—25.
7. Mitrishkin Y.V., Korostelev A.Y., Sushin I.S., Khayrutdinov R.R., Dokuka V.N. Plasma Shape and Current Tracking Control System for Tokamak // Proceedings of The 13th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing / V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of the Russian Academy of Sciences. — Moscow, June 3—5, 2009. — Fr-C7.1. — P. 2133—2138.
8. Mitrishkin Y.V., Korostelev A.Y., Dokuka V.N., Khayrutdinov R.R. Design and Modeling of ITER Plasma Magnetic Control System in Plasma Current Ramp-Up Phase on DINA Code // Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control. — Shanghai, China, December 16 — 18, 2009. — P. 1354—1359.
9. Митришкин Ю.В., Коростелев А.А. Каскадная система слежения за током и формой плазмы в токамаке с развязкой каналов управления // Вестник МГТУ. Сер.: Приборостроение. — 2010. — Т. 79, № 2. — С. 21—38.
10. Митришкин Ю.В., Коростелев А.А., Докука В.Н., Хайрутдинов Р.Р. Синтез и моделирование двухуровневой системы магнитного управления плазмой токамака-реактора // Физика плазмы. — 2011. — Т. 37, № 4. — С. 307—349.
11. Mitrishkin Y.V., Kadurin A.V., Korostelev A.Y. Tokamak Plasma Shape and Current H_{∞} Controller Design in Multivariable Cascade System // Proc. 18th IFAC World Congress. — Milan, Italy, 2011. — TuA16.3. — P. 3722—3727.
12. Mitrishkin Y.V., Efremov A.A., Zenkov S.M., Sushin I.S., Dokuka V.N., Khayrutdinov R.R. Hardware-in-the-loop Simulation as a stage of Plasma Control System Model-Based Design in Tokamaks: a Test Case // Proc. IEEE Multi-conference on Systems and Control. — Denver, USA, 28 — 30 September, 2011. — WeB03.6.
13. Кадурун А.В., Митришкин Ю.В. Многомерная система каскадного управления формой и током плазмы в токамаке

со встроенным H_{∞} -регулятором // Автоматика и телемеханика. — 2011. — № 10. — С. 52—71.

14. Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M. Hierarchical Plasma Shape, Position, and Current Control System for ITER // Proc. the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. — Orlando, FL, USA, 12-15 December, 2011. — TuA13.2. — P. 2620—2625.
15. Mitrishkin Y.V., Efremov A.A., Zenkov S.M. Experimental Test Bed for Real Time Simulations of Tokamak Plasma Control Systems // Journal of Control Engineering and Technology, <http://www.ijcet.org/> (in press).
16. Митришкин Ю.В., Зенков С.М. Каскадная система управления положением, формой и током плазмы в токамаке Т-15 // Материалы конф. «Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах» (УТЭОСС-2012). — СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», 2012. — С. 179—182.
17. Митришкин Ю.В., Зенков С.М., Карцев Н.М., Ефремов А.А. Сравнительный анализ систем управления неустойчивым вертикальным положением плазмы в токамаке // Тр. XII Международной конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» / Институт проблем управления. — М., 2012. — С. 243—244.
18. Mitrishkin Y.V., Zenkov S.M., Kartsev N.M., Efremov A.A., Dokuka V.N., Khayrutdinov R.R. Linear and impulse control systems for plasma unstable vertical position in elongated tokamak // Proc. The 51st IEEE Conference on Decision and Control. — Maui, Hawaii, USA, December 10—13, 2012. — P. 1697—1702.
19. Митришкин Ю.В., Карцев Н.С., Зенков С.М. Стабилизация неустойчивого вертикального положения плазмы в токамаке Т-15 // Автоматика и телемеханика (в печати).
20. Бортиков А.В., Герасимов С.Н., Митришкин Ю.В., Цыпак И.А. Инвертор напряжения автоматической системы управления положением плазменного шнура в токамаке ТВД // Препринт ИАЭ — 5068/7. — М.: 1990. — 36 с.
21. Моин В.С. Стабилизированные транзисторные преобразователи. — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 376 с.
22. Green M., Limebeer D.J.N. Linear Robust Control. — Prentice Hall Inc.: A Paramount Communications Company / Englewood Cliffs, New Jersey 07632, 1995. — 538 p.
23. McFarlane D., Glover K. A Loop Shaping Design Procedure Using H_{∞} Synthesis // IEEE Trans. Automatic Control. — 1992. — Vol. 37, N 6. — P. 759—768.
24. Williams II R. L., Lawrence D. A. Linear state space control systems. — Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons, Inc. ISBN: 978-0-471-73555-7, 2007. — 464 p.
25. Hespanha J.P. Linear systems theory. — Princeton, N.J.: Princeton University Press. Princeton and Oxford, 2009. — 263 p.
26. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления / Пер с англ. — М.: Машиностроение, 1986. — 448 с.
27. Ogata K. Designing Linear Control Systems with MATLAB. — Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, International, Inc., 1994. — 226 p.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским.

Семен Михайлович Зенков — мл. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-87-71, ✉ szenckov@gmail.com,

Юрий Владимирович Митришкин — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-90-41, ✉ yvm@mail.ru,

Екатерина Константиновна Фокина — ассистент, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, ✉ ekaterinafokina@gmail.com.



РОБАСТНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ИНТЕРВАЛЬНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

М.В. Морозов

Рассмотрены линейные нестационарные дискретные системы управления с периодическими интервальными ограничениями на элементы матрицы системы. На основе метода сравнения с вектор-функцией Ляпунова специального вида установлено достаточное условие робастной устойчивости таких систем. Показано, что при некоторых дополнительных ограничениях полученное условие является не только достаточным, но и необходимым. Результаты обобщены на случай линейных управляемых систем с многогранными периодическими ограничениями. Приведены примеры рассматриваемых систем.

Ключевые слова: линейная нестационарная дискретная система управления, периодические интервальные ограничения, вектор-функция Ляпунова, робастная устойчивость, многогранные периодические ограничения.

ВВЕДЕНИЕ

Проблеме робастной устойчивости дискретных систем посвящено большое число работ, см., в частности, обзоры [1–3]. Во многих работах прикладного характера параметры дискретных систем выбираются таким образом, чтобы корни некоторого многочлена (или собственные значения некоторой матрицы) лежали внутри единичного круга, причем необходимо предусмотреть грубость системы к ошибкам. Такие задачи возникают во многих электротехнических приложениях и смежных с ними областях. Неопределенность в значениях параметров может быть включена либо в матричную передаточную функцию, либо в описание состояний системы. Этому кругу задач посвящен ряд публикаций, среди них работы, отправной точкой для которых послужили работы В.Л. Харитонова [4, 5]. Значительная часть публикаций посвящена получению условий робастности для интервальных многочленов и многочленов с многогранными возмущениями коэффициентов [6, 7], представляющих собой характеристические многочлены дискретных систем. Часто предпочтительней оказывается метод пространства состояний [8], при котором неопределенности реализуются в виде возмущений элементов различных матриц, связанных, в частности, с переменными

состояния. Относительно неопределенных параметров предполагается известными лишь границы их изменения, и проблема робастной устойчивости состоит в том, сохраняется ли устойчивость для всех допустимых изменений неопределенных параметров. Появился ряд работ, посвященных получению условий робастности дискретных интервальных матриц [9–13]. Помимо харитоновского подхода к изучению робастности дискретных систем, имеющего алгебраический характер, существуют также и другие методы, прежде всего, методы параметрического пространства, ляпуновский подход и методы типа Риккати (см. обзоры в работах [14, 15]). Во многих работах даются лишь достаточные условия робастной устойчивости. Так, для линейных нестационарных дискретных систем управления со стационарными интервальными ограничениями на элементы матрицы системы достаточные условия были получены в работах [16, 17].

Рассматриваются, как правило, лишь стационарные множества, задающие ограничения на параметры системы. Однако ряд практических задач приводит к необходимости рассмотрения таких множеств изменения параметров системы, границы которых изменяются по заданным периодическим законам. В работе [18] с помощью метода функций Ляпунова были установлены общие критерии (необходимые и достаточные условия) ро-

бастной устойчивости для линейных нестационарных дискретных систем управления с периодически изменяющимися ограничениями на элементы матрицы системы. В общем случае эффективная проверка выполнения этих условий затруднительна, поскольку в конструкции соответствующей функции Ляпунова присутствуют параметры, значения которых априори неизвестны. В связи с этим несомненный теоретический и практический интерес представляет задача получения конструктивно проверяемых достаточных условий робастной устойчивости для заданного класса систем.

Настоящая работа представляет собой продолжение работы [19], посвященной получению, с помощью метода сравнения с вектор-функцией Ляпунова специального вида, достаточных условий робастной устойчивости линейных непрерывных нестационарных систем управления с периодическими интервальными ограничениями.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается линейная нестационарная дискретная система, описываемая уравнением вида

$$x(s+1) = A(s)x(s), \quad s = 0, 1, \dots \quad (1)$$

с периодическими интервальными ограничениями

$$\begin{aligned} \underline{A}(s) \leq A(s) \leq \bar{A}(s), \quad \underline{A}(s+N) \equiv \underline{A}(s), \\ \bar{A}(s+N) \equiv \bar{A}(s), \end{aligned} \quad (2)$$

где N — период системы.

Матричные неравенства в ограничениях (2) понимаются поэлементно (всюду в дальнейшем неравенства между матрицами и векторами понимаются как поэлементные неравенства), т. е.

$$\underline{a}_{ij}(s) \leq a_{ij}(s) \leq \bar{a}_{ij}(s), \quad i, j = \overline{1, n}, \quad s = 0, 1, \dots$$

Таким образом, в силу ограничений (2) рассматривается не одна фиксированная система (1), а совокупность линейных нестационарных дискретных систем (1) с периодическими интервальными ограничениями.

Будем называть нестационарную дискретную систему (1) робастно устойчивой относительно периодических ограничений (2), если ее нулевое решение $x(s) \equiv 0, s = 0, 1, \dots$ асимптотически устойчиво по Ляпунову при любом выборе матрицы $A(s)$, удовлетворяющей неравенствам (2).

Задача состоит в получении эффективно проверяемых достаточных условий робастной устойчивости нестационарной дискретной интервальной

системы (1). Основой для получения этих условий служит метод сравнения с вектор-функцией Ляпунова специального вида.

2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Введем в рассмотрение дискретную систему сравнения

$$x(s+1) = B(s)x(s), \quad s = 0, 1, \dots, \quad (3)$$

где периодическая матрица $B(s) = (b_{ij}(s))_{i,j=1}^n, B(s+N) \equiv B(s)$ определяется условиями

$$b_{ij}(s) = \max\{|\underline{a}_{ij}(s)|, |\bar{a}_{ij}(s)|\}, \quad i, j = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Достаточные условия робастной устойчивости системы (1) при периодических интервальных ограничениях (2) устанавливает следующая

Теорема 1. *Нестационарная дискретная система (1) робастно устойчива относительно периодических интервальных ограничений (2), если система сравнения (3) асимптотически устойчива по Ляпунову. ♦*

Доказательство теоремы приведено в Приложении.

Заметим, что условие асимптотической устойчивости дискретной периодической системы (3) сводится (см. работу [20]) к попаданию собственных значений матрицы монодромии $\Phi(N) = B(N-1) \dots B(0)$ системы (3) внутрь круга радиуса 1.

В некоторых случаях достаточные условия теоремы 1 являются также и необходимыми для робастной устойчивости интервальной дискретной системы (1), (2). Эти случаи выделяются следующим утверждением.

Теорема 2. *Условие асимптотической устойчивости по Ляпунову дискретной системы сравнения (3) необходимо и достаточно для робастной устойчивости нестационарной интервальной системы (1), (2) в следующих случаях:*

- 1) $\underline{A}(s) \geq 0, s = 0, 1, \dots;$ 2) $\bar{A}(s) \leq 0, s = 0, 1, \dots;$
- 3) $|\underline{A}(s)| \leq \bar{A}(s), s = 0, 1, \dots;$ 4) $\underline{A}(s) \leq -|\bar{A}(s)|, s = 0, 1, \dots$

Доказательство теоремы приведено в Приложении.

Теоремы 1 и 2 могут быть обобщены для дискретных систем с многогранными периодическими ограничениями

$$\begin{aligned} x(s+1) = A(s)x(s), \quad A(s) = \sum_{k=1}^m \lambda_k(s)A_k(s), \\ s = 0, 1, \dots, \end{aligned} \quad (5)$$



где $A_k(s) = (a_{ij}^k(s))_{i,j=1}^n$ — заданные периодические матрицы, $A_k(s + N) = A_k(s)$, $k = \overline{1, m}$, а функции $\lambda_k(s)$, $k = \overline{1, m}$, удовлетворяют условиям

$$\lambda_k(s) \geq 0, \quad \sum_{k=1}^m \lambda_k(s) = 1.$$

Системы вида (5) рассматривались в работе [21] в связи с задачей об абсолютной устойчивости нелинейных нестационарных дискретных систем управления с периодической линейной частью.

Достаточным условием робастной устойчивости системы (5) является асимптотическая устойчивость по Ляпунову дискретной системы сравнения (3), в которой элементы периодической матрицы $B(s)$ определены в соответствии с равенствами

$$b_{ij}(s) = \max_{1 \leq k \leq m} a_{ii}^k(s), \quad b_{ij} = \max_{1 \leq k \leq m} |a_{ij}^k(s)|, \\ i \neq j, \quad i, j = \overline{1, n}, \quad s = 0, 1, \dots$$

3. ПРИМЕРЫ

Пример 1. В работе [22] рассмотрен ряд примеров, приводящих к системам вида (1) с ограничениями (2). Это и следящие системы, элементы которых работают на переменном токе, и системы управления с амплитудно-импульсной модуляцией, и задачи, возникающие при исследовании вибраций фрезерных станков. В частности показано [22], что периодические ограничения вида (2) возникают, например, при рассмотрении нестационарной системы (1), в которой элементы $a_{ij}(s)$ матрицы $A(s)$ представимы в виде $a_{ij}(s) = u_{ij}(s)f_{ij}(s)$, $s = 0, 1, \dots$, где $f_{ij}(s)$, $s = 0, 1, \dots$, — заданные периодические функции периода N , а $u_{ij}(s)$ — произвольные функции, удовлетворяющие стационарным ограничениям $\alpha_{ij} \leq u_{ij}(s) \leq \beta_{ij}$, $s = 0, 1, \dots$

Нетрудно проверить, что в этом случае периодические функции $\underline{a}_{ij}(s)$ и $\bar{a}_{ij}(s)$ в ограничениях (2) определяются равенствами

$$\underline{a}_{ij}(s) = 0,5\{(\alpha_{ij} + \beta_{ij})f_{ij}(s) - |\alpha_{ij} - \beta_{ij}||f_{ij}(s)|\}, \\ \bar{a}_{ij}(s) = 0,5\{(\alpha_{ij} + \beta_{ij})f_{ij}(s) + |\alpha_{ij} - \beta_{ij}||f_{ij}(s)|\}.$$

Приведем примеры, иллюстрирующие условия 1—4 теоремы 2.

Пример 2. Пусть функция $g(s)$, $s = 0, 1, \dots$, имеет вид:

$$g(s) = \begin{cases} 2 & \text{при } s \in [4k, 4k + 2], \\ 0 & \text{при } s \in [4k + 2, 4k + 4], \quad k = 0, 1, \dots \end{cases}$$

Рассмотрим систему (1), (2), в которой

$$\underline{A}(s) = \begin{pmatrix} g(s) & 1 \\ 1 & g(s) \end{pmatrix}, \quad \bar{A}(s) = \begin{pmatrix} g(s) + 1 & 2 \\ 2 & g(s) + 1 \end{pmatrix}, \\ s = 0, 1, \dots$$

Матрицы $\underline{A}(s)$ и $\bar{A}(s)$ имеют период $N = 2$. В этом случае выполнены условия 1, 3 теоремы 2 и система (1), (2) робастно устойчива.

Пример 3. Рассмотрим систему (1), (2), в которой

$$\underline{A}(s) = \begin{pmatrix} g(s) - 0,5 & 1 \\ 1 & g(s) - 0,5 \end{pmatrix}, \\ \bar{A}(s) = \begin{pmatrix} g(s) + 1 & 2 \\ 2 & g(s) + 1 \end{pmatrix}, \quad s = 0, 1, \dots$$

Матрицы $\underline{A}(s)$ и $\bar{A}(s)$ имеют период $N = 2$. В этом случае выполнено только условие 3 теоремы 2 и система (1), (2) робастно устойчива.

Следующий пример показывает применение теоремы 1.

Пример 4. Пусть функция $f(s)$, $s = 0, 1, \dots$ имеет вид:

$$f(s) = \begin{cases} 0 & \text{при } s = 0 \text{ и нечетных,} \\ 0,25 & \text{при четных.} \end{cases}$$

Рассмотрим систему (1), (2), в которой

$$\underline{A}(s) = \begin{pmatrix} -0,5 + f(s) & f(s)/2 \\ f(s)/2 & -1 + 3f(s) \end{pmatrix}, \\ \bar{A}(s) = \begin{pmatrix} 1 - 2f(s) & f(s) \\ f(s) & 0,5 \end{pmatrix}, \quad s = 0, 1, \dots$$

Матрицы $\underline{A}(s)$ и $\bar{A}(s)$ имеют период $N = 2$.

В этом случае ни одно из условий теоремы 2 не выполнено и необходимо рассмотреть систему сравнения, матрица $B(s)$ которой имеет вид

$$B(s) = \begin{pmatrix} 1 - 2f(s) & f(s) \\ f(s) & 1 - 2f(s) \end{pmatrix},$$

и ее период равен 2. Вычислим матрицу монодромии системы сравнения:

$$\Phi(2) = B(0)B(1) = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,25 \\ 0,25 & 0,5 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно убедиться, что собственные значения этой матрицы равны 0,25 и 0,75, лежат внутри единичного круга и, следовательно, система сравнения асимптотически устойчива, откуда, по теореме 1, следует робастная устойчивость рассматриваемой интервальной системы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача робастной устойчивости линейных нестационарных дискретных систем управления с периодическими интервальными ограничениями на элементы матрицы системы. В работах, посвященных проблеме робастной устойчивости, рассматриваются, как правило, лишь

стационарные множества, задающие ограничения на параметры системы. Получение условий робастной устойчивости для систем с нестационарными интервальными ограничениями представляет еще более сложную задачу. Теорема 1 дает простое и проверяемое, во многих случаях, условие робастной устойчивости рассматриваемых систем, которое сводится к проверке асимптотической устойчивости одной системы — системы сравнения (3). В большинстве работ, посвященных проблеме робастной устойчивости, устанавливаются лишь достаточные условия робастной устойчивости. Теорема 2 выделяет случаи, когда полученное в теореме 1 условие робастной устойчивости становится необходимым и достаточным. Приведены различные примеры рассматриваемых систем. Пример 1 касается связи рассматриваемых систем с практическими задачами. Примеры 2 и 3 иллюстрируют условия 1—4 теоремы 2 и показывают, что эти условия не вносят серьезные ограничения на выбор «нижней» и «верхней» матриц. Пример 4 показывает, что в случае невыполнения ни одного из условий 1—4 теоремы 2, на основе теоремы 1 могут быть построены система сравнения, ее матрица монодромии и проведен анализ устойчивости рассматриваемой интервальной системы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство теоремы 1. Выберем для системы (1) вектор-функцию Ляпунова вида

$$V(x) = |x| = (|x_1|, \dots, |x_n|)^T \quad (\text{П.1})$$

с компонентами

$$V_i(x) = |x_i|, \quad i = \overline{1, n}.$$

В формуле (П.1) и далее под абсолютной величиной $|x|$ вектора $x \in R^n$ понимается n -мерный вектор с компонентами $|x_1|, \dots, |x_n|$.

В силу выражений (2)—(4) справедливы неравенства

$$V(A(s)x) = |A(s)x| \leq |A(s)||x| \leq B(s)V(x),$$

$$x \in R^n, \quad s = 0, 1, \dots$$

Поэтому система (3) является системой сравнения для каждой конкретной системы (1) при любом выборе матрицы $A(s)$, удовлетворяющей интервальным ограничениям (2).

Используя дискретные аналоги теорем сравнения с вектор-функцией Ляпунова [23, с. 259—277], [24, с. 92—128], получим, что из асимптотической устойчивости по Ляпунову системы (3) следует асимптотическая устойчивость всякой конкретной системы (1) при ограничениях (2), т. е. робастная устойчивость интервальной системы (1), (2). Теорема 1 доказана.

Доказательство теоремы 2. Достаточность следует из теоремы 1.

Докажем необходимость. Пусть интервальная система (1), (2) робастно устойчива. Требуется доказать, что система сравнения (3) асимптотически устойчива. Из определения матрицы сравнения $B(s)$ в соответствии с условиями (4) следует, что в случаях 1 и 3

$$b_{ij}(s) = \max\{\underline{a}_{ij}(s), |\bar{a}_{ij}(s)|\} = |\bar{a}_{ij}(s)| = \bar{a}_{ij}(s), \quad i, j = \overline{1, n}.$$

Следовательно, $B(s) \equiv \bar{A}(s)$. Поэтому в этих случаях система сравнения (3) совпадает с системой

$$x(s+1) = \bar{A}(s)x(s),$$

которая асимптотически устойчива, поскольку, в силу определения, робастная устойчивость системы (1), (2) означает асимптотическую устойчивость системы (1) с любой матрицей $A(s)$, удовлетворяющей неравенствам (2), в том числе и в случае, когда $A(s) = \bar{A}(s)$.

В случаях 2 и 4 из определения матрицы сравнения $B(s)$ в соответствии с условиями (4)

$$b_{ij}(s) = \max\{\underline{a}_{ij}(s), |\bar{a}_{ij}(s)|\} = \underline{a}_{ij}(s) = -\bar{a}_{ij}(s), \quad i, j = \overline{1, n}.$$

Следовательно $B(s) \equiv -\underline{A}(s)$, и система (3) совпадает с системой

$$x(s+1) = -\underline{A}(s)x(s). \quad (\text{П.2})$$

Покажем, что система (П.2) асимптотически устойчива в том и только в том случае, когда этим свойством обладает система

$$x(s+1) = \underline{A}(s)x(s). \quad (\text{П.3})$$

Пусть $x(s, s_0, x_0)$, $s \geq s_0 \geq 0$, — решение системы (П.3) с начальными условиями $s_0, x_0 = x(s_0)$. Тогда выполнено равенство $x(s, s_0, x_0) = A(s-1)A(s-2)\dots A(s_0)x(s_0)$.

Пусть $y(s, s_0, x_0)$ — решение системы (П.2) с теми же начальными условиями $s_0, x_0 = x(s_0) = y(s_0)$. Аналогично

$y(s, s_0, x_0) = (-1)^{s-s_0} A(s-1)A(s-2)\dots A(s_0)x(s_0)$. Следова-

тельно, $y(s, s_0, x_0) = (-1)^{s-s_0} x(s, s_0, x_0)$, и нормы решений $x(s, s_0, x_0)$ и $y(s, s_0, x_0)$ совпадают, откуда вытекает, что асимптотическая устойчивость одной из систем (П.2) и (П.3) эквивалентна асимптотической устойчивости другой.

Система (П.3) асимптотически устойчива, поскольку, в силу определения, робастная устойчивость системы (1), (2) означает асимптотическую устойчивость системы (1) с любой матрицей $A(s)$, удовлетворяющей неравенствам (2), в том числе и в случае, когда $B(s) \equiv \underline{A}(s)$. Необходимость доказана. Теорема 2 доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Dorato P., Yedavalli R.K. Recent Advances in Robust Control. — N.-Y.: IEEE Press. — 1990.
2. Гусев Ю.М., Ефанов В.Н., Крымский В.Г., Рутковский В.Ю. Анализ и синтез линейных интервальных динамических систем (состояние проблемы). I, II // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. — 1991. — № 1. — С. 3—23; № 2. — С. 3—30.



3. Джурю Э.И. Робастность дискретных систем (обзор) // Автоматика и телемеханика. — 1990. — № 5. — С. 3—28.
4. Харитонов В.Л. Асимптотическая устойчивость семейства систем линейных дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. — 1978. — Т. 14. — № 11. — С. 2086—2088.
5. Харитонов В.Л. Об обобщении критерия устойчивости // Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат. — 1978. — № 1. — С. 53—57.
6. Cieslik J. On possibilities of the extension of Kharitonov's stability test for interval polynomials to the discrete case // IEEE Trans. Automat. Control. — 1987. — Vol. AC-32. — N 3. — P. 237—238.
7. Mansour M., Kraus F.J. On robust stability of Schur polynomials // Report No. 87-05. — Inst. Automat. Cont. Ind. Electronics. — Swiss Fed. Inst. Tech. (ETH). — Zurich, 1987.
8. Заде Л., Дезоер Ч. Теория линейных систем. Метод пространства состояний. — М.: Наука, 1970.
9. Bialas S. A necessary and sufficient condition for stability of interval matrices // Int. J. Control. — 1983. — Vol. 37. — N 4. — P. 717—722.
10. Xu Daoui. Simple Criteria for stability of interval matrices // Internat. Journ. Contr. — 1985. — Vol. 41. — N 1. — P. 289—295.
11. Shih-Wei Kau, Yung-Sheng Liu. A new LMI condition for robust stability of discrete-time uncertain systems // Systems & Control Letters. — December 2005. — Vol. 54. — Iss. 12. — P. 1195—1203.
12. Buslowicz M. Simple conditions for robust stability of positive discrete-time linear systems with delays // Control and Cybernetics. — 2010. — Vol. 39. — N 4. — P. 1159—1171.
13. Buslowicz M., Kaczorek T. Robust stability of positive discrete-time interval systems with time-delays // Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences. — 2004. — Vol. 52. — N 2. — P. 99—102.
14. Siljak D. Parameter space methods for robust control design: a guided tour // IEEE Trans. on Automat. Control. — 1989. — Vol. AC-34. — N 7. — P. 674—688.
15. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. — М.: Наука, 2002.
16. Bauer P.H., Premaratne K. Robust Stability of Time-Variant Interval Matrices // Proc. 29th Conf. on Decision and Control. Honolulu, HI. — Dec. 1990. — P. 334—335.
17. Mota F., Kaszkurewicz E., Bhaya A. Robust Stabilization of Time-Varying Discrete Interval Systems // Proc. 31st Conf. on Decision and Control. Tucson, AZ. — Dec. 1992. — P. 341—346.
18. Молчанов А.П., Морозов М.В. Робастная абсолютная устойчивость нестационарных дискретных систем управления с периодическими ограничениями // Автоматика и телемеханика. — 1995. — № 10. — С. 93—100.
19. Морозов М.В. Условия робастной устойчивости линейных нестационарных систем управления с интервальными ограничениями // Проблемы управления. — 2009. — № 3. — С. 23—26.
20. Халанай А., Векслер Д. Качественная теория импульсных систем. — М.: Мир, 1971.
21. Молчанов А.П., Морозов М.В. Функции Ляпунова для нелинейных нестационарных дискретных систем управления с периодической линейной частью // Автоматика и телемеханика. — 1992. — № 10. — С. 37—45.
22. Шильман С.В. Метод производящих функций в теории динамических систем. — М.: Наука, 1978.
23. Метод векторных функций Ляпунова в теории устойчивости / Р.З. Абдуллин, Л.Ю. Анапольский, А.А. Воронов и др. Под ред. А.А. Воронова, В.М. Матросова. — М.: Наука, 1987.
24. Анапольский Л.Ю. Метод сравнения в анализе дискретных систем. Вектор-функции Ляпунова и их построение. — Новосибирск: Наука, 1980.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским.

Михаил Владимирович Морозов — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-92-50, ✉ miguel@ipu.ru.



XII Всероссийское совещание по проблемам управления

Москва, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
16—19 июня 2014 г.

XII Всероссийское совещание по проблемам управления, посвященное 75-летию Института проблем управления (ИПУ) имени В.А. Трапезникова РАН, организуется ИПУ РАН при поддержке РФФИ, Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН, Российского национального комитета по автоматическому управлению, Академии навигации и управления движением, Научного совета РАН по комплексным проблемам управления и автоматизации, Совета по мехатронике и робототехнике РАН.

Основные направления работы Совещания:

- Теория систем управления
- Управление подвижными объектами и навигация
- Интеллектуальные системы управления
- Управление в промышленности, транспорте и логистикой
- Управление системами междисциплинарной природы
- Средства измерения, вычислений и контроля в управлении
- Системный анализ и принятие решений в задачах управления
- Информационные технологии в управлении
- Проблемы образования в области управления: современное содержание и технологии обучения

Подробная информация о Совещании находится на сайте <http://vspu2014.ipu.ru>.

Срок окончательной подачи докладов через систему подачи докладов на сайте — **30 ноября 2013 г.**

Контакты: Иван Николаевич Барabanов, ученый секретарь Программного комитета,

☎ (495) 335-23-53, ✉ ivbar@ipu.ru.

ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ НЕРАЗЛИЧИМОСТИ

Л.А. Гусев

Рассмотрена задача о построении интервальных оценок для неизвестной вероятности при наличии неразличимых исходов опытов. Предложен ряд способов ее решения.

Ключевые слова: доверительный интервал, неразличимое множество, вероятностная интерпретация неразличимости.

ВВЕДЕНИЕ

На практике, при статистической обработке материала, могут возникнуть затруднения, связанные с регистрацией неразличимых исходов опытов. Понятие множества неразличимых исходов (кратко-неразличимого множества, НМ) проиллюстрируем на простом примере.

Пусть имеется кубик (игральная кость), на гранях которого нанесены буквы известного алфавита $A = (a, b, d)$; на каждой грани нанесена одна буква, и любая буква нанесена хотя бы на одной грани. Если кубик правильный и однородный, каждая из букв a, b, d имеет ненулевую вероятность p_a, p_b, p_d появления при опыте — бросании кубика, полностью определяемую расположением букв на гранях.

Если непосредственное рассмотрение кубика недоступно, точное знание величин p_a, p_b, p_d невозможно, и приходится прибегать к тем или иным их статистическим оценкам. Интервальные оценки для вероятностей p_a, p_b, p_d могут быть получены просто путем обращения к статистическим справочникам (см, например, справочник [1, с. 286]), где по назначенной доверительной вероятности (надежности) γ , числу опытов n и числам m_a, m_b, m_d — числам появления букв a, b, d в серии из n опытов (n -эксперименте) в клетках соответствующих таблиц выписаны значения для границ искомым доверительных интервалов¹ (ДИ).

¹ Доверительные интервалы, определяемые этими таблицами, называются ДИ Клоппера — Пирсона; они связаны с биномиальными распределениями. Таблицы составлены для экспериментов по схеме Бернулли, но, как показано в работе [2], они пригодны и для рассматриваемых здесь схем экспериментов.

Пусть теперь экспериментирование осложнено возможностью появления неразличимых исходов опытов. В рассматриваемом примере это означает, что, кроме появления «обычных» исходов (в результате бросания появилось a ; появилось b ; появилось d), возможны исходы такого типа: появилось либо a , либо d , а что именно — узнать невозможно (например, потому, что кубик закатился в плохо освещенное место, а начертания букв a и d схожи). Множество $\{a, d\}$ названо множеством неразличимых исходов.

Пусть в n -эксперименте возможно появление любых² НМ, и даже все n результатов опытов могут оказаться неразличимыми множествами. Задача пусть остается прежней — дать интервальные оценки для неизвестных вероятностей p_a, p_b, p_d .

Насколько известно автору, такая постановка задачи в литературе не встречалась³. Возможно, это объясняется тем, что подобная задача считается выходящей за рамки математической статистики. В самом деле, пусть имеет место крайний, но формально допустимый случай: в результате n -эксперимента n раз появилось НМ $\{a, b, d\}$. Тогда фактически эксперимент никакой информации не дает, и говорить о статистической обработке материала нет смысла.

На практике автор впервые встретился с явлением неразличимости при построении статистических оценок для создававшейся ИПУ РАН компьютерной программы для диагностики болезни Паркинсона. Версий программы было предложено несколько, и в любой из версий при рабочих ис-

² В частности, возможно появление НМ $\{a, b, d\}$. При таком исходе опыта оказывается известным лишь сам факт бросания кубика.

³ В давней работе [3] неразличимость была формально описана.



пытаниях регистрировалось появление ошибок; потому для сравнения версий (с целью выбора наилучшей) требовалось построение их статистических оценок [4]. Кроме «обычных» ошибок — неверного определения формы заболевания (имеются формы A, R, T), регистрировались ответы вида «у больного имеет место заболевание либо формы A , либо R , а какой именно — установить невозможно», т. е. появлялись типичные неразличимые исходы опытов.

Как видно из примеров, неразличимость может быть связана с самыми разнообразными, реально встречающимися на практике причинами: сбоями в работе систем индикации, зашумленностью эксперимента, несовершенством человеческой памяти и др.

В статье сделана попытка дать некоторые практические рекомендации для нахождения интервальной оценки неизвестной вероятности для скалярной случайной величины при наличии неразличимостей.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЯ. ПРИБЛИЖЕННЫЕ СПОСОБЫ

Заданное множество исходов опыта обозначим $X = \{x_1, \dots, x_s\}$; исходы взаимно несовместны. Доверительная вероятность (надежность) $\gamma \in (0, 1)$ также считается заданной и постоянной (если не сказано иное). Эксперимент представляет собой n -кратное повторение опыта независимым образом (n -эксперимент). Каждый исход $x_i \in X$ имеет постоянную вероятность появления в опыте p_i . При проведении эксперимента регистрируются все появляющиеся в отдельных опытах исходы.

Расширим n -эксперимент допущением возможности регистрировать в качестве исходов любые подмножества $Y_j = \{x_{i_1}, \dots, x_{i_u}\}$, $Y_j \subseteq X$, $|Y_j| \geq 2$, $j \in \overline{1, v}$, $u \leq s$; такой эксперимент назовем экспериментом общего вида. Регистрация подмножества Y_j означает, что на самом деле появился в точности один из исходов $x_{i_u} \in Y_j$, но какой именно — узнать невозможно. Назовем Y_j множеством неразличимых исходов (сокращенно — неразличимым множеством, НМ). Запись результата n -эксперимента общего вида имеет вид: как отдельный исход x_1 появился m_1 раз, x_2 появился m_2 раз, ..., x_s появился m_s раз, НМ Y_1 появилось m_{Y_1} раз, ..., НМ

Y_v появилось m_{Y_v} раз, $\sum_{i=1}^s m_i = n_1$, $\sum_{j=1}^v m_{Y_j} = n_2$, $n_1 + n_2 = n$.

Так же, как для классического эксперимента, для n -эксперимента общего вида ставится задача: по результатам эксперимента найти интервальную

оценку неизвестной вероятности p_i появления исхода x_i в отдельном опыте, $i \in \overline{1, s}$. Решение будем считать точным, если построенный ДИ Δ_i покрывает значение p_i с вероятностью γ ; иначе решение считается приближенным.

Далее описаны два способа приближенного решения задачи, не требующие привлечения дополнительной информации (известна лишь запись n -эксперимента). При первом способе все зарегистрированные НМ учитываются, при втором неразличимости отбрасываются. Возможность не учитывать НМ интуитивно оправдана тем, что при большом n и малом n_2 отбрасывание НМ должно мало влиять на конечный результат.

Рассмотрим первый способ.

Выделим некоторый исход x_i и соответствующую вероятность p_i , индекс i опустим. В результате регистрации НМ общее число μ появлений исхода x оказывается неопределенным, зависящим от возможного (но неизвестного) варианта протекания эксперимента. Легко находятся минимальное и максимальное значения числа μ : $\mu_{\min} = m$, $\mu_{\max} = M = m + \sum_j (m_{Y_j} | x \in Y_j)$, см. работу [2]. Очевидно, возможными значениями μ являются и все числа ряда $m, m + 1, \dots, M$.

Для каждого возможного значения μ по заданной надежности γ и числу n для параметра p — неизвестной вероятности — определим (по таблицам в справочниках или формулам, приводимым там же) ДИ $\Delta^\mu = [a^\mu, b^\mu]$ длины $\lambda^\mu = \lambda(\Delta^\mu) = b^\mu - a^\mu$ и возьмем их объединение $\tilde{\Delta} = \bigcup_{m \leq \mu \leq M} \Delta^\mu$. Доказано [2], что $\Delta^\mu \cap \Delta^{\mu+1} \neq \emptyset$, поэтому $\tilde{\Delta}$ есть отрезок $\tilde{\Delta} = [a^m, b^M]$. Этот отрезок $\tilde{\Delta}$ в работе [2] назван расширенным доверительным интервалом⁴ (РДИ).

Примем РДИ $\tilde{\Delta}$ за решение задачи, т. е. за искомый ДИ. Так как $\forall \mu (\Delta^\mu \subset \tilde{\Delta})$, то $\tilde{\Delta}$ покрывает неизвестное значение вероятности p с надежностью $\gamma^* > \gamma$.

Разумеется, реально значение γ^* может быть значительно больше γ , и оценить (явно или статистически) степень этого превышения невозможно. Можно лишь попытаться дать его косвенные эвристические оценки.

Допустим, что в n -эксперименте фактически реализовалось некоторое значение $\mu = \mu'$, которому соответствует ДИ Δ' . Примем, что чем меньшую

⁴ Название неудачное, поскольку $\tilde{\Delta}$ не есть доверительный интервал в строгом значении этого термина.

долю от $\lambda(\tilde{\Delta})$ составляет $\lambda(\Delta')$, тем «хуже» (неопределенность больше), чем большую долю — тем «лучше» (неопределенность меньше). Но значение μ' не известно. Взяв вместо $\lambda(\Delta')$ известное значение $\max_{\mu} \lambda(\Delta^{\mu})$ (или $\min_{\mu} \lambda(\Delta^{\mu})$, или среднее значение $\lambda_{cp}(\Delta^{\mu})$) построим оценку

$$\eta' = \frac{\max_{\mu} \lambda(\Delta^{\mu})}{\lambda(\tilde{\Delta})}$$

$$\left(\text{или } \eta'' = \frac{\min_{\mu} \lambda(\Delta^{\mu})}{\lambda(\tilde{\Delta})}, \text{ или } \eta''' = \frac{\lambda_{cp}(\Delta^{\mu})}{\lambda(\tilde{\Delta})} \right). \quad (1)$$

Все оценки (1) вида η обладают свойствами [5]:

- $\eta \in [0, 1]$;
- если ни одно НМ Y_j не содержит x , то при любом n $\Delta^{\mu} = \tilde{\Delta}$ и $\eta = 1$;
- если $n_1 \leq C = \text{const}$ и $\forall_{j \in \overline{1, v}} Y_j (x \in Y_j)$, то, при $n \rightarrow \infty$, $\lambda(\tilde{\Delta}) \rightarrow 1$, $\forall_{\mu} (\lambda(\Delta^{\mu}) \rightarrow 0)$ и $\eta \rightarrow 0$;
- если $\sum_j (m_{Y_j} | x \in Y_j) \leq C = \text{const}$, то, при $n \rightarrow \infty$, $\eta \rightarrow 1$.

Таким образом, значение $\eta \approx 1$ наилучшее (можно принять, что γ^* незначительно превосходит γ), а $\eta \approx 0$ — наихудшее (принимая, что расхождение между γ^* и γ может быть большим).

Пример 1. Пусть $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $s = 3$, $\gamma = 0,80$, $n = 10$, $Y_1 = \{x_1, x_2\}$, $m_1 = m = 2$, $m_2 = 4$, $m_3 = 1$, $m_{\{1, 2\}} = 3$, (здесь для удобства вместо m_{Y_j} записано $m_{\{1, 2\}}$).

Обозначим $x_1 = x$ (соответственно $m_1 = m$). Для x имеем $\mu \in \overline{2, 5}$, и могут быть определены ДИ Δ^{μ} для этих значений μ (табл. 1) и РДИ $\tilde{\Delta}$ (строка $\tilde{\Delta}$ будет рассмотрена далее).

В соответствии с формулой (1) получим: $\max_{\mu} \lambda(\Delta^{\mu}) = \lambda(\Delta^5) = 0,466$; $\lambda(\tilde{\Delta}) = 0,678$; $\eta' = 0,687$ ($\eta'' = 0,583$, $\lambda_{cp} = 0,438$ и $\eta''' = 0,646$). ♦

Оценку вида η можно «перевести на язык» надежностей, поставив в соответствие значениям η

Таблица 1

Доверительные интервалы

μ	Δ^{μ}	λ^{μ}
2	$\Delta^2 = [0,055; 0,450]$	0,395
3	$\Delta^3 = [0,117; 0,552]$	0,435
4	$\Delta^4 = [0,189; 0,646]$	0,457
5	$\Delta^5 = [0,267; 0,733]$	0,466
$\tilde{\Delta}$	$[0,055; 0,733]$	0,678
$\tilde{\Delta}$	$[0,079; 0,596]$	0,517

Таблица 2

Отыскание компоненты γ' для оценки (γ, γ')

γ $\lambda(\Delta^5)$	0,87	0,88	0,89	0,90	0,91
	0,522	0,532	0,543	0,556	0,567

некоторые измененные значения γ . Известно, что при фиксированных n и m $\lambda(\Delta)$ есть строго возрастающая функция γ , потому уравнение

$$\max_{\mu} \lambda(\Delta^{\mu}(\gamma)) = \lambda(\tilde{\Delta}) \quad (2)$$

имеет единственное решение⁵ γ' , которое и поставим в соответствие оценке η' (аналогично для оценок η'' и η''').

Пример 2. $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $\gamma = 0,80$, $n = 10$, $Y_1 = \{x_1, x_2\}$, $x_1 = x$, $m_1 = m = 4$, $m_2 = 3$, $m_3 = 2$, $m_{\{1, 2\}} = 1$. Здесь $\mu \in \{4, 5\}$, $\tilde{\Delta} = [0,189; 0,733]$, $\lambda(\tilde{\Delta}) = 0,544$, $\max_{\mu} \lambda(\Delta^{\mu}) = \lambda(\Delta^5) = 0,466$, $\eta' = 0,857$.

Расширим Δ^5 , увеличивая γ , до $\lambda(\Delta^5(\gamma)) = \lambda(\tilde{\Delta}) = 0,544$ (табл. 2).

Из табл. 2 видно⁶, что равенство (2) выполняется при $\gamma' = 0,89$. Таким образом, оценка η' соотносится с увеличением надежности от 0,80 до 0,89, т. е. с парой $(\gamma, \gamma') = (0,80; 0,89)$. ♦

Добавим еще одно появление НМ Y_1 .

Пример 3. $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $\gamma = 0,80$, $n = 10$, $Y_1 = \{x_1, x_2\}$, $x_1 = x$, $m_1 = m = 4$, $m_2 = 3$, $m_3 = 1$, $m_{\{1, 2\}} = 2$. Здесь $\mu \in \overline{4, 6}$, $\tilde{\Delta} = [0,189; 0,811]$, $\lambda(\tilde{\Delta}) = 0,622$, $\max_{\mu} \lambda(\Delta^{\mu}) = 0,466$, $\eta' = 0,749$. Вычисления, аналогичные табл. 2, приводят к результату $\gamma' = 0,95$, т. е. к паре $(0,80; 0,95)$.

Замечание 1. Оценки вида η не являются статистическими. Это искусственно построенные величины, оправданные лишь с позиции некоего «здравого смысла». Понятно, что, вводя такие оценки, следовало поискать прецедент — узнать, встречались ли когда-либо в статистике столь чужеродные ей вещи. Оказалось, что встречались, хотя и редко.

Так, в монографии [6, гл. 6, п. 2.4] при заданной надежности γ строится прямоугольная доверительная область Ω для векторного параметра Θ . Описанный метод построения позволяет лишь утверждать, что $P(\Theta \in \Omega) = \gamma^* > \gamma$ и, как пишет автор, «фактически во многих случаях» γ^* может быть «значительно больше» γ . Установить, насколько γ^* больше γ в конкретном случае, метод не позволяет. Это в точности соответствует описанному способу.

Другой пример — из той же монографии [6, гл. 9, п. 4.1]. Здесь случайная величина Y зависит от век-

⁵ Следует иметь в виду, что $\lambda(\Delta) \in [0, 1]$, $\gamma \in (0, 1)$.

⁶ Для вычислений в табл. 2–4 использовались формулы, приведенные в работе [2], а также в статье [1, с. 69].

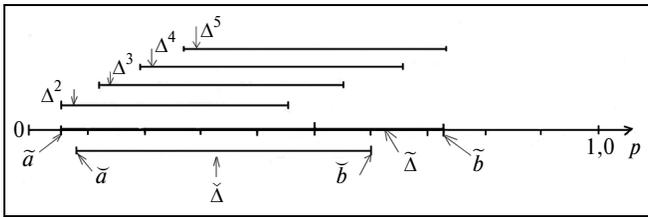


Рис. 1. Доверительные интервалы

торного параметра Θ . Проверяется гипотеза о независимости регрессии от некоторых координат вектора Θ . С этой целью вычисляются среднеквадратичные отклонения S и S' от оценок регрессии при учете или не учете рассматриваемых координат Θ . Очевидно, $S' \geq S$, оценка $U = S/S' \in [0, 1]$. Значение $U \approx 1$ «хорошее» (гипотеза принимается), $U \approx 0$ — «плохое» (гипотеза отвергается⁷).

Третий пример может быть взят из [7, гл. 1, п. 6], где рассматриваются минимаксные процедуры оценки рисков. ♦

Рассмотрим второй способ — отбрасывание НМ.

Отбрасывая НМ, следует соблюдать правило: при построении ДИ для x_α отбрасываются все появления НМ, в которые x_α входит, и только они. Целесообразность этого правила очевидна: если некоторый исход x_β не входит ни в одно НМ, то любое отбрасывание НМ приведет к уменьшению числа n и, следовательно, внесет искусственную ошибку в определение ДИ для x_β .

Определенный для x_α после отбрасывания НМ доверительный интервал будет табличным. Назовем его сокращенным доверительным интервалом (СДИ) и обозначим $\tilde{\Delta}_\alpha$. При соблюдении правила отбрасывания справедливо доказанное в работе [2] важное соотношение: $\tilde{\Delta}_\alpha \subset \tilde{\Delta}$.

Пример 1. (продолжение). В табл. 1 $\tilde{\Delta}$ обозначает СДИ, полученный для x при отбрасывании трех появлений НМ Y_1 , т. е. при $\gamma = 0,80, n = 7, m = m_1 = 2$. Если принять этот СДИ за решение задачи, то возможна ошибка: утверждение $p \in \tilde{\Delta}$ (при заданном γ) может оказаться ложным. Так, если в эксперименте реализовалось $\mu = 2$, утверждение $p \in \tilde{\Delta}$ может не выполняться на отрезке $[a^2, \tilde{a}]$ (рис. 1).

Для $\mu = 2$ имеем: $\Delta^2 = [a^2, b^2], \lambda(a^2, \tilde{a}) = \lambda(\tilde{a}, \tilde{a}) = \tilde{a} - a = \xi^2 = 0,079 - 0,055 = 0,024$. Для $\mu = 3 \xi^3 = 0$, для $\mu = 4 \xi^4 = b^4 - \tilde{b} = 0,646 - 0,596 = 0,050$, аналогично

⁷ Если известно, что случайная величина $Y(\Theta)$ распределена нормально, оценка U оказывается статистической.

$\xi^5 = 0,733 - 0,596 = 0,137$. Сумма длин ξ_i , где возможна ошибка, отнесенная к сумме длин всех ДИ Δ^i , дает оценку

$$\delta' = \sum_{i=1}^4 \xi^i / \sum_{i=1}^4 \lambda(\Delta^i). \quad (3)$$

В рассматриваемом примере $\delta' = 0,120$.

Замечание 2. Возможна более грубая оценка

$$\delta'' = \frac{\lambda(\tilde{\Delta}) - \lambda(\tilde{\Delta})}{\lambda(\tilde{\Delta})}. \quad (4)$$

В примере 1 $\delta'' = 0,237$. ♦

Величину δ' (или δ'') примем за оценку возможности ошибки при отбрасывании НМ. Как и оценки η , оценка δ не является статистической. Очевидно, $\delta \in [0, 1]$; в отличие от оценок η здесь $\delta \approx 0$ — наиболее благоприятно (отбрасывание НМ возможно), $\delta \approx 1$ — наименее благоприятно (ошибка при отбрасывании НМ может быть недопустимо велика).

Оценку (4), так же как оценку (1), легко трансформировать на язык надежностей.

Пример 2 (продолжение). Получаемый при отбрасывании НМ $Y_1 = \{x_1, x_2\}$ СДИ $\tilde{\Delta}$ определяется как ДИ с $\gamma = 0,80, \tilde{n} = 9, \tilde{m} = 4, \tilde{\Delta} = [0,210; 0,699], \lambda(\tilde{\Delta}) = 0,489$. Сохраняя $n = 10, \mu \in \{4, 5\}$, будем уменьшать $\lambda(\tilde{\Delta})$, уменьшая γ (табл. 3).

Из табл. 3 видно, что соотношение $\lambda(\tilde{\Delta}(\gamma)) = \lambda(\tilde{\Delta})$ выполняется при $\gamma' = 0,73$. Таким образом ошибка δ'' , возможная при отбрасывании НМ Y_1 , сопоставляется с уменьшением надежности от 0,80 до 0,73, т. е. характеризуется парой $(\gamma, \gamma') = (0,80; 0,73)$.

Пример 3 (продолжение). Здесь вычисления приводят к табл. 4.

Таким образом, $\gamma' = 0,63$, и соответствующая пара есть $(\gamma, \gamma') = (0,80; 0,63)$.

Замечание 3. Описанные оценки можно усовершенствовать, потребовав не совпадения длин, а наилучшего совмещения самих ДИ $\tilde{\Delta}(\gamma)$ и $\tilde{\Delta}$ (соответственно $\tilde{\Delta}(\gamma)$ и Δ^μ при надлежащем значении μ для оценки η). Для этого введем ошибку

Таблица 3

Отыскание компоненты γ' для оценки (γ, γ') (к примеру 2, продолжение)

γ	$\tilde{\Delta}(\gamma)$	$\lambda(\tilde{\Delta})$	$\theta_1^2 \cdot 10^4$
0,75	[0,207; 0,712]	0,505	1,78
0,74	[0,210; 0,707]	0,497	0,64
0,73	[0,214; 0,704]	0,490	0,41
0,72	[0,218; 0,702]	0,484	0,73
0,71	[0,220; 0,700]	0,480	1,01

Таблица 4
Отыскание компоненты γ' для оценки (γ, γ')
(к примеру 3, продолжение)

γ	$\tilde{\Delta}(\gamma)$	$\lambda(\tilde{\Delta})$	$\theta_2^2 \cdot 10^4$
0,66	[0,232; 0,768]	0,536	1,28
0,65	[0,234; 0,766]	0,532	0,72
0,64	[0,236; 0,764]	0,528	0,32
0,63	[0,239; 0,761]	0,522	0,02
0,62	[0,241; 0,759]	0,518	0,02
0,61	[0,243; 0,757]	0,514	0,18
0,60	[0,246; 0,754]	0,508	0,72

ку $\theta_1^2 = (\tilde{a} - \bar{a})^2 + (\tilde{b} - \bar{b})^2$ (соответственно $\theta_2^2 = (\tilde{a} - a^\mu)^2 + (\tilde{b} - b^\mu)^2$) и найдем γ^1 , минимизирующее ее. Соответствующие подсчеты, сделанные для табл. 3 и 4, дают те же значения $\gamma' = 0,73$ и $\gamma' = 0,63$ (см. последние столбцы этих таблиц). ♦

Отметим в заключение, что оценки вида (1) и (3) обнаруживают некоторое сходство с величинами, называемыми в теории нечетких множеств степенями принадлежности. Тем самым намечается связь явления неразличимости исходов опытов с теорией нечетких множеств. Исследование этой связи представляет собой, по-видимому, интересную теоретическую задачу.

2. СПОСОБ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ НЕРАЗЛИЧИМОСТИ

Опишем точный способ, который приводит к построению ДИ Δ^p классического типа. Этот способ требует наличия дополнительной (внешней) информации и возможности ее использования. Поясним его на примере.

Пример 4. Пусть $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $\gamma = 0,80$, $n = 10$, $Y_1 = \{x_1, x_2\}$, $Y_2 = \{x_1, x_3\}$, $Y_3 = \{x_1, x_2, x_3\}$, $m_1 = 2$, $m_2 = 1$,

Таблица 5
Варианты появления исхода $x = x_1$

Номер варианта	1	2	3	4	5
Первая регистрация Y_1	x	x	x	x	x_2
Вторая регистрация Y_1	x	x	x	x_2	x
Регистрация Y_2	x	x	x_3	x	x
Регистрация Y_3	x_2	x_3	x	x	x

Таблица 6

Кратности значений μ

μ	2	3	4	5	6
$R(\mu)$	2	7	9	5	1
$r(\mu)$	0,08	0,29	0,38	0,21	0,04

$m_3 = 3$, $m_{(1,2)} = 2$, $m_{(1,3)} = 1$, $m_{(1,2,3)} = 1$, $n_1 = 6$, $n_2 = 4$. Будем рассматривать исход x_1 , который обозначим x .

Для x $m = 2$, $M = 6$, $\mu \in \overline{2,6}$.

Выберем некоторое допустимое значение μ , например, $\mu = 5$. Это означает, кроме двухкратного появления x как отдельного исхода, его трехкратное появление при регистрации четырех появлений НМ. Путем полного перебора найдем все возможные варианты трехкратного появления x (табл. 5).

Таким образом, для $\mu = 5$ имеется пять возможных вариантов появления этого значения μ . Аналогичным образом устанавливается, что для $\mu = 4$ имеется девять возможных вариантов, для $\mu = 3$ семь и т. д.

Для некоторого μ назовем кратностью этого значения μ для исхода x и обозначим $R(\mu)$ число возможных вариантов появления μ . Тогда можно составить таблицу кратностей (табл. 6).

В строке $r(\mu)$ табл. 6 выписаны нормированные кратности $(\sum_{\mu} r(\mu) = 1)$. ♦

Если каким-либо способом числам μ приписать вероятности⁸ $p(\mu)$, то тем самым будет задано распределение вероятностей на μ как на случайных числах. Такую процедуру назовем вероятностной интерпретацией неразличимости (ВИН). Задача тогда становится статистически определенной, и может быть получена точная оценка — классический доверительный интервал Δ^p для неизвестной вероятности p , см. работу [5]. Там же доказано включение $\Delta^p \subset \tilde{\Delta}$, где $\tilde{\Delta}$ есть РДИ.

Представляется естественным предположение, что чем больше кратность $R(\mu^*)$ некоторого значения μ^* , тем возможнее, что именно это μ^* имело место в эксперименте. Это предположение можно формализовать, определив $p(\mu) = \varphi(r(\mu))$, где функция $\varphi(a)$ обладает свойством: $a' > a \rightarrow \varphi(a') > \varphi(a)$. Для частного вида $\varphi(a) = a$ имеем $p(\mu) = r(\mu)$; такой частный случай назовем пропорциональной ВИН.

В примере 4 для пропорциональной ВИН получено⁹ $\Delta^p = [0,14; 0,66]$. Для сравнения для этого же x $\tilde{\Delta} = [0,06; 0,81]$.

Можно пойти иным путем, приписав в каждом НМ входящим в него исходам некоторые условные вероятности, чем будет задано распределение вероятностей на входящих в НМ исходах как случайных событиях. Тогда задача станет также статистически определенной и сможет быть доведена до построения ДИ Δ^p . Назовем этот способ ВИН-1, а описанный ранее — ВИН-2, и сопоставим эти способы.

⁸ Разумеется, $\sum_{m \leq \mu \leq M} p(\mu) = 1$.

⁹ Из-за существенных вычислительных трудностей результаты приведены с точностью до двух десятичных знаков.



Отметим сперва тот существенный факт, что при вычислении ДИ Δ^p по ВИН-1 будет в качестве промежуточного пройден этап построения распределения вероятностей на числа μ , т. е. этап, отправной для ВИН-2, см. работу [5].

Назовем НМ Y_j однородным, если всем исходам $x_\alpha \in Y_j$ приписаны одинаковые вероятности $p(x_\alpha) = 1/|Y_j|, j = \overline{1, v}$. Второй существенный факт состоит в том, что если в ВИН-1 все НМ Y_j являются однородными, то, как доказано в работе [5], на этапе ВИН-2 будет получено распределение $p(\mu) = r(\mu)$, т. е. получена пропорциональная ВИН.

В ВИН-1 приписывание условных вероятностей исходам в НМ будем трактовать как попытку дать числовую характеристику некоторого отношения предпочтения между исходами. С этой точки зрения однородность всех НМ Y_j выражает полное отсутствие каких-либо предпочтений.

Приписывание условных вероятностей исходам в НМ дает возможность тонкого учета предпочтений, так как приписанная исходу $x_\alpha \in Y_j$ вероятность $p_j(x_\alpha)$ может зависеть от контекста — от остальных исходов, входящих в НМ Y_j , а также от того, в который раз Y_j появляется в эксперименте, и от иных внешних соображений. Однако эта детализация может быть связана с определенными трудностями: в эксперименте может появиться любое НМ, и надо уметь приписать входящим в него исходам нужные условные вероятности. Иными словами, нужно обладать соответствующим алгоритмом.

В процессе построения ДИ Δ^p при прохождении этапа ВИН-2 вся упомянутая детализация неизбежно «свертывается» до построения распределения для единственной скалярной величины μ . Поэтому представляется перспективным, рассматривая задачи определенного класса и накопив соответствующий опыт, «научиться» выражать предпочтения прямо на языке распределений на μ . По-видимому, рационально взять за базовое распределение $p(\mu) = r(\mu)$, соответствующее отсутствию предпочтений, а затем корректировать его в

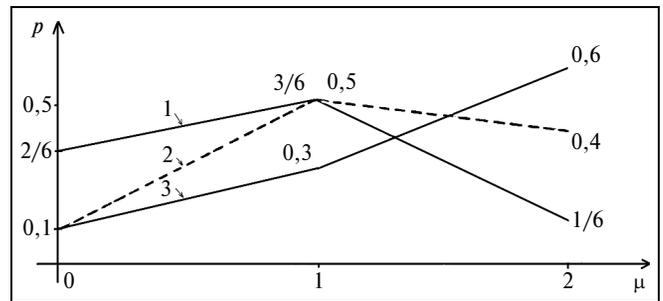


Рис. 2. Распределения на параметре μ

нужном направлении, что продемонстрируем на примере.

Пример 5. Пусть $X = \{x_1, x_2, x_3\}, Y_1 = \{x_1, x_2\}, Y_2 = \{x_1, x_2, x_3\}, m_1 = m_2 = m_3 = 0, m_{(1,2)} = m_{(1,2,3)} = 1, n = n_2 = 2, \mu \in \{0, 1, 2\}$.

В табл. 7 собраны результаты. Строка 1 изображает ВИН-1, где оба НМ Y_1 и Y_2 однородны. В конце строки выписано соответствующее распределение на μ , т. е. пропорциональная ВИН-2 (см. также рис. 2, ломаная 1).

Пусть в НМ Y_1 и Y_2 появление x_1 возможно появлением x_2 и x_3 . Это отношение предпочтения выразим увеличением $p(x_1)$ как в Y_1 , так и в Y_2 (строка 2). В конце строки также выписано распределение $p(\mu)$ (см. рис. 2, ломаная 2). Как видно, вероятность $p(\mu = 0)$ уменьшилась, а $p(\mu = 2)$ увеличилась. ♦

В заключение отметим два соотношения между ВИН-1 и ВИН-2.

- Одному и тому же распределению на μ по ВИН-2 может соответствовать множество (конечное или бесконечное) распределений по ВИН-1. Так, в строке 3 НМ Y_1 и Y_2 не однородны, но распределение на μ такое же, как в строке 1. Аналогично для строк 2 и 4.
- Для произвольно заданного распределения на μ может не существовать соответствующих ему распределений вероятностей исходов¹⁰ в НМ (строка 5 и ломаная 3 на рис. 2). В этом отношении метод ВИН-2 представляется более общим, чем ВИН-1.

3. ВОПРОСЫ АСИМПТОТИКИ

Классическая статистика, как известно, определяет связь трех параметров: надежности γ , точности¹¹ $\lambda(\Delta)$ и числа опытов n . Если γ задано, асимптотика определяет предельное значение λ при $n \rightarrow \infty$. Роль асимптотических оценок состоит в следующем.

¹⁰ В примере эти вероятности оказываются комплексными.
¹¹ Чем меньше $\lambda(\Delta)$, тем выше точность.

Таблица 7
Сопоставление ВИН-1 и ВИН-2

Строка	Вероятность	Y_1			Y_2			μ		
		x_1	x_2	x_3	x_1	x_2	x_3	0	1	2
1	p	1/2	1/2	1/3	1/3	1/3	2/6	3/6	1/6	
2	p	0,8	0,2	0,5	0,25	0,25	0,1	0,5	0,4	
3	p	2/6	4/6	3/6	1/6	2/6	2/6	3/6	1/6	
4	p	0,5	0,5	0,8	0,1	0,1	0,1	0,5	0,4	
5	p	—	—	—	—	—	0,1	0,3	0,6	

- Устанавливается, имеет ли смысл удлинение эксперимента с целью достижения приемлемого значения λ . Обычно удается определить конкретное значение $n = n^*$ для достижения этой цели.
- При больших n оказывается возможным резко упростить вычисления, перейдя от точных формул к приближенным.

При наличии неразличимостей появляется четвертый параметр: оценка вида (1). Конечно, если при $n \rightarrow \infty$ величина $\lambda \rightarrow 0$, асимптотическое поведение оценки η несущественно. В ином случае, при $\lambda \rightarrow a \neq 0$, такая оценка может быть важна.

Более сложная ситуация складывается для оценок вида (3) и (4).

При наличии неразличимостей для построения асимптотических оценок требуется информация о закономерности появления НМ в эксперименте. Эта закономерность может быть как детерминистской (например, $n_2 \leq C = \text{const}$ при любом n , или $\lim n_2/n = 0$ при $n \rightarrow \infty$ и $n_2 \rightarrow \infty$, и т. д.), так и статистической (зависимость вероятности появления НМ от номера опыта).

В результате задача об асимптотических оценках существенно усложняется. В работе [5] рассмотрены некоторые простейшие случаи нахождения асимптотических оценок при наличии неразличимостей, а также один вид асимптотических оценок для ВИН. Исследование асимптотических оценок при наличии неразличимостей представляет собой интересную, практически значимую теоретическую задачу.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Работа в основном носит прикладной характер. В ней рассмотрена задача о построении интервальных оценок для неизвестной вероятности при наличии в результатах опытов множеств неразличимых исходов.

Явление неразличимости исходов может возникать по самым разнообразным причинам и может наблюдаться на практике. Практической задачей, связанной с компьютерной диагностикой болезни Паркинсона, которая кратко описана во Введении, и была инициирована данная работа.

Детально разработанной теории, систематически изучающей явление неразличимости, насколько известно автору, не существует. Поэтому в тех задачах, где встречается неразличимость, приходится «изобретательно» искать некие обходные пути, применимые, как правило, лишь к рассматриваемой конкретной задаче.

Предпринятая в статье попытка дать некоторые общие практические рекомендации для построения искомых доверительных интервалов позволила предложить два приближенных способа решения задачи. Согласно первому из них все неразли-

чимые исходы учитываются, что, однако, влечет за собой огрубление результата. В соответствии со вторым способом они отбрасываются, но возникает возможность появления ошибки.

Для выбора способа и решения о его пригодности для данной задачи необходимо иметь некоторые числовые параметры, по значениям которых принимается соответствующее решение. Отысканию таких параметров в статье уделено соответствующее внимание.

В ряде случаев, при наличии дополнительной информации, задача может быть решена точно. В работе описан точный способ, требующий информации, пригодной для числового выражения отношений предпочтения между различными исходами. Предложены два варианта способа: в первом варианте детально учитываются предпочтения, второй вариант носит «интегральный» характер и является более общим.

В статье акцентированы следующие вопросы.

- О связи неразличимости и нечеткости. Теория нечетких множеств давно сложилась, она хорошо разработана. Установление такой связи может оказаться плодотворным для исследования неразличимости. Работа в этом направлении представляется весьма интересной и перспективной.
- Об асимптотических оценках при наличии неразличимости. В работе [5] рассмотрены некоторые простейшие случаи нахождения таких оценок. Для практики вопрос об асимптотических оценках исключительно важен. Таким образом, намечается еще одна интересная и перспективная работа.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Большев Л.Н., Смирнов Н.В.* Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983.
2. *Гусев Л.А.* О некоторых свойствах доверительных интервалов для неизвестных вероятностей // Автоматика и телемеханика. — 2007. — № 12. — С. 70–84.
3. *Золотухин В.Ф.* Фундаментальные числовые характеристики возможности, возможностные распределения и меры // Автоматика и телемеханика. — 2002. — № 3. — С. 152–159.
4. *Гусев Л.А., Хуторская О.Е.* Об одной оценке эффективности машинной диагностики двигательных нарушений // Автоматика и телемеханика. — 2003. — № 12. — С. 112–121.
5. *Гусев Л.А.* Об интерпретации неразличимости в задаче интервальной оценки неизвестной вероятности // Автоматика и телемеханика. — 2010. — № 8. — С. 38–48.
6. *Пугачев В.С.* Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Наука, 1979.
7. *Леман Э.* Проверка статистических гипотез. — М.: Наука, 1979.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.Я. Рубиновичем.

Леонид Алексеевич Гусев — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-88-69, ✉ sntlg@mail.ru.

РЕГРЕССИОННЫЙ ПОДХОД К МАССОВОЙ ОЦЕНКЕ ПРИ НАЛИЧИИ НЕНАБЛЮДАЕМОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ В ЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Е.К. Корноушенко

Предложен новый подход к массовой оценке в предположении, что зависимая переменная модели оценки содержит ненаблюдаемую составляющую, обусловленную, в частности, слабой развитостью рынка оцениваемых объектов. Подход включает в себя несколько важных этапов: построение двух моделей с требуемым качеством оценки, определенных на соответствующих непересекающихся множествах (классах); отнесение объектов, требующих оценки, к тому или иному из этих множеств (классификация); выбор соответствующей модели для оценки каждого из таких объектов. Показано, что данный подход позволяет полнее использовать рыночную информацию и существенно улучшить качество массовой оценки.

Ключевые слова: регрессионная модель, d -близость, классификация, точность, надежность, массовая оценка.

ВВЕДЕНИЕ

В практических целях регрессионное оценивание (чаще употребляется термин *массовая оценка*) применяется для оценки больших массивов объектов, когда индивидуальный подход к оценке каждого объекта нецелесообразен по экономическим соображениям. Для конкретности далее под массовой оценкой будем понимать массовую (кадастровую) оценку объектов недвижимости. Массовая оценка начинается со сбора рыночной информации на рассматриваемой территории. Рыночная информация должна содержать данные: о характеристиках объекта, его местоположении административной принадлежности и др., а также какую-либо информацию о стоимости объекта (например, цену предложения, цену сделки, цену аренды и т. п.). Далее, для краткости, будем пользоваться термином *стоимость*, (конкретный вид стоимости уточняется в каждом конкретном случае). Эта информация используется для формирования *рыночной выборки* (РВ), по которой строится регрессионная модель, применяемая далее для оценки объектов на рассматриваемой территории. В качестве зависимой переменной такой модели используется конкретный вид стоимости объектов

из рыночной информации. В общем случае значения стоимости могут зависеть от некоторых не учитываемых при оценке факторов, от неразвитости рынка и пр., что обуславливает наличие ненаблюдаемой составляющей в рыночных значениях стоимости. Ошибка регрессионной модели оценивания будет состоять из двух слагаемых: собственной ошибки регрессионной модели и ошибки, обусловленной наличием ненаблюдаемой составляющей в зависимой переменной. Если коэффициенты строящейся модели вычисляются с помощью какого-либо из методов наименьших квадратов (линейного или нелинейного), наличие ненаблюдаемой составляющей в зависимой переменной приводит, согласно работе [1], к несостоятельности этих коэффициентов. Но тогда для построения регрессионной модели с хорошим качеством оценивания необходима «жесткая» фильтрация¹ РВ путем последовательных удалений из нее «забракованных» объектов, влияющих на качество модели (своеобразный аналог пошаговой регрессии с удалением объектов). При достижении

¹ Можно предположить, что такая фильтрация неявно означает, что из РВ удаляются, прежде всего, объекты с большими ненаблюдаемыми составляющими в зависимой переменной.

требуемого качества оценки в РВ остается определенное количество «забракованных» объектов, «не вошедших» в результирующую модель. Удаление объектов из РВ, особенно при ее небольших размерах, является негативным моментом, ухудшающим репрезентативность результирующей выборки, и в силу этого — ухудшение статистических свойств построенной модели.

Построение модели с хорошим качеством оценивания особенно важно при массовой оценке, когда построенная модель применяется для оценки больших массивов объектов. Если в процессе построения модели в РВ осталась некоторая доля «забракованных» объектов, не вошедших в модель, и если в РВ отражены основные свойства объектов оцениваемого далее массива², то справедливо предположить, что в общем случае примерно такая же доля объектов массива может быть отнесена к «забракованным» объектам, и оценка таких объектов используемой моделью будет характеризоваться большими ошибками оценивания.

При проведении массовой оценки за рубежом широко применяются электронные карты территории [2], позволяющие сделать привязку оцениваемых объектов к конкретному местоположению. Подобная привязка позволяет по рыночной информации строить так называемые оценочные зоны с тем или иным диапазоном рыночных цен и относить оцениваемый объект к той или иной оценочной зоне (после чего начинается учет остальных характеристик объекта). В России, к сожалению, в большинстве периферийных регионов с неразвитыми рынками массовая оценка земель и объектов недвижимости проводится либо без применения электронных карт, либо их применение только-только начинается.

Суть данной работы состоит в описании многомодельного (в частности, двухмодельного) подхода к массовой оценке, при котором объекты оцениваемого массива разбиваются на несколько классов (в частности, на два) и для каждого из этих классов по РВ строится своя модель оценки. Каждый из оцениваемых объектов относится вначале к тому или иному классу (с помощью предложенного далее алгоритма классификации), после чего этот объект оценивается соответствующей моделью. Такая дифференцированная оценка позволяет существенно улучшить качество массовой оценки, т. е. получить более точную информацию об оценках объектов массива по сравнению с довольными общими, как правило, замечаниями экспертов.

² Здесь имеется в виду, прежде всего, близость описаний объектов РВ и оцениваемого массива (подробнее см. § 3).

Для иллюстрации этого подхода приводится практический пример³ массовой оценки промышленных объектов в сельских населенных пунктах Калужской области.

1. ИТЕРАЦИОННАЯ ПРОЦЕДУРА ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ МАССОВОЙ ОЦЕНКИ

Перед построением регрессионной модели для массовой оценки из РВ предварительно удаляются объекты с явными выбросами в значениях стоимости и в значениях факторов стоимости. Пусть оставшаяся часть РВ содержит n объектов. Для простоты изложения в качестве регрессионной модели для массовой оценки рассмотрим линейную модель с m , $m < n$, факторами стоимости:

$$Y = X\beta + \varepsilon, \quad (1)$$

$$Y^* = Y + \Delta Y. \quad (2)$$

Здесь Y — «истинная»⁴ стоимость (зависимая переменная), X — $(n \times m + 1)$ -матрица преобразованных значений⁵ факторов стоимости объектов из РВ (содержащая столбец из единиц для учета свободного члена модели), β — $(m + 1)$ -вектор коэффициентов модели, ε — n -вектор ошибок модели. В нашем случае положение осложняется тем, что вместо «истинных» значений Y для измерений доступна лишь сумма (2) с ненаблюдаемыми значениями Y и ΔY ; вектор $\Delta Y = Y^* - Y$ называется [1] *ошибкой выборки*. Невязка модели (1), (2) $\varepsilon = Y^* - X\beta = Y - X\beta + \Delta Y$. Наличие ненаблюдаемой составляющей ΔY обуславливает гетероскедастичность модели (1), (2), при этом оценки коэффициентов β , находимые с помощью обычного метода наименьших квадратов, становятся несостоятельными [1]. Отсюда следует некорректность применения статистических критериев значимости модели и качества оценки⁶. В таких условиях

³ Соответствующая рыночная информация была предоставлена автору организацией, проводившей массовую оценку объектов недвижимости.

⁴ «Истинное» значение стоимости можно понимать как такое ее значение, к которому стремились бы значения стоимости объектов с одинаковым описанием при увеличении количества таких объектов на рассматриваемом рынке.

⁵ Считаем, что при построении модели используются известные процедуры, улучшающие качество модели (см., например, работу [3]): нелинейное кодирование значений номинальных факторов (приписывание меток), обеспечение односторонности влияния количественных факторов на зависимую переменную и т. д.

⁶ Показано, как можно оценить коэффициенты модели с помощью метода максимума правдоподобия в случаях, когда дисперсии ошибок выборки для объектов постоянны либо пропорциональны с некоторым неизвестным коэффициентом пропорциональности [1]. Оба этих предположения нереальны в условиях массовой оценки.



Таблица 1

Псевдокод итерационного процесса построения по РВ моделей с требуемым качеством оценки

Задание начальных условий: РВ, m , δ_{\max} . Построение модели M_0 на РВ: классы C_0^0 , C_0^1 . i -я итерация: классы C_{i-1}^0 , C_{i-1}^1 . Построение модели M_i на C_{i-1}^0 . Удаление из C_{i-1}^0 объектов O_i^0 , для которых $\delta > \delta_{\max}$. Добавление в C_{i-1}^1 объектов $O_i^1 \in C_{i-1}^1$, для которых $\delta < \delta_{\max}$. Формирование классов $C_i^0 = O_i^1 \cup C_{i-1}^0 \setminus O_i^0$, $C_i^1 = O_i^0 \cup C_{i-1}^1 \setminus O_i^1$. Проверка условия $C_k^1 \cong C_i^1$ (или $C_k^0 \cong C_i^0$) для некоторого $k > i$. При выполнении — стоп. Искомая модель есть модель M_k . При этом класс $K_0 = C_{k-1}^0$, а класс $K_1 = C_{k-1}^1$ — результирующее множество «забракованных» объектов. При выполнении условия $K_1/m > 3$ запускается аналогичный итерационный процесс для множества K_1 .

один из путей построения практической модели оценки заключается в последовательной фильтрации РВ с помощью итерационной процедуры, псевдокод которой показан в табл. 1. Здесь δ_{\max} — предельно допустимое значение *относительной погрешности оценки* (ОПО), которое выбрано как критерий⁷ качества оценки. По исходной РВ строится начальная модель M_0 , которая разбивает РВ на два класса: класс C_0^0 объектов, ОПО которых моделью M_0 не превышает δ_{\max} , и класс C_0^1 «забракованных» объектов. Затем запускается итерационный процесс, представленный в табл. 1. Заметим, что множество *наименований* факторов стоимости одно и то же для всех моделей на всех итерациях, тогда как множество *значений* факторов стоимости может изменяться от модели к модели.

В каждой итерации верхний нулевой индекс у множеств обозначает «пригодные» объекты (относительно модели, построенной на данной итерации), а единичный индекс — «забракованные». В силу конечности РВ этот процесс можно пред-

ставить как функционирование конечного автомата, состояние которого на каждом такте итерации определяется парой множеств «пригодных» и «забракованных» объектов, а функция переходов зависит от построенной текущей модели. Поскольку число состояний такого автомата конечно, он в итоге «заикнется», т. е. его состояния (или состояние) будут повторяться. При этом в силу построения модели с верхними нулевыми индексами, построенные для одного и того же состояния такого автомата в разные моменты времени, будут совпадать. Аналогичное утверждение справедливо для моделей с верхними единичными индексами. (Заметим, что в приводимом далее примере такой автомат приходит в устойчивое состояние на 10-й итерации.) В итоге все объекты исходной РВ разбиваются на два класса: класс K_0 объектов, на которых построена результирующая модель $M_{\text{рез}}$, удовлетворяющая заданным требованиям на качество оценки, и класс K_1 «забракованных» объектов.

В принципе, для достаточно мощного⁸ класса K_1 можно построить модель M_1 , разбивающую его на множество K_{11} объектов, ОПО которых моделью M_1 не превышает δ_{\max} , и множество K_{12} «забракованных» объектов и запустить аналогичный итерационный процесс. Результатом этого процесса будет результирующая модель $M_{1\text{рез}}$ с требуемым качеством оценки и класс K_2 объектов, «забракованных» этой моделью. Использование модели $M_{1\text{рез}}$ в дополнение к модели $M_{\text{рез}}$ позволяет полнее учитывать информацию, содержащуюся в РВ, и уменьшить результирующее множество изначально «забракованных» в РВ объектов. Заметим также, что на любом шаге итерации процесс можно остановить при приемлемом для оценщика соотношении между множествами «пригодных» и «забракованных» объектов.

Замечание. При достаточно длинной РВ можно запустить итерационный процесс и для класса K_2 , и т. д. Препятствуют такому продолжению два обстоятельства. Первое — экономическое: малые длины РВ, получаемые со слабо развитых российских периферийных рынков. Второе — методологическое: задачи классификации при наличии более двух классов намного сложнее, чем при наличии двух классов, их практическое решение потребует гораздо больших затрат, чем получаемая до-

⁷ Дело в том, что ОПО тесно связана с отношением стоимостей, определяемым как отношение модельной стоимости объекта к его рыночной, и рядом других коэффициентов, базирующихся на отношении стоимостей и характеризующих качество оценки.

⁸ Поскольку, как уже сказано, в силу несостоятельности коэффициентов модели мы не можем пользоваться понятием репрезентативности выборки, под «достаточной мощностью» класса K_1 будем (для конкретности) понимать выполнение условия $|K_1|:m > 3$. На этом условии базируется двухмодельный подход к массовой оценке. Оно выполняется, в частности, в приводимом далее примере.

полнительная информация об оценке. Поэтому в данной работе мы ограничимся рассмотрением двух классов — K_0 и K_1 , а объекты класса K_2 удаляем из РВ, так что класс K_2 не участвует в классификации объектов оцениваемого массива M_{00} . В практических задачах результирующие «забракованные» объекты могут иметь какие-либо характерные признаки, которые использует оценщик при выделении и оценке таких объектов в массиве M_{00} . ♦

Для классификации объектов из массива M_{00} в данной работе используются описания объектов в разрезе факторов стоимости, характеризующих модели $M_{0рез}$ и $M_{1рез}$. Разбиение объектов РВ на классы K_0 и K_1 рассматривается как эталонное, а отнесение каждого объекта из массива M_{00} к какому-либо из этих классов производится с помощью описываемого далее алгоритма классификации.

2. ОСОБЕННОСТИ КЛАССИФИКАЦИИ ОБЪЕКТОВ РЫНОЧНОЙ ВЫБОРКИ

2.1. Характеристика классов K_0 и K_1 объектов рыночной выборки

Справедливо предположить, что случайный или неслучайный характер состава классов K_0 и K_1 зависит от размеров ненаблюдаемой составляющей в стоимости объектов из РВ и, конечно же, от описаний объектов в разрезе факторов стоимости. О возможности неслучайного характера состава классов K_0 и K_1 говорят результаты представленного далее практического примера. Предполагается, что в РВ всякое значение фактора стоимости может принадлежать объектам из класса K_0 и объектам из класса K_1 . В такой ситуации можно считать, что принадлежность объекта к классу K_0 или K_1 определяется той или иной комбинацией значений факторов стоимости, причем каждый класс характеризуется некоторой совокупностью «допустимых» для него комбинаций. На выявление таких комбинаций и направлен описываемый далее алгоритм классификации.

Отметим, что необходимо:

1) все используемые в модели факторы стоимости представлять в количественном виде; подобные преобразования факторов стоимости (практикуемые оценщиками для улучшения качества строящейся модели — см. сноску 5) должны быть сделаны на этапе построения модели M_0 ;

2) чтобы все количественные значения факторов стоимости были положительными; к нулевым значениям двоичных факторов прибавлять некоторую положительную константу (скажем, 2).

Ключевым в алгоритме является понятие *d-близости* значений факторов. Значение a_1 некоторого количественного фактора a называется *d-близким* ($d > 0$) к значению a_2 , если справедливо $|a_2 - a_1| \leq da_2$. Отношение *d-близости* в общем случае несимметрично. При ограниченной длине выборки РВ число *d-близких* к a_2 значений фактора a пропорционально значению кумулятивной вероятностной функции для a_2 в точке, удаленной от a_2 на d .

2.2. Классификация объектов рыночной выборки с помощью предлагаемого алгоритма

Кратко опишем основные этапы алгоритма классификации и определим его основные характеристики.

Использование понятия *d-близости* при рассмотрении значений факторов стоимости объектов РВ. Каждый из объектов РВ выбирается независимо, и с его описанием сравниваются описания остальных объектов РВ. Обозначим через ВО очередной выбираемый объект. Описание ВО в разрезе преобразованных значений (см. в п. 2.1 условия 1 и 2) факторов стоимости сравнивается с описанием каждого из объектов РВ. Последовательно выполняются следующие этапы:

1) для значения x_{ij} фактора X_i , $1 \leq i \leq m$, из описания ВО находится совокупность $S(x_{ij}, d_{ij})$ объектов из РВ с d_{ij} -близкими к x_{ij} значениями фактора X_i ; показатель d_{ij} -близости выбирается таким, чтобы число объектов РВ в совокупности $S(x_{ij}, d_{ij})$ было не меньше задаваемого числа G (о выборе значения G будет сказано далее);

2) по совокупности $S(x_{ij}, d_{ij})$ определяются показатели: $k_1(x_{ij}, d_{ij})$ — число d_{ij} -близких к x_{ij} значений фактора X_i , входящих в описание объектов из класса K_1 , и $k_0(x_{ij}, d_{ij})$ — аналогичное число для объектов из класса K_0 ;

3) эти показатели нормируются на соответствующие количества объектов $|K_1|$ и $|K_0|$ в каждом из классов K_1 и K_0 . В результате получаем величины $p_1(x_{ij}, d_{ij})$ и $p_0(x_{ij}, d_{ij})$, пропорциональные частотам вхождения значений фактора X_i , d_{ij} -близких к значению x_{ij} , в классы K_1 и K_0 ;

4) поскольку мощность множества $S(x_{ij}, d_{ij})$ есть монотонно возрастающая функция от значений d_{ij} , возрастающих с шагом Δd_{ij} , обозначим через $d_i(G)$ значение d_{ij} при первом выполнении условия $|S(x_{ij}, d_{ij})| > G$;

5) на интервале $D(i, G) = [0, d_i(G)]$ строим графики значений показателей $p_1(x_{ij}, d_{ij})$ и $p_0(x_{ij}, d_{ij})$,



которые пропорциональны значениям соответствующих кумулятивных вероятностных функций;

б) по этим графикам определяется значение $d_i^* = \max_{d \in D(i, G)} |p_1(x_{ij}, d_{ij}) - p_0(x_{ij}, d_{ij})|$ и находятся значения $p_1(x_{ij}, d_i^*)$ и $p_0(x_{ij}, d_i^*)$.

Классифицирующая матрица. Для каждого фактора X_i , $i = 1, \dots, m$, пара показателей $p_1(x_{ij}, d_i^*)$ и $p_0(x_{ij}, d_i^*)$ образует i -й столбец так называемой *классифицирующей матрицы* (КМ). Таким образом, КМ, строки которой соответствуют классам K_1 и K_0 , имеет размер $(2 \times m)$.

Критерий классификации (дискриминантная функция). Пусть K_{BO} — номер класса, к которому будет отнесен ВО. Дискриминантная функция имеет вид: $K_{BO} = \max(\Sigma_1 Q, \Sigma_0)$, где Σ_1 и Σ_0 — суммы элементов соответствующих строк КМ, а Q — параметр настройки алгоритма. Значение Q выбирается из условия: отношение числа N_1 объектов, классифицируемых алгоритмом как объекты класса K_1 , к числу N_0 , определяемому аналогичным образом, должно быть близким (или совпадать) с отношением $|K_1|/|K_0|$. В практических задачах поиск приемлемого значения параметра Q не вызывает трудностей: поскольку точного совпадения с отношением $|K_1|/|K_0|$ не требуется, для поиска приемлемого значения Q достаточно нескольких пробных значений Q , приводящих к значениям отношения N_1/N_0 , большим и меньшим значениям отношения $|K_1|/|K_0|$. Простота процедуры нахождения приемлемого значения Q обусловлена очевидной монотонностью изменения значений соответствующих кумулятивных вероятностных функций в зависимости от показателей d -близости при изменении значения Q .

Предварительная настройка алгоритма. Описываемый алгоритм весьма чувствителен к выбору значения G . Дело в том, что для выполнения условия $|S(x_{ij}, d_{ij})| \geq G$ при увеличении G монотонно увеличивается и наибольшее значение d в каждом из множеств $S(x_{ij}, d)$. Но при этом в каждый класс начинают попадать объекты другого (смежного) класса, становящиеся d -близкими к x_{ij} для больших⁹ d , т. е. «избирательная способность» d -близости падает. Таким образом, зависимость классифицирующей способности алгоритма от G имеет максимум при некотором значении G^* , для поиска которого достаточно также нескольких пробных шагов.

⁹ А при очень больших d_{ij} в один класс могут попасть все объекты РВ.

2.3. Особенности предлагаемого алгоритма классификации

Из огромного множества алгоритмов классификации выберем лишь те, которые концептуально близки к описанному алгоритму, и покажем, что данный алгоритм отличается от подобных ему известных алгоритмов следующими особенностями.

- Концептуально наиболее близким к данному алгоритму можно считать алгоритмы САЕР (Classification Algorithm with Emerging Patterns) [4] и JEP-Classifier [5], разработанные Г. Донгом и его коллегами и базирующиеся на понятии *мерцающих образов* (emerging patterns, EPs). «Мерцающий образ» в приложении к РВ — это такая комбинация значений факторов в описаниях объектов из РВ, частота вхождения которой в описания объектов из разных классов, заданных на РВ, существенно разная. В САЕР эти частоты вычисляются для каждого EP, затем в каждом классе агрегируются (суммируются) соответствующие частоты. В итоге для каждого класса определяется совокупность EPs, суммарная частота появления которых в данном классе больше, чем их появление в другом классе. Таким образом, в алгоритме САЕР каждый класс в итоге характеризуется соответствующей совокупностью EPs. Однако в нашем случае ситуация сложнее, чем в работе [4], потому что:

- описания классифицируемых объектов массива M_{OO} (объектов оценки, ОО), как правило, отличаются от описаний объектов РВ — именно этим и обусловлен переход к понятию d -близости. Для каждого значения фактора из описания ОО алгоритм выделяет *подмножество* объектов из РВ со значениями этого фактора, d -близкими к рассматриваемому значению. Разбиение этого подмножества на классы существенно зависит от рассматриваемого значения фактора. Это означает, что в данном случае определение EP условное ($EP|x_{ij}$), зависящее от рассматриваемого значения x_{ij} фактора X_i ОО (а не от выборки РВ, как в работе [4]). Поскольку для другого значения аналогичные разбиения будут другими, в контексте алгоритма EP-Classifier [5] можно сказать, что в роли EPs в предложенном алгоритме выступают значения факторов стоимости из описаний каждого ОО, которые можно назвать «*jumping EPs*»;

- при описании алгоритма САЕР отмечается, что нахождение совокупностей EPs, являющихся представителями классов, — довольно трудоемкая процедура. В предлагаемом алгоритме эта процедура заменена несложной процедурой нахождения d -близких значений и использованием максимальных разностей в значениях, являющихся представителями разных классов;

- применяемое в алгоритме правило классификации (идентификатор класса) аналогично при-

меняемому в алгоритме САЕР: наибольшая строчная сумма элементов в КМ аналогична наибольшей сумме вхождений EPs в тот или иной класс.

- Другая особенность алгоритма — его адаптивность: при классификации очередного ОО внутренние параметры алгоритма (порядок выбора факторов стоимости, значения d_{ij} , структуры КМ) «подстраиваются» под классифицируемый ОО.

- Еще одна особенность связана с количественными факторами. Известны «неприятности», которые доставляют непрерывные (количественные) факторы при построении классификационных деревьев [6] или подсчете EPs [4, 5]. Традиционный путь — к разбиению непрерывных диапазонов значений таких факторов на конечное число интервалов, т. е. переход к дискретизированным факторам, причем процесс дискретизации также влечет сопутствующие неприятности [7]. В предлагаемом алгоритме эти неприятности «обойдены» с введением понятия d -близости и рассмотрением для каждого фактора конечных подвыборок длины, не меньшей G .

2.4. Оценка надежности классификации

Обозначим через $\pi = (\pi_0, \pi_1)$ результирующее разбиение РВ на классы K_0 и K_1 , причем блоками разбиения π служат либо мощности этих классов, либо состав классов (там, где такая двойственность не вызывает непонимания). После «пропускания» РВ через алгоритм классификации для ряда объектов поменяется номер класса, к которому они будут принадлежать согласно классификации, т. е. на РВ будет определено другое разбиение $\pi' = (\pi'_0, \pi'_1)$. Обозначим через π_{00} совокупность объектов РВ, для которых номера классов в разбиениях π и π' совпадают и равны нулю, аналогично определяются совокупности π_{11} , π_{10} и π_{01} . Тогда результат классификации объектов РВ можно представить в виде табл. 2.

В нашем случае ситуация предельно простая: два номинальных класса, конечное число классифицируемых объектов и признаков (факторов стоимости). В этом случае общий подход к определению

нию вероятностей (не)правильной классификации (описанный в частности, в работе [8]) с помощью скользящего (парзеновского) окна и вероятностной меры (не)правильной классификации сводится к непосредственному подсчету соответствующих вероятностей и выборочных частот. В итоге вероятности правильной ($p_{пр}$) и неправильной ($p_{н}$) классификации определяются как

$$p_{пр} = (\pi_{00} + \pi_{11})/n_{РВ}, \quad p_{н} = (\pi_{01} + \pi_{10})/n_{РВ}, \quad (3)$$

где $n_{РВ} = n - |K_2|$ — число классифицируемых объектов в РВ.

Рассмотрим проблему оценки надежности классификации под углом оценки надежности «согласия» двух классификаторов: первый классифицирует объекты РВ с помощью разбиения π , а второй — с помощью разбиения π' . Для корректности принятой постановки должны выполняться определенные условия, совпадающие по сути с аналогичными условиями, необходимыми при оценке так называемого *каппа-коэффициента* (см., например, работу [9]), и адаптируемые к нашему случаю:

- классифицируемые объекты не зависимы друг от друга;

- каждый объект классифицируется независимо;

- разбиения π и π' образуют полное множество (других разбиений на РВ нет).

«Согласие» классификаторов характеризуется вероятностью $p_{пр}$, а «несогласие» — вероятностью $p_{н}$. Тогда надежность классификации можно оценить (по аналогии с *каппа-коэффициентом*) с помощью коэффициента

$$R_{РВ} = (p_{пр} - p_{н})/(1 - p_{н}). \quad (4)$$

В нашем случае справедливо $p_{пр} + p_{н} = 1$. Но тогда¹⁰ при $p_{н} < 0,5$; $R_{РВ} = 2 - 1/p_{пр} > 0$.

Значения $R_{РВ}$, принадлежащие интервалу $[0, 1]$, считаются допустимыми. Нулевое значение свидетельствует об отсутствии классифицирующей способности алгоритма по отношению к данной РВ. И чем ближе значение $R_{РВ}$ к единице, тем выше и классифицирующая способность и надежность алгоритма классификации.

¹⁰ К. Гвет в работе [10] показал, что оценки вида (4) (где $p_{пр} = x$ и $p_{н} = y$ — некоторые переменные из интервала $[0, 1]$) могут быть использованы лишь при $y < 0,5$, в противном случае при «хороших» значениях x . Эти оценки принимают необъяснимые малые значения. В нашем случае условие $p_{н} > 0,5$ свидетельствует о плохой классифицирующей способности алгоритма и служит сигналом к прекращению дальнейшего рассмотрения.

Таблица 2

Представление результатов классификации объектов рыночной выборки

π	π'	
	π'_0	π'_1
π_0	π_{00}	π_{01}
π_1	π_{10}	π_{11}

3. ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА КЛАССИФИКАЦИИ К ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОЙ ОЦЕНКЕ КЛАССИФИЦИРУЕМЫХ ОБЪЕКТОВ

Рассмотрим теперь основной аспект данной работы — дифференцированную оценку объектов массива M_{OO} . Суть дифференцированной оценки представлена кратко во Введении при описании целей настоящей работы. Согласно п. 2.4, на РВ определено разбиение $\pi = (\pi_0, \pi_1)$. Алгоритм классификации каждому ОО $\in M_{OO}$, рассматриваемому независимо от остальных, приписывает номер класса 0 или 1, в итоге на множестве M_{OO} получаем разбиение $\tau = (\tau_0, \tau_1)$. Встает вопрос о качестве классификации объектов из M_{OO} , т. е. о составе классов разбиения $\tau = (\tau_0, \tau_1)$. Положение осложняется тем, что на множестве M_{OO} нет исходных классов K_0 и K_1 , с помощью которых можно было бы определить качество классификации. Повторная классификация ОО при менее чем 100 %-й точности классификации применяемого алгоритма лишь увеличит степень неуверенности в результатах такой классификации.

Известны работы, где регрессионная модель, построенная по обучающей выборке, применяется для оценки объектов на тестовой выборке, на которой условные вероятности зависимой переменной от значений предикторов модели отличны от аналогичных распределений на обучающей выборке. Подобное отличие приводит к эффекту, называемому *биением выборки* (sample selection bias) (см., например, работу [11], где предлагается один из вариантов борьбы с биением выборки). В нашем случае эффект биения выборки сказывается в том, что в силу отличия описания объектов из массива M_{OO} от описания объектов РВ условные вероятности того или другого класса от значений факторов стоимости могут быть различными для РВ и массива M_{OO} . С учетом этого факта при классификации объектов из массива M_{OO} алгоритм следует подстраивать (в плане выбора значений Q и G) к массиву M_{OO} . Условия, при которых классифицируются ОО, можно рассматривать как протестейшие аналоги соответствующих условий из работы [11]:

— соответствующие диапазоны значений факторов стоимости объектов из РВ и M_{OO} «не сильно» различаются;

— значения Q (при прежнем значении G) выбираются с учетом выполнения условия

$$\frac{\tau_1}{|M_{OO}|} \approx \frac{|\pi_1|}{|РВ|}. \quad (5)$$

Таблица 3

Результаты классификации объектов оценки

τ	τ'	
	τ'_0	τ'_1
τ_0	τ_{00}	τ_{01}
τ_1	τ_{10}	τ_{11}

В качестве коррекции результатов классификации ОО, повышающей достоверность результатов, рассмотрим выборку $W = [РВ, M_{OO}]$, на которой определены два разбиения π (на РВ) и τ (на M_{OO}), образующие исходное разбиение $\chi = (\chi_0, \chi_1)$ на выборке W : $\chi_0 = \pi_0 \cup \tau_0$, $\chi_1 = \pi_1 \cup \tau_1$. Алгоритм классификации применяется к выборке W , при этом разбиение χ изменяется до разбиения χ' , в итоге получаем таблицу для разбиения χ , аналогичную табл. 2. Из сравнения элементов, входящих в блоки разбиения τ с этими же элементами, входящих в блоки разбиения χ' , получаем табл. 3, характеризующую качество классификации объектов массива M_{OO} . Здесь τ' — совокупности элементов разбиения τ , входящие в тот или иной блок разбиения χ' , полученного «пропуская» выборку W через алгоритм классификации. Конечная цель данного подхода состоит в оценке надежности классификации, представленной табл. 2 (по аналогии с тем, как это делалось в п. 2.4). Табл. 3 является интегральной оценкой правильности отнесения каждого из ОО к соответствующему классу K_0 или K_1 .

В приводимом далее практическом примере массовой оценки показаны основные этапы предлагаемого подхода к массовой оценке.

4. ПРИМЕР: МАССОВАЯ ОЦЕНКА ОБЪЕКТОВ ПРОМЫШЛЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ В СЕЛЬСКИХ НАСЕЛЕННЫХ ПУНКТАХ КАЛУЖСКОЙ ОБЛАСТИ

Исходной информацией, предоставленной автору, служит РВ из 197 указанных в заголовке примера объектов. В роли решающего показателя качества оценки использовалась ОПО с допустимыми предельными значениями $\delta \leq 12\%$.

Итерационный процесс построения моделей. На РВ была построена линейная регрессионная модель (см. сноску 5) M_0^0 с 12-ю факторами стоимости, которая разбила РВ на два класса: класс C_0 «пригодных» объектов, содержащий 119 объектов, и класс C_1 — «забракованных» объектов, содержащий 78 объектов (78:197 \approx 40 % РВ). Затем для класса C_0 запустился итерационный процесс (см. табл. 1). На рис. 1 показан график изменения мощности класса «пригодных» объектов на каждой итерации.

Видим, что на 10-й итерации процесс пришел в устойчивое состояние с неизменными далее множествами

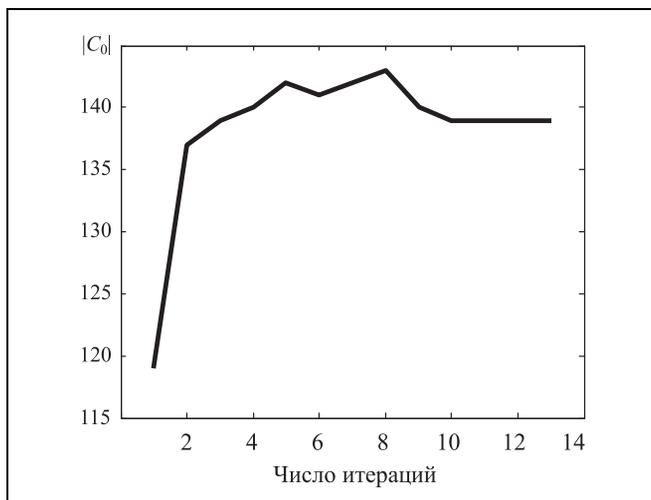


Рис. 1. Мощность класса «пригодных» объектов на каждой итерации

O_{10}^0 и O_{10}^1 соответственно «пригодных» и «забракованных» объектов. В этом состоянии для каждого из объектов множества O_{10}^0 из 139 объектов ОПО относительно модели на этом шаге итерации удовлетворяет требованию $\delta_i \leq 12\%$, и ни один объект к множеству O_9^0 не добавляется и из него не исключается. Теперь на множестве O_{10}^1 из 58 «забракованных» объектов строим регрессионную линейную модель M_0^1 и запускаем итерационный процесс для множества O_{10}^1 . На первом же шаге итерации процесс пришел в устойчивое состояние: число «пригодных» относительно модели M_1^1 объектов равно 45, и далее это число не изменяется. При этом мощность класса K_2 «окончательно забракованных» объектов равна 13.

В табл. 4 приведены значения показателей качества (для наглядности приведены также соответствующие значения коэффициента детерминации R^2) для моделей M_1^0 , M_{10}^0 и M_1^1 . Поскольку модели M_{10}^0 и M_1^1 — результирующие для соответствующих итерационных циклов, это означает, что объекты РВ, не вошедшие в класс K_2 , будут оцениваться соответствующими моделями с ОПО, не превышающей 12%.

Настройка алгоритма классификации на РВ и определение надежности классификации. В результате предыдущего этапа на РВ определено разбиение π с блоками π_0 (139 объектов) и π_1 (45 объектов). При классификации объектов РВ значение Q выбирается из условия $\pi_1 \cong \pi_1'$, при этом $Q = 0,83$, а параметр $G = 10$. Результаты классификации объектов РВ с помощью алгоритма с указанными настройками приведены в табл. 5.

Согласно выражению (3) вероятность правильной классификации $p_{\text{пр}} = (116 + 20)/184 = 0,7391 > 0,5$, что

вполне приемлемо для решаемой задачи, а надежность классификации согласно формуле (4) $R_{\text{РВ}} = 2/0,7391 = 0,6470$, что в качественной шкале надежности классификации считается «высокой».

Классификация объектов массива M_{00} . Применим теперь алгоритм к классификации объектов массива M_{00} , содержащего 100 ОО. В нашем случае при $Q_{00} = 0,79$ имеем: $\tau_1 = 25$, $\pi_1 = 45$, так что в соответствии с условием (5) $25/100 \approx 45/184 = 0,2446$. Для коррекции результатов классификации формируем выборку $W = [\text{РВ}, M_{00}]$, и после подстройки алгоритма классификации под выборку W ($Q_W = 0,85$) классифицируются объекты выборки W . Это позволяет извлечь необходимую информацию о вхождении каждого из объектов в тот или иной блок разбиения $\tau' = (\tau_0', \tau_1')$. В итоге получаем табл. 6, отражающую связь между разбиениями τ и τ' .

При этом коэффициент R_{00} , определяемый по аналогии с величиной $R_{\text{РВ}}$ и характеризующий надежность классификации, равен 0,9247, что можно считать высоким значением надежности классификации объектов. С учетом сказанного ранее о табл. 3 можно заключить, что (72 + 4) объекта «пригодные» для их оценки моделью M_{10}^1 , а (3 + 21) объекта — моделью M_1^1 . Оказалось, что в массиве M_{00} присутствуют три объекта, для которых модель M_0^0 дала резкие выбросы в отрицательную

Таблица 4

Показатели качества оценки для разных моделей, построенных на «пригодных» объектах рыночной выборки

Показатели качества оценки	$\delta_{\text{ср}}, \%$	R^2
Исходная модель M_1^0 на классе C_0^0	6,13	0,9440
Модель M_{10}^0 на классе C_{10}^0	5,91	0,9405
Модель M_1^1 на классе C_1^1	5,84	0,9109

Таблица 5

Результаты классификации объектов рыночной выборки

π	π'	
	141	43
139	116	23
45	25	20

Таблица 6

Результаты классификации объектов из массива M_{00}

τ	τ'	
	76	24
75	72	3
25	4	21

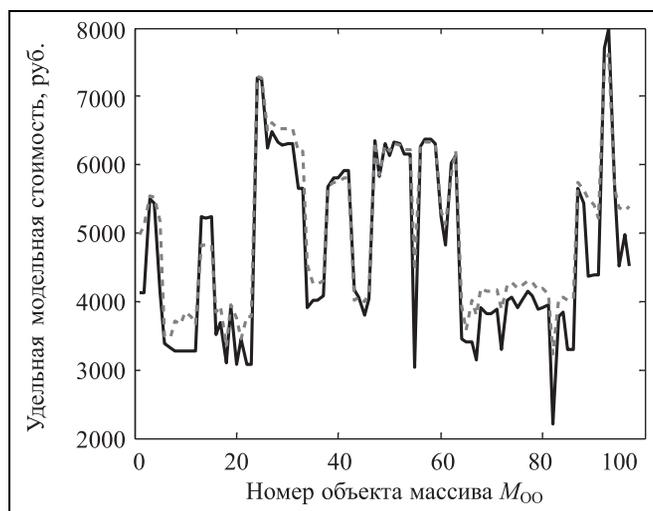


Рис. 2. Результаты оценки 97 объектов массива M_{00} : сплошная — дифференцированная оценка ОО с помощью моделей M_{10}^1 и M_1^1 , пунктир — оценка тех же объектов первоначальной моделью M_0^0

область. В то же время эти три объекта принадлежат множеству объектов, «пригодных» для модели M_1^1 . Таким образом, с помощью моделей M_{10}^0 и M_1^1 оцениваются (с высокой надежностью) все объекты массива M_{00} . На рис. 2 приведены результаты дифференцированной оценки 97 объектов с помощью моделей M_{10}^1 и M_1^1 . Для сравнения приведены результаты оценки этих же объектов первоначальной моделью M_1^0 .

Видим, что дифференцированная оценка объектов позволила скорректировать значения стоимостей многих ОО, полученных с помощью первоначальной модели M_0^0 . Средняя относительная ошибка между этими графиками в данном случае составляет 8,4 %. Степень подобной коррекции существенно зависит от объектов массива M_{00} .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен новый (двухмодельный) подход к массовой оценке объектов, позволяющий:

- с помощью итерационного процесса построения моделей полнее использовать информацию, содержащуюся в рыночной выборке;
- осуществлять дифференцированную оценку объектов, путем:
 - построения отдельных моделей для «пригодных» и «забракованных» объектов рыночной выборки;
 - классификации объектов на «пригодные» и «забракованные»;

— выбора соответствующей модели при оценке каждого объекта.

Дополнение существующей процедуры массовой оценки построением второй модели и этапом классификации объектов позволяет существенно улучшить точность массовой оценки. В настоящее время о точности массовой оценки зачастую судят по значениям некоторых интегральных показателей (типа среднего значения, максимальной или минимальной стоимости и т. п.), не опускаясь до оценки отдельных объектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lewis J.B., Linzer D.A. Estimating Regression Models in Which the Dependent Variable Is Based on Estimates // Political Analysis. — 2005. — Vol.13. — P. 345—364. URL: http://www.sscnet.ucla.edu/polisci/faculty/lewis/#a_preprint (дата обращения 04.06.2013).
2. Ward R.D., et al. Improving CAMA Models Using Geographic Information Systems/Response Surface Analysis Location Factors // Assessment Journal. — 1999. — Vol. 31, N 1.
3. Корноушенко Е.К. Методологические аспекты практического регрессионного оценивания // Проблемы управления. — 2008. — № 2. — С. 34—41.
4. Dong G., et al. CAEP: Classification by Aggregating Emerging Patterns // Discovery Sci. 99, LNAI 1721, Tokyo, Japan, 1999. URL: www.citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.37.3226 (дата обращения 07.06.2013).
5. Li J., et al. Making Use of the Most Expressive Jumping Emerging Patterns for Classification // Proc. of Pacific Asia Conference on Knowledge Discovery in Databases (PAKDD), Kyoto, Japan, 2000. URL: www.citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.36.9640 (дата обращения 07.06.2013).
6. Kohavi R., Quinlan J.R. Improved Use of Continuous Attributes in C4.5 // Journal of Artificial Intelligence Research. — 1996. — N 4. — P. 77—90. www.citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.46.3240 (дата обращения 08.06.2013).
7. Fayyad U.M., Irani K.B. Multi-Interval Discretization of Continuous-Valued Attributes for Classification Learning. — URL: www.yaroslavvb.com/papers/fayyad-discretization.pdf (дата обращения 04.06.2013).
8. McDermott E. and Katagiri Sh. A Parzen Window Based Derivation of Minimum Classification Error from the Theoretical Bayes Classification Risk. — URL: www.citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.13.8450 (дата обращения 07.06.2013).
9. Sim J., Wright C.C. The Kappa Statistic in Reliability Studies: Use, Interpretation, and Sample Size Requirements // Phys. Ther. — Vol. 85. — P. 257—268. www.physther.org/content/85/3/257.full (дата обращения 04.06.2013).
10. Gwet K. Kappa Statistic is not Satisfactory for Assessing the Extent of Agreement Between Raters // Statistical Methods For Inter-Rater Reliability Assessment. — April 2002. — N 1. URL: www.agreestat.com/.../kappa_statistic_is_not_satisfactory.pdf (дата обращения 07.06.2013).
11. Huang J., et al. Correcting Sample Selection Bias by Unlabeled Data. — URL: www.enpub.fulton.asu.edu/cseml/07spring/Sample.pdf (дата обращения 07.06.2013).

Статья представлена к публикации членом редколлегии Р.М. Нижегородцевым.

Евгений Константинович Корноушенко — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-90-00, ✉ ekorno@mail.ru.

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИЯМИ. ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС «ТЭО-ИНВЕСТ»

В.К. Акинфиев, А.Д. Цвиркун

Рассмотрены задачи управлением инвестиционной деятельностью на предприятии и оценки эффективности инвестиционных проектов. Приведена методология построения производственно-финансовых моделей, дан обзор программных средств для их построения. Представлен анализ развития линейки программных средств «ТЭО-ИНВЕСТ», разработанных в Институте проблем управления РАН.

Ключевые слова: управление инвестициями, планирование, разработка бизнес-планов, инвестиционный проект, программный комплекс, «ТЭО-ИНВЕСТ».

ВВЕДЕНИЕ

Крупные российские компании имеют в своем составе большое число дочерних предприятий, образуя сложную производственно-экономическую структуру. Структура производственных активов компаний может значительно отличаться в зависимости от специализации ее бизнеса и выстроенной цепочки создания стоимости компании.

Интегрированные компании планируют реализацию, как правило, множества инвестиционных проектов, ориентированных на развитие своих дочерних предприятий. Инвестиционные проекты предприятий часто взаимозависимы, и их реализация влияет на финансово-экономические показатели холдинговой компании в целом.

При формировании программы развития необходимо обеспечить сбалансированность портфеля инвестиционных проектов, так как экономический результат компании определяется не эффективностью отдельных проектов, а общим вкладом проектов в рост стоимости компании. Такой подход называется *стратегическим портфельным анализом* [1–3]. В настоящей работе портфель проектов понимается как некоторый согласованный план действий (инвестиционный бизнес-план), направленный на достижение заданных стратегических целей развития компании, характеризующийся определенными финансовыми и материальными затратами и получаемыми от его реализации результатами, распределенными во времени.

Важнейшая задача, решение которой позволяет оценивать эффективность и выбирать инвестиционные решения, состоит в создании комплекса программных средств и баз данных, отражающих производственную и финансовую бизнес-модель компании и дающих возможность оценивать ее изменения, включая изменения структуры ее производственных активов.

Один из программных продуктов в этом классе представляет собой программный комплекс «ТЭО-ИНВЕСТ», разработанный в Институте проблем управления РАН и предназначенный для финансового планирования и разработки бизнес-планов инвестиционных проектов [2]. Его первая версия появилась в 1993 г. и была с интересом воспринята специалистами. За прошедшие двадцать лет «ТЭО-ИНВЕСТ» постоянно совершенствовался и, несмотря на отсутствие агрессивной рекламы, приобрел много сторонников, которые стали постоянными его пользователями.

Развитие «ТЭО-ИНВЕСТ» за эти годы обусловлено, с одной стороны, рыночной конкуренцией со стороны разработчиков аналогичных продуктов и, с другой стороны, постоянно возрастающей сложностью практических задач. Основные усилия его разработчиков направлены на:

- повышение гибкости, открытости и универсальности продукта;
- расширение его функциональных возможностей, позволяющих строить сложные модели бизнес-процессов и инвестиционных проектов;



— совершенствование интерфейса и повышение удобства работы с программой.

Цель статьи — ввести читателя в круг научно-практических проблем, связанных с задачами управления инвестиционной деятельностью на предприятии, рассмотреть методологию построения моделей, используемых для их решения. Кроме этого, в статье дан анализ развития линейки программных средств «ТЭО-ИНВЕСТ», предназначенных для решения рассматриваемого класса задач управления.

1. ЗАДАЧИ ОЦЕНКИ И ВЫБОРА ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОГРАММ РАЗВИТИЯ

Рассмотрим задачи выбора инвестиционной стратегии развития промышленных компаний, имеющих сложную структуру производственных активов (предприятий), объединенных общей технологической схемой производства продукции (вертикально-интегрированные компании). Выбор состава и очередности инвестиционных проектов определяет «траекторию» изменения во времени производственно-финансовых показателей компании и степень их приближения к целям стратегического развития.

Задача оптимизации состоит в выборе наилучшего варианта инвестиционной программы развития компании (составе и очередности реализации проектов) в смысле выбранного критерия оптимизации при заданных ограничениях на выполнение целевых установок, общую стоимость программы и требуемый уровень доходности инвестиционной программы [4].

Введем обозначения:

$P(t) = \{p_1(t), \dots, p_n(t)\}$ — вектор производственно-финансовых показателей компании; t — период времени, $t \in [t_1, t_2]$, где t_1 и t_2 — начало и конец прогнозного периода (периода планирования).

Компоненты вектора $P(t)$ могут содержать, например, показатели за период t :

$p_1(t)$ — объем производства продукции (масштаб производства);

$p_2(t)$ — выручка от реализации;

$p_3(t)$ — маржинальная прибыль;

$p_4(t)$ — объем прибыли до вычета расходов по уплате налогов, процентов и начисленной амортизации (*EBITDA*);

$p_5(t)$ — экономическая добавленная стоимость (*EVA*);

$p_n(t)$ — свободный денежный поток компании (*NCF*).

Заметим, что для вертикально-интегрированных компаний вектор $P(t)$ зависит от динамики изменения производственно-финансовых показателей компаний, входящих в группу, степени их интеграции, и его компоненты могут быть рассчитаны, как правило, с помощью процедур консолидации прогнозных финансовых отчетов компаний.

Формализация целей развития компании. До начала решения задачи выбора оптимального портфеля проектов должны быть определены стратегические цели развития бизнеса, которые описываются в виде целевых значений компонент вектора $P(t)$ в некоторые заданные периоды времени. Например, в качестве целей развития бизнеса могут выступать: увеличение производства продукции с уровня $p_1(t_1)$ до уровня $p_1^*(t^*)$, где t^* — заданный период времени ($t^* \in [t_1, t_2]$), увеличение выручки от реализации продукции компании с уровня $p_2(t_1)$ до уровня $p_2^*(t^*)$ или увеличение показателя *EBITDA* с уровня $p_4(t_1)$ до уровня $p_4^*(t^*)$.

Заданные таким образом цели развития бизнеса выступают в качестве ограничений в задаче оптимизации на допустимую траекторию изменения вектора $P(t)$. Выполнение данных ограничений проверяется в периоды времени (t^*), и поэтому они называются терминальными:

$$P(t_1) = \{p_1(t_1), \dots, p_n(t_1)\} \rightarrow P(t_2) = \{p_1(t_2), \dots, p_n(t_2)\},$$

где $P(t_2)$ — желаемое состояние, в которое должна перейти система (компания) в результате выбора и реализации комплекса инвестиционных решений, направленных на ее развитие. Разумеется, что не все компоненты вектора $P(t_2)$ могут быть заданы как цели развития компании. Часть компонент остаются свободными и определяются в процессе решения задачи.

Выбор оптимального портфеля проектов (инвестиционной программы). Решение задачи направлено на выбор оптимальной траектории развития компании

$$P(t) = \{p_1(t), \dots, p_n(t)\}, t \in [t_1, t_2],$$

при:

— терминальных ограничениях, которые определяются выбранными целями развития,

— ограничениях на объем ресурсов, необходимых для реализации инвестиционной программы развития,

— ограничениях технологического, технического и маркетингового характера на выбор возможных инвестиционных решений.

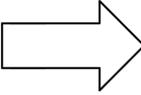
Исходная информация (варьируется)		Результат решения задачи
Целевые установки. Ограничения, заданные оператором (2)		Оптимальный состав проектов, очередность и продолжительность их реализации: $X_{opt}(x_1, \dots, x_m)$
Внешние сценарные условия. Оператор $\mathfrak{R}(r_1, \dots, r_k)$		Стоимость отдельных проектов и стоимость инвестиционной программы в целом
Варианты инвестиционной программы (состав проектов, их характеристики и очередность реализации). Ограничения, заданные операторами (3) и (4)		Прогноз динамики производственных и финансовых показателей компании. Показатели эффективности программы. Функционал, заданный оператором (1)

Рис. 1. Общая схема решения задачи

Пусть $X(x_1, \dots, x_m)$ — вектор параметров, характеризующий вариант инвестиционной программы компании (набор инвестиционных проектов и их параметров), который является искомой переменной (управлением) в задаче оптимизации. Очевидно, траектория развития компании $P(t)$ зависит от выбранного вектора $X(x_1, \dots, x_m)$ и вектора внешних сценарных условий функционирования компании $\mathfrak{R}(r_1(t), \dots, r_k(t))$.

Вектор $\mathfrak{R}(r_1(t), \dots, r_k(t))$ характеризует изменение спроса и цен на выпускаемую продукцию, цен на сырье и другие компоненты производства, условия, налагаемые органами государственной власти (институтами) на правила ведения бизнеса, включая правила начисления и уплаты налогов и других обязательных платежей.

В качестве критерия целесообразно выбрать интегральный показатель приведенной стоимости свободного денежного потока компании $NPV(p_n(t))$ или, что эквивалентно, показатель чистой приведенной стоимости денежного потока (NPV) варианта инвестиционной программы развития компании. Последний показатель вычисляется как разность между $NPV(p_n(t))$ для сценария «Реализация варианта инвестиционной программы» и $NPV(p_n(t))$ сценария отказа от реализации инвестиционной программы:

$$f\{P(t, X(x_1, \dots, x_m), \mathfrak{R}(r_1(t), \dots, r_k(t)))\} \rightarrow \max, \quad (1)$$

где f выбранная метрика в пространстве производственно-финансовых параметров компании, при:

— терминальных ограничениях, которые определяются выбранными целями развития,

$$P(t^*, X(x_1, \dots, x_m), \mathfrak{R}(r_1(t), \dots, r_k(t))) \geq P(t^*); \quad (2)$$

— ограничениях на суммарный объем ресурсов, выделенных на реализацию портфеля инвестиционных проектов,

$$\sum_{t=t_1}^{t_2} R(t, X(x_1, \dots, x_m)) \leq R, \quad (3)$$

где $R(t, X(x_1, \dots, x_m))$ — объем финансирования программы X в период t , R — бюджет инвестиционной программы (заметим, что кроме финансовых ограничений, необходимо учитывать также и ограничения на наличие трудовых ресурсов);

— ограничениях технологического, технического и маркетингового характера на выбор возможных инвестиционных решений,

$$X(x_1, \dots, x_m) \in D, \quad (4)$$

где множество D задается в виде графа вариантов инвестиционной программы (способы задания множества D рассмотрены далее);

— другие ограничения на выбор возможных инвестиционных решений, в том числе связанных с допустимым уровнем риска \mathfrak{Z} портфеля и его гибкостью,

$$\mathfrak{Z}(X(x_1, \dots, x_m), \mathfrak{R}(r_1(t), \dots, r_k(t))) \leq M, \quad (5)$$

где M — допустимый уровень риска программы.

Заметим, что операторы, используемые в математической постановке задачи (1)–(5), задаются в виде алгоритмически заданных соотношений. Поэтому классический аппарат теории оптимизации, разработанный для объектов, описываемых линейными либо нелинейными аналитическими выражениями, здесь не применим.

Общая схема решения задачи состоит в сравнении и выборе вариантов инвестиционной програм-



мы на основе оценки показателей их эффективности, рассчитанных с помощью компьютерной производственно-финансовой модели компании (рис. 1).

Целевые установки развития компании, множество вариантов программы развития, а также внешние сценарные условия могут варьироваться. Для поиска решения в некоторых случаях могут быть применены различные методы, в том числе переборные алгоритмы оптимизации или методы оптимизационно-имитационного подхода [5]. Заметим, что применение регулярных поисковых процедур для решения задач подобного типа встречается, как правило, большие трудности.

В результате решения задачи выбираются оптимальный вектор $X_{\text{opt}}(x_1, \dots, x_m)$ и соответствующая ему оптимальная траектория развития компании: $P_{\text{opt}}(t) = \{p_{1\text{opt}}(t), \dots, p_{n\text{opt}}(t)\}$, где $t \in [t_1, t_2]$.

Необходимое условие решения поставленной задачи заключается в разработке *комплекса взаимосвязанных моделей*, описывающих объект оптимизации (алгоритмически заданные соотношения между производственной и инвестиционной программами развития компании, а также вектор ее производственно-финансовых показателей).

2. МЕТОДОЛОГИЯ ПОСТРОЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ФИНАНСОВЫХ МОДЕЛЕЙ

Как было показано, важнейшая задача, решение которой позволяет оценить эффективность и выбрать инвестиционные решения, заключается в создании комплекса программных средств и баз данных, отражающих производственную и финансовую бизнес-модель компании и дающих возможность оценивать ее изменения, включая изменения структуры ее производственных активов.

Надежность и достоверность финансово-экономических показателей инвестиционных проектов и программ во многом зависят от степени адекватности исходной технико-экономической информации реальным условиям их осуществления, методологической обоснованности, алгоритмической и нормативно-правовой корректности проводящихся расчетов и от качества функциональных возможностей используемого программного обеспечения для создания адекватной решаемой задаче производственно-финансовой модели компании.

Важнейшие требования, которым должна удовлетворять производственно-финансовая модель интегрированной промышленной компании, состоят в обеспечении возможности:

— моделирования сложной многостадийной технологической схемы производства и оценки

взаимосвязанной совокупности инвестиционных проектов, реализуемых в различных цехах и производствах;

— совместного моделирования инвестиционных программ группы предприятий, входящих в интегрированную компанию, и оценки совокупности инвестиционных проектов;

— моделирования, оценки и сравнения различных вариантов инвестиционных решения в одной производственно-финансовой модели интегрированной компании.

Появление официальных методических рекомендаций по финансово-экономическому анализу и оценке эффективности инвестиционных проектов, возросшие потребности разработчиков и инвесторов в обоснованных методах отбора проектов для финансирования, большое разнообразие аналитических задач, широкое распространение и доступность аппаратных средств послужили толчком к разработке и практическому применению инструментальных средств поддержки инвестиционных расчетов [6—9].

В силу ряда причин зарубежные разработчики раньше занялись решением проблем автоматизации процесса финансово-экономического анализа и планирования инвестиционных проектов с последующей их оценкой и приступили к разработке соответствующего программного обеспечения. Разработано множество программных продуктов, среди которых можно отметить такие, как «COMFAR» и «PROSPIN», разработанные в UNIDO, а также «BizPlan Builder» компании JIAN, «Business Plan Pro» фирмы «Palo Alto Software», «Smart Business Plan» американского института финансовых исследований и др. Однако их практическое применение в условиях российской экономики оказалось затруднено вследствие отличия правовой, налоговой и финансовой систем от аналогичных систем западных стран.

Поэтому в России распространение получили отечественные программные продукты, среди которых отметим «Альт-Инвест» компании «АЛЬТ», «Project Expert», разработанный компанией «PRO-INVEST CONSULTING», «ТЭО-ИНВЕСТ» Института проблем управления РАН, а также «Инвестор» компании ИНЭК и ряд др.

К функциональным возможностям программных продуктов относятся:

— современная методика расчета, основанная на моделировании денежных потоков;

— минимизация ограничений на горизонт и шаг расчета; минимизация ограничений на количество продуктов;

— богатство набора финансовых и экономических показателей, используемых для оценки проек-

та; допускаемое пакетом разнообразие сценариев реализации проекта;

— возможность и способы учета инфляции, расчетов в текущих и прогнозных ценах; возможность и способы учета неопределенности и риска; возможность сохранения в памяти компьютера вариантов расчета для последующего сравнения и окончательного отбора.

В целях удобства применения упомянутых продуктов для построения производственно-финансовых моделей компаний их можно разделить на две группы по степени открытости для пользователя алгоритмов проведения финансовых расчетов. Общепринятая классификация делит продукты на «закрытые» и «открытые».

«Закрытость» программы означает невозможность изменения пользователем формул и алгоритмов, по которым осуществляются вычисления («Comfar», «Project Expert», «ИНЭК-Инвестор»). При этом пользователь понимает, что сделано, но не видит, как это сделано, и не может обосновать и объяснить полученный результат.

К «открытым» относятся пакеты «Альт-Инвест» и «ТЭО-ИНВЕСТ», которые разработаны на базе электронных таблиц MS Excel. Открытость программы означает, что пользователь имеет возможность просмотреть алгоритм выполнения финансовых расчетов и, если позволяет квалификация, то скорректировать заложенный алгоритм, исходя из специфики проекта; дополнить, при необходимости, программу новыми табличными формами и показателями. Таким образом, специалист получает возможность свободно ориентироваться в методике расчетов, что позволяет ему быть уверенным в полученном результате.

Заметим, что данные коробочные продукты ориентированы, в основном, на проведение расчетов по отдельным инвестиционным проектам. С помощью этих средств затруднен совместный анализ совокупности взаимосвязанных инвестиционных проектов для предприятий, имеющих сложную технологически взаимосвязанную структуру производства.

Программный комплекс «ТЭО-ИНВЕСТ» предоставляет пользователям возможность строить модели для предприятий, имеющих сложную технологически структуру производства. В методике проведения расчетов «ТЭО-ИНВЕСТ» рассматривается ситуация, когда один или несколько продуктов используются также для производства других продуктов внутри предприятия, т. е. служат полуфабрикатами.

В «ТЭО-ИНВЕСТ» имеется возможность объявить часть продуктов как продукты, используе-



Рис. 2. Состав основных блоков производственно-финансовой модели

мые для внутреннего потребления. В этом случае объем их производства и, соответственно, затраты будут зависеть от объема планируемых продаж этого продукта и от объемов выпуска других продуктов, для которых он служит полуфабрикатом. Используя эту возможность, можно моделировать производственные процессы со сложной и взаимосвязанной технологией, например, процессы переработки нефти на НПЗ и многое другое.

Программные средства должны учитывать производственную и логистическую структуру производственных процессов компании (уровень цехов, агрегатов и технологии производства) и предназначены для проведения аналитических расчетов в режиме «имитационной модели». Это позволяет, изменяя на входе модели параметры инвестиционной программы, параметры производственной программы и макроэкономические сценарии, прогнозировать производственно-финансовые результаты деятельности компании, тем самым реализуя общую схему решения задачи.

Состав основных блоков (модулей) производственно-финансовой модели промышленной компании показан на рис. 2 [4].



Производственно-финансовая модель включает в себя ряд блоков, каждый из которых должен быть настроен на особенности предприятия или компании. Блоки модели по функциональному признаку могут быть разбиты на группы, моделирующие:

— *внешнее экономическое окружение* (инфляция, налоговое окружение, валютные курсы и др.);

— *текущее (начальное) состояние предприятия* (начальный баланс, начальные оборотные активы и пассивы, начальный капитал);

— *производственную и сбытовую деятельность* (программа производства и продаж, производство и расчет потребляемых материалов и энергии, затраты на оплату труда и накладные расходы, а также расчеты с покупателями, незавершенная и готовая продукция, производственные запасы, расчеты с поставщиками и расчет суммарных оборотных средств);

— *инвестиционную деятельность, варианты инвестиционной программы развития по цехам и агрегатам* (закупка и монтаж оборудования, строительство, подготовительные расходы и пр.);

— *финансовую деятельность* (расчет параметров кредитов и займов, расчет платежей по договорам финансового лизинга, финансовые вложения и пр.);

— *финансовую отчетность и расчет коэффициентов* (отчет о движении денежных средств, отчет о прибылях и убытках, прогнозный баланс, расчет финансовых коэффициентов).

В модель также входят блоки:

— *оценки эффективности вариантов инвестиционной программы* (расчет интегральных показателей эффективности инвестиционной программы и отдельных проектов);

— *дополнительных средств анализа* (графический анализ, анализ чувствительности, анализ риска, сценарный анализ).

Производственно-финансовые модели компаний должны позволять формировать укрупненную финансовую отчетность компаний по годам прогнозного периода (баланс, отчет о прибылях и убытках и отчет о движении денежных средств) в зависимости от варианта реализуемой инвестиционной программы компании. Программные средства позволяют также реализовать режим расчета и сравнения денежных потоков компании для различных вариантов инвестиционной программы и, на основе этого, рассчитывать показатели эффективности вариантов инвестиционной программы.

Заметим, что производственно-финансовые модели компаний должны позволять моделировать связи между компаниями типа «вход — выход» по

материальным потокам. Связь задается через согласование производственных программ и объемов поставки продукции (полуфабрикатов и сырья) внутри группы компаний по годам прогнозного периода.

Оценка эффективности инвестиционных проектов и программ развития компании должна быть основана на сравнении планируемых затрат на их реализацию и оценке увеличения чистого денежного потока компании, связанного с вложением инвестиций. Ведущими критериями выбора наилучшего варианта инвестиционной программы могут служить чистый дисконтированный доход (*NPV*), который отражает оценку изменения стоимости компании, и индекс прибыльности (*PI*), который позволяет оценить изменение стоимости компании относительно стоимости вложенных инвестиций. Тем не менее, такие показатели, как срок окупаемости (*DPP*) и внутренняя норма рентабельности (*IRR*), также важны при оценке инвестиционных решений.

Программная реализация таких моделей требует от ее разработчиков глубоких знаний производственной структуры предприятия, характеристик технологических процессов и параметров оборудования. Вся эта информация должна быть заложена в соответствующие блоки модели. Кроме этого, в модель закладывается большой объем прогнозной информации, полученной на этапах маркетингового анализа рынков и разработки вариантов инвестиционной программы развития предприятия.

Безусловно, разработка такой модели для крупного предприятия, имеющего сложную производственную структуру, является дорогостоящим проектом. Однако ее наличие открывает перед менеджерами соответствующих подразделений и руководством возможности анализа и обоснованной оценки различных стратегических планов развития компании и выбора наилучшей стратегии.

Рассмотрим кратко некоторые инструментальные средства, предназначенные для построения производственно-финансовых моделей для группы предприятий, входящих в интегрированную промышленную компанию.

«Альт-Финансы Сумм» — компьютерная модель для проведения финансового анализа структур холдингового типа с функцией автоматической консолидации отчетности компаний, входящих в группу. Данный продукт отличается от «Альт-инвест» наличием листа «портфель», в котором автоматически суммируются данные по проектам и компаниям, пользователь получает возможность

оценить суммарные результаты от реализации группы проектов.

«Project Expert Holding» — средство для построения модели управляющей компании холдинга, финансирующей контролируемые им предприятия, когда головная компания распределяет финансовые ресурсы, необходимые для выполнения проектов, а также получает возможность формировать прогнозную консолидированную отчетность по компаниям. Для работы по объединению проектов предназначен модуль «Project Integrator». При работе с группой проектов система позволяет суммировать их данные и создавать формы консолидированной отчетности.

«ТЭО-ИНВЕСТ Холдинг» — консолидирующая программа, предназначенная для создания системы финансового и стратегического управления холдинговой компанией. Финансирование этой деятельности может осуществляться как из общего бюджета, так и из внешних источников. «ТЭО-ИНВЕСТ Холдинг» позволяет сформировать финансовую модель холдинговой компании, провести совместный анализ вариантов развития предприятий и перспективных инвестиционных проектов и выбрать вариант, обеспечивающий наилучшие финансовые показатели развития холдинга.

Работа системы «ТЭО-ИНВЕСТ Холдинг» может быть описана следующими основными шагами:

- формирование состава предприятий (бизнес-единиц) и инвестиционных проектов холдинга;
- на множестве вариантов развития каждого предприятия, включенного в холдинг, и множестве инвестиционных проектов формирование нескольких вариантов развития холдинга;
- на построенной финансовой модели проведение анализа сформированных вариантов развития холдинга, выявление необходимости привлечения внешних финансовых ресурсов и подбор параметров кредита;
- оценка эффективности вариантов развития холдинга по множеству показателей, включая их попарное сравнение;
- ранжирование вариантов развития холдинга по множеству количественных и качественных показателей их эффективности и по их свертке (комплексная оценка) и выбор предпочтительного варианта развития холдинга.

Для каждого из сформированных вариантов развития холдинга проводится анализ консолидированного бюджета, выбирается вариант его финансирования и осуществляются попарное сравнение вариантов и оценка их показателей с при-

влечением методов дисконтирования денежных потоков.

Отметим, что рассмотренные продукты ориентированы на моделирование компаний, имеющих в своем составе несколько предприятий, работающих в различных секторах экономики и не связанных между собой общей производственной цепочкой. Рассмотрение данного типа компаний позволило разработчикам ограничиться анализом групп независимых проектов, ограничение на состав проектов задается только через общий инвестиционный бюджет компании.

В этой связи целесообразна разработка специализированных программных средств построения производственно-финансовых моделей интегрированных компаний, учитывающих в полной мере особенности и специфику конкретной отрасли, структуру компании и уровень задач, которые стоят перед пользователями данных программных продуктов.

3. ЛИНЕЙКА ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТОВ «ТЭО-ИНВЕСТ» — 20 ЛЕТ НА РЫНКЕ

Разработанный в Институте проблем управления РАН программный комплекс «ТЭО-ИНВЕСТ» — эффективное инструментальное средство для финансового менеджмента на предприятии и в корпорации. Он позволяет построить имитационную модель предприятия и проводить анализ различных тактических и стратегических решений.

В разные годы «ТЭО-ИНВЕСТ» приобрели и используют банки, промышленные и строительные предприятия, проектные институты и консультационные фирмы, в том числе Промстройбанк РФ, ОАО «Манежная площадь», Восточная нефтяная компания, СП «Петроком», Консультационная фирма «Деловые консультации Москва», АО «Приз», ЦНИИКА, Российский промышленно-инвестиционный фонд, Российская академия государственной службы при Президенте РФ, Российская экономическая академия им. Г.В. Плеханова, Союз предприятий малого строительного бизнеса, Департамент развития мэрии Москвы, Внешторгбанк, Омскпромстройбанк, ООО «НИИГазэкономика», Завод им. Серго, ОАО «Череповецкий Азот», ГНИПКИН «Атомэнергопроект», ОАО «Славнефть», ГП «Роснефть», ОАО «ВНИИнефть», СахалинНИИморнефть, Омский НПЗ, Каменский химический комбинат, ОАО «Аммофос» (г. Череповец), ЦНИИ «АСУагропромсервис», СКБ Цветмет, компания АЛРОСА и многие др.



Программный комплекс «ТЭО-ИНВЕСТ» позволяет:

— построить финансовую модель действующего или вновь создаваемого предприятия, с помощью которой разрабатывать среднесрочные и долгосрочные производственные и финансовые планы предприятия, проводить сценарный анализ управленческих решений и выбирать наиболее эффективные из них;

— провести анализ и обоснование инвестиционных решений, включая оценку эффективности реорганизации производства, строительства промышленных предприятий и внедрения новых технологий; провести экспертизу предполагаемых инвестиций, выбрать и обосновать оптимальную схему финансирования проекта;

— обосновать целесообразность направления и способы государственной, отраслевой и региональной поддержки инвестиционных проектов, рассчитать бюджетную эффективность инвестиционного проекта, представляемого на конкурс или на тендер;

— разработать финансовые разделы бизнес-планов инвестиционных проектов, включая подготовку пакета форм и графических иллюстраций на русском и английском языках.

Используя систему настройки размерности проекта «ТЭО-ИНВЕСТ», можно построить достаточно сложные модели бизнес-процессов. Выбор соответствующих настроек позволяет моделировать одновременно бизнес-процессы производства продуктов, как первого, так и второго типа, каждый из которых может быть объявлен как продукт, используемый для внутреннего потребления.

В разработке, отладке и распространении программного комплекса «ТЭО-ИНВЕСТ» в разные годы принимали участие Е.Н. Коновалов, Т.М. Жаров, В.И. Савельев, А.Ю. Лобанов, В.А. Пушко, Н.С. Филимонов, Ю.Р. Шишорин, А.В. Карибский, К.И. Шувалов, О.И. Гришин, Т.С. Кузнецова, Т.А. Горошников и др. а также студенты и дипломники МФТИ. Основные результаты выполненных работ отражены в публикациях [10—20].

В последние годы задачи оценки и выбора инвестиционных решений существенно усложнились. Рост российской экономики и интенсификация процессов диверсификации и интеграции бизнесов привели к образованию компаний, имеющих сложную структуру активов. И, как следствие, наметился переход от стратегии реализации отдельных инвестиционных проектов к стратегии осуществления комплексов взаимосвязанных ин-

вестиционных проектов (инвестиционных программ), реализуемых на различных предприятиях компании, образующих, как правило, сложные производственные и логистические цепочки. В связи с этим появился новый класс задач — задачи оценки и выбора вариантов инвестиционных программ развития диверсифицированных и интегрированных компаний [4].

Эти задачи потребовали от разработчиков программного комплекса «ТЭО-ИНВЕСТ» новых подходов и решений. Результатом этой работы стало создание консолидирующей программы «ТЭО-ИНВЕСТ Холдинг», предназначенной для оценки и выбора вариантов инвестиционных программ развития диверсифицированных компаний (многопрофильных холдингов) [3].

Задача выбора наилучших вариантов развития холдинга, каждый из которых состоит из независимых предприятий и перспективных инвестиционных проектов, включает в себя формирование множества конкурирующих (независимых) вариантов, оценку ожидаемых результатов и необходимых затрат ресурсов, оценку показателей эффективности вариантов и принятие решения по выбору наилучшего варианта. Программа «ТЭО-ИНВЕСТ Холдинг» позволяет провести совместный анализ вариантов развития предприятий и перспективных инвестиционных проектов и выбрать вариант, обеспечивающий наилучшие финансовые показатели развития холдинга. Анализ эффективности отдельных инвестиционных проектов и вариантов развития предприятий холдинга осуществляется с помощью программного комплекса «ТЭО-ИНВЕСТ».

Заметим, что большинство крупных российских холдингов являются диверсифицированными компаниями, каждое из направлений бизнеса которых также включает группу компаний, имеющую ту или иную степень вертикальной интеграции [4].

Задача оценки и выбора инвестиционных решений для вертикально-интегрированных компаний усложняется и тем, что реализуется несколько проектов, в том числе, в различных дочерних предприятиях компании, технологически и финансово взаимосвязанных между собой. Проекты также могут быть зависимы друг от друга. Поэтому задача оценки эффективности как отдельно взятого проекта, так и совокупности проектов (инвестиционной программы) для вертикально-интегрированных компаний является сложной и требует дальнейших исследований.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ задач показывает, что для их решения необходимо совершенствование методических и инструментальных средств линейки продуктов программного комплекса «ТЭО-ИНВЕСТ». Основное направление развития, по мнению авторов, состоит в построении комплексов взаимосвязанных производственно-финансовых моделей и программных средств, позволяющих учитывать производственную и логистическую структуру производственных процессов распределенных вертикально-интегрированных компаний и взаимовлияние инвестиционных проектов компании. Комплекс взаимосвязанных производственно-финансовых моделей должен включать в себя модели двух уровней: для компании в целом (консолидирующая модель) и для каждого структурного элемента компании. Заметим, что, в отличие от случая многопрофильной компании, для вертикально-интегрированных компаний процедуры консолидации усложнены и не сводятся к суммированию финансовых показателей.

При разработке инвестиционных проектов для группы предприятий или предприятий со сложной внутренней структурой требуется применение многоуровневых моделей. Различные имитационно-оптимизационные модели отвечают задачам, решаемым в отдельных предприятиях.

Процессы взаимодействия и стратегия управления организацией определяет структуру взаимосвязей и накладываемые ограничения на решения задач имитации и оптимизации. Модели каждого уровня различаются типом решаемых задач (финансово-экономические, технологические) и разной степенью детализации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Томпсон А., Стрикленд Дж. Стратегический менеджмент: концепции и ситуации для анализа / Пер. с англ. — М.: Изд. дом «Вильямс», 2007. — 928 с.
2. Виленский П.Л., Лившиц В.И., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов: теория и практика. — М.: Дело, 2001. — 687 с.
3. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К. Анализ инвестиций и бизнес-план. Методы и инструментальные средства. — М.: Ось-89, 2002. — 288 с.
4. Акинфиев В.К. Управление развитием интегрированных промышленных компаний: теория и практика (на примере черной металлургии). — М.: ЛЕНАНД, 2011. — 224 с.
5. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К., Филиппов В.А. Имитационное моделирование в задачах синтеза структуры сложных систем (оптимизационно-имитационный подход). — М.: Наука, 1985.

6. Беренс В., Хаверанек П. Руководство по подготовке промышленных технико-экономических исследований (пособие ЮНИДО). — М.: Инфра-М, 1995.
7. Ковалев В.В. Финансовый анализ: управление капиталом. Выбор инвестиций. Анализ отчетности. — М.: Финансы и статистика, 1997.
8. Методические рекомендации по разработке инвестиционной политики предприятия. Утверждены Министерством экономики РФ 1 октября 1997 г., № 118. — М., 1998.
9. Шарп У.Ф., Александер Т.Д., Бэйли Д.В. Инвестиции / Пер. с англ. — М.: Инфра-М, 1997.
10. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К., Коновалов Е.Н. Моделирование и управление инновационными программами в крупномасштабных технических системах. — М.: Институт проблем управления РАН, 1991.
11. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К. Программный комплекс «ТЭО-ИНВЕСТ» // Инвестиции в России. — 1995. — № 4—5.
12. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К. ТЭО-ИНВЕСТ — новое средство для технико-экономического обоснования инвестиционных проектов // Компьютер-Лог. — 1994. — № 3—4.
13. ТЭО-ИНВЕСТ. Программный комплекс для анализа и технико-экономического обоснования инвестиционных проектов / А.Д. Цвиркун, В.К. Акинфиев, А.В. Карибский, Ю.Р. Шишорин. — М.: Институт проблем управления РАН, 1995.
14. «ТЭО-ИНВЕСТ» — эффективный инструмент финансово-экономического анализа инвестиционных проектов / А.Д. Цвиркун, В.К. Акинфиев, А.В. Карибский и др. // Информатика — машиностроение. — 1996. — № 3 (13).
15. Цвиркун А.Д., Карибский А.В., Шишорин Ю.Р. Адекватный анализ эффективности инвестиционных проектов. Инвестиции в России. № 7—8, 1996.
16. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К. Новое средство анализа инвестиционных проектов // Банковское дело. — 1996. — № 2.
17. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К. Как написать успешный бизнес-план инвестиционного проекта. Методика расчета. — М.: Институт проблем управления РАН, 1997.
18. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К. Как написать успешный бизнес-план инвестиционного проекта. Макет бизнес-плана. — М.: Институт проблем управления РАН, 1997.
19. Филимонов Н.С. Зарубежный подход к планированию инвестиций. Автоматизация процесса оценки финансовой эффективности инвестиционных проектов. Моделирование развития и функционирования: Сб. тр. — М.: Институт проблем управления, 1998.
20. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К. Опыт разработки инвестиционных проектов и программ на базе программного комплекса «ТЭО-ИНВЕСТ» // Инвестиции в России. — 1998. — № 8.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.В. Кульбой.

Валерий Константинович Акинфиев — д-р техн. наук, вед. науч. сотрудник, ☎ (495) 334-90-50, ✉ akinf@ipu.ru,

Анатолий Данилович Цвиркун — д-р техн. наук, зав. лабораторией, ☎ (495) 334-78-29, ✉ tsvirkun@ipu.ru,

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва.

ЗАДАЧА СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНОЙ МОДУЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ С ДВУХЗВЕННОЙ АРХИТЕКТУРОЙ «КЛИЕНТ — СЕРВЕР»

С.А. Косяченко, С.С. Ковалевский, С.К. Сомов

Рассмотрена задача синтеза модульной системы обработки данных реального времени с архитектурой «Клиент — Сервер», реализуемой на основе распределенной вычислительной сети, особенности решения которой состоят в следующем: при определении времени реакции системы на заявку необходимо учитывать время доставки заявки от клиентской машины («Клиента») к «Серверу» и время доставки результата обработки заявки от «Сервера» к «Клиенту»; время обмена сообщениями между «Клиентом» и «Сервером» зависит от пропускной способности каналов передачи данных, объемов и трафика сообщений в сети.

Ключевые слова: задача, данные, система, сеть.

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1—3] сформулированы постановки и предложены методы решения задач синтеза оптимальных модульных систем обработки данных (СОД) реального времени, использующих при обработке заявок приоритетные дисциплины обслуживания и функционирующих на базе одного компьютера.

При постановке и решении аналогичной задачи синтеза СОД реального времени с двухзвенной архитектурой «Клиент — Сервер», реализуемой не на одном компьютере, а в среде распределенной вычислительной сети, необходимо принимать во внимание следующие особенности функционирования такой системы:

— при определении времени реакции системы на запрос следует учитывать время доставки запроса от клиентской машины («Клиента») к «Серверу» и ответа на запрос от «Сервера» к клиентской машине, так как они в общем случае располагаются в различных узлах сети;

— время обмена сообщениями между клиентскими машинами и «Сервером» зависит от пропускной способности каналов передачи данных, от

объемов передаваемых сообщений (запросов и ответов на запросы) и от имеющегося в сети трафика сообщений, не связанных с работой системы с архитектурой «Клиент — Сервер» и которыми обмениваются другие узлы сети. На базе данной вычислительной сети, помимо системы с архитектурой «Клиент — Сервер», могут функционировать и другие информационно-справочные системы, базы данных, системы обработки данных, порождающие свой трафик сообщений по каналам сети;

— вероятность успешной доставки запроса и ответа на него от одного узла сети к другому может отличаться от единицы в силу конечной надежности каналов связи и процессов обработки передаваемых сообщений в узлах коммутации сообщений;

— для размещения «Сервера» необходимо выбрать один из компьютеров сети, который обеспечивает оптимальное (или наиболее близкое к оптимальному) значение критерия оптимальности, используемого при решении задачи;

— при выборе компьютера сети для размещения сервера следует учитывать его физические характеристики, такие как, быстродействие, тип используемой внешней памяти, объем оперативной памяти и др.

С учетом данных особенностей и результатов, полученных в работах [2, 3], сформулируем задачу синтеза программного и информационного обеспечения СОД реального времени, имеющую двухзвенную архитектуру «Клиент — Сервер» и функционирующую в среде распределенной вычислительной системы.

1. ФОРМАЛИЗАЦИЯ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА

Предположим, что в СОД реального времени с архитектурой «Клиент — Сервер» поступает J пуассоновских потоков разнотипных заявок (запросов) с различными приоритетами $j = \overline{1, J}$, интенсивностями $(\lambda_1, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_J)$ и функциями длительностей обслуживания с двумя конечными моментами \bar{a}_j и $\bar{a}_j^{(2)}$, $j = \overline{1, J}$.

В соответствии с некоторым критерием оптимизации необходимо:

— выбрать узел сети, на базе которого должен функционировать «Сервер»;

— синтезировать систему прикладных программных модулей и информационных массивов СОД реального времени, необходимых для обработки множества поступающих запросов, размещаемых в данном узле сети («Сервере»).

Предполагается, что топология сети задана, т. е. в соответствии с некоторой процедурой определены маршруты, по которым передаются запросы от клиентских машин к «Серверу», расположенному в одном из узлов сети, и ответы на запросы от «Сервера» к клиентским машинам.

При решении рассматриваемой задачи необходимо соблюдать технологические ограничения на систему программных модулей и информационных массивов.

Для формализации постановки задачи введем следующие обозначения и переменные:

$E = \{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_j, \dots, \varepsilon_J\}$ — множество типов заявок, обрабатываемых в СОД реального времени (ε_j — заявка j -го типа);

$P = \{p_1, \dots, p_r, \dots, p_R\}$ — множество процедур обработки данных, используемых при обработке заявок всех типов;

$D = \{d_1, \dots, d_p, \dots, d_L\}$ — множество информационных элементов (входных, промежуточных и выходных), используемых при обработке заявок всеми процедурами множества P ;

$D' = \{d'_1, \dots, d'_j, \dots, d'_L\}$ — вектор размерностей (объемов) информационных элементов множества D ;

$D'' = \{d''_1, \dots, d''_j, \dots, d''_L\}$ — количество различных значений (мощность множества различных

значений) информационных элементов множества D ;

$H = \{\eta_1, \dots, \eta_n, \dots, \eta_N\}$ — множество задач, решаемых при обработке заявок;

$\bar{C}_{nl}^{r(c/3)}$ — среднее количество значений l -го информационного элемента, которое считывается/записывается r -й процедурой при решении n -й задачи;

$\bar{C}_{nl}^{r(c/3)}$ — максимальное количество значений l -го информационного элемента, которое считывается/записывается r -й процедурой при решении n -й задачи;

Ω и F — число программных модулей (ПМ) и число информационных массивов (ИМ) в СОД реального времени;

$z_{fj} =$

$$= \begin{cases} 1, & \text{если информационный элемент } d_l \text{ входит} \\ & \text{в состав информационного массива } f, \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$$w_{nl}^{r(c/3)} = \begin{cases} 1, & \text{если информационный элемент } d_l \\ & \text{считается/записывается процедурой } p_r \\ & \text{задачи } \eta_n, \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$$X_{r\omega} = \begin{cases} 1, & \text{если процедура } r \text{ входит} \\ & \text{в состав модуля } \omega, \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$\gamma_{l\omega}^{n(c/3)}$ — переменная, характеризующая взаимосвязь n -й задачи с множеством процедур $\{p_r\}$ и программным модулем ω по использованию j -го информационного элемента для считывания и записи:

$$\gamma_{l\omega}^{n(c/3)} = \begin{cases} 1, & \text{если } \sum_{r=1}^R w_{nl}^{r(c/3)} b_{nr} x_{r\omega} \geq 1, \\ 0, & \text{если } \sum_{r=1}^R w_{nl}^{r(c/3)} b_{nr} x_{r\omega} = 0 \end{cases}$$

(она принимает значение 1, если l -й информационный элемент считывается/записывается при работе ω -го модуля во время решения n -й задачи);

$e_m^{(c/3)}$ — скорость считывания/записи информации с/на устройство внешней памяти m -го узла вычислительной сети;



t_m^* — среднее время поиска локальной СУБД информации (ИМ или ПМ) во внешней памяти m -го узла вычислительной сети;

$\beta = (\beta_1, \dots, \beta_i, \dots, \beta_M)$ — вектор переменных задачи, определяющий размещение «Сервера» в узлах распределенной вычислительной сети; $\beta_i = 1$, если «Сервер» размещен и функционирует на базе i -го узла сети, и $\beta_i = 0$ в противном случае; очевидно, что должно выполняться технологическое ограничение:

$$\sum_{k=1}^M \beta_k = 1,$$

означающее, в соответствии с выбранной архитектурой СОД реального времени, наличие в сети только одного сервера, обрабатывающего заявки клиентов;

l_j^q — средняя длина запроса j -го типа, l_j^r — средняя длина сообщения — ответа на запрос j -го типа;

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^M \lambda_i^j \quad (1)$$

суммарный поток заявок j -го типа, $j = \overline{1, J}$, поступающих на сервер от всех узлов — клиентов системы;

π_{ik} — путь (маршрут), по которому передаются сообщения из узла i в узел k . Канал связи ϕ включен в путь π_{ik} , если сообщения, идущие по этому пути, проходят через этот канал связи. При использовании фиксированной процедуры маршрутизации для передачи сообщений в сети можно считать, что задано множество матриц $X^\phi = \|x_{ik}^\phi\|$, $\phi = \overline{1, \Phi}$, $i, k = \overline{1, M}$, в которых элемент $x_{ik}^\phi = 1$, если канал ϕ входит в состав пути π_{ik} .

Определим величину T^* — среднюю задержку передачи сообщения в сети (заявки «Клиента» и результата обработки заявки «Сервером»), когда в сети применяется метод коммутации сообщений (в случае метода коммутации пакетов оценка T^* осуществляется аналогично).

Показано, что в среднем в единицу времени из i -го узла сети в k -й узел сети отправляется трафик λ_{ik} сообщений с интенсивностью $\lambda_{ik} = \lambda_{ik}^q + \lambda_{ik}^r$ [4].

С учетом уже имеющегося в сети трафика δ_{ik} сообщений, порождаемых другими информационны-

ми системами со средней длиной l^* , трафик всех сообщений из узла i в узел k в единицу времени

$$\gamma_{ik} = \delta_{ik} + \lambda_{ik}^q + \lambda_{ik}^r = \delta_{ik} + \beta_k \sum_{j=1}^J \lambda_i^j + \beta_i \sum_{j=1}^J \lambda_k^j.$$

Трафик всех сообщений, которыми обмениваются между собой узлы сети в среднем в единицу времени

$$\begin{aligned} \gamma &= \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^M \gamma_{ik} = \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^M \left(\delta_{ik} + \beta_k \sum_{j=1}^J \lambda_i^j + \beta_i \sum_{j=1}^J \lambda_k^j \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Средняя длина сообщений, передающихся в сети,

$$\begin{aligned} 1/\mu &= \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^M \frac{1}{\gamma} \left(\delta_{ik} l^* + \beta_k \sum_{j=1}^J \lambda_i^j l_j^q + \beta_i \sum_{j=1}^J \lambda_k^j l_j^r \right). \end{aligned} \quad (3)$$

В единицу времени через канал ϕ проходит поток сообщений со средней интенсивностью

$$\lambda_\phi^* = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^M \gamma_{ik} x_{ik}^\phi. \quad (4)$$

Для определения средней задержки T^* передачи сообщения в сети воспользуемся результатами, полученными ранее для сети с коммутацией сообщений в предположении, что трафик сообщений, возникающих в узлах сети, образует пуассоновский процесс со средним значением γ_{ik} , ($i, k = \overline{1, M}$) сообщений в секунду. Трафик всех сообщений определяется по формуле (2). Каждое сообщение имеет независимую длину, значение которой распределено по показательному закону со средним значением μ^{-1} бит, которое определяется по формуле (3). Узлы сети имеют память неограниченной емкости для размещения этих сообщений (т. е. сообщения не теряются при прохождении по каналам сети). Сообщения направляются от узла к узлу в соответствии с фиксированной процедурой выбора маршрутов.

Обозначим через T_ϕ^* среднее время, затраченное сообщением на ожидание и процесс передачи по ϕ -му каналу связи (обслуживания в канале). Если этот канал рассматривать как систему обслуживания, то время T_ϕ^* — это время, проведенное сообщением в данной системе (время в очереди на обслуживание и время самого обслуживания).

С учетом сделанных ранее предположений, включая предположение об абсолютной надежности каналов связи сети, величина T_φ^* будет определяться по формуле [1] $T_\varphi^* = 1/(\mu C_\varphi - \lambda_\varphi^*)$, а

$$T^* = \sum_{\varphi=1}^{\Phi} \frac{\lambda_\varphi^*}{\gamma} T_\varphi^* = \frac{1}{\gamma} \sum_{\varphi=1}^{\Phi} \frac{\lambda_\varphi^*}{\mu C_\varphi - \lambda_\varphi^*}. \quad (5)$$

Если известно среднее время K обработки сообщения в узле коммутации при его передаче по каналу связи и время P_φ распространения сигнала в канале связи, то формулу (5) можно записать как

$$T^* = \sum_{\varphi=1}^{\Phi} \frac{\lambda_\varphi^*}{\gamma} T_\varphi^* = \frac{1}{\gamma} \sum_{\varphi=1}^{\Phi} \frac{\lambda_\varphi^*}{\mu C_\varphi - \lambda_\varphi^*}.$$

Если предположить, что каналы связи ненадежны, то с вероятностью $\gamma_\varphi^* = 1 - \rho_\varphi^*$ в φ -м канале может возникнуть ошибка при передаче единицы данных. Возникновение ошибки приводит к тому, что через время t_{ACK} узел-отправитель не получает квитанцию (подтверждение успешной передачи сообщения) и повторно передает сообщение по каналу. Это приводит к увеличению общего времени обслуживания сообщения в канале связи.

Вероятность возникновения ошибки при передаче по φ -му каналу одного сообщения (запроса или ответа на запрос), которое имеет среднюю длину $l = \mu^{-1}$ бит, будет определяться выражением

$$\gamma_\varphi^* = 1 - \rho_\varphi = 1 - (1 - \Upsilon_\varphi^*)^l = 1 - (\rho_\varphi^*)^l.$$

В итоге среднее время передачи сообщения по ненадежному φ -му каналу связи

$$T_\varphi = \rho_\varphi T_\varphi^* + (t_{ACK} + \rho_\varphi T_\varphi^*) \gamma_\varphi (1 - \gamma_\varphi)^{-1}.$$

Среднее время передачи сообщения из узла-отправителя в узел-получатель по сети с ненадежными каналами

$$\begin{aligned} T^* &= \sum_{\varphi=1}^{\Phi} \frac{\lambda_\varphi^*}{\gamma} T_\varphi = \\ &= \sum_{\varphi=1}^{\Phi} \frac{\lambda_\varphi^*}{\gamma} \{ \rho_\varphi T_\varphi^* + (t_{ACK} + \rho_\varphi T_\varphi^*) \gamma_\varphi (1 - \gamma_\varphi)^{-1} \}. \end{aligned} \quad (6)$$

С учетом среднего времени K обработки сообщения в узле коммутации и времени P_φ распространения сигнала в канале связи, среднее время

передачи сообщения по сети с ненадежными каналами

$$\begin{aligned} T^* &= \sum_{\varphi=1}^{\Phi} \frac{\lambda_\varphi^*}{\gamma} \{ \rho_\varphi (T_\varphi^* + K + P_\varphi) + \\ &+ (t_{ACK} + \rho_\varphi [T_\varphi^* + K + P_\varphi]) \gamma_\varphi (1 - \gamma_\varphi)^{-1} \}. \end{aligned}$$

Среднее \bar{a}_m^j и максимальное $\bar{\bar{a}}_m^j$ времена обработки заявки ε_j типа «Сервером», размещенным в m -м узле сети, включает в себя: процессорное время выполнения задач, необходимость в решении которых определяется типом заявки; время поиска и обмена с внешней памятью при считывании и записи информации, необходимой для решения задач; время поиска во внешней памяти и считывания в оперативную память программных модулей, содержащих процедуры обработки данных, используемые при решении задач. Значения среднего и максимального времен обработки заявки j -го типа оцениваются в соответствии с формулами:

$$\bar{a}_m^j = \sum_{v=1}^V q_v^j \bar{\sigma}_{vm}^j, \quad \bar{\bar{a}}_m^j = \max_{v=1, \bar{V}} \bar{\bar{\sigma}}_{vm}^j.$$

Среднее $\bar{\sigma}_{vm}^j$ и максимальное время $\bar{\bar{\sigma}}_{vm}^j$ реализации пути π_v^j при обработке заявки j -го типа на сервере m (время решения задач, входящих в состав данного пути) равно сумме соответственно средних и максимальных времен решения всех задач, входящих в состав этого пути, и определяются по формулам:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{vm}^j &= \sum_{n=1/x_n^j \in X_v^j}^N \bar{t}_m^n, \quad \bar{\bar{\sigma}}_{vm}^j = \sum_{n=1/x_n^j \in X_v^j}^N \bar{\bar{t}}_m^n, \\ v &= \bar{1}, \bar{V}. \end{aligned}$$

Среднее время \bar{t}_m^n и максимальное время $\bar{\bar{t}}_m^n$ решения задачи η_n в m -м узле вычислительной сети включают в себя процессорное время выполнения процедур обработки данных, используемых при решении задачи; время поиска и обмена с внешней памятью при считывании и записи информации, необходимой при выполнении процедур; время поиска и считывания в оперативную память программных модулей, необходимых для выполнения процедур. Значения среднего и максимального времен решения задачи оцениваются по формулам [1]:

$$\bar{t}_m^n = \sum_{v=1}^V q_v^n \bar{\tau}_{vm}^n, \quad \bar{\bar{t}}_m^n = \max_{v=1, \bar{V}} \bar{\bar{\tau}}_{vm}^n,$$



где V — мощность множества путей $\Pi^n = \{\pi_v^n\}$ графа \widehat{G}^n решения задачи η_n .

Среднее время \bar{H}_j отклика «Сервера» системы (среднее время обработки заявки сервером и среднее время ожидания заявки в очереди на обработку) для заявки j -го типа определим в виде

$$\bar{H}_j = \sum_{m=1}^M \beta_m (Q_j^m + \bar{a}_j^m), \quad (7)$$

где \bar{a}_j^m — среднее время обработки заявки ε_j сервером, который размещен в m -м узле сети. Слагаемое Q_j^m представляет собой среднее время ожидания заявки j -го типа в очереди на обслуживание «Сервером», размещенным в m -м узле сети, и определяется как [3]:

$$Q_j^m = \left(\sum_{j=1}^J \lambda_j \bar{a}_j^{m(2)} \right) [2(1 - \upsilon_{j-1}^m)(1 - \upsilon_j^m)]^{-1}, \quad (8)$$

$$\upsilon_j^m = \sum_{i=1}^j \lambda_i \bar{a}_i^m.$$

Здесь λ_j — суммарный поток заявок ε_j , ($j = \overline{1, J}$), поступающих на сервер от всех клиентов системы, который рассчитывается по формуле (1), $\bar{a}_j^{m(2)}$ — второй начальный момент времени обработки заявки j -го типа.

При показательном распределении длительностей обслуживания заявок $\bar{a}_j^{m(2)} = 2\bar{a}_j^m$, а если время обслуживания постоянно, то $\bar{a}_j^{m(2)} = \bar{a}_j^{m2}$.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА И МЕТОД ЕЕ РЕШЕНИЯ

Будем рассматривать стационарный режим функционирования системы, когда все поступающие на интервале времени $[0, T]$ заявки обслуживаются системой (т. е. загрузка системы

$$\sum_{j=1}^J \lambda_j \bar{a}_j^m < 1).$$

Суммарная интенсивность поступления в систему заявок всех типов

$$\lambda = \sum_{j=1}^J \lambda_j,$$

где λ_j — интенсивность поступления заявок j -го типа. За время T в систему поступит λT заявок различного типа. За время T заявка j -го типа поступит в систему с вероятностью

$$P_j = \lambda_j T \left(\sum_{j=1}^J \lambda_j T \right)^{-1} = \lambda_j \lambda^{-1}. \quad (9)$$

С учетом выражений (7) и (9) получим, что среднее время отклика СОД реального времени на заявку произвольного типа

$$\begin{aligned} \bar{H} &= \sum_{m=1}^M \beta_m \sum_{j=1}^J \lambda_j \lambda^{-1} \bar{H}_j = \\ &= \sum_{m=1}^M \beta_m \sum_{j=1}^J \lambda_j \lambda^{-1} (Q_j^m + \bar{a}_j^m). \end{aligned} \quad (10)$$

Производительность СОД реального времени, т. е. среднее число заявок, которое система обрабатывает в единицу времени, определяется формулой

$$\pi = \bar{H}^{-1}. \quad (11)$$

Очевидно, что максимальное значение производительности системы будет достигнуто при минимуме значения \bar{H} — среднего отклика системы на заявку произвольного типа.

Если принять показатель (11) в качестве критерия оптимизации при решении рассматриваемой задачи, то с учетом выражений (7), (8) и (10) получим, что максимальное значение производительности системы достигается при таких значениях переменных $\beta_m, x_{r\omega}, z_{jf}$, которые обеспечат минимум функционала задачи

$$\min_{\{\beta_m, x_{r\omega}, z_{jf}\}} \sum_{m=1}^M \beta_m \sum_{j=1}^J \lambda_j \lambda^{-1} \left\{ \bar{a}_j^m + \frac{\sum_{j=1}^J \lambda_j \bar{a}_j^{m(2)}}{2(1 - \upsilon_{j-1}^m)(1 - \upsilon_j^m)} \right\},$$

где $\upsilon_{j-1}^m = \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i \bar{a}_i^m$, $\upsilon_j^m = \sum_{i=1}^j \lambda_i \bar{a}_i^m$; при ограничениях:

— на число узлов сети, используемых для размещения сервера:

$$\sum_{m=1}^M \beta_m = 1; \quad (12)$$

— на среднее время обслуживания заявок определенного типа (приоритета) с учетом среднего времени T^* доставки запроса на сервер для обра-

ботки и доставки результата обработки запроса обратно на клиентскую машину, которое определяется по формуле (5) или (6):

$$T^* + \bar{H}_j + T^* = 2T^* + \sum_{m=1}^M \beta_m (Q_j^m + \bar{a}_j^m) \leq T_j, \quad j = \overline{1, J}; \quad (13)$$

— на стационарность режима функционирования системы:

$$\sum_{m=1}^M \beta_m \sum_{j=1}^J \lambda_j \bar{a}_j^m < 1; \quad (14)$$

— на число $M_{\text{пр}}$ дублируемых процедур обработки данных в синтезируемых модулях системы:

$$\left(\sum_{n=1}^N \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{r=1}^R b_{nr} x_{r\omega} \right) - R \leq M_{\text{пр}}; \quad (15)$$

— на максимальное число процедур в модуле:

$$1 < \sum_{r=1}^R x_{r\omega} \leq \bar{M}_{\omega}, \quad \omega = \overline{1, \Omega}; \quad (16)$$

— на степень дублирования информационных элементов в массивах:

$$\sum_{f=1}^F z_{if} \leq k, \quad i = \overline{1, L}; \quad (17)$$

— на размер записи каждого массива:

$$\sum_{l=1}^L z_{if} d_l^i \leq M_f, \quad f = \overline{1, F}; \quad (18)$$

— на интерфейс между отдельным модулем ω' и другими модулями при решении задачи n :

$$\sum_{l=1}^L \sum_{\omega=1}^{\Omega} (\gamma_{l\omega}^{nc} \vee \gamma_{l\omega}^{n3}) (\gamma_{l\omega'}^{nc} \vee \gamma_{l\omega'}^{n3}) < S_{\omega}^n, \quad \omega \neq \omega'; \quad (19)$$

— на число информационных элементов, используемых программными модулями для чтения и/или записи при решении задачи n :

$$\sum_{l=1}^L (\gamma_{l\omega}^{nc} \vee \gamma_{l\omega}^{n3}), \quad \omega = \overline{1, \Omega}. \quad (20)$$

Отметим, что ряд ограничений данной задачи (например, (15) и (17)) могут отсутствовать по объективным причинам.

Таким же образом можно сформулировать рассматриваемую задачу, когда в качестве целевой

функции принят максимум коэффициента полезной работы системы.

Под коэффициентом полезной работы СОД реального времени будем понимать долю времени «Сервера», потраченную на обработку данных, требуемых при обслуживании заявки, от общего времени пребывания заявки в системе с учетом затрат времени на передачу данных по каналам связи сети. Для заявки j -го типа этот коэффициент

$$K_{nj} = \left(\sum_{m=1}^M \beta_m \bar{a}_j^m \right) / \left(\sum_{m=1}^M \beta_m (Q_j^m + \bar{a}_j^m + 2T^*) \right).$$

При обслуживании заявки произвольного типа коэффициент полезной работы равен

$$K_n = \lambda^{-1} \sum_{j=1}^J \lambda_j K_{nj}.$$

Критерий оптимальности синтеза СОД реального времени при заданных условиях имеет вид:

$$\max_{\{\beta_m, x_{r\omega}, z_{if}\}} K_n = \max \sum_{j=1}^J \frac{\lambda_j}{\lambda} \left(\sum_{m=1}^M \beta_m \bar{a}_j^m \right) / \left(\sum_{m=1}^M \beta_m \Phi_j \right),$$

где $\Phi_j = (Q_j^m + \bar{a}_j^m + 2T^*)$; Q_j^m — среднее время ожидания заявки j -го типа в очереди на обслуживание «Сервером», размещенным в m -м узле сети, которое определяется по формуле (8); \bar{a}_j^m — среднее время обработки заявки j -го типа «Сервером» СОД реального времени, который размещен в m -м узле сети; β_m — переменная задачи, равная 1, если «Сервер» системы размещен и функционирует на базе m -го узла сети; T^* — средняя задержка передачи сообщения в сети (заявки «Клиента» и результата обработки заявки «Сервером»).

В качестве ограничений в данной задаче служат ограничения (12)–(20) и ограничение на коэффициент полезной работы при обслуживании заявок высших приоритетов: $K_{nj} > \bar{K}_{nj}, j \in J^* \subset J$, где J^* — подмножество высокоприоритетных заявок.

Сформулированные задачи представляют собой задачи нелинейного целочисленного программирования большой размерности. Вместо одной задачи большой размерности, как правило, следует рассматривать вариант последовательного решения M задач (по числу узлов вычислительной сети). В каждой задаче предполагается, что сервер размещается в очередном рассматриваемом m -м узле сети ($m = \overline{1, M}$), при этом вектор β переменных принимает фиксированное значение (одна из переменных $\beta_m = 1$). Тогда данная частная задача



может решаться с помощью предложенных в работах [3, 5] эвристических алгоритмов. Затем из полученных решений M частных задач выбирается решение, которому соответствует наилучшее значение принятого в исходной задаче критерия оптимальности решения.

Рассмотрим применение предложенного в данной работе метода решения задачи синтеза СОД реального времени с двухзвенной архитектурой «Клиент — Сервер», реализуемой на основе распределенной вычислительной сети, на примере задачи синтеза СОД реального времени, приведенном в работе [3, с. 393—420]. В данном примере приведена постановка и результат решения задачи синтеза оптимальной по критерию максимума производительности СОД реального времени, функционирующей на базе одного компьютера и обслуживающей заявки пользователей с относительными приоритетами. Система обслуживает 8 типов заявок пользователей ($E = \{\varepsilon_j\}, j = \overline{1, J}$), для обработки заявок используется 29 процедур обработки данных ($P = \{\rho_r\}, r = \overline{1, R}$) и 47 информационных элементов ($D = \{d_l\}, l = \overline{1, L}$).

Проиллюстрируем, какое влияние на решение задачи синтеза СОД реального времени оказывают особенности таких систем, функционирующих в среде распределенных вычислительных сетей. Рассмотрим модификацию описанной в настоящей

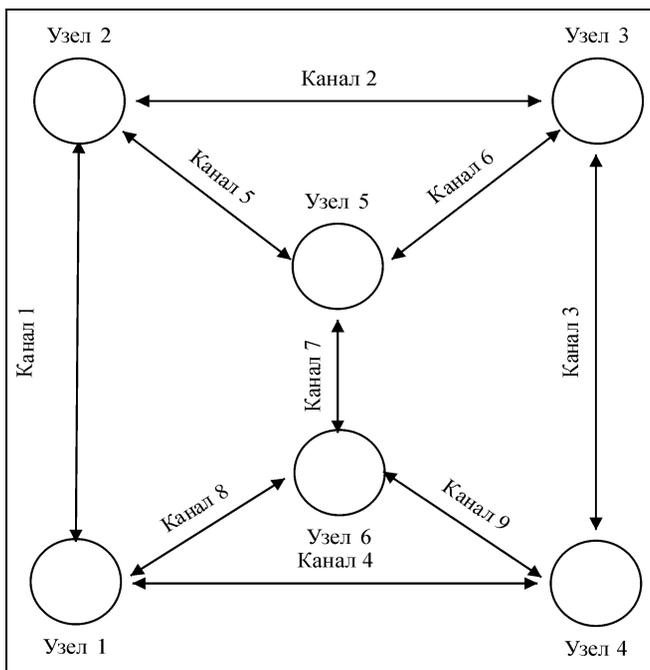


Рис. 1. Вычислительная сеть

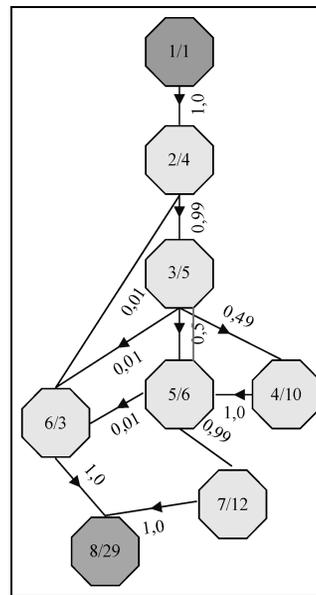


Рис. 2. Граф обработки задачи 1

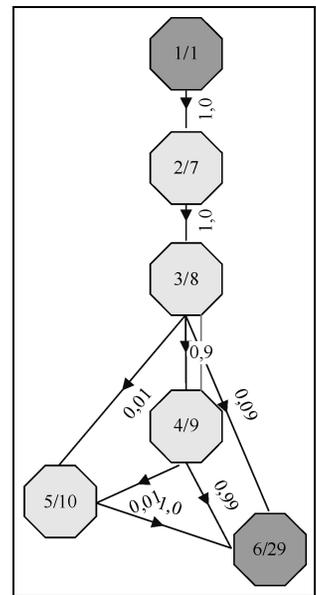


Рис. 3. Граф обработки задачи 2

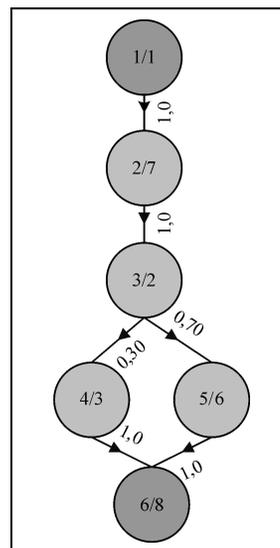


Рис. 4. Граф обработки запроса 1

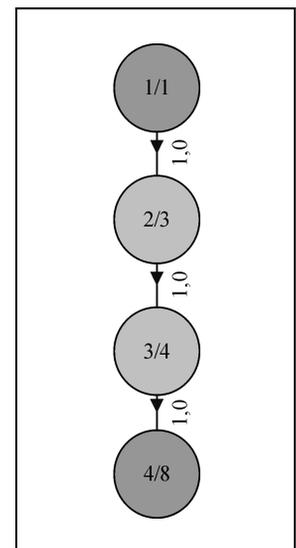


Рис. 5. Граф обработки запроса 2

работе задачи для ситуации синтеза СОД реального времени, построенной с двухзвенной архитектурой «Клиент — Сервер» и функционирующей в среде вычислительной сети со структурой, представленной взвешенным графом (рис. 1). Для получения характеристик процессов решения задач и обработки заявок используются соответствующие граф-модели. На рис. 2, 3 и 4, 5 показаны соответственно примеры графов обработки задач и графов обработки заявок.

Таблица 1

Характеристики каналов связи сети

Канал	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Вес	2	3	2	2	3	3	3	2	2
$\gamma_{\phi}^* \cdot 10^6$	1	1	1,4	1	1,5	1,2	1	1,1	1,2
C_{ϕ} , Мб/с	6,1	4,0	6,3	3,4	4,5	3,3	5,7	6,4	8,9

Таблица 2

Интенсивности заявок пользователей в узлах сети, с⁻¹

Узел	Тип заявки							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,02	0,04	0,05	0,02	0,04	0,06	0,05	0,03
2	0,01	0,03	0,03	0,03	0,05	0,05	0,02	0,05
3	0,03	0,04	0,05	0,05	0,04	0,04	0,04	0,06
4	0,05	0,01	0,04	0,04	0,05	0,06	0,03	0,02
5	0,03	0,03	0,02	0,06	0,04	0,06	0,01	0,02
6	0,04	0,02	0,05	0,03	0,05	0,04	0,03	0,01

Таблица 3

Характеристики узлов сети

Узел	1	2	3	4	5	6
e_m^c , Мб/с	2	2	2	3	4	3
e_m^3 , Мб/с	1	1	2	2	2	2
$t_m^* \cdot 10^6$, Мб/с	14	13	12	15	11	10
$K_m^{от}$	0,13	0,14	0,13	0,12	0,13	0,12

Таблица 4

Характеристики заявок пользователей

Тип заявки	1	3	4	5	6	7	8
l_j^q , КБ	0,4	0,5	0,4	0,55	0,6	0,3	0,4
l_j^r , КБ	2	22	5	15	40	7	10

Значение времени исполнения процедур на эталонном компьютере

p_r	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\bar{t}^r \cdot 10^7$, с	0	10	20	10	10	9	11	7	11	12	12	8	13	12	14
p_r	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
$\bar{t}^r \cdot 10^7$, с	12	10	11	19	18	14	16	15	4	6	8	3	5	0	

Таблица 5

Кратчайшие пути на рассматриваемых графах определяются с помощью алгоритма Беллмана — Форда поиска кратчайших путей на взвешенном графе. Под длиной пути понимается сумма весов ребер, входящих в этот путь. Веса ребер (каналов связи) вычислительной сети, вероятности γ_{ϕ}^* возникновения ошибок в каналах при передаче данных и пропускные способности C_{ϕ} каналов представлены в табл. 1. Среднее время K обработки одного сообщения в узле сети при его передаче по каналам связи и максимальное время $t_{АСК}$ получения подтверждения о передаче сообщения равны, соответственно, 0,0032 и 0,0065 с. В узлах сети возникают заявки пользователей с интенсивностями λ_i^j , $i = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, J}$, которые направляются по кратчайшим путям в узел сети, в котором размещен «Сервер» системы. Значения λ_i^j интенсивностей заявок представлены в табл. 2.

В табл. 3 представлены характеристики узлов вычислительной сети: скорость $e_m^{(c/3)}$ считывания/записи информации с/на устройство внешней памяти узла m ; среднее время t_m^* поиска информации (ИМ или ПМ) во внешней памяти m -го узла, коэффициенты $K_m^{от}$ относительной производительности сервера m -го узла по сравнению с эталонным компьютером. Средние значения длины заявок l_j^q и ответов на заявки l_j^r представлены в табл. 4. Значения среднего процессорного времени \bar{t}^r исполнения процедур p_r на эталонном компьютере представлены в табл. 5.

Предложенный метод решения данной задачи позволил получить следующее оптимальное решение по критерию минимума времени \bar{N} отклика системы на произвольную заявку пользователя со значением 0,088584 с при размещении сервера в узле 5. В табл. 6 приведены значения времени отклика системы, рассчитанные для всех узлов сети.

При использовании критерия максимума коэффициента $K_{п}$ полезной работы СОД реального времени при обслуживании заявки произвольного типа оптимальным является размещение сервера в



Таблица 6

Значения времени отклика системы, рассчитанные для отдельных узлов сети

Узел	1	2	3	4	5	6
\bar{H} , с	0,233498	0,233425	0,150042	0,111496	0,088584	0,149904

Таблица 7

Значения коэффициента, рассчитанные для отдельных узлов сети

Узел	1	2	3	4	5	6
K_{Π}	0,267970	0,269768	0,253056	0,238458	0,220114	0,263854

узле 2, что обеспечивает значение данного коэффициента, равное 0,269768. В табл. 7 приведены значения коэффициента, рассчитанные для всех узлов сети.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Системы обработки данных, работающие на базе распределительных вычислительных сетей в режиме реального времени, обладают рядом существенных особенностей. Комплекс этих особенностей определил необходимость дальнейшего развития теоретических положений, формализованных моделей и методов оптимального синтеза программного и информационного обеспечения модульных систем обработки данных, разработанных к настоящему моменту в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН.

В данной статье изложены новые результаты работ, выполненных в Институте проблем управления, по созданию теоретических положений и разработке формализованных моделей и методов оптимального синтеза программного и информационного обеспечения распределенных систем обработки данных, работающих в режиме реального времени. Проведена формализация исходных данных для задачи оптимального синтеза. Получены оценки времени передачи сообщений СОД реального времени в вычислительной сети, оценки длительности обработки заявок пользователей сервером системы. Предложены постановка и метод решения задач синтеза оптимальных модульных структур программного и информационного обеспечения распределенной СОД реального времени с двухзвенной архитектурой «Клиент — Сервер». Дан пример решения этой задачи для СОД, обрабатывающей множество запросов пользователей и функционирующей на базе вычислительной сети определенной топологии.

Полученные в данной работе аналитические выражения для определения среднего и максимального времени выполнения процедур, решения отдельных задач и времени обработки заявок раз-

личных типов можно использовать в задачах анализа и синтеза структуры распределенных модульных СОД реального времени.

Приведенные постановка и метод решения задачи синтеза оптимальной модульной СОД реального времени, работающей на базе вычислительной сети с двухзвенной архитектурой «Клиент — Сервер», могут быть полезны при проектировании структуры программного и информационного обеспечения систем данного типа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Микрин Е.А., Кульба В.В., Сомов С.К. Синтез оптимальных распределенных модульных систем обработки данных реального времени / Науч. издание. — М.: ИПУ РАН, 2012. — 160 с.
2. Теоретические основы проектирования информационно-управляющих систем космических аппаратов / В.В. Кульба, Е.А. Микрин, Б.В. Павлов, В.Н. Платонов; под ред. Е.А. Микрина. — М.: Наука, 2006. — 579 с.
3. Кузнецов Н.А., Кульба В.В., Ковалевский С.С., Косяченко С.А. Методы анализа и синтеза модульных информационно-управляющих систем. — М.: Физматлит, 2002. — 800 с.
4. Микрин Е.А., Сомов С.К. Задача синтеза оптимальной СОД реального времени с резервированием информации и структурной избыточностью / Тр. XVI междунар. конф. «Проблемы управления безопасностью сложных систем». Москва, декабрь 2008 г. / Под ред. Н.И. Архиповой, В.В. Кульбы. — М., 2008. — С. 137—141.
5. Оптимальные модульные системы реального времени (анализ и синтез) / Н.А. Кузнецов, В.В. Кульба, С.А. Косяченко и др. — М.: ИППИ РАН, 1994.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.Д. Цвиркуном.

Станислав Анатольевич Косяченко — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-89-59, ✉ kulba@ipu.ru,

Сергей Станиславович Ковалевский — д-р техн. наук, профессор, НИЯУ МИФИ, г. Москва, ✉ sergey.kss@gmail.com,

Сергей Константинович Сомов — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-89-59, ✉ ssomov2009@gmail.com.

ОЦЕНКА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ БЕСПРОВОДНОЙ ТАНДЕМНОЙ СЕТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КАНАЛОВ САНТИМЕТРОВОГО И МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНОВ РАДИОВОЛН В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТЬЮ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ¹

В.М. Вишнеvский, А.А. Ларионов, О.В. Семенова

Рассмотрен метод оценки производительности широкополосной беспроводной сети в системах управления безопасностью дорожного движения. Предложена и исследована модель тандемной сети массового обслуживания с коррелированными входными потоками и кросс-трафиком, адекватно описывающая передачу данных по беспроводным каналам миллиметрового E-диапазона, а также каналам, функционирующим под управлением протокола IEEE 802.11n. Разработан алгоритм вычисления характеристик производительности рассматриваемой тандемной сети.

Ключевые слова: автоматизированная система, контроль, безопасность автодорог, многофазная стохастическая модель, MAP-поток, RFID-считыватель, радар.

ВВЕДЕНИЕ

Аварийность на автодорогах — одна из острых социально-экономических проблем, стоящих перед большинством стран мира. Один из наиболее действенных путей ее решения заключается в создании АСУ для фиксации нарушений правил дорожного движения.

В ЗАО НПФ «Информационные и сетевые технологии» разработана автоматизированная система контроля безопасности на автодорогах с использованием RFID-технологии, обладающая рядом преимуществ перед применяемыми в настоящее время АСУ бесконтактной идентификации автомобилей. Одно из таких преимуществ, в частности, состоит в применении RFID-технологии, позволяющей идентифицировать номерной знак транспортного средства в любых погодных условиях. Применение этой технологии обеспечивает повы-

шение вероятности обнаружения нарушителей правил дорожного движения до 0,9 [1]. Значительное повышение качества управления в интеллектуальных транспортных системах достигается также благодаря разработке высокоскоростной беспроводной связи вдоль автодорог для передачи в реальном масштабе времени мультимедийной информации от систем видеofиксации нарушений правил дорожного движения в центр управления и контроля.

В данной работе описан метод оценки производительности широкополосной беспроводной сети, положенный в основу разработанной АСУ для контроля безопасности на автодорогах. Предложена математическая модель тандемной (многофазной) сети массового обслуживания с коррелированными входными потоками и дополнительными потоками на узлы (кросс-трафиком), адекватно описывающая передачу данных по беспроводным каналам сантиметрового диапазона, функционирующим под управлением протокола IEEE 802.11n [2, 3], или по сверхвысокоскоростным каналам миллиметрового диапазона радиоволн [4]. Суще-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (госконтракт № 14.514.11.4071).



твенное отличие этой модели от хорошо изученных в литературе [5] состоит в более сложном характере входного потока от RFID-считывателей и радаров и наличии кросс-трафика. Предполагается, что поток пакетов от RFID-считывателей и радаров в центр управления системы является потоком типа MAP (Markovian Arrival Process, марковский входной поток). Модель марковского входного потока, по сравнению с традиционно используемой в литературе моделью стационарного пуассоновского потока, учитывающей только среднее значение длин интервалов между соседними моментами поступления запросов, позволяет отражать не только среднее значение, дисперсию, эксцесс и асимметрию длин интервалов между соседними моментами поступления запросов, но и возможную корреляцию длин последовательных интервалов [6]. Поток типа MAP позволяет более точно описывать входные потоки пакетов в телекоммуникационных системах [7].

Рассматриваемая тандемная система состоит из произвольного конечного числа фаз (станций), представленных однолинейными системами с ограниченными буферами, на первую фазу которого поступает MAP-поток запросов, каждый из которых должен получить последовательное обслуживание на всех станциях тандема. Кроме того, на каждую из станций поступает дополнительный MAP-поток запросов (кросс-поток), которые должны обслужиться на этой станции и на всех последующих станциях тандема. В силу ограниченности числа мест для ожидания на станциях, запросы из любого потока могут быть потеряны. Для обнаружения и предотвращения так называемых узких мест в тандемной сети важно определить вероятности потерь запросов, поступающих на каждую из станций тандема.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассматривается тандемная система массового обслуживания, состоящая из R , $R > 1$, станций типа $MAR^{(1)}/M/1/N_1 \rightarrow \cdot/M/1/N_2 \rightarrow \dots \rightarrow \cdot/M/1/N_R$.

Станция номер r , $r = 1, \dots, R$, имеет один обслуживающий прибор и N_r мест для ожидания. Время обслуживания запроса на приборе r -й станции распределено по экспоненциальному закону с параметром μ_r .

На вход первой станции поступает марковский поток запросов, который мы обозначим как MAP_1 . Пространство состояний управляющего процесса этого потока определим как $\{0, 1, \dots, W_1\}$. Каждый из запросов должен последовательно обслужиться на всех станциях тандема. Кроме потока запросов,

поступающих на r -ю, $r > 1$, станцию из $(r - 1)$ -й станции, на нее поступает дополнительный MAP-поток запросов, который мы обозначим как MAP_r . Пространство состояний управляющего процесса этого потока определим как $\{0, 1, \dots, W_r\}$. Запросы из этого потока идентичны запросам, поступающим из $(r - 1)$ -й станции и должны обслужиться на r -й, $(r + 1)$ -й, ..., R -й станциях.

Обозначим матрицы, задающие MAP_1 , как D_0 и D_1 , а аналогичные матрицы, задающие MAP_r , как $H_0^{(r)}$ и $H_1^{(r)}$. Интенсивность поступления запросов в MAP_1 обозначим как $\tilde{\lambda}_1$, а интенсивность поступления запросов в MAP_r , $r > 1$, — как h_r .

Если запрос, поступающий на r -ю, $r = 1, \dots, R$, станцию тандема, застаёт все места для ожидания занятыми, то он покидает тандем навсегда (теряется).

Далее изучим выходящие потоки со станций тандема, рассмотрим расчет стационарного распределения тандема и его фрагментов и вероятностей потерь на отдельных станциях системы.

2. ПРОБЛЕМА РАСЧЕТА СТАЦИОНАРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОСТОЯНИЙ ТАНДЕМА. ВЫХОДЯЩИЕ ПОТОКИ ИЗ СТАНЦИЙ ТАНДЕМА

Процесс изменения состояний системы описывается в терминах неприводимой многомерной цепи Маркова с непрерывным временем $\xi_t = \{n_t^{(1)}, n_t^{(2)}, \dots, n_t^{(R)}, v_t\}$, $t \geq 0$, где $n_t^{(r)}$ — число запросов на r -й станции, $n_t^{(r)} \in \{0, \dots, N^{(r)} + 1\}$, $r \in \{1, \dots, R\}$; v_t — состояние управляющего процесса MAP-потока в момент времени t , $v_t \in \{0, \dots, W\}$.

Пространство состояний цепи Маркова ξ_r , $t \geq 0$ задается как $S = \{0, 1, \dots, N_1 + 1\} \times \dots \times \{0, 1, \dots, N_{R+1}\} \times \{0, 1, \dots, W_1\} \times \dots \times \{0, 1, \dots, W_R\}$. Вектор-строка \mathbf{p} стационарных вероятностей состояний цепи имеет размерность $\prod_{r=1}^R (N_r + 2)(W_r + 1)$

и вычисляется как единственное решение системы линейных алгебраических уравнений $\mathbf{p}Q = \mathbf{0}$, $\mathbf{p}\mathbf{e} = 1$, где матрица Q является инфинитезимальным генератором цепи Маркова ξ_r , $t \geq 0$, $\mathbf{0}$ — нулевой вектор-строка, \mathbf{e} — вектор-столбец, состоящий из единиц.

Построение этой матрицы может быть выполнено с помощью стандартной методики, исполь-

зующей в теории сетей массового обслуживания, и представляет собой не слишком трудную задачу. Но эта работа в случае более или менее большого значения R достаточно трудоемкая. Поэтому представляется интересным найти способ для расчета стационарного распределения состояний тандема в целом или его частей (фрагментов) или маргинальных стационарных распределений состояний любой станции, не записывая явное выражение генератора Q . Отметим, что функционирование фрагмента тандема, состоящего из любого количества станций и расположенного в начале тандема, не зависит от состояний остальных станций. Таким образом, интуитивно ясно, что какая-либо декомпозиция может быть применена для расчета стационарного распределения тандема и его фрагментов без полного построения генератора.

В данном исследовании разрабатывается простой, точный и удобный метод вычисления маргинальных стационарных распределений вероятностей фрагментов тандема, а также всего тандема и соответствующих вероятностей потерь.

Этот метод основан на анализе выходящих и входящих потоков на станциях тандема, в результате которого доказано, что такие потоки принадлежат классу МАР-потоков. Соответствующие результаты сформулированы в теореме 1 и ее следствии.

Теорема 1. *Выходящий поток из r -й станции тандема, $r \in \{1, 2, \dots, R\}$, принадлежит классу МАР-потоков. Этот МАР-поток задается матрицами $D_0^{(r)}$ и $D_1^{(r)}$, которые вычисляются по рекуррентным формулам:*

$$D_0^{(r)} = -\mu_r \text{diag}\{0, 1, \dots, N_r + 1\} \otimes I_{K_r} +$$

$$+ \begin{pmatrix} D_0^{(r-1)} \oplus H_0^{(r)} & D_1^{(r-1)} \oplus H_1^{(r)} & O & \dots & O & O \\ O & D_0^{(r-1)} \oplus H_0^{(r)} & D_1^{(r-1)} \oplus H_1^{(r)} & \dots & O & O \\ O & O & D_0^{(r-1)} \oplus H_0^{(r)} & \dots & O & O \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ O & O & O & \dots & D_0^{(r-1)} \oplus H_0^{(r)} & D_1^{(r-1)} \oplus H_1^{(r)} \\ O & O & O & \dots & O & (D_0^{(r-1)} + D_1^{(r-1)}) \oplus (H_0^{(r)} + H_1^{(r)}) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$D_1^{(r)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \mu_r & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_r & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mu_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \mu_r & 0 \end{pmatrix} \otimes I_{K_r}, \quad r = 1, 2, \dots, R, \quad (2)$$

с начальным условием $D_0^{(1)} = D_0$, $D_1^{(1)} = D_1$, $H_0^{(1)} = H_1^{(1)} = 0$.

Здесь 0 — нулевая квадратная матрица размера K_r , I_{K_r} — тождественная матрица порядка K_r ,

$$K_r = \prod_{r'=1}^{r-1} (N_{r'} + 2) \prod_{r'=1}^{r-1} (W_{r'} + 1), \quad r = 1, 2, \dots, R, \quad \otimes \text{ и } \oplus$$

— символы кронекерова произведения и суммы матриц, соответственно, $\text{diag}\{0, 1, \dots, N_r + 1\}$ — диагональная матрица с диагональными элементами, перечисленными в скобках.

Доказательство. Пусть $r = 1$. Очевидно, что процесс $\{n_t^{(1)}, v_t\}$, $t \leq 1$, описывающий работу первой станции, является цепью Маркова. Перенумеруем состояния этой цепи в лексикографическом порядке, т. е. следующим образом: $(0, 0)$, $(0, 1)$, ..., $(0, W)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$, ..., $(1, W)$, ..., $(N_1 + 1, 0)$, $(N_1 + 1, 1)$, ..., $(N_1 + 1, W)$. Тогда, как легко видеть, переходы цепи, которые не приводят к завершению обслуживания на первой станции, определяются матрицей $D_0^{(1)}$, которая рассчитывается по формуле (1). Переходы цепи, ведущие к завершению обслуживания на первой станции, определяются матрицей $D_1^{(1)}$. Теперь полагаем $r = 2$. Входящий на вторую станцию поток представляет собой суперпозицию двух независимых МАР-потоков: потока, выходящего из первой станции, и дополнительного МАР-потока на вторую станцию. Первый из этих потоков задается матрицами



$D_0^{(1)}, D_1^{(1)}$, а второй, как следует из описания рассматриваемой системы, — матрицами $H_0^{(2)}, H_1^{(2)}$. Тогда, по свойству суперпозиции независимых МАР-потоков, суммарный поток запросов, поступающий на вторую станцию, является также МАР-потоком и задается матрицами $D_0^{(1)} \otimes H_0^{(2)}, D_1^{(1)} \oplus H_1^{(2)}$. Тогда, используя те же рассуждения, что и при рассмотрении случая $r = 1$, приходим к выводу, что выходящий из второй станции поток определяется как МАР и задается матрицами $D_0^{(2)}, D_1^{(2)}$, вычисляемыми по формуле (1). Доказательство для произвольного значения r проводится по аналогии.

Следствие 1. Входящий на r -ю, станцию $r \in \{2, \dots, R\}$, поток тандема принадлежит классу МАР-потоков и задается матрицами

$$\tilde{D}_0^{(r)} = D_0^{(r-1)} \oplus H_0^{(r)}, \quad \tilde{D}_1^{(r)} = D_1^{(r-1)} \oplus H_1^{(r)}, \quad r \in \{2, \dots, R\}, \quad (3)$$

которые вычисляются по рекуррентным формулам (1) и (2).

Замечание 1. В дальнейшем мы будем обозначать суммарный входящий на r -ю станцию МАР-поток как $МАР^{(r)}, r = 1, \dots, R$. Заметим, что обозначение $МАР^{(1)}$ означает то же, что и ранее введенное обозначение $МАР_1$. Оба этих обозначения используются для входящего на первую станцию потока. ♦

Используя результаты теоремы 1, можно считать маргинальное стационарное распределение r -й станции тандема как стационарное распределение системы массового обслуживания $МАР^{(r)}/M/1/N_r, r = 1, \dots, R$.

В следующем разделе приведем алгоритмы вычисления стационарного распределения такого типа систем. Для краткости опустим индекс r в обозначении матриц, описывающих МАР-поток, и интенсивности обслуживания, а также в обозначениях числа обслуживающих приборов.

3. СТАЦИОНАРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СИСТЕМЫ МАР/М/1/Ν

Функционирование системы МАР/М/1/Ν описывается цепью Маркова $\eta_t = \{n_t, v_t\}, t \geq 1$, где n_t — число заявок в системе, а $v_t, v_t \in \{0, \dots, W\}$, — со-

стояние управляющего процесса МАР в момент времени t .

Перенумеруем состояния цепи в лексикографическом порядке. Тогда инфинитезимальный генератор этой цепи определяется как

$$A = \begin{pmatrix} D_0 & D_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \mu I & D_0 - \mu I & D_1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \mu I & D_0 - \mu I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & D_0 - \mu I & D_1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mu I & (D_0 + D_1) - \mu I \end{pmatrix}.$$

Пусть \mathbf{q} — вектор-строка стационарного распределения вероятностей состояний цепи. Он определяется как единственное решение системы линейных алгебраических уравнений $\mathbf{q}A = \mathbf{0}, \mathbf{q}e = 1$. В случае большой размерности данной системы для ее решения целесообразно применять специальные алгоритмы. Наиболее известные из них описаны далее.

Представим вектор \mathbf{q} как $\mathbf{q} = (\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{N+1})$, где векторы $\mathbf{q}_i, i = 0, \dots, N + 1$, имеют порядок $W + 1$.

Алгоритм 1. Векторы $\mathbf{q}_i, i = 0, \dots, N + 1$, вычисляются как $\mathbf{q}_i = \mathbf{q}_0 F_i, i = 0, \dots, N + 1$, где матрицы F_i вычисляются рекуррентно по формулам:

$$F_0 = I, F_i = \frac{1}{\mu} [F_{i-1}(\mu I - D_0) - (1 - \delta_{i,1})F_{i-2}D_1], \quad i = 1, \dots, N + 1,$$

а вектор \mathbf{q}_0 — единственное решение системы уравнений

$$\mathbf{q}_0(F_{N-1}D_1 + F_N(D_0 + D_1 - \mu I)) = \mathbf{0},$$

$$\mathbf{q}_0 \sum_{i=0}^{N+1} \Phi_i e = 1.$$

Здесь $\delta_{i,1}$ — символ Кронекера.

Более подробную информацию об этом алгоритме можно найти в работе [8].

Как видно, рекурсия для матриц F_i включает в себя операцию вычитания. Это означает, что в случае, когда значение N большое, описанный алгоритм может быть численно неустойчивым. В такой ситуации может быть применен алгоритм, основанный на вероятностном смысле матрицы A [6]. Этот алгоритм существенно учитывает структуру матрицы A и описывается следующим образом.

Алгоритм 2. Векторы стационарного распределения q_i , $i = 0, \dots, N + 1$, вычисляются как

$$q_i = q_0 \Phi_i, \quad i = 0, \dots, N + 1,$$

где матрицы Φ_i вычисляются по рекуррентным формулам:

$$\Phi_0 = I, \quad \Phi_i = \Phi_{i-1} D_1 (\mu I - D_0 - (1 - \delta_{1,N}) D_1 D_i)^{-1}, \\ i = 1, \dots, N + 1,$$

а матрицы G_i , $i = 0, \dots, N$, вычисляются с помощью обратной рекурсии

$$G_i = \mu_i [\mu I - D_0 - D_1 G_{i+1}]^{-1}, \\ i = N - 1, N - 2, \dots, 0,$$

при начальном условии $G_N = \mu(\mu I - D_0 - D_1)^{-1}$ вектор q_0 — единственное решение системы линейных алгебраических уравнений

$$q_0 (D_0 + D_1 G_0) = 0, \quad q_0 \sum_{i=0}^{N+1} \Phi_i e = 1.$$

Обратим внимание на то, что операции вычисления не присутствуют в данном алгоритме, а все обратные матрицы существуют и неотрицательны, поэтому алгоритм численно устойчив.

4. РАСЧЕТ СТАЦИОНАРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТАНДЕМА И ЕГО ФРАГМЕНТОВ

Рассмотрим расчет стационарного распределения тандема и его фрагментов на основе результатов исследования выходящих потоков, представленных в теореме 1. Пусть $\langle r, r + 1, \dots, r' \rangle$ — фрагмент тандема, состоящий из r -й, $(r + 1)$ -й, ..., r' -й станций, $1 \leq r \leq r' \leq R$.

Теорема 2. Стационарное распределение фрагмента $\langle r, r + 1, \dots, r' \rangle$ рассматриваемого тандема может быть рассчитано как стационарное распределение тандема $MAR^{(r)}/M/1/N_r \rightarrow \cdot /M/1/N_{r+1} \rightarrow \dots \rightarrow \cdot /M/1/N_{r'}$, где $MAR^{(r)}$ определяется по формулам (1)–(3).

Следствие 2. Вектор $p^{(r)}$ маргинального стационарного распределения r -й станции тандема вычисляется как стационарное распределение системы массового обслуживания $MAR^{(r)}/M/1/N_r$, $r = 1, \dots, R$, и может быть рассчитан с помощью одного из алгоритмов, описанных в § 3.

Теорема 3. Совместное стационарное распределение $p^{(1, \dots, r)}$ вероятностей состояний первых r станций тандема может быть вычислено как стационарное распределение управляющего процесса выходящего из r -й станции $MAR^{(r)}$ -потока, т. е. имеет место формула $p^{(1, \dots, r)} = \theta^{(r)}$, где вектор $\theta^{(r)}$ — единственное решение системы линейных алгебраических уравнений

$$\theta^{(r)} (D_0^{(r)} + D_1^{(r)}) = 0, \quad \theta^{(r)} e = 1, \quad r = 1, \dots, R,$$

а матрицы $D_0^{(r)}$ и $D_1^{(r)}$ вычисляются по рекуррентным формулам (1) и (2).

В случае большой размерности эта система может быть успешно решена с помощью устойчивого алгоритма, предложенного в работе [6]. Очевидно, что вектор p стационарного распределения всего тандема совпадает с вектором $p^{(1, \dots, R)}$.

Следствие 3. Вектор p стационарного распределения тандема вычисляется как единственное решение системы линейных алгебраических уравнений

$$p (D_0^{(R)} + D_1^{(R)}) = 0, \quad p e = 1. \quad (4)$$

Заметим, что матрица $D_0^{(R)} + D_1^{(R)}$ совпадает, с точностью до постоянного множителя, с инфинитезимальным генератором Q цепи Маркова $\xi_t = \{n_t^{(1)}, n_t^{(2)}, \dots, n_t^{(R)}, v_t\}$, $t \geq 0$, описывающей функционирование тандема, более того, $Q = D_0^{(R)} + D_1^{(R)}$.

5. ВЕРОЯТНОСТИ ПОТЕРЬ

Рассчитав стационарные распределения тандема и его фрагментов, можно найти ряд важных стационарных характеристик производительности системы. Важнейшие из них — вероятности потерь на станциях тандема.

Теорема 4. Вероятность потери $P_{loss}^{(r)}$ произвольного запроса на r -й станции тандема вычисляется как

$$P_{loss}^{(r)} = (\tilde{\lambda}_r - \lambda_r) / \tilde{\lambda}_r, \quad r = 1, \dots, R. \quad (5)$$

Здесь $\tilde{\lambda}_r$ — интенсивность суммарного $MAR^{(r)}$ -потока, поступающего на r -ю станцию, $\tilde{\lambda}_r = \tilde{\theta}^{(r)} \tilde{D}_1^{(r)} e$, где вектор $\tilde{\theta}^{(r)}$ — единственное решение системы



уравнений $\tilde{\theta}^{(r)}(\tilde{D}_0^{(r)} + \tilde{D}_1^{(r)}) = \mathbf{0}$, $\tilde{\theta}^{(r)}\mathbf{e} = 1$, λ_r — интенсивность выходящего с r -й станции потока, $\lambda_r = \theta^{(r)} D_1^{(r)} \mathbf{e}$, где вектор $\theta^{(r)}$ — единственное решение системы уравнений $\theta^{(r)}(D_0^{(r)} + D_1^{(r)}) = \mathbf{0}$, $\theta^{(r)}\mathbf{e} = 1$.

Доказательство. Согласно эргодической теореме для цепей Маркова (см., например, работу [9]) вероятность потери запроса на отдельной станции тандема может быть вычислена как отношение разности интенсивностей входящего и выходящего потоков на этой станции к интенсивности входящего потока.

Теорема 5. Вероятность потери на r -й станции тандема произвольного запроса, поступившего с $(r - 1)$ -й станции, вычисляется как

$$P_{loss/1}^{(r)} = \tilde{\theta}^{(r)}(D_1^{(r-1)} \otimes I_{W_r+1})\mathbf{e}/\lambda_{r-1},$$

$$r = 1, \dots, R. \quad (6)$$

Здесь $D_1^{(0)} = D_1$, λ_0 — интенсивность входящего в тандем потока.

Вероятность потери на r -й станции тандема произвольного запроса из дополнительного потока вычисляется по формуле

$$P_{loss/2}^{(r)} = \tilde{\theta}^{(r)}(O_{K_r(N_r+1)} \otimes H_1^{(r)})\mathbf{e}/h_r,$$

$$r = 2, \dots, R. \quad (7)$$

Доказательство. Числитель правой части формулы (6) есть интенсивность потока запросов, поступающего на r -ю станцию из $(r - 1)$ -й станции и застающих все приборы r -й станции занятыми, а знаменатель — интенсивность потока всех запросов, поступающих на r -ю станцию из $(r - 1)$ -й станции. По известным эргодическим соображениям, отношение этих двух интенсивностей определяет искомую вероятность $P_{loss/1}^{(r)}$. Аналогичные рассуждения приводят к формуле (7) для вероятности $P_{loss/2}^{(r)}$. ♦

С помощью теоремы 5 можно получить альтернативное выражение для вероятности суммарных потерь $P_{loss}^{(r)}$ на r -й станции, ранее определенной формулой (5) в теореме 4. Альтернативную формулу, а также формулы для некоторых совместных вероятностей, ассоциированных с тандемом, дает

Следствие 4. Вероятность того, что произвольный запрос из суммарного потока на r -ю станцию принадлежит выходящему из $(r - 1)$ -й станции по-

току и будет потерян из-за отсутствия свободных приборов на r -й станции, вычисляется как

$$P_{loss,1}^{(r)} = P_{loss/1}^{(r)} \lambda_{r-1} / \tilde{\lambda}_r, \quad r = 1, \dots, R.$$

Вероятность того, что произвольный запрос из суммарного потока на r -ю станцию принадлежит дополнительному потоку и будет потерян из-за отсутствия свободных приборов на станции, вычисляется как

$$P_{loss,2}^{(r)} = P_{loss/2}^{(r)} h_r / \tilde{\lambda}_r, \quad r = 2, \dots, R,$$

а вероятность $P_{loss}^{(r)}$ потери запроса на r -й станции может быть вычислена как

$$P_{loss}^{(r)} = P_{loss,1}^{(r)} + P_{loss,2}^{(r)}.$$

Следствие 5. В случае $R = 2$ вероятность того, что запрос из входящего на первую станцию потока не будет потерян в системе, определяется как

$$P_{succ} = (1 - P_{loss,1}^{(r)})(1 - P_{loss,2}^{(r)}).$$

6. АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ СТАЦИОНАРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПОТЕРЬ В ТАНДЕМНОЙ СИСТЕМЕ

Алгоритм предназначен для вычисления для каждой $(r$ -й) станции:

— интенсивности λ_r поступления запросов на станцию:

$$\lambda_r = \theta^{(r)} D_1^{(r)} \mathbf{e}, \quad (8)$$

где вектор-строка $\theta^{(r)}$ — единственное решение системы линейных алгебраических уравнений $\theta^{(r)}(D_0^{(r)} + D_1^{(r)}) = \mathbf{0}$, $\theta^{(r)}\mathbf{e} = 1$;

— коэффициента вариации $c_{var}^{(r)}$ длин интервалов между моментами поступления запросов:

$$(c_{var}^{(r)})^2 = 2\lambda_r \theta^{(r)} (-D_0^{(r)})^{-1} \mathbf{e} - 1; \quad (9)$$

— коэффициента корреляции $c_{cor}^{(r)}$ длин двух соседних интервалов между поступлениями запросов:

$$c_{cor}^{(r)} = [\lambda_r \theta^{(r)} (-D_0^{(r)})^{-1} D_1^{(r)} (-D_0^{(r)})^{-1} \mathbf{e} - 1] / (c_{var}^{(r)})^2; \quad (10)$$

— распределения $q_i^{(r)}$, $i = 0, \dots, N_r + 1$, числа запросов на станции;

— вероятности $P_{loss}^{(r)}$ потери произвольного запроса, поступающего на станцию, $r = 1, \dots, R$.

Возможный вариант алгоритма.

Шаг 1. Полагаем $r = 1$, $D_0^{(1)} = D_0$, $D_1^{(1)} = D_1$. Вычисляем характеристики MAP-потока на первую станцию по формулам (8)—(10). Далее с помощью алгоритма 2 (см. § 3) вычисляем стационарное распределение числа запросов на первой станции.

Шаг 2. Полагаем $r = r + 1$.

Шаг 3. Вычисляем, воспользовавшись теоремой 1, матрицы $D_0^{(r)}$ и $D_1^{(r)}$, определяющие входящий на r -ю станцию поток.

Шаг 4. Вычисляем характеристики входящего на r -ю станцию MAP-потока (в случае $r = R + 1$ это будут характеристики выходного MAP-потока из тандема) по формулам (8)—(10).

Шаг 5. Если $r > R$, то шаг 6. В противном случае с помощью алгоритма 2 (см. § 3) вычисляем стационарное распределение числа запросов на r -й станции.

Шаг 6. Вычисляем вероятность потери запроса на $(r - 1)$ -й станции по формуле (56).

Шаг 7. Если $r \leq R$, то шаг 2. В противном случае шаг 8.

Шаг 8. Вычисляем вероятность потери произвольного запроса в тандеме в целом по формуле $P_{loss} = \lambda_1 - \lambda_r / \lambda_1$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан новый метод оценки производительности автоматизированных систем управления безопасностью дорожного движения, использующих RFID-технологии для идентификации транспортных средств. Предложена и исследована модель стохастической тандемной сети, адекватно описывающей передачу мультимедийных данных по беспроводным каналам миллиметрового E-диапазона радиоволн, а также каналам, функционирующим под управлением протокола IEEE802.11n. Модель представляет собой обобщение известных в мировой литературе моделей многофазных систем массового обслуживания. Разработанный метод расчета базируется на доказанной в статье теореме о том, что выходящий с любой фазы тандемной сети поток является потоком типа MAP (Markovian Arrival Process). Описан вычислительный алгоритм для оценки основных характе-

ристик производительности тандемной сети: стационарных вероятностей состояний сети; маргинальных длин очередей на фазах сети; вероятности потери сообщений; среднего времени пребывания сообщения в тандемной сети.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вишневецкий В.М., Минниханов Р.Н. Автоматизированная система безопасности на автодорогах с использованием RFID-технологий и новейших беспроводных средств // Проблемы информатики. — 2012. — № 1. — С. 52—65.
2. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications // IEEE P802.11—2012. — IEEE, March 2012.
3. Vishnevsky V., Semenova O. Polling Systems: Theory and Applications for Broadband Wireless Networks. LAMBERT Academic Publishing. — 2012. — 317 p.
4. Vishnevsky V., Larionov A. A novel approach for scheduling in STDMA for high-throughput backbone wireless mesh networks operating within 60—80 GHz // International Conference «Advances in Mesh Networks», Venice/Mestre, Italy, 18—25 July 2010.
5. Balsamo S., Persone V.D.N., Inverardi P. A review on queueing network models with finite capacity queues for software architectures performance prediction // Performance Evaluation. — 2003. — Vol. 51. — P. 269—288.
6. Vishnevsky V.M., Dudin A.N., Semenova O.V., Klimenok V.I. Performance analysis of the BMAP/G/1 queue with gated service and adaptive vacations // Performance Evaluation. — 2011. Vol. 68. — P. 446—462.
7. Chakravarthy S.R. The batch Markovian arrival process: a review and future work // Advances in Probability Theory and Stochastic Process: Proc. / Eds. Krishnamoorthy A. et al. — New Jersey: Notable Publications, 2001. — P. 21—49.
8. Klimenok V.I. Calculation of characteristics of a multiserver queue with rejections and burst-like traffic // Automatic Control and Computer Sciences. — 1999. — Vol. 33, N 6. — P. 35—43.
9. Скороход А.В. Теория вероятностей и случайных процессов. Киев: Высшая школа. — 1980.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.С. Манделем.

Владимир Миронович Вишневецкий — д-р техн. наук, ген. директор, ✉ vishn@inbox.ru,

Андрей Алексеевич Ларионов — науч. сотрудник, ✉ larioandr@gmail.com,

Ольга Валерьевна Семенова — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, ✉ olgasmnv@gmail.com,

Научно-производственная фирма
«Информационные и сетевые технологии», г. Москва,
☎ (495) 720-51-29.

РОЛЬ ГЕТЕРОГЕННОСТИ СРЕДЫ ОБИТАНИЯ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ЧИСЛЕННОСТЬЮ ПОПУЛЯЦИЙ ИКСОДОВОГО КЛЕЩА: КЛЕТОЧНО-АВТОМАТНАЯ МОДЕЛЬ¹

О.А. Вшивкова, А.С. Комаров, П.В. Фролов, Р.Г. Хлебопрос

Рассмотрены вопросы математического моделирования динамики численности популяций иксодового клеща в экосистемах средних широт. На качественном уровне исследованы особенности распространения популяций клеща в экосистемах. Построена имитационная клеточно-автоматная модель динамики численности иксодового клеща, позволяющая исследовать влияние различных факторов на темпы роста численности и динамику ареалов обитания популяции клещей.

Ключевые слова: математическая модель, клеточный автомат, динамика популяций, иксодовый клещ.

ВВЕДЕНИЕ

Описание и интенсивное изучение популяций иксодовых клещей (особенно видов *Ixodes persulcatus* и *Ixodes ricinus*) началось в начале XX в. Это связано с установлением их роли как переносчиков возбудителей многих природно-очаговых заболеваний человека и животных [1–5]. Более 30 лет в отдельных частях ареала обитания таежного клеща проводятся постоянные наблюдения за численностью его популяции.

В XX в. в математической биологии довольно широкое распространение получили работы по моделированию динамики численности популяций насекомых [6–8]. Эти работы составляют неотъемлемую часть природоохранных мер по защите лесов от последствий вспышек массового размножения многих видов хвое- и листогрызущих насекомых. В связи со схожестью жизненных циклов развития клеща и насекомых-фитофагов интересно рассмотреть возможность адаптации и применения математического моделирования для исследования динамики развития популяций иксодового клеща.

Большую роль в динамике численности многих сравнительно малоподвижных видов насекомых и паукообразных, в том числе иксодовых клещей, играют пространственная структура популяции и связь динамики популяции как с внешними переносчиками, так и с отрицательными воздействиями на ее численность [9]. Несомненно, подобные исследования популяций иксодового клеща, особенно с учетом закономерностей жизненного цикла клеща и возрастной структуры популяции, полезны для анализа условий присутствия иксодовых клещей в экосистемах и требуют как дальнейших подробных исследований, так и поиска соответствующего решения задач оптимального управления численностью.

Анализировать особенности взаимодействий популяции и факторов окружающей среды, рассматривать различные сценарии развития событий в экосистеме при изменениях этих факторов, давать прогнозы динамики численности популяций позволяет имитационное компьютерное моделирование. Один из способов имитационного моделирования, особенно удобный для описания пространственной динамики популяций в экосистеме, заключается в использовании клеточно-автоматных моделей.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 12-04-90868).

1. ИМИТАЦИОННАЯ КЛЕТЧНО-АВТОМАТНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ЧИСЛЕННОСТИ ПОПУЛЯЦИЙ ИКСОДОВОГО КЛЕЩА В ЭКОСИСТЕМАХ

В основу построения модели был положен ряд представлений, связанных с формальной математической конструкцией — клеточным автоматом. Эти представления достаточно подробно рассмотрены в работах [10—13], где методами статистического моделирования авторы изучали динамику различных систем, в том числе популяционную динамику растений, динамику численности организмов в озерах и др. Особенности жизненного цикла популяции, характер перемещений и поведение отдельных особей иксодового клеща по территории позволяют адаптировать разработанные для растений методы клеточно-автоматного моделирования [10, 11].

1.1. Алгоритмы модели

Приведем основные правила, по которым строится модель популяционной жизни отдельных особей иксодового клеща.

- Пространство, доступное для популяционной жизни, представлено квадратной решеткой $Z(i, j)$, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, M$, с узлами (i, j) . Расстояние между узлами равно минимальному расстоянию между отдельными взрослыми особями в природных популяциях. Для избежания граничных эффектов решетка свернута в тор. Пространство неоднородно, т. е. каждый его узел характеризуется одной из возможных градаций фактора.
- Элементом популяции в модели выбрана отдельная особь иксодового клеща.
- В каждом узле решетки (i, j) может жить от рождения до смерти только один элемент популяции.
- Множество соседей $Q(i, j)$ определяется для каждого узла (i, j) как содержащее все те узлы решетки, расстояние (число ребер решетки) до которых в точности равно K_m (в нашем случае $K_m = 1$).
- Существование популяции клеща на территории определяется набором благоприятных условий (сочетание биотических и абиотических факторов, таких как наличие подстилки, наличие прокормителей, влажность, температура, высота снежного покрова и др.). Для простоты анализа динамики в модели рассматривается два типа территорий: однородные по благоприятным условиям — территории, где популяция клеща может успешно развиваться; неоднородные по условиям — территории, на которых

встречаются участки, где тот или иной фактор делает невозможным существование популяции клеща на таком участке. В реальных экосистемах расположение таких участков носит случайный характер.

- Онтогенез элемента популяции выражен в модели дискретно, т. е. элемент популяции последовательно переходит из одного возрастного состояния τ_i в следующее, τ_{i+1} . Особенности онтогенеза иксодового клеща дают четыре возможные возрастные состояния (стадии развития): яйцо, личинка, нимфа и имаго. Для популяций таежного и лесного клещей, распространенных в экосистемах средних широт, каждая стадия занимает год.
- Переходы из одной стадии онтогенеза в другую определяются соответствующими вероятностями: P_1 — вероятность того, что самка отложит яйца (переход «имаго — яйцо»); P_2 — вероятность перехода «яйцо — личинка»; P_3 — вероятность перехода «личинка — нимфа», P_4 — вероятность перехода «нимфа — имаго».

Самка (имаго) клеща способна продуцировать до 3000 яиц, однако реализовать моделирование подобного процесса с помощью клеточных автоматов не представляется возможным. В данном случае мы предложили перейти к использованию коэффициента размножения популяции, который в данном случае можно записать как $K = 3000 P_1 P_2 P_3 P_4$.

Проведенные по экспериментальным данным Красноярского края расчеты показывают, что коэффициент размножения таежного клеща заключен в диапазоне $0,2 < K < 4$. Таким образом, в клеточном автомате учет особенностей онтогенеза клеща реализуется путем равновероятного перехода каждого имаго в состояние от 0 до 4 яиц.

- Каждая особь клеща (на любой стадии развития) способна занять узел тогда и только тогда, когда градация фактора в узле лежит в пределах диапазона благоприятных условий.

Онтогенетический переход «имаго — яйцо» в популяции определяется параметром P_1 — вероятностями случайного появления клеща в начальном возрастном состоянии в любом незанятом узле (i, j) , при этом занимаемый имаго узел освобождается. В экосистемах такое случайное перемещение происходит при переносе имаго клеща крупным млекопитающим (прокормителем).

- Онтогенетические переходы «личинка — нимфа» и «нимфа — имаго» с параметрами P_3 и P_4 — вероятности случайного появления нимфы и имаго соответственно в соседних незанятых уз-



лах. В экосистеме такое перемещение обеспечивается мелкими млекопитающими-прокормителями клеща преимагинальных фаз развития.

- Время в модели задано условной единицей — шагом, который равен отрезку онтогенеза (в нашем случае шаг равен 1 году). Шаги предполагаются равными, т. е. длительность возрастных состояний принимается одинаковой.
- Число шагов τ_{lim} , составляющих онтогенез иксодового клеща, было принято равным 4, при достижении возраста τ_{lim} особь умирает, освобождая соответствующий узел решетки.
- Гибель особи клеща может наступить в результате случайной элиминации (однократной катастрофической или фоновой, происходящей на каждом шаге) с вероятностью P_{el} .

1.2. Последовательность работы модели в течение шага по времени

Каждый вычислительный эксперимент начинается с инициализации модели: происходит случайное (с вероятностью P_s случайного заноса клеща с соседних территорий) заселение узлов решетки (i, j) яйцами — элементами популяции самого младшего возрастного состояния. Далее опишем последовательные операции, которые повторяются на каждом шаге работы модели.

1-я операция. Возраст каждой особи клеща увеличивается на один шаг (клещи, достигшие предельного возраста, «погибают», освобождая узлы решетки).

2-я операция. Клещи, достигшие возраста размножения τ_{imago} , образуют потомство, заселяя свои окрестности $Q_1(i, j)$ яйцами в возрасте τ_{eggs} . В том случае, если узел окрестности занят другой особью или узел располагается на неблагоприятном для существования клеща участке, то яйцо «не приживается».

3-я операция. Имитируется перенос крупным млекопитающим напитавшихся самок по всей территории. Свободные узлы решетки с вероятностью P_1 «заселяются» особями клеща в стадии яйца.

4-я операция. Осуществляется (или не осуществляется) случайная элиминация клеща в каждом узле (i, j) с вероятностью P_{el} . Возможны два режима элиминации: на параметрически заданном шаге (однократные катастрофические нарушения) или на каждом шаге (фоновые нарушения). Клещ уничтожается независимо от его возрастного состояния, в любых узлах решетки. Вероятность этих событий задается отдельно для каждой стадии онтогенеза.

На этом «шаг по времени жизни формальной популяции иксодового клеща» завершается, и далее модель возвращается к первой операции на следующем шаге по времени.

Для каждого шага работы модели пространственной динамики популяции иксодового клеща могут быть получены параметры: численность популяций; их возрастная и пространственная структура в виде возрастного спектра и картинок пространственного размещения элементов популяции всех стадий онтогенеза.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПО НЕКОТОРЫМ СЦЕНАРИЯМ

Построенная клеточно-автоматная модель учитывает следующие параметры имитируемой экосистемы:

- число клеток по горизонтали;
- число клеток по вертикали;
- продолжительность жизни;
- исходное количество клещей;
- репродуктивный возраст;
- возраст клеща после размножения;
- количество откладываемых яиц;
- вероятность P_{el} случайной гибели клеща;
- вероятность P_s заселения по всему полю;
- вероятность P_1 того, что самка отложит яйца;
- вероятность P_2 перехода «яйцо — личинка»;
- вероятность P_3 перехода «личинка-нимфа»;
- вероятность P_4 перехода «нимфа — имаго»;
- вероятность P_{migLN} перемещения личинок и нимф;
- вероятность P_{migI} перемещения имаго.

Модель также позволяет вносить изменения оптимальных условий существования популяции клеща в «имитируемую» экосистему. Эти изменения можно вносить в виде случайных ограничений или в виде «выключения» определенной доли исходной площади. На рис. 1 и 2 представлен интерфейс программы и реализация конкретного сценария.

В процессе моделирования подобраны такие параметры, при которых численности и скорости достижения этих численностей популяции иксодового клеща были максимальны, т. е. был рассмотрен «наилучший» для клеща сценарий динамики численности его популяции в экосистеме (что представляет особую опасность для населения): количество откладываемых яиц — 4, что соответствует максимальному значению коэффи-

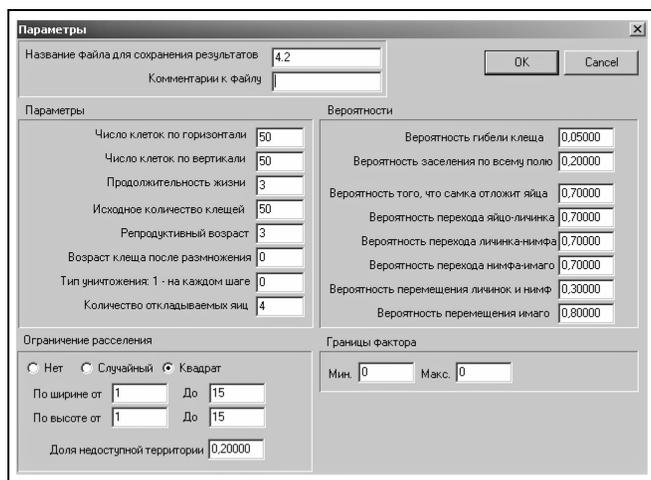


Рис. 1. Интерфейс клеточно-автоматной модели: окно исходных параметров

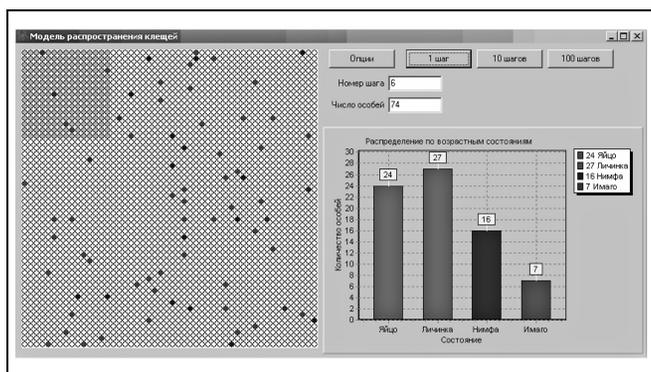


Рис. 2. Интерфейс клеточно-автоматной модели: вывод результатов динамики популяции, развивающейся по конкретному сценарию

циента размножения клеща, рассчитанному по экспериментальным данным; $P_{el} = 0,05$; $P_s = 0,2$; $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = 0,7$; $P_{migLN} = 0,3$; $P_{migI} = 0,5$.

2.1. Оценка влияния вероятности перемещения имаго на динамику численности моделируемой популяции иксодового клеща

Перемещение имаго иксодовых клещей крупными млекопитающими имеет большое значение для динамики численности популяций клеща в целом. Особенно велика роль перемещения при распространении клеща на незанятые территории.

Обозначим через X_t численность популяции клеща, т. е. число узлов решетки, занятых имаго в момент времени t . Рассмотрим вариант с перемещением имаго при следующих заданных значениях параметров: количество откладываемых яиц — 4;

$P_{el} = 0,05$; $P_s = 0,2$; $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = 0,7$; $P_{migLN} = 0,3$. Размеры решетки — 50×50 узлов.

Оценим влияние вероятности P_{migI} перемещения имаго на динамику модельной популяции.

На рис. 3 приведены графики численности отдельной популяции иксодовых клещей с одними и теми же параметрами при разных значениях вероятности P_{migI} . Прежде всего, обращает на себя внимание тот факт, что «освоение» территории иксодовыми клещами продолжается в течение не-

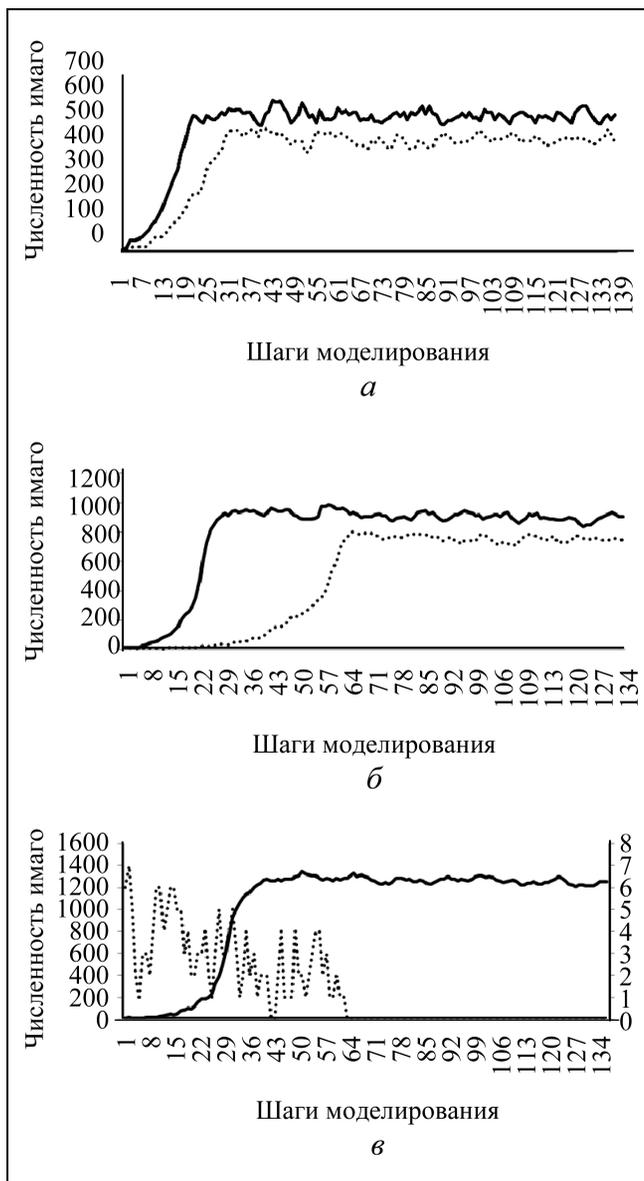


Рис. 3. Изменение численности модельной популяции иксодовых клещей во времени для различных вероятностей перемещения имаго по территории: а — $P_{migI} = 0,1$; б — $P_{migI} = 0,5$; в — $P_{migI} = 0,9$; — — — — — однородная и — неоднородная территории соответственно

скольких десятков лет. Проведенный нами анализ имеющихся в литературе натуральных данных по численности иксодового клеща вблизи г. Красноярска [14] и г. Новосибирска (данные были получены от сотрудников Института систематики и экологии животных СО РАН Е.А. Новикова и М.П. Мошкина в личной беседе) показал, что в динамике заселившихся в первой половине XX в. популяций клеща все еще наблюдается положительный тренд, т. е. их популяция все еще продолжает «осваивать» территории (выходит на стационар). При увеличении вероятности P_{migl} скорость роста и средняя численность популяции уменьшаются как для однородных по условиям территорий, так и для не-

однородных. Однако в случае неоднородных по условиям существования клеща территорий эти изменения носят более выраженный характер, а в случае, когда $P_{migl} = 0,9$, на неоднородной по условиям территории популяция клеща элиминируется, начиная с 64-го шага моделирования.

2.2. Влияние случайной гибели клеща на динамику численности моделируемой популяции

Для оценки влияния случайной гибели клеща на динамику его популяции в модель были введены постоянно происходящее в природных условиях случайное и независимое уничтожение отдельных особей популяции на каждом шаге моделирования. Случайное уничтожение происходит с вероятностью P_{el} , т. е. в каждом занятом узле особь клеща может погибнуть случайно, независимо от того, что происходит в соседних узлах, при этом соответствующий узел решетки освобождается. Случайное уничтожение клещей производилось в начале шага моделирования вместе с отмиранием клещей, достигших конечной стадии развития.

В экспериментах были рассмотрены два типа территорий: однородных по благоприятности условий и неоднородных, 20 % которых — участки с неблагоприятными условиями для существования клеща.

На рис. 4 приведены графики изменения численности модельной популяции с одними и теми же параметрами при разных вероятностях случайного уничтожения. Можно видеть, что при увеличении вероятности P_{el} скорость роста и средняя численность популяции уменьшаются как для однородных по условиям территорий, так и для неоднородных. Однако в случае неоднородных по условиям существования клеща территорий эти изменения носят более выраженный характер. Так, в случае, когда $P_{el} = 0,2$, популяция клеща вымирает, начиная с 25-го шага моделирования.

2.3. Оценка скорости распространения популяции иксодового клеща на однородной и неоднородной по условиям его существования территории

Построенная клеточно-автоматная модель позволила исследовать темпы динамики популяции иксодового клеща по сценариям:

- динамика популяции иксодового клеща на благоприятной для его существования территории при подобранных параметрах, обеспечивающих максимальную численность популяции в экосистеме;

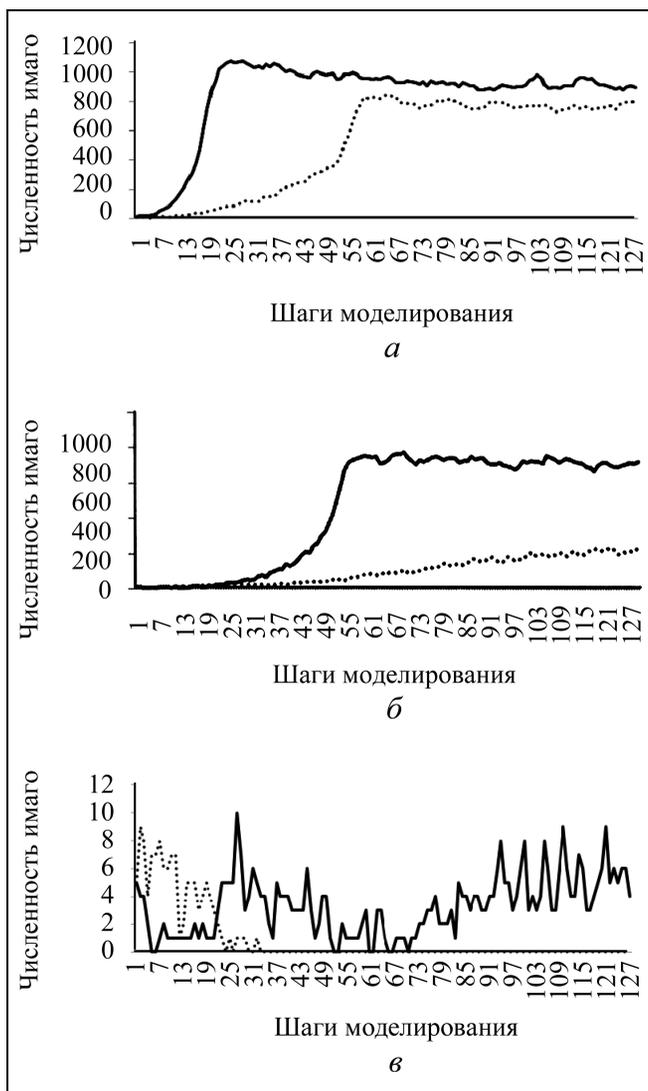


Рис. 4. Изменение численности модельной популяции иксодовых клещей во времени для различных вероятностей случайного уничтожения отдельных особей популяции: а — $P_{el} = 0,05$; б — $P_{el} = 0,1$; в — $P_{el} = 0,2$; — и — однородная и неоднородная территории соответственно

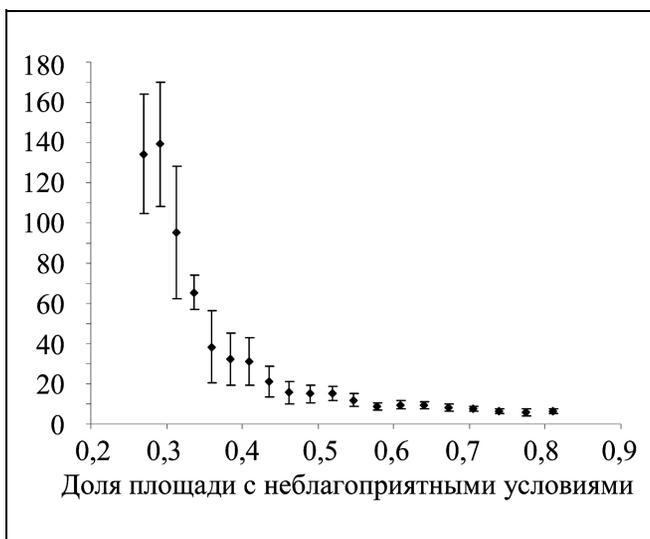


Рис. 5. Время элиминации модельной популяции иксодового клеща в зависимости от доли площади с неблагоприятными условиями его существования

- динамика популяции иксодового клеща на территории, где присутствуют участки с неблагоприятными условиями существования клеща; площади таких участков в экспериментах составляли 4, 9, 16 и 25 % от общей площади территории.

Моделирование показало, что введение участка с неблагоприятными условиями, составляющего 16 % площади экосистемы значительно снижает темпы роста численности клеща. В случаях, когда площадь таких участков составляет большую долю (от 16 до 25 %), популяция клеща вымирает, однако время, за которое в вычислительных экспериментах достигается элиминация популяции клеща, составляет не менее 150 шагов моделирования (лет). Более детальный анализ динамики популяции, проведенный для этого диапазона, показал, что популяция вымирает при снижении доступной площади для развития клеща на 23 %.

Построенная клеточно-автоматная модель позволяет ответить на вопрос: за какое время на неоднородной по условиям существования клеща территории, на которую так или иначе были занесены отдельные особи иксодового клеща, его популяция будет элиминирована. В экспериментах менялась доля территории с неблагоприятными условиями существования. Полученные результаты представлены на рис. 5. Можно видеть, что при сокращении территории с оптимальными условиями развития популяции иксодового клеща более чем на 60 %, элиминация клеща происходит уже на первых 5–7 шагах моделирования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построенная модель позволяет рассматривать популяции иксодового клеща как на территориях с благоприятными условиями для его существования, так и на территориях, неоднородных по этим условиям. Модель позволяет исследовать влияние различных факторов на темпы роста численности популяции клещей, предсказывать поведение моделируемой экосистемы.

Показана принципиальная возможность управления численностью популяции иксодового клеща в экосистемах вплоть до его элиминации. В реальных экосистемах достигать этой цели можно превращением определенной доли благоприятной для существования клеща участков территории в неблагоприятную территорию. Возможные варианты такого воздействия на территории, где необходимо изъятие клеща по времени достижения первых результатов и длительности их действия можно подразделить на кратко-, средне- и долгосрочные.

Краткосрочным сценарием изъятия клеща из экосистем можно считать весьма действенный метод прямого химического воздействия. Этот метод действует быстро и успешно и приводит к практически полному исчезновению клеща на территории не более чем на 1,5 мес. Однако, многократное применение одного и того же химического агента быстро уменьшает его действенность, поскольку популяция клеща к этому веществу адаптируется (применяемое вещество выступает в качестве фактора отбора наиболее устойчивых особей). Однако главный недостаток метода — краткосрочность.

Уничтожение лесной подстилки также делает территорию неблагоприятной для существования клеща. Примером применения данного способа может служить территория университетской рощи г. Томска, где регулярные уборки территории (удаление подстилки) привели к исчезновению популяции таежного клеща (климатические факторы, наличие прокормителей остались неизменными) [15].

Более долговременное «изъятие» возникает, когда на определенной доле территории экосистемы понижается численность мелких млекопитающих — прокормителей иксодового клеща на начальных стадиях развития (стадиях личинки и нимфы). Например, привнесенные в экосистему хищные птицы, ужи, ежи и кошки смогут из года в год регулировать численность мелких теплокровных животных на этой территории.

К долгосрочным вариантам можно отнести вариант воздействия популяции муравьев на популяции иксодовых клещей. Определенные виды муравьев, с одной стороны, способны поедать особей



клеща на ранних стадиях развития, а с другой — делают территорию малопривлекательной для обитания на ней мелких млекопитающих.

Применение того или иного сценария или их комбинации можно варьировать, в зависимости от того, насколько быстро и как надолго необходимо изъять клеща из конкретной экосистемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Этиология* весенне-летнего эндемического энцефалита / Л.А. Зильбер, Е.Н. Левкович, А.К. Шубладзе и др. // Архив биологических наук. — 1938. — Т. 52. — № 1. — С. 162—182.
2. *Коренберг Э.И., Жуков В.И., Шаткаускас А.В., Бушуева Л.К.* Распространение таежного клеща (*Ixodes persulcatus*) в СССР // Зоологический журнал. — 1969. — № 7. — С. 1003—1014.
3. *Павловский Е.Н.* О природной очаговости инфекционных и паразитарных болезней // Вестник АН СССР. — 1939. — Т. 10. — С. 98—108.
4. *Чумаков М.П., Найденова Г.А.* Клещ *Ixodes ricinus* как переносчик клещевого (весенне-летнего) энцефалита // Медицинская паразитология и паразитарные болезни. — 1944. — Т. 13, № 4. — С. 376—379.
5. *Алексеев А.Н.* Система клещ — возбудитель и ее эмерджентные свойства. — СПб.: Наука, 1993. — 203 с.
6. *Исаев А.С., Хлебоброс Р.Г.* Принцип стабильности в динамике численности лесных насекомых // Доклады академии наук. — 1973. — Т. 208, вып. 1. — С. 225—228.
7. *Динамика численности лесных насекомых* / А.С. Исаев, Р.Г. Хлебоброс, Л.В. Недорезов и др. — Новосибирск: Наука, 1984. — 224 с.
8. *Исаев А.С., Хлебоброс Р.Г., Недорезов Л.В.* Популяционная динамика лесных насекомых. — М.: Наука, 2001. — 374 с.
9. *Хански И.* Ускользящий мир: Экологические последствия утраты местообитаний. — М.: Т-во науч. изданий КМК, 2010. — 340 с.
10. *Komarov A.S., Palenova M.M., Smirnova O.V.* The concept of discrete description of plant ontogenesis and cellular automata models of plant populations // Ecological Modelling. — 2003. — Vol. 170. — P. 427—439.
11. *Комаров А.С.* Математические модели в популяционной биологии растений // Ценопопуляции растений (очерки популяционной биологии) / Под ред. Т.И. Серебряковой. — М., 1998. — С. 137—155.
12. *Афанасьев И.В.* Клеточно-автоматная модель динамики численности организмов озера Байкал // Прикладная дискретная математика. — 2012. — № 1. — С. 121—132.
13. *Бандман О.Л.* Клеточно-автоматные модели пространственной динамики // Системная информатика. — 2006. — № 10. — С. 58—113.
14. *Хазова Т.Г.* Мониторинг очагов актуальных инфекций, передаваемых кровососущими членистоногими, в Центральной Сибири: Автореф. дисс. д-ра биол. наук. — Тюмень, 2006. — 42 с.
15. *Романенко В.Н.* Эколого-этологические аспекты изучения иксодовых клещей (parasitiformes, ixodidae) различных ландшафтов: Автореф. дисс. д-ра биол. наук. — Томск, 2007. — 44 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Новосельцевым.

Ольга Антоновна Вшивкова — инженер-исследователь, Красноярский научный центр СО РАН,
☎ (391) 243-14-48, ✉ oavshivkova@mail.ru,

Александр Сергеевич Комаров — д-р биол. наук, зав. лабораторией, Институт физико-химических и биологических проблем почвоведения РАН, г. Пушкино,
☎ (496) 731-81-64, ✉ as_komarov@rambler.ru,

Павел Владимирович Фролов — магистрант, Институт физико-химических и биологических проблем почвоведения РАН, г. Пушкино,
☎ (391) 243-14-48, ✉ ximikadze@gmail.com,

Рем Григорьевич Хлебоброс — д-р физ.-мат. наук, директор МНЦИЭСО при Президиуме КНЦ СО РАН, профессор Сибирского федерального университета, Красноярский научный центр СО РАН,
☎ (391) 243-14-48, ✉ oavshivkova@mail.ru.

МКПУ — 2013

6-я Всероссийская мультikonференция по проблемам управления проводится с 30 сентября по 5 октября 2013 года на базе ОАО «Санаторий “Голубая даль”» (с. Дивноморское, Геленджикский р-н Краснодарского края).

Цель мультikonференции: обсуждение результатов фундаментальных и прикладных исследований в области процессов управления и их практического применения в различных сферах человеческой деятельности.

Мультikonференция включает в себя две локальные научно-технические конференции:

- «Управление в интеллектуальных, эргатических и организационных системах» (УИнтЭргОС-2013), председатель — академик РАН С.Н. Васильев;
- «Управление в распределенных и сетевых системах» (УРиСС-2013), председатель — чл.-корр. РАН И.А. Каляев.

Адрес сайта конференции <http://www.conf.mvs.sfedu.ru>.

ОЦЕНКА РЕАЛИЗУЕМОСТИ И БЕЗОПАСНОСТИ ТРАЕКТОРИЙ САМОЛЕТА С ПОМОЩЬЮ БОРТОВОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ¹

Б.С. Алешин, С.Г. Баженов, В.Г. Лебедев, Е.Л. Кулида

Предложена методика прогноза движения самолета, обнаружения потенциальных конфликтных ситуаций и определения реализуемости траекторий, сгенерированных для разрешения конфликтов. Расчет виртуальных полетов самолета вдоль сгенерированных траекторий производится параллельно, в режиме реального времени с помощью математической модели самолета. Предполагается применить данную методику в системе траекторной безопасности, которая обеспечивает интегрированное представление информации о летной ситуации, формирует предупреждения и рекомендации пилотам с целью избежания опасного развития летной ситуации.

Ключевые слова: безопасность, рельеф местности, CFIT, область режимов полета, система управления, рекомендуемая траектория, изменение плана полета, бортовая модель, обнаружение и разрешение конфликтов.

ВВЕДЕНИЕ

Для современного развития воздушного транспорта характерны следующие особенности.

- Постоянное увеличение интенсивности воздушного движения ведет к уменьшению интервалов между самолетами во времени и в пространстве, что, в свою очередь, ведет к увеличению риска столкновений [1]. Чтобы не допустить роста числа авиационных происшествий, должна быть повышена эффективность планирования воздушного движения, а также точность выдерживания траекторий, как по координатам, так и по времени.
- Наблюдаются отход от традиционной организации воздушного движения, основанной на полете по четко определенным трассам, и переход на гибкое управление движением [2], когда воздушному судну выделяется участок пространства, где он может находиться в определенное время, согласно плану полета. При увеличении

степени автономности воздушного судна часть функций по организации и управлению движением и обеспечению траекторной безопасности переходит к бортовым системам самолета. В перспективе, при переходе к концепции «Free Flight», бортовые системы будут играть основную роль в планировании полета и обеспечении траекторной безопасности.

- Поскольку возрастают требования к соблюдению расписания полетов, то полет должен выполняться в большем диапазоне неблагоприятных погодных условий, что ведет к необходимости разработки соответствующих бортовых и наземных средств.

Поскольку безопасность полетов в большой степени зависит от действий экипажа, очень важно, чтобы члены экипажа были обеспечены надежной информацией о летной ситуации. Информация должна быть полной, но не избыточной, чтобы не перегружать экипаж и обеспечивать быстрое и однозначное понимание опасностей и оперативные действия по их устранению. Весьма важно иметь возможности прогноза развития летной ситуации для обеспечения экипажа соответствующей информацией заблаговременно, обратить его внимание на опасные факторы и, в случае необходимости, скорректировать действия экипажа.

¹ Статья написана по материалам доклада на шестой международной конференции «Параллельные вычисления и задачи управления» (РАСО' 2012), Москва, 24–26 октября 2012 г.



1. ФУНКЦИИ ИНТЕГРИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА ЛЕТНОЙ СИТУАЦИИ И ОБЕСПЕЧЕНИЯ ТРАЕКТОРНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ПОЛЕТА

В рамках интегрированной системы мониторинга летной ситуации и обеспечения траекторной безопасности полета разрабатываются средства и системы, информирующие экипаж о рельефе местности, возможных препятствиях вдоль предполагаемого маршрута, атмосферных факторах, воздушном движении и формирующие рекомендации, позволяющие экипажу избежать опасных ситуаций [3–6].

Такие системы должны:

- оценивать летную ситуацию в смысле риска столкновения с поверхностью;
- формировать ряд возможных траекторий облета рельефа и препятствий, которые могут быть реализованы самолетом в его текущем состоянии и конфигурации;
- сортировать эти траектории в соответствии с выбранной системой приоритетов;

— анализировать конфликты с факторами метеоусловий и воздушного движения.

Наилучшая траектория рекомендуется экипажу. Для обеспечения функций траекторной безопасности система должна располагать:

- данными о положении и скорости самолета, поступающими от инерциальных и спутниковых систем;
- трехмерной картой рельефа местности;
- заданными маршрутами полета и схемами захода на посадку, получаемыми от системы самолетовождения;
- данными о других участниках воздушного движения, поступающими от бортовых систем и наземных пунктов управления воздушным движением;
- данные о погодных условиях, поступающими от метеолокатора, наземных источников информации и других самолетов.

Система мониторинга летной ситуации и обеспечения траекторной безопасности полета (рис. 1) выполняет следующие функции.

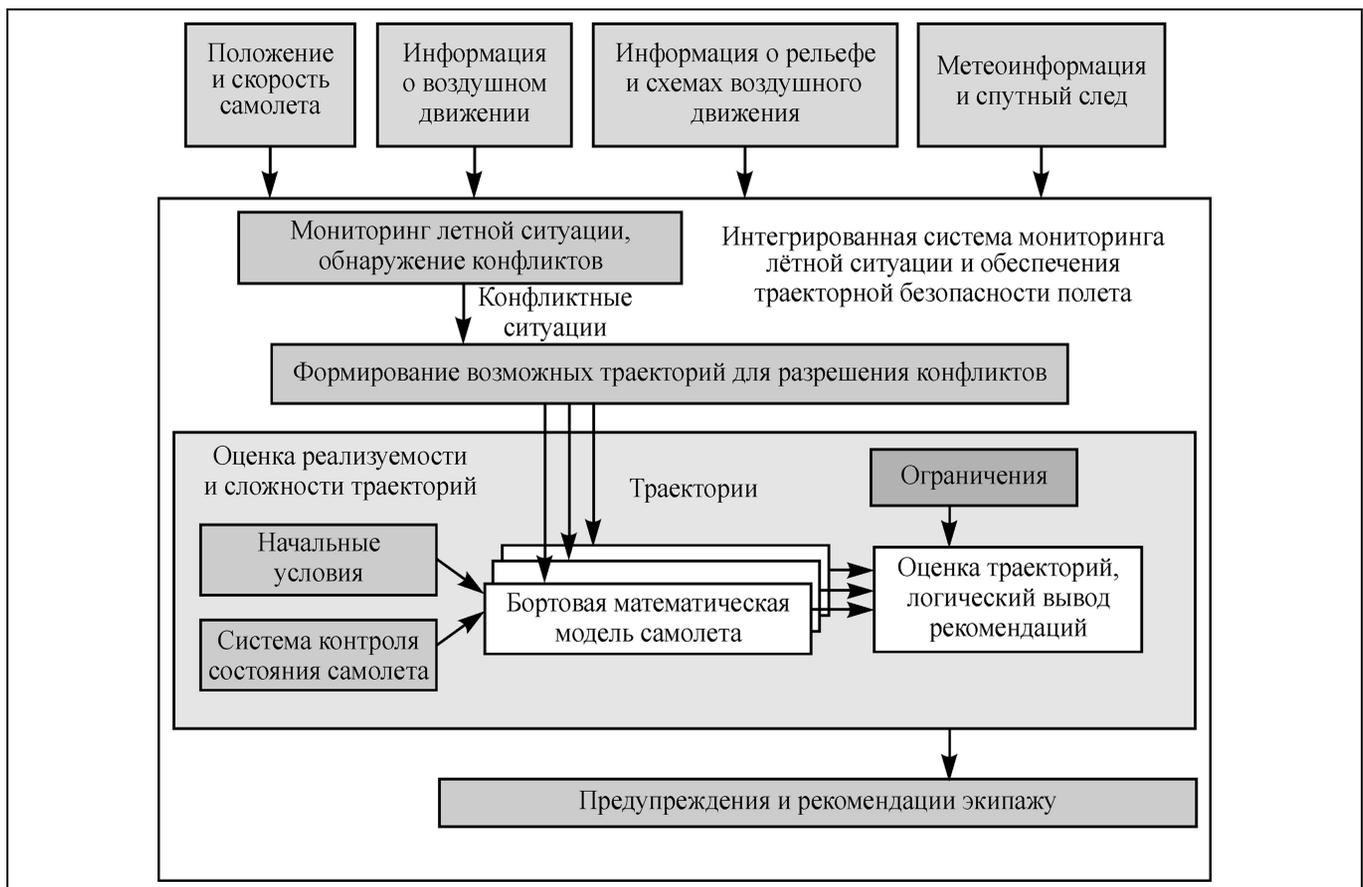


Рис. 1. Интегрированная система мониторинга летной ситуации и обеспечения траекторной безопасности полета

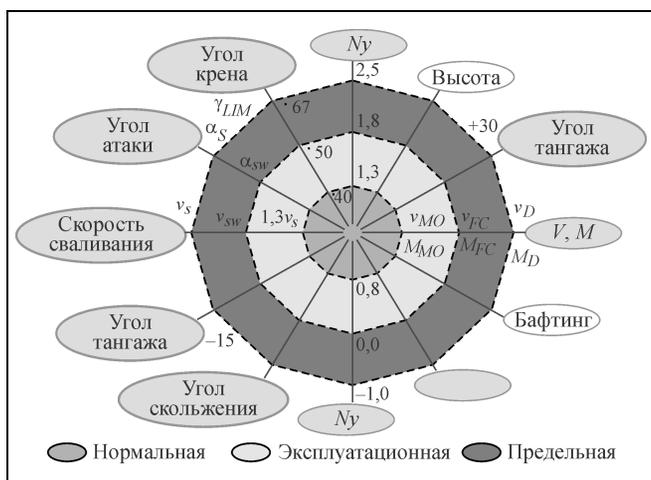


Рис. 2. Области режимов полета, используемые для оценки траекторий

1. Расчет прогнозируемой траектории на основе информации о пространственном и угловом положении самолета и его скорости, а также данных о ветре.

2. Расчет высоты рельефа местности под прогнозируемой траекторией с использованием цифровой карты местности. Анализ конфликтности траектории с рельефом, т. е. возможность ее пересечения с поверхностью.

3. Оценка опасности продолжения полета по данной траектории на основе данных о воздушном движении и атмосферных явлениях вдоль нее.

4. Генерация траектории облета при наличии конфликтов траектории с одним из факторов (рельеф, воздушное движение и метеоявления).

5. Анализ сгенерированных траекторий в целях оценки их реализуемости и предпочтительности, включающий в себя два этапа.

Этап 1. Предварительный расчет основных параметров полета вдоль анализируемой траектории [7, 8] с целью определения области — нормальной, эксплуатационной или предельной, в которой реализуется данная траектория. На рис. 2 показано, каким образом определяется, к какой области относится то или иное значение параметра. Границы областей изображены окружностями, на пересечении которых с линиями параметров указываются значения параметров на границе соответствующей области, например, для нормальной перегрузки N_y или скорости V . В частности, если нормальная перегрузка превышает значение $N_y = 1,3$, то траектория выходит за границу нормальной области, в случае превышения значения $N_y = 1,8$ нарушается граница эксплуатационной области, а при $N_y > 2,5$ траектория выходит за границу предельной области,

что не допустимо ни при каких условиях. Аналогично для скорости V и числа Маха M . Если скорость (или число Маха) превышает значение V_{MO} (M_{MO}) (MO — Maximal Operational), то параметры выходят за пределы нормальной области. В случае превышения скорости V_{FC} — максимальной скорости по характеристикам устойчивости (FC — Flight Control) параметры выходят за границу эксплуатационной области. В случае превышения предельной скорости V_D (D — Diving) параметры полета вдоль траектории выходят за предельную область, и траектория считается нереализуемой.

Этап 2. Реализуемые траектории сортируются по их приоритету, который определяется следующими факторами:

- в какой области полетов реализуется траектория (нормальная, эксплуатационная, предельная);
- близость к границе области;
- безопасность (близость к земле, минимальный интервал между самолетами, опасность атмосферных факторов);
- сложность траектории (количество и интенсивность управляющих воздействий).

Поскольку расчет параметров траектории, выполненный на этапе 1 приближенный, то несколько траекторий с наибольшим приоритетом анализируются более детально с помощью бортовой математической модели самолета. Для этого выполняются виртуальные полеты вдоль траекторий, и полученная информация о параметрах движения используется для выбора траектории.

2. ОБЩИЙ ПОДХОД К ФОРМИРОВАНИЮ ТРАЕКТОРИЙ ОБЛЕТА ПРЕПЯТСТВИЙ

Далее описывается подход к формированию траекторий облета препятствий при предпосадочном маневрировании в условиях сложного рельефа местности [9]. Самолет рассматривается как материальная точка и решается задача построения траекторий самолета из заданного начального положения (заданы координаты и вектор скорости самолета) в конечные положения стандартного захода на посадку, определяемые STAR — Standard Terminal Arrival Route.

Задача формирования кратчайшей траектории движения с облетом препятствий рельефа решается на основе поиска кратчайшего пути в графе. Для применения этого подхода траектории движения самолета аппроксимируются с помощью *графа траекторий* (траекториями служат пути графа), среди которых выбирается искомая траектория.



Траектории формируются в ходе циклической процедуры, на каждом шаге которой строится траектория с облетом препятствия на некоторой высоте. Для построения такой траектории, согласно приведенному далее алгоритму, строится кусочно-линейная граница препятствия на выбранной высоте и затем строится траектория облета препятствия. Сначала она строится в плоскости полета, т. е. на высоте, на которой самолет находится в начальном положении. Затем значение высоты облета препятствия увеличивается на заданный размер шага и строится очередная траектория. Процесс построения траекторий заканчивается, когда высота облета становится больше высоты препятствия, т. е. возможен перелет над препятствием из начальной точки в конечную по прямой.

Алгоритм формирования траекторий облета препятствий.

Шаг 1. Формирование кусочно-линейных границ препятствий на выбранной высоте. Для формирования границы препятствия строится равномерная сетка вершин на плоскости. Расстояние между вершинами целесообразно выбрать не менее минимального радиуса R разворота самолета. Это позволит гарантировать возможность облета препятствия по границе.

Назовем вершину *граничной*, если среди ее соседних вершин есть как допустимые вершины, так и недопустимые. Соединив ребрами соседние граничные вершины, получим границы препятствий.

Шаг 2. Сглаживание границ препятствий. Границы препятствия, автоматически сформированные на шаге 1, могут содержать множество изломов. Пример применения алгоритма сглаживания представлен на рис. 3.

Во множество вершин графа траекторий включим все точки изломов сглаженных границ вокруг препятствия, образованных рельефом.

Шаг 3. Учет дополнительных препятствий. Траектории (следовательно, дуги графа) не должны пересекать зоны, в которых полеты запрещены.

Шаг 4. Учет маневренных возможностей самолета. При построении графа учитывается, что в начальной и конечных точках зона, недоступная для полета, представляется окружностями радиуса R , касающимися вектора направления движения. В граф вводятся дополнительные вершины на этих окружностях, чтобы обеспечить поворот на нужный курс в начале и конце маршрута.

Этими вершинами служат:

- точки касания окружности и касательных к ней, проведенных из вершин, лежащих на границах препятствий, если эти касательные не пересекают препятствий;

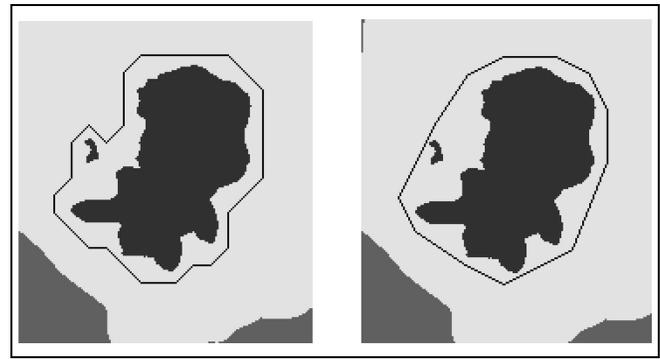


Рис. 3. Сглаживание границы вокруг препятствия

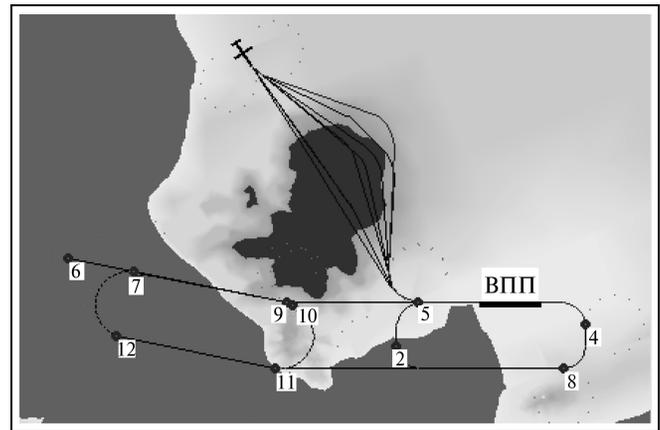


Рис. 4. Набор траекторий облета препятствия на разных высотах

- точки касания общих касательных двух окружностей (в начале и конце маршрута), если эти касательные не пересекают препятствий.

Шаг 5. Формирование ребер графа. Соединяются ребрами все пары видимых вершин.

В результате будут добавлены ребра, соединяющие:

- начальную вершину со всеми видимыми из нее вершинами;
- каждую из конечных вершин со всеми видимыми из нее вершинами;
- все пары видимых вершин разных препятствий.

Шаг 6. Построение траекторий. Поиск кратчайших путей из начальной вершины в конечные в построенном графе.

На рис. 4 кружками и цифрами обозначены точки, из которых реализуется стандартный заход на посадку, и представлены траектории облета препятствия из начальной точки в точку 5, сгенерированные при выборе высоты облета препятствия, начиная с 450 м (исходная высота полета), с

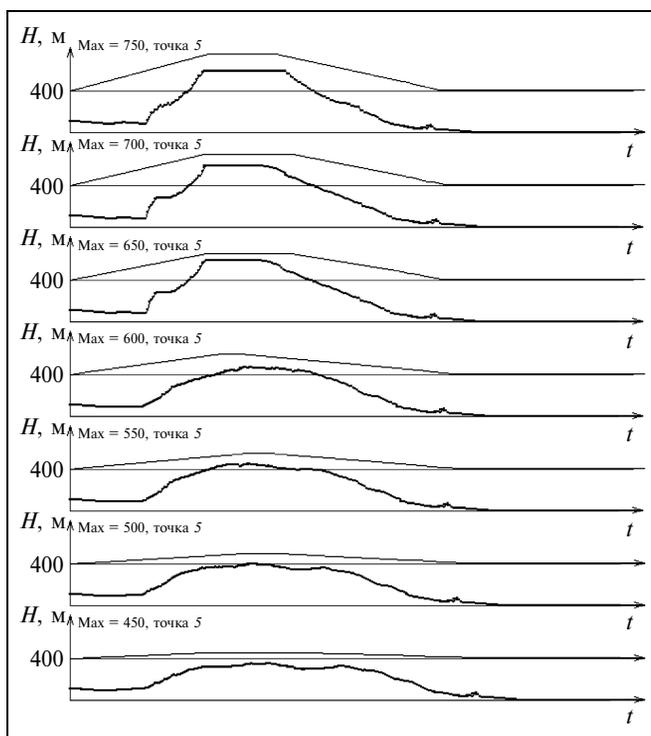


Рис. 5. Графики высоты полета над рельефом для сгенерированных траекторий

шагом 50 м. При значении высоты облета препятствия 750 м генерируется прямолинейная траектория из начальной точки в конечную, и построение траекторий заканчивается. На рис. 5 представлены

графики рельефа и высоты полета по сгенерированным траекториям при различных значениях высоты облета препятствия (Max).

3. ОРГАНИЗАЦИЯ ВИРТУАЛЬНЫХ ПОЛЕТОВ И АНАЛИЗ ТРАЕКТОРИЙ САМОЛЕТА С ПОМОЩЬЮ БОРТОВОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Общая схема организации анализа траекторий с помощью бортовой математической модели приведена на рис. 6. После того как генератор траекторий сформировал возможные траектории самолета, реализуется виртуальный полет вдоль них. Для этого производится расчет нормальной n_y и продольной n_x перегрузок и угла крена γ , которые используются как входные сигналы системы траекторного управления.

Поскольку примерная зависимость заданных параметров траектории от времени известна заранее, то возможно провести фильтрацию этих сигналов с целью внесения опережения. Исходя из заданной траектории, можно рассчитать заданную высоту H , вертикальную скорость V_y в земной системе координат, нормальную перегрузку n_y . Если эту перегрузку подать как заданную на вход модели «система управления — самолет», то модель отработает перегрузку с запаздыванием, что приведет к ошибкам обработки заданной вертикальной скорости V_y и высоты H . Внесение опережения при фильтрации заданного сигнала значительно

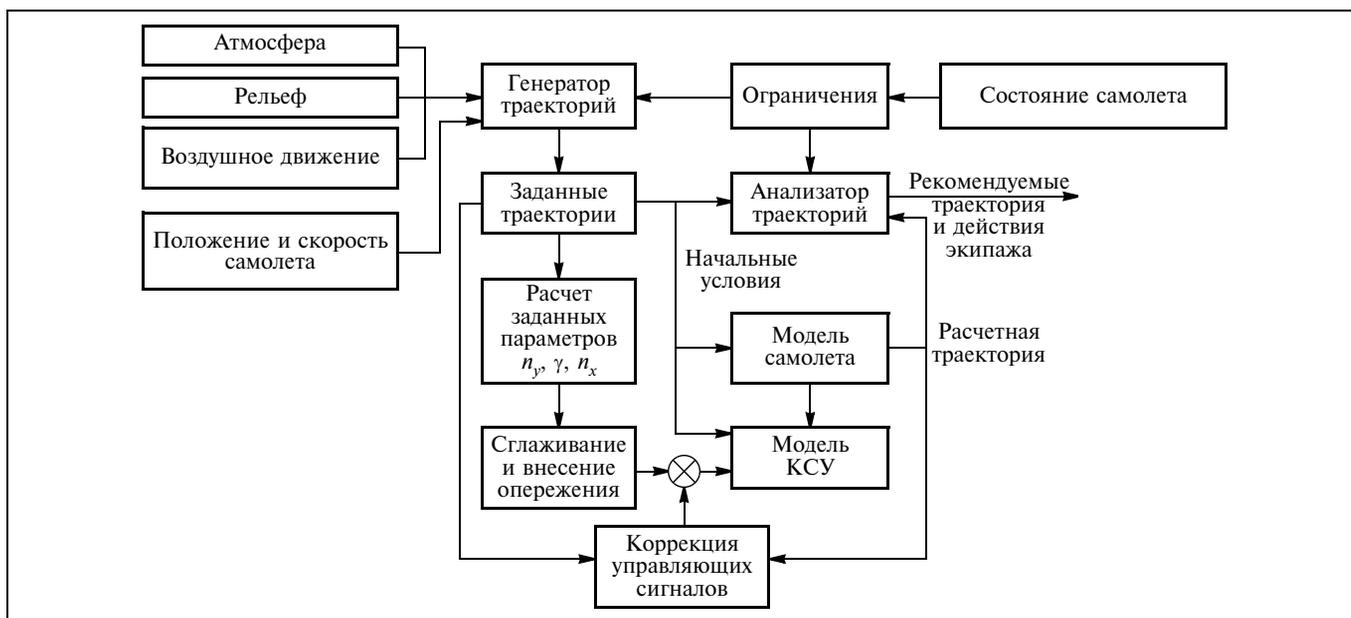


Рис. 6. Общая схема анализа траекторий с помощью бортовой математической модели: КСУ — комплексная система управления

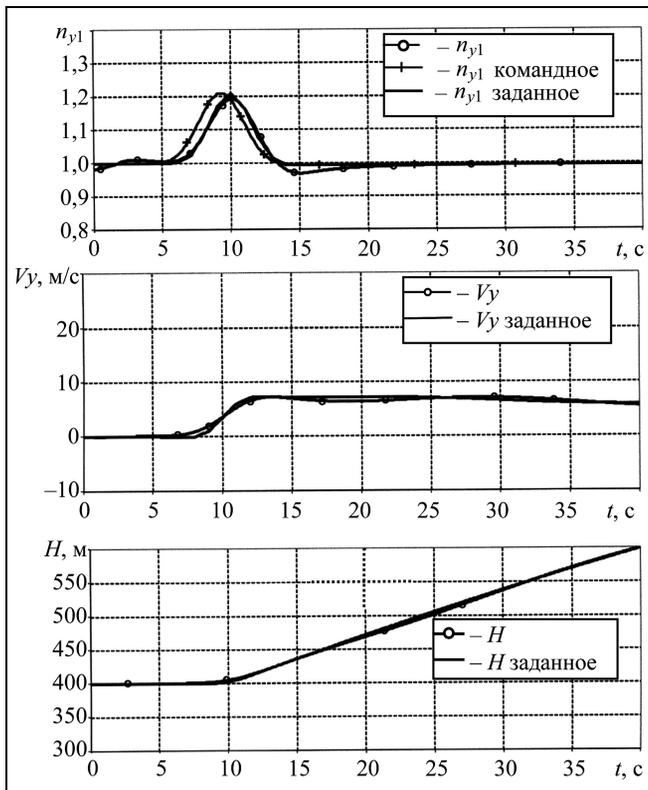


Рис. 7. Обработка заданных параметров траектории при наличии опережения в командном сигнале и коррекции управляющего сигнала по рассогласованию с заданной траекторией

уменьшает запаздывание в отработке заданной перегрузки, и отработка заданных вертикальной скорости и высоты производится гораздо эффективнее. Однако и здесь со временем накапливаются ошибки из-за того, что система работает в разомкнутом контуре. Для устранения этого недостатка применяется коррекция командного сигнала по рассогласованию с заданной траекторией.

Процессы отработки заданной траектории с коррекцией командного сигнала по рассогласованию между расчетной и заданной траекториями приведены на рис. 7. Видно, что модель реализует полет вдоль заданной траектории весьма эффективно, т. е. без запаздывания и с высокой точностью. Аналогичные действия можно провести для бокового канала.

После того, как решен вопрос с отработкой заданной траектории математической моделью, встает вопрос о реализуемости траекторий. Иными словами, необходимо выработать критерии, по которым можно судить, является траектория реализуемой или нет.

Возможны следующие события:

— траектория обрабатывается с заданной точностью без выхода параметров движения за грани-

цы нормальной, эксплуатационной и предельной областей;

— параметры полета остаются внутри предельной области, но самолет не в состоянии обработать заданную траекторию — ошибки обработки превышают допустимые пределы;

— параметры полета остаются внутри предельной области, но происходит столкновение с земной поверхностью;

— параметры полета выходят за границы предельной области.

Отметим, что современные системы управления включают в себя эффективные средства защиты области режимов полета и практически не допускают выход параметров за границы предельной области. Поэтому основным критерием невозможности реализации той или иной траектории в предельной области служит рассогласование между заданной траекторией и траекторией математической модели выше выбранного порога. Однако при работе резервной системы управления выход за границы предельной области возможен. Никаких ограничителей параметров движения резервный контур не содержит, поэтому при анализе реализуемости и приемлемости траекторий самолета необходимо учитывать состояние самолета и конфигурацию системы управления.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для отработки структуры системы и алгоритмов проведено математическое моделирование полетов в гористой местности около морского побережья.

Основное назначение системы мониторинга летной ситуации и обеспечения траекторной безопасности заключается в значительном снижении риска столкновения самолета с земной поверхностью. Поэтому в качестве основного сценария рассматривается случай, когда исходная траектория самолета пересекается с земной поверхностью (траектория, обозначенная номером 1 на рис. 8). Система определяет наличие этой опасности, генерирует траектории облета для разрешения конфликта (траектории, обозначенные номерами 2—4, см. рис. 8), анализирует реализуемость и эффективность этих траекторий и выбирает самую предпочтительную для рекомендации пилотам. По результатам виртуальных полетов самолета вдоль этих траекторий можно сказать следующее.

Траектория 1, см. рис. 8. Исходная траектория с номером 1 заканчивается столкновением с землей на 50-й секунде полета.

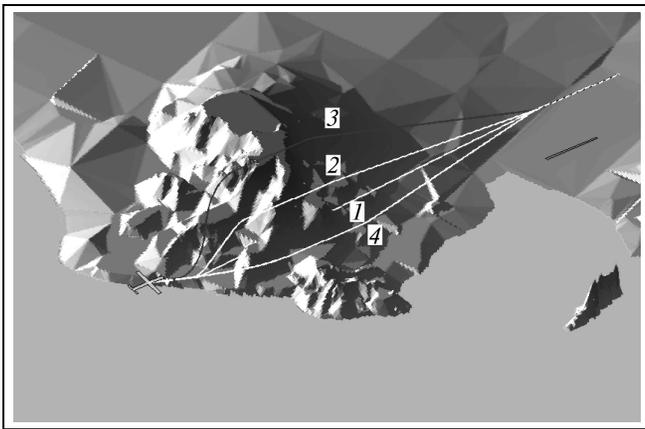


Рис. 8. Исходная конфликтная траектория и траектории разрешения конфликта

Траектория 2, см. рис. 8. Траектория сгенерирована для разрешения конфликта, и облет препятствия производится слева и сверху. Результаты виртуального полета вдоль траектории, полученные с помощью бортовой математической модели, приведены на рис. 9. Заданная нормальная перегрузка

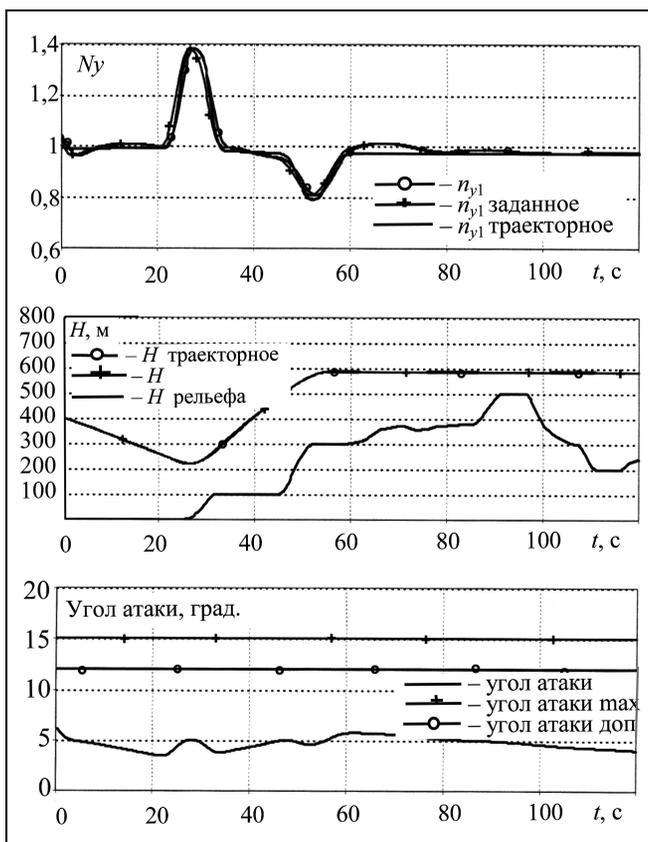


Рис. 9. Параметры виртуального полета вдоль траектории 2

ка обрабатывается с хорошей точностью и без запаздывания вследствие внесения опережения в командный сигнал и коррекции командного сигнала по рассогласованию между заданной и текущей траекториями. При обработке заданной траектории самолет выходит на нормальную перегрузку $n_{y1} \sim 1,4$, т. е. выходит за границу нормальной области, но остается внутри эксплуатационной области.

Траектория 3, см. рис. 8. Траектория сгенерирована для разрешения конфликта, и облет препятствия производится слева и сверху. Результаты виртуального полета демонстрируются на рис. 10. Если выполняется полет с постоянной тягой, то самолету для обработки заданной перегрузки нужно выходить за максимально допустимый угол атаки из-за падения скорости при полете с набором высоты. Ограничитель угла атаки не дает превысить максимально допустимый угол атаки, что ведет к уходу с заданной траектории по высоте. При достижении максимально допустимого рассогласования между заданной и текущей траекторией, система останавливает моделирование и делает заключение, что траектория нереализуема.

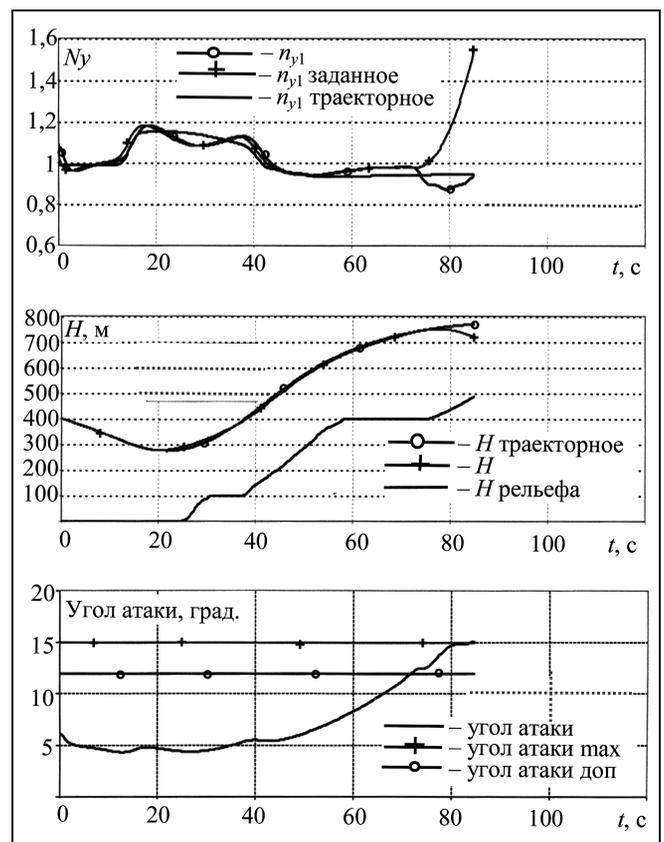


Рис. 10. Параметры виртуального полета вдоль траектории 3



Траектория 4, см. рис. 8. Траектория сгенерирована для разрешения конфликта с рельефом земной поверхности, и облет препятствия производится справа. Результаты предварительного анализа траектории показывают, что полет происходит в нормальной области. Это подтверждается виртуальным полетом самолета вдоль этой траектории, выполненным на математической модели. Параметры полета находятся в пределах нормальной области.

Таким образом, из трех траекторий две реализуемые, одна из которых находится в эксплуатационной области, а другая в нормальной. После анализа траекторий на конфликтность с метеофакторами и воздушным движением, наиболее приемлемая траектория рекомендуется пилоту для отработки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная методика применения бортовой математической модели в рамках интегрированной системы мониторинга летной ситуации и обеспечения траекторной безопасности полета позволяет:

- оценить летную ситуацию в смысле опасности столкновения с земной поверхностью и препятствиями;
- сформировать ряд возможных траекторий трехмерного облета рельефа и препятствий;
- проверить реализуемость сформированных траекторий;
- сортировать траектории в соответствии с выбранной системой приоритетов.

За рамками статьи остались вопросы проведения анализа конфликтности сгенерированных траекторий с факторами погодных условий и воздушного движения.

Отработка бортовой математической модели осуществлялась на стенде ЦАГИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шумилов И.С. Авиационные происшествия. Причины возникновения и возможности предотвращения. — М.: МГТУ, 2006. — 384 с.

2. Глобальный аэронавигационный план. Документ ИКАО 9750 AN/963. Изд. третье. 2007.
3. Баженов С.Г. Интеллектуальная система прогноза посадки самолета и оценки ее реализуемости // Известия Таганрогского государственного радиотехнического университета. — 2004. — Т. 44, № 9. — С. 21—28.
4. Баженов С.Г. Интеллектуальная система формирования и оценки траекторий самолета на этапе предпосадочного маневрирования // Искусственный интеллект. — 2005. — № 4. — С. 65—73.
5. Лебедев В.Г. Система-ассистент экипажа перспективного летательного аппарата // Тр. ИПУ РАН. — М., 2005. — Т. 26. — С. 39—46.
6. Алешин Б.С., Баженов С.Г., Лебедев В.Г., Кулида Е.Л. Использование параллельных процессов для оценки реализуемости и безопасности траекторий магистрального самолета с помощью его бортовой математической модели в интегрированной системе обеспечения безопасности полета // Тр. шестой международной конференции «Параллельные вычисления и задачи управления» / ИПУ РАН. — М., 2012. — Т. 3. — С. 122—137.
7. Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В. Динамика продольного и бокового движения самолета. — М.: Машиностроение, 1979.
8. Аэродинамика и динамика полета магистральных самолетов // Под ред. Г.С. Бюшгенса. — М.; Пекин: Авиаиздательство КНР, 1995.
9. Баженов С.Г., Кулида Е.Л., Лебедев В.Г. Формирование бесконфликтных траекторий предпосадочного маневрирования с учетом ограничений на маневренные возможности самолета // Проблемы управления. — 2012. — № 2. — С. 70—75.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Борис Сергеевич Алешин — чл.-корр. РАН, ген. директор Центрального аэрогидродинамического института им. проф. Н.Е. Жуковского, г. Жуковский, ☎ (495) 556-40-50,

Сергей Георгиевич Баженов — канд. техн. наук, нач. отдела, Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, г. Жуковский, ☎ (495) 556-40-23, ✉ flight15@tsagi.ru,

Валентин Григорьевич Лебедев — д-р техн. наук, уч. секретарь, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-92-31, ✉ lebedev@ipu.ru,

Елена Львовна Кулида — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-92-49, ✉ lenak@ipu.ru.

Не забудьте подписаться!

Подписку на журнал «Проблемы управления» можно оформить в любом почтовом отделении (подписной индекс 81708 в каталоге Роспечати или 38006 в объединенном каталоге «Пресса России»), а также через редакцию с любого месяца, при этом почтовые расходы редакция берет на себя. Отдельные номера редакция высылает по первому требованию.

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ РАСХОДОВАНИЕМ ТОПЛИВА РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ «СОЮЗ-2» В ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПОВЫШЕНИЯ ЭКОЛОГИЧНОСТИ ИХ ЭКСПЛУАТАЦИИ

А.Я. Андриенко, Е.И. Тропова, А.И. Чадаев

Предложены принципы совершенствования управления расходом топлива ракеты-носителя «Союз-2», обеспечивающие повышение экологичности ее эксплуатации посредством снижения остатка экологически неблагоприятного компонента топлива в ее баках.

Ключевые слова: управление расходом топлива, экологичность эксплуатации, снижение остатков горючего.

ВВЕДЕНИЕ

Ракета-носитель «Союз», на основе модернизации которой создается РН «Союз-2», считается в ряду российских РН («Космос», «Циклон», «Днепр», «Протон») наиболее благополучной по экологичности эксплуатации, главным образом, в силу двух факторов:

— на РН «Союз» не применяются токсичные компоненты топлива,

— по совокупности эксплуатационных показателей (средней частоте успешных пусков, числу продолжительных серий безаварийных пусков) РН «Союз» оказалась наиболее надежным в мире одноразовым средством выведения на орбиту; следовательно, экологический ущерб от аварийных запусков РН был минимальным.

Однако достигнутый уровень экологичности эксплуатации при переходе от РН «Союз» к «Союз-2», по-видимому, будет недостаточным: в XXI веке требования по экологичности РН несомненно ужесточатся (в частности, рамками нормативно-правового обеспечения ракетно-космической деятельности).

Ожидаемое повышение интенсивности запусков ракет-носителей с российского космодрома Плесецк приведет к возрастанию нагрузок на слабо самовосстанавливаемую природную среду русского Севера: в условиях Севера один из компонентов топлива РН «Союз-2» — керосин — становится экологически неблагоприятным.

Поэтому возникает проблема снижения остатков *горючего* в баках I и II ступеней РН «Союз-2», прежде всего:

— на отработавших боковых блоках ракет-носителей, запускаемых (с космодрома Плесецк) в северо-восточном и северном направлениях при выведении полезных грузов на орбиты наклонением $i \in (67; 98,7)^\circ$,

— на отработавших центральных блоках ракет-носителей, запускаемых в северо-восточном направлении при выведении полезных грузов на орбиты наклонением $i \in (67; 75)^\circ$.

Далее рассматриваются некоторые возможности решения этой проблемы.

Принятые сокращения:

ББ — боковые блоки;
БПВС — блок прогнозирования момента времени и кажущейся скорости при выработке топлива II ступени;
ПВ — полная выработка;
ПМО — программно-математическое обеспечение;
РКС — регулирование кажущейся скорости;
РН — ракета-носитель;
СВОГ — система временного регулирования опорожнения бака горючего;
СОБ — система внутриблочного регулирования опорожнения баков;
СУРТ — система управления расходом топлива;
СУРТ — СПВГ, в которой реализован принцип полной выработки горючего;
ЦБ — центральный блок;
ч. э. — чувствительный элемент.



1. ПРИНЦИП ПОЛНОЙ ВЫРАБОТКИ ОДНОГО КОМПОНЕНТА ТОПЛИВА

В традиционных, широко применяемых в отечественной ракетно-космической технике, системах внутриблочного регулирования опорожнения баков непосредственная цель регулирования состоит в синхронизации опорожнения баков окислителя и горючего данного ракетного блока, а точнее, синхронизации израсходования рабочих запасов компонентов топлива. В результате такой синхронизации снижается разброс остатка каждого из компонентов топлива после выключения двигателя, что позволяет уменьшить гарантийный запас и окислителя, и горючего, тем самым повысить грузоподъемность РН [1].

Известно, что дальнейшее снижение разброса остатков компонентов топлива (а, следовательно, и гарантийных запасов) может быть достигнуто посредством реализации, так называемой полной выработки топлива — выключением двигателя ступени в прогнозируемый (по информации с датчиков СОБ) момент времени израсходования рабочих запасов топлива. Однако при этом возникает разброс в конечном значении кажущейся скорости ступени, который приходится компенсировать дополнительным расходом топлива на последующих (или последней) ступенях для обеспечения заданных параметров целевой орбиты. Поэтому энергетическая эффективность (в смысле повышения грузоподъемности) полной выработки топлива невысока (по сравнению с эффективностью применения СОБ), но остается существенным эффектом сокращения загрязняющих экосферу остатков топлива в отработавших блоках.

К сожалению, реализация полной выработки топлива на I ступени РН «Союз-2» недопустима из-за практической невозможности обеспечения (посредством управления углом тангажа РН) при ПВ необходимой по техническому заданию точности падения отработавших боковых блоков (ББ) в заданные районы — т. е. двигатели ББ должны выключаться по функционалу от траекторных параметров РН.

Существует, однако, техническая возможность снижения остатков горючего в ББ при сохранении неизменным принятого на РН «Союз-2» способа выключения двигателей (по «функционалу») — возможность, реализуемая на основе принципа полной выработки *одного* компонента топлива.

Согласно этому принципу, целью внутриблочного регулирования опорожнения баков, осуществляемого посредством управляемого изменения соотношения расходов компонентов топлива, вместо традиционной синхронизации израсходования рабочих запасов окислителя и горючего становится

синхронизация момента израсходования рабочего запаса одного из компонентов (в данном случае — горючего) с моментом достижения траекторным функционалом заданного конечного его значения. И тогда обеспечивается выработка всего запаса горючего в момент выключения двигателей ступени «по функционалу». В дальнейшем рассмотрении под «функционалом» будем понимать текущее значение продольной составляющей кажущейся скорости РН (сокращенно: кажущаяся скорость РН).

В соответствии с устанавливаемой целью регулирования в качестве текущих значений регулируемой координаты на каждом боковом блоке вместо рассогласований объемов компонентов топлива (измеряемых в виде временных отклонений моментов t_{oi} срабатывания i -го, $i = 1, 2, \dots, I$, чувствительного элемента уровнемера окислителя от моментов t_{ti} срабатывания ч. э. уровнемера горючего) принимаются временные отклонения моментов t_{wi} достижения функционалом (кажущейся скоростью) заданных пороговых значений W_i от моментов t_{ti} срабатывания ч. э. уровнемера горючего.

Пороговые значения W_i кажущейся скорости задаются из условия, что при невозмущенных полете РН и ходе опорожнения баков и при начальной выставке дросселя в положение, обеспечивающее полную выработку горючего в номинальный момент времени выключения двигателей ступени, сигналы t_{wi} и t_{ti} поступают синхронно: $t_{wi} = t_{ti}$. И тогда для формирования и реализации управляющих сигналов внутриблочного регулирования опорожнения баков с полной выработкой горючего могут использоваться те же самые алгоритмы внутриблочного регулирования опорожнения баков с заменой t_{oi} на t_{wi} ; принцип и алгоритмы [1, 2 и др.] межблочной синхронизации опорожнения баков окислителя в системе управления расходом топлива остаются неизменными.

Традиционная СУРТ и СУРТ, в которой реализован принцип полной выработки горючего эквивалентны в смысле выигрыша в энергетике РН (от их применения) — но только в идеализированном случае предельно высокой терминальной точности регулирования: тогда при переходе от одной системы к другой масса суммарных (окислителя и горючего) гарантийных запасов топлива не изменяется, хотя масса гарантийного запаса горючего уменьшается («в идеале») до нуля. В остальных же случаях более экологичная в эксплуатации СПВГ несколько уступает по энергетической эффективности обычной СУРТ.

Нетрудно заметить, что для реализации принципа полной выработки горючего в представлен-

ном здесь виде необходимо несколько расширить функции системы управления РН «Союз-2» для формирования в ней — в соответствии с программой полета — сигналов t_{wi} , подаваемых на вход СУРТ.

Возможность реализации в бортовом программно-математическом обеспечении системы управления расходом топлива РН «Союз-2» приближенного воспроизведения принципа полной выработки горючего доставляет наличие системы регулирования кажущейся скорости I ступени. При идеализированно высокой точности исполнения системой РКС заданной временной программы набора кажущейся скорости выключение двигателей ББ («по функционалу») происходит в практически неизменный момент времени T_f . А это означает, что каждый внутриблочный регулятор опорожнения баков бокового блока при реализации принципа полной выработки горючего превращается в так называемую систему временного регулирования опорожнения [1, 2] бака горючего в заданный момент времени T_f .

В реальных же условиях действия системы РКС возникает некоторый разброс момента времени выключения двигателей боковых блоков относительно заданного терминального момента T_f , что несколько ухудшает точность выработки горючего при работе СВОГ.

2. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ПОЛНОЙ ВЫРАБОТКИ ГОРЮЧЕГО БОКОВЫХ БЛОКОВ

Сколь-нибудь обоснованный анализ возможностей повышения экологичности эксплуатации РН «Союз-2» при реализации полной выработки горючего ББ может быть проведен только на основе оценивания всех последствий этой реализации — как в экологическом, так и энергетическом отношениях: стало уже почти закономерностью, что любое повышение экологичности техносферы

происходит за счет каких-либо затрат — либо экономических, либо энергетических.

Такое оценивание было выполнено посредством статистического моделирования совместной работы СУРТ и системы РКС I ступени РН «Союз-2» для двух вариантов (см. таблицу):

— штатный вариант (вариант 1) управления выработкой топлива I ступени: регулирование кажущейся скорости, межблочная синхронизация расхода топлива боковых и центрального блоков, внутриблочное регулирование опорожнения баков для синхронизации расхода окислителя и горючего на каждом блоке, выключение двигателей в момент T_f достижения заданного значения траекторного функционала;

— доработанный вариант (вариант 2) управления выработкой топлива I ступени, в котором предусматривается корректировка штатного бортового ПМО в части трансформации традиционного алгоритма СОБ в алгоритм СВОГ, обеспечивающий (посредством изменения внутриблочного соотношения расходов компонентов топлива) выработку горючего ББ к заданному (единому для всех ББ) моменту времени T_f .

Данные двух последних столбцов таблицы характеризуют экологическую эффективность полной выработки горючего (остатки горючего при выключении двигателей ББ) и сопутствующие потери в энергетике носителя (снижение грузоподъемности при выведении полезного груза на низкие орбиты).

Из этих данных следует, что переход на боковых блоках от СОБ к СВОГ позволяет в ~2,4 раза сократить остатки горючего, так что статистически предельное значение массы керосина (в четырех отработавших ББ I ступени), выпадающего на поверхность Земли (или акваторию Белого моря) на дальности ~350 км от Плесецка, уменьшается на ~600 кг. При этом, однако, суммарные (окислителя и горючего) остатки топлива в баках ББ не-

Эффективность реализации различных вариантов управления выработкой топлива

Вариант	Ракетный блок РН «Союз-2»	Вариант управления выработкой топлива	Статистически предельное значение массы m упорядоченного остатка*		Прирост грузоподъемности** РН «Союз-2», кг
			окислителя, кг	горючего, кг	
1	Боковой	Проектный	511	257	—
2		Полная выработка <i>горючего</i> ББ	710	109	-7,6
3	Центральный	Проектный	345	176	—
4		Полная выработка <i>топлива</i> ЦБ	107	98	+24,2

* Приводится большее из двух статистически предельных значений $m \pm 3\sigma$ остатка компонента топлива; упорядочение остатка производится выбором гарантийного запаса компонента из условия, чтобы меньшее статистически предельное значение равнялось остатку незабора в баке (58 кг горючего и 45 кг окислителя на ББ, 55 кг горючего и 54 кг окислителя на ЦБ).

** По сравнению с исходно-проектным вариантом управления выработкой топлива на блоке.



сколько возрастают, что приводит к снижению, правда, весьма незначительному, грузоподъемности РН «Союз-2» (см. вариант 2, последний столбец в таблице).

Возможности дальнейшего улучшения экологичности эксплуатации РН «Союз-2» средствами управления расходом топлива I степени ограничиваются, в основном, наличием конечного нерегулируемого участка опорожнения баков ББ и остатками в них незабора горючего.

3. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ПОЛНОЙ ВЫРАБОТКИ ТОПЛИВА ЦЕНТРАЛЬНОГО БЛОКА

Воспроизведение (по аналогии с ББ) полной выработки *горючего* на центральном блоке РН «Союз-2» априори оказывается нецелесообразным, хотя бы в силу двух причин:

— отсутствия РКС на II ступени РН «Союз-2» и, соответственно, большого объема доработки программно-математического обеспечения, необходимого для реализации полной выработки горючего на ЦБ,

— дальнейшего (относительно варианта 2, см. таблицу) усугубления потерь в грузоподъемности РН, возникающего при реализации полной выработки горючего на ЦБ.

Но главное: на II ступени РН «Союз-2», запускаемой с Плесецка, имеются условия для перехода к полной выработке *топлива* ЦБ, позволяющей повысить не только экологичность эксплуатации РН, но и ее грузоподъемность.

Действительно, уже с начального этапа разработки СУРТ для РН «Союз-2» была предусмотрена возможность управления моментом времени выключения двигателя ЦБ на основе формируемой в СУРТ информации о прогнозируемом моменте времени выработки топлива ЦБ. Для этого в бортовое ПМО был введен программный блок прогнозирования момента времени и кажущейся скорости при выработке топлива II ступени.

Однако позднее, при анализе условий пусков РН «Союз-2» с космодрома Байконур, выявились трудности в обеспечении высокоточного приведения отработавших (с реализацией полной выработки топлива) ЦБ в штатные районы их падения. В порядке разрешения этих трудностей был разработан вариант комбинированной схемы наведения отработавшего ЦБ в заданную точку падения — наведения посредством изменения как траекторных углов РН в конце полета I ступени, так и момента времени выключения двигателя ЦБ. При этом управление выключением двигателя производится с использованием как траекторной информации системы управления, так и прогнозной информации СУРТ (поступающей из БПВС). Эта схема легла в основу штатного варианта управле-

ния выработкой топлива ЦБ, обеспечивающего, в частности, почти двукратное снижение разброса остатков топлива в ЦБ (см. таблицу, вариант 3) по сравнению с остатками топлива ЦБ в базовой РН «Союз».

Для РН «Союз-2», запускаемых с Плесецка в северо-восточном и северном направлениях, проблема приведения отработавших ЦБ в заданные районы тундры и Северного Ледовитого океана, по-видимому, не доставляет трудностей; становится возможной реализация полной выработки топлива ЦБ — посредством корректировки параметрического обеспечения в рамках штатного ПМО. В результате не только улучшается экологичность эксплуатации ЦБ, но и возрастает грузоподъемность РН «Союз-2» на величину, с лихвой перекрывающую потери от реализации полной выработки горючего на ББ (см. таблицу, вариант 4).

Возможности дальнейшего снижения остатков горючего в баке отработавшего ЦБ средствами управления расходом топлива ограничиваются наличием равномерных ошибок измерения в СУРТ и остатком незабора горючего в баке ЦБ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Реализация в обеспечение экологической безопасности эксплуатации ракеты-носителя «Союз-2» в бортовом программно-математическом обеспечении СУРТ принципа полной выработки горючего позволит обеспечить предельное снижение остатков горючего I и II ступеней — посредством управления расходом топлива с реализацией принципов полной выработки горючего на боковых блоках и полной выработки топлива (окислителя и горючего) на центральном блоке ракеты-носителя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андриенко А.Я., Иванов В.П. Совершенствование энергетических характеристик жидкостных ракет средствами автоматического управления. Ч. I. Физико-технические основы управления расходом жидкого топлива ракет // Проблемы управления. — 2009. — № 1. — С. 66—71.
2. Андриенко А.Я., Иванов В.П. Совершенствование энергетических характеристик жидкостных ракет средствами автоматического управления. Ч. II. Бортовые системы управления расходом топлива // Там же. — № 2. — С. 59—65.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Анатолий Яковлевич Андриенко — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник,

Елена Ивановна Тропова — науч. сотрудник,

Александр Иванович Чадаев — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-88-71, ✉ vladguc@ipu.rssi.ru.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ ДИНАМИКИ ГИРОСИЛОВОГО УПРАВЛЕНИЯ КРУПНОГАБАРИТНЫМ УПРУГИМ СПУТНИКОМ ДЛЯ ТРЕХ ТИПОВ БАЗОВЫХ АЛГОРИТМОВ¹

И.Н. Крутова, В.М. Суханов

Представлены полученные методами компьютерного моделирования некоторые результаты сравнительного анализа качества переходных процессов углового движения крупногабаритного спутника с низкочастотными упругими колебаниями конструкции для трех видов законов управления в системе пространственной гиросиловой стабилизации спутника: пропорционального, пропорционально-дифференциального и пропорционально-интегрального. Определены области предпочтительного применения того или иного алгоритма управления (по критерию минимума времени регулирования) в варьируемом пространстве низшей частоты спектра упругих колебаний конструкции.

Ключевые слова: деформируемый космический аппарат, гиросиловая стабилизация, алгоритмы управления.

ВВЕДЕНИЕ

При управлении крупногабаритными упругими спутниками, относящимися к классу деформируемых космических аппаратов (ДКА), в режиме стабилизации углового положения возникают упругие колебания конструкции, низшая частота которых для больших космических конструкций (БКК) может оказаться близкой к частоте процессов управления. При этом демпфирование упругих колебаний системой управления ухудшается, что в целом приводит к снижению степени устойчивости и, соответственно, к увеличению времени регулирования в переходных режимах [1–3].

В современных системах управления ориентацией космических аппаратов (КА) в качестве исполнительных органов, как правило, применяются гиросины (ГД), представляющие собой двухстепенные силовые гироскопы с моментными приво-

дами по осям прецессии [1]. Известно, что по отношению к упругим колебаниям система, содержащая силовой гироскопический комплекс с той или иной схемой установки гиродинамов, сохраняет устойчивость даже при отсутствии управления гиродинами и при нулевом собственном демпфировании колебаний конструкции. Физически это объясняется свойством пассивной гироскопической реакции ГД, наличие которого приводит к тому, что упругие колебания, инерционно взаимодействуя с корпусом КА, передаются на ось прецессии ГД и далее гасятся в его демпфирующем устройстве. Однако демпфирующие свойства пассивной гиросtabilизации упругих колебаний в системе, изначально предназначенной для управления угловым положением КА, являются несущественными и к тому же заметно ухудшаются при снижении частот.

Динамика пространственного углового движения ДКА с активной (управляемой) гиросиловой системой стабилизации указанного типа в малой окрестности невозмущенного движения описывается линеаризованными уравнениями вида [1]:

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 11-08- 01037).



- боковое движение, включающее в себя:
 - канал курса ($\alpha_1 \doteq \psi$)

$$\dot{\alpha}_1 = \omega_1 + \omega_0 \alpha_2,$$

$$\begin{aligned} & J_x \dot{\omega}_1 + aJ_G(\ddot{\beta}_2 + \ddot{\beta}_3) + d_{xx} \ddot{q}_{xx} + d_{xy} \ddot{q}_{xy} - \\ & - H\dot{\beta}_1 + (J_z - J_y)\omega_0\omega_2 - aJ_G\omega_0(\dot{\beta}_1 + \dot{\beta}_2) + \\ & + \omega_0 d_{yy} \dot{q}_{yy} + H\omega_0 \beta_2 = M_x, \\ & aJ_G(\dot{\omega}_2 + \dot{\omega}_3) + J_G \ddot{\beta}_1 + H\omega_1 + Ha\omega_0 \beta_1 = \\ & = M_{u1}^G(u_1) - k_D \dot{\beta}_1, \\ & d_{xx} \ddot{\omega}_1 + \ddot{q}_{xx} + (\Omega_1^\Psi)^2 q_{xx} = 0, \\ & d_{xy} \ddot{\omega}_1 + \ddot{q}_{xy} + (\Omega_2^\Psi)^2 q_{xy} = 0; \end{aligned} \quad (1)$$

- канал крена ($\alpha_2 \doteq \psi$)

$$\dot{\alpha}_2 = \omega_2 + \omega_0 \alpha_1,$$

$$\begin{aligned} & J_y \dot{\omega}_2 + aJ_G(\ddot{\beta}_1 + \ddot{\beta}_3) + d_{yy} \ddot{q}_{yy} - H\dot{\beta}_2 + \\ & + (J_x - J_z)\omega_0\omega_1 - aJ_G\omega_0(\dot{\beta}_2 + \dot{\beta}_3) + \\ & + \omega_0(d_{xx} \dot{q}_{xx} + d_{xy} \dot{q}_{xy}) - H\omega_0 \beta_1 = 3\omega_0^2(J_x - z)\alpha_2 + M_y, \\ & aJ_G(\dot{\omega}_1 + \dot{\omega}_3) + J_G \ddot{\beta}_2 + H\omega_2 + Ha\omega_0 \beta_2 = \\ & = M_{u2}^G(u_2) - k_D \dot{\beta}_2, \\ & d_{yy} \ddot{\omega}_2 + \ddot{q}_{yy} + (\Omega_1^\Phi)^2 q_{yy} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

- движение по каналу тангажа ($\alpha_3 \doteq \vartheta$):

$$\dot{\alpha}_3 = \omega_3 - \omega_0,$$

$$\begin{aligned} & J_z \dot{\omega}_3 + aJ_G(\ddot{\beta}_1 + \ddot{\beta}_2) + d_{zz} \ddot{q}_{zz} - H\dot{\beta}_3 = \\ & = 3\omega_0^2(J_x - J_y)\alpha_3 + M_z, \\ & aJ_G(\dot{\omega}_1 + \dot{\omega}_2) + J_G \ddot{\beta}_3 + H(\omega_3 + \omega_0) = \\ & = M_{u3}^G(u_3) - k_D \dot{\beta}_3, \\ & d_{zz} \ddot{\omega}_3 + \ddot{q}_{zz} + (\Omega_1^\Theta)^2 q_{zz} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $\alpha = (\alpha_1 \doteq \psi, \alpha_2 \doteq \psi, \alpha_3 \doteq \vartheta)$ — вектор углов ориентации; $\omega = (\omega_j), j = \overline{1, 3}$ — вектор абсолютной угловой скорости; ω_0 — угловая скорость орбитального движения ДКА; $q = (q_{xx}, q_{xy}, q_{yy}, q_{zz})$ — вектор координат, характеризующий упругие колебания конструкции; $\Omega_1 = \Omega_1^\Psi, \Omega_2 = \Omega_2^\Psi, \Omega_3 = \Omega_1^\Phi$,

$\Omega_4 = \Omega_1^\Theta$ — парциальные частоты упругих колебаний, из которых $\Omega_1 = \Omega_1^\Psi$ является минимальной, а остальные частоты связаны с частотой Ω_1 определенными коэффициентами пропорциональности ($k_{\Omega_i} > 1$); собственное демпфирование упругих колебаний считается отсутствующим; J_x, J_y, J_z — моменты инерции ДКА относительно соответствующих осей связанной системы координат; $q_{xx}, q_{xy}, q_{yy}, q_{zz}$ — коэффициенты взаимодействия колебаний упругих элементов конструкции и движений корпуса ДКА; $\beta \doteq (\beta_j), j = \overline{1, 3}$ — углы прецессии рамок ГД соответствующих каналов гиросtabilизации; J_G — момент инерции гиродина относительно оси подвеса; H — кинетический момент ГД; k_D — коэффициент демпфирования по оси подвеса ГД; $a = \cos(\pi/4)$ — коэффициент, характеризующий кинематическую структуру установки трех ГД по схеме «звезда» [1]; $M_{uj}^G(u_j), j = \overline{1, 3}$ — управляющие моменты, прикладываемые относительно осей рамок ГД; u_j — алгоритм управления соответствующим гиродином. Управляющие динамические моменты по осям вращения рамок ГД для простоты можно представить в виде $M_{uj}^G = u_j$. В малой окрестности невозмущенного движения для управляемой системы (1)–(3) можно принять $M_x = M_y = M_z = 0$.

В работе [1] на основе уравнений (1)–(3) рассмотрен ряд вопросов гиросилового управления упругим КА при использовании в качестве закона управления гиродинами дискретного аналога пропорционально-интегрального (ПИ) алгоритма, сформированного на основе сигналов измерения углового положения ДКА. В рамках одноканальной модели, получаемой из (1)–(3) в предположении $\omega_j \gg \omega_0 \approx 0, j = \overline{1, 3}$, и без учета упругости объекта, проведен аналитический выбор параметров ПИ-алгоритма управления ГД, принимаемых за базовые и корректируемых далее с учетом упругих колебаний конструкции на основе численного моделирования полных уравнений (1)–(3). Замечено, что в рассматриваемом диапазоне парциальных частот $\Omega_1 = 2\pi\tilde{f}_1, \tilde{f}_1 = (0,1 \div 0,05)$ Гц при дискретном управлении $M_{uj}^G = u_j, j = \overline{1, 3}$, возникают затруднения в обеспечении требуемой степени устойчивости замкнутой системы, вызванные эффектом транспонирования частот [1].

В работах [2, 3] на примере рассмотрения той же модели (1)–(3) исследовалась возможность использования в качестве базового закона управления гиродинами дискретного аналога пропорционально-дифференциального (ПД) алгоритма. Было выявлено, что в указанной области пониженных значений частот время затухания упругих колебаний может значительно превышать время регулирования по углам ориентации, что следует считать определенным недостатком прямого применения ПД-алгоритма управления гиродинами в задаче гиросиловой стабилизации ДКА. Для устранения этого недостатка в работе [2] была введена процедура оптимальной коррекции значений коэффициентов ПД-алгоритма, минимизирующая время гашения упругой низкочастотной моды с фиксированной парциальной частотой, а в работе [3] предложена подсистема дополнительной гиросtabilизации слабозатухающих низкочастотных колебаний.

В настоящей работе методами математического моделирования осуществляется сравнительный анализ динамики указанных типов алгоритмов управления (а также пропорционального (П) алгоритма) гиросиловыми системами стабилизации углового положения крупногабаритных КА с инфранизкими ($\tilde{f}_1 \leq 0,05$ Гц) частотами упругих колебаний конструкции. Цель исследования заключается в выявлении областей оптимального применения того или иного алгоритма управления в пространстве значений низкочастотного спектра упругих колебаний крупногабаритного ДКА.

1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Учитывая, что решение поставленной задачи далее реализуется на основе методов компьютерного моделирования, введем числовые значения параметров механической структуры ДКА и параметров ГД в соответствии с приведенными в работе [1] данными для крупногабаритного ДКА с низкочастотным спектром упругих колебаний конструкции: $J_x = 47\,000 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$, $J_y = 7000 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$, $J_z = 52\,000 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$; $d_{xx} = 142 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$, $d_{xy} = -56 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$, $d_{yy} = 58 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$, $d_{zz} = 152 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$; $H = 170 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$; $J_G = 0,36 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$; $k_D = 2 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}/\text{рад}$.

Парциальные частоты колебаний, распределенных по каналам системы в соответствии с уравнениями (1)–(3): $\Omega_1^\psi \doteq \Omega_{\min} = 2\pi(0,005 \div 0,05 \text{ Гц})$, $\Omega_2^\psi = 1,74\Omega_1^\psi$ — парциальные частоты колебаний в канале курса, $\Omega_1^\phi = 1,04\Omega_1^\psi$ — частота колебаний в канале крена, $\Omega_1^\theta = 1,13\Omega_1^\psi$ — парциальная частота колебаний в канале тангажа.

Для измерения углов ориентации $\alpha = (\psi, \phi, \theta)$ используется дискретная система определения углового положения КА с периодом квантования T_q . Кусочно-непрерывные управления гиродинами фиксируются на каждом периоде управления T_u , которое выбирается кратным T_q так, что $n_q = T_u/T_q$ — целое число (для определенности примем $T_u = 4 \text{ с}$, $T_q = 0,25 \text{ с}$). Для обработки измерений на k -м периоде управления принимается следующая процедура осреднения координаты:

$$\bar{\alpha}_k = n_q^{-1} \sum_{v=1}^{n_q} \alpha_v, \quad \alpha_v = \alpha(vT_q). \quad (4)$$

Введем описание трех указанных типов алгоритмов управления гиродинами в режиме стабилизации ДКА, представленных в дискретной форме и используемых далее в решении поставленной задачи:

— П-алгоритм:

$$u_p^{\alpha_j}(kT_u) = k_1^{\alpha_j} \bar{\alpha}_k(kT_u), \\ k = 0, 1, 2, \dots; \quad j = \overline{1, 3}, \quad (5)$$

где $\bar{\alpha}_k$ вычисляется согласно формуле (4);

— ПД-алгоритм:

$$u_{pD}^{\alpha_j}(kT_u) = k_1^{\alpha_j} \bar{\alpha}_k(kT_u) + k_2^{\alpha_j} \Delta \bar{\alpha}_k(kT_u), \\ k = 0, 1, 2, \dots; \quad j = \overline{1, 3}, \quad (6)$$

где $\Delta \bar{\alpha}_k = (\bar{\alpha}_k - \bar{\alpha}_{k-1}) T_u^{-1}$ — первая разность;

— ПИ-алгоритм:

$$u_{pI}^{\alpha_j}(kT_u) = k_1^{\alpha_j} \bar{\alpha}_k(kT_u) + k_3^{\alpha_j} T_u \sum_{i=1}^k \bar{\alpha}_{ki}(kT_u), \\ k = 0, 1, 2, \dots; \quad j = \overline{1, 3}. \quad (7)$$



Номинальные значения коэффициентов $k_i^{\alpha_j}$, ($i, j = \overline{1, 3}$), входящих в законы управления (5)–(7), были определены в работах [1, 2] путем аналитического решения задачи параметрического синтеза коэффициентов П-, ПИ- и ПД-алгоритмов на основе рассмотрения одноканальной системы вида

$$J_x \ddot{\alpha} - H \dot{\beta} = 0,$$

$$J_G \ddot{\beta} + k_D \dot{\beta} + H \dot{\alpha} = u_L^\alpha, \quad L = (P, PI, PD),$$

получаемой из системы (1)–(3) в предположении, что $\omega_0 = 0$ и конструкция КА в целом жесткая, т. е. упругие колебания отсутствуют ($q = 0$).

В результате решения указанной задачи для каждого из трех изолированных каналов гиросtabilизации были получены следующие, принятые далее за неизменяемые, числовые значения коэффициентов рассматриваемых типов базовых алгоритмов управления гиродинами в уравнениях (1)–(3):

$$(k_1^{\alpha_j} = 8,7, j = \overline{1, 3})_{L = (P, PI, PD)};$$

$$(k_2^{\alpha_1} = k_2^{\alpha_3} = 400, k_2^{\alpha_2} = 200)_{L = PD};$$

$$(k_3^{\alpha_j} = 0, 2, j = \overline{1, 3})_{L = PI}.$$

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ МЕТОДОМ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Сравнительный анализ качества работы системы гиросtabilизации ДКА при использовании того или иного базового алгоритма $L = (P, PI, PD)$ будем осуществлять на основе компьютерного моделирования уравнений (1)–(3), сопоставляя получаемые значения времени регулирования $T_P^{\alpha_j}, T_{PI}^{\alpha_j}, T_{PD}^{\alpha_j}, j = \overline{1, 3}$ для одинаковых начальных состояний ДКА с инфранизкими частотами $(2\pi)^{-1} \Omega_1^\Psi = \tilde{f}_1 \leq 0,05$ Гц, содержащимися в общем спектре парциальных частот упругих колебаний конструкции. Время переходного процесса $T_L^{\alpha_j}$ по соответствующей регулируемой координате α_j при L -алгоритме управления ГД, будем определять [4] как время вхождения данной координаты $\alpha_j(t)$ в зону допустимой погрешности ε регулирования

$$|\alpha_j(t) - \alpha_j(\infty)| \leq \varepsilon \forall t \geq T_L^{\alpha_j}, \quad \varepsilon = 10^{-4} \text{ рад.} \quad (8)$$

Начальное состояние ДКА указанного типа (БКК) при $t = 0$ определим в виде:

$$\psi(0) = \varphi(0) = \vartheta(0) = 1,745 \cdot 10^{-2} \text{ рад};$$

$$\omega_x(0) = \omega_y(0) = \omega_z(0) = 0;$$

$$q_{xx}(0) = q_{xy}(0) = q_{yy}(0) = q_{zz}(0) = 0, \quad \dot{q}(0) = 0;$$

$$\dot{\beta}_j(0) = \beta_j(0) = 0, \quad j = \overline{1, 3}. \quad (9)$$

Переходные процессы в системе (1)–(3) с начальным состоянием (9) возникают из-за наличия начальных рассогласований $|\alpha_j(0)| > \varepsilon$. Управляющие воздействия $M_{ij}^G(u_j)$, прикладываемые к корпусу ДКА со стороны гиросtabilизатора, возбуждают упругие колебания конструкции, заметно увеличивающие время регулирования. Показано, что это увеличение тем существеннее, чем меньше низшие парциальные частоты колебаний [2]. По этой причине сравнительные исследования качества работы системы гиросtabilизации при различных алгоритмах $u_L^\alpha, L = (P, PI, PD)$ будем проводить для ряда дискретных значений низшей частоты

$\tilde{f}_1 = (2\pi)^{-1} \Omega_1^\Psi$ в диапазоне $(0,005 \leq \tilde{f}_1 \leq 0,05)$ при шаге дискретизации $\Delta \tilde{f}_1 = 0,005$ Гц с учетом ограничения на допустимое время регулирования ($T_{L \max}^{\alpha_j} = 500$ с).

На рис. 1 для пояснения методики сравнения качества работы алгоритмов $u_L^{\alpha_j}$ приведен пример моделирования системы (1)–(3), иллюстрирующий переходные процессы по координате тангажа ($\alpha_3 \doteq \vartheta$) при последовательном применении трех

типов алгоритмов $u_{L=(P, PI, PD)}^{\alpha_3}$ для одного и того же ДКА с низшей парциальной частотой колебаний конструкции $\tilde{f}_1 = (2\pi)^{-1} \Omega_1^g = 0,03$ Гц.

Видно, что каждому алгоритму соответствует свое время регулирования $T_L^{\alpha_3}(\tilde{f}_1), L = (P, PI, PD)$, зависящее от условия (8). При моделировании полученные значения времени регулирования запоминаются для последующего построения функций $T^{\alpha_j}(L, \tilde{f}_1)$, используемых для сравнения качества управления по выбранному показателю (времени регулирования) при различных алгоритмах $u_L^{\alpha_j}$ гиросилового управления ДКА с варьируемыми частотами упругих колебаний конструкции $\Omega_1 = 2\pi \tilde{f}_1 = \text{var}$ (при этом $\Omega_i = k_{\Omega_i} \Omega_1, i = \overline{2, 4}$).

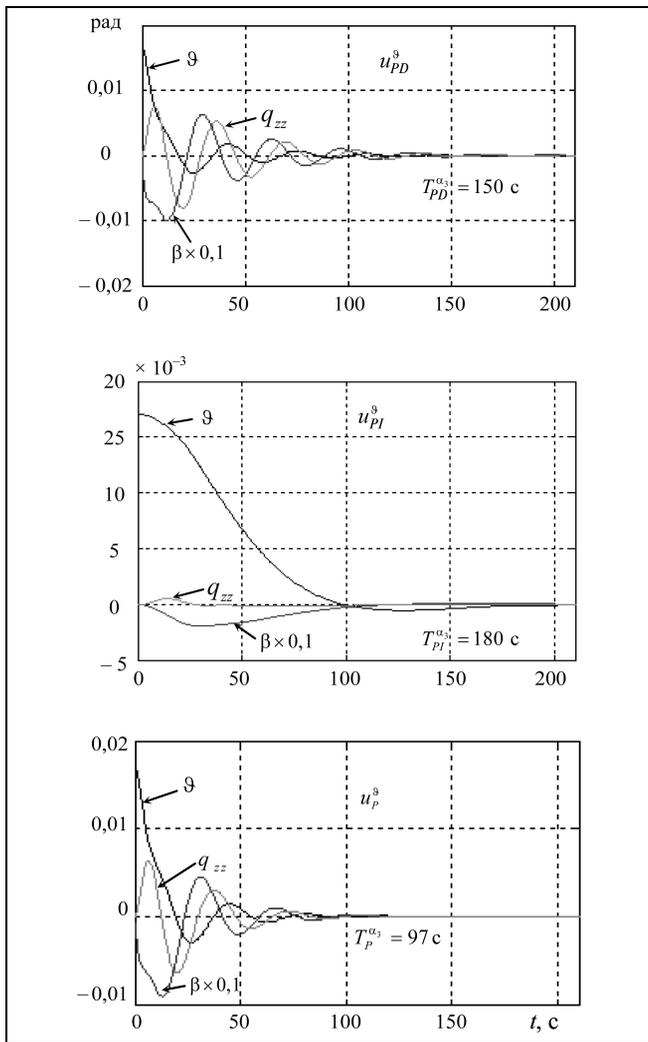


Рис. 1. Переходные процессы в канале тангажа при различных алгоритмах управления гиродинами, $\tilde{f}_1 = 0,03$ Гц

Многочисленное повторение решения задачи компьютерного моделирования уравнений (1)–(3) с начальными условиями (9) для каждого из алгоритмов (5)–(7) на множестве значений низшей парциальной частоты $\tilde{f}_1 \in (0,005 \div 0,05)$ Гц с шагом дискретности $\Delta \tilde{f}_1 = 0,005$ Гц позволяет сформировать массив данных

$$T^{\alpha_j}(\tilde{f}_1, L), \quad j = \overline{1, 3}, \quad i = 1, 2, \dots, \bar{i},$$

$$L = (P, PI, PD),$$

на основе которого компьютерным способом были построены три группы ($j = \overline{1, 3}$) графиков зависимости времени регулирования $T_{L=(P, PI, PD)}^{\alpha_j}$ от ва-

рьируемой низшей частоты упругих колебаний, объединенных по признаку принадлежности соответствующим (α_j) каналам гиросиловой стабилизации ДКА.

На рис. 2 для примера представлена одна из этих трех групп графиков, отображающая зависимость изменения времени регулирования для трех различных алгоритмов (5)–(7) гиросtabilизации ДКА в канале тангажа (α_3) при варьировании низшей парциальной частоты в диапазоне значений $\tilde{f}_1 \in (0,005 \div 0,05)$ Гц.

В остальных каналах гиросtabilизации (α_1, α_2) картина распределения соответствующих зависимостей $T_L^{\alpha_1}, 2(\tilde{f}_1)$ идентична представленной на рис. 2 и в количественном отношении незначительно отличается от нее.

Сформированные указанным образом графики $T_{L=(P, PI, PD)}^{\alpha_j}(\tilde{f}_1)$ оказались удобным инструментом для выявления особенностей динамики гиросtabilизации ДКА с варьруемой низшей частотой спектра упругих колебаний конструкции и для решения задачи сравнения качества управления (времени регулирования) в зависимости от типа используемого алгоритма $u_L^{\alpha_j}$.

Анализ результатов моделирования (частично представленных графиками, приведенными на рис. 2) позволил сделать следующие выводы.

Одна из особенностей динамики процессов гиросиловой стабилизации углового положения ДКА с инфранизкими частотами упругих колебаний конструкции заключается в существовании зави-

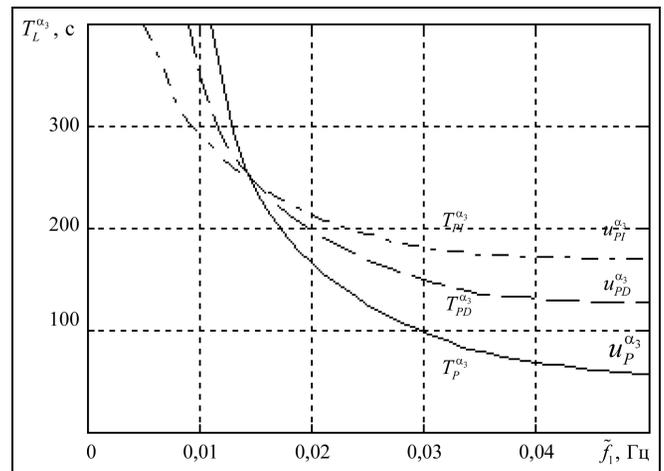


Рис. 2. Зависимость времени регулирования в канале тангажа от \tilde{f}_1 для различных алгоритмов гиросtabilизации



сящей от применяемого алгоритма границы \tilde{f}_{1L}^* , $L = (P, PI, PD)$, правее которой ($\tilde{f}_1 \geq \tilde{f}_{1L}^*$) время регулирования для рассматриваемого алгоритма управления гиродинами не зависит от значений спектральных частот колебаний конструкции. Это объясняется тем, что в указанной области $\tilde{f}_1 \geq \tilde{f}_{1L}^*$ относительно высокочастотные упругие колебания $q(t)$ демпфируются системой гиросtabilизации быстрее, чем заканчиваются переходные процессы по координатам α_j . В частности, из графиков $T_{L=(P, PI, PD)}^{\alpha_j}(\tilde{f}_1)$ на рис. 2 следует, что $\tilde{f}_{1P}^* \approx 0,05$ Гц, $\tilde{f}_{1PI}^* \approx \tilde{f}_{1PD}^* = 0,04$ Гц. Этот результат ($\tilde{f}_{1PI}^*, \tilde{f}_{1PD}^* < \tilde{f}_{1P}^*$) указывает на то, что в рассматриваемой низкочастотной области ПИ- и ПД-алгоритмы лучше демпфируют упругие колебания ДКА, чем П-алгоритм, хотя последний и обеспечивает меньшее время регулирования $T_P^{\alpha_j} < T_{PI}^{\alpha_j}, T_{PD}^{\alpha_j}$.

Левее границ \tilde{f}_{1L}^* , т. е. в области инфранизких частот ($\tilde{f}_1 < \tilde{f}_{1L}^*$), время регулирования $T_L^{\alpha_j}(\tilde{f}_1) \vee \tilde{f}_1 < \tilde{f}_{1L}^*$ становится резко возрастающей функцией даже при незначительном уменьшении частоты. В этом случае недостаточная определенность параметра \tilde{f}_1 при необходимости учета ограничения на время регулирования ($T_L^{\alpha_j} \leq \bar{T}$) позволяет сделать заключение, что в области инфранизких частот ($\tilde{f}_1 < \tilde{f}_{1L}^*$) ни один из рассматриваемых алгоритмов $u_{L=(P, PI, PD)}^{\alpha_3}$ не может гарантировать реализации требуемого качества управления.

Исследования также показали, что в рассматриваемой низкочастотной области упругих колебаний конструкции ($\tilde{f}_1 < \tilde{f}_{1L}^*$) при уменьшении варьируемой частоты может происходить смена в определении предпочтительного применения того или иного базового алгоритма по критерию времени регулирования. На рис. 2 подобный момент фиксируется точками пересечения графиков функций $T_L^{\alpha_3}(\tilde{f}_1)$ и при $\tilde{f}_1 \approx 0,014$, левее которых предпочтительным становится алгоритм $u_{PI}^{\alpha_3}$, обеспечивающий новое свойство $T_{PI}^{\alpha_3} < T_{PD}^{\alpha_3} < T_P^{\alpha_3}$.

При переходе к алгоритму $u_{PI}^{\alpha_3}$ должно учитываться наличие ограничения на время регулирования $T_L^{\alpha_3} \leq \bar{T}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Компьютерное моделирование динамики гиросилового управления крупногабаритными спутниками с инфранизкими частотами упругих колебаний конструкции при использовании трех типов (П, ПИ и ПД) базовых алгоритмов управления гиродинами выявило наличие областей в пространстве значений частот упругих колебаний, в которых наблюдается резкое увеличение времени регулирования по сравнению с процессами аналогового гиросилового управления в относительно высокочастотной области упругих колебаний ДКА.

В дальнейшем предполагается исследовать возможность привлечения предложенных ранее в работе [5] методов адаптивного управления для расширения области применимости рассмотренных алгоритмов гиросtabilизации ДКА в сторону еще более низких значений конструкционных частот объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сомов Е.И. Динамика многократной цифровой системы пространственной гиросиловой стабилизации упругого космического аппарата // Динамика и управление космическими объектами. — Новосибирск: Наука, Сиб. отделение, 1992. — С. 46—76.
2. Крутова И.Н., Суханов В.М. Динамика гиросиловой стабилизации крупногабаритных спутников при использовании настраиваемого ПД-алгоритма управления // Проблемы управления. — 2012. — № 5. — С. 74—80.
3. Рутковский В.Ю., Суханов В.М., Глузов В.М. Стабилизация низкочастотных колебаний конструкции крупногабаритного спутника с гиросиловым управлением // Автоматика и телемеханика. — 2013. — № 3. — С. 120—135.
4. Воронов А.А. Основы теории автоматического управления. Ч. 1. — М.-Л.: Энергия, 1965.
5. Крутова И.Н., Суханов В.М. Адаптивный алгоритм управления ориентацией крупногабаритных информационных спутников с изменяющимися параметрами // Проблемы управления. — 2011. — № 5. — С. 74—81.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Инесса Николаевна Крутова — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, ☎ (495) 334-87-79,

Виктор Миньонович Суханов — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, ☎ (495) 334-87-79, ✉ suhv@ipu.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ТЕОРИИ ИНТЕЛЛЕКТА НА ОСНОВЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ПСИХОЛОГИИ К.Г. ЮНГА¹

Г.Г. Воробьев, Л.Г. Дмитренко

Рассмотрены некоторые вопросы возможности построения теории интеллекта на основе аналитической психологии К.Г. Юнга. Показано, что психические функции, предложенные Юнгом, могут быть интерпретированы с применением хорошо формализуемых функций планирования, идентификации и передачи информации.

Ключевые слова: теория интеллекта, аналитическая психология, планирование, идентификация, передача информации.

ВВЕДЕНИЕ

В соответствии с методологией, устоявшейся к концу XX в. и до настоящего времени применяемой к интеллектуальным агентам, безразлично, искусственного или естественного происхождения, искусственный интеллект (ИИ) определяется в виде перечисления ряда отдельных его свойств [1—4]. В соответствии с этим полагается, что данные свойства должны и могут быть формально описаны с помощью подходящего математического инструмента, т. е. отображены в виде алгоритмов, а техническая система, в которой эти алгоритмы реализованы, не уступит в своих интеллектуальных возможностях человеку.

По нашему мнению, в основание теории ИИ не могут быть положены наборы отдельных свойств, как правило, взаимно слабо связанных, часто противоречивых, так как любое перечисление отдельных свойств всегда не полно. Также для целей создания оснований теории ИИ не пригодны такие частные продукты интеллектуальной деятельности человека, как кажущийся подходящим математический инструмент, эвристический алгоритм или теоретическая нейросеть, как имитация физиологии нервных тканей и др. Эти продукты

всегда специализированы для ограниченного применения и ни в коем случае не охватывают функциональных особенностей интеллектуальной деятельности человека в ее наблюдаемой полноте. Интеллект любого происхождения функционирует, и только в этом процессе могут проявляться его частные свойства.

Также мы полагаем, что не может существовать нескольких принципиально различных интеллектов, — интеллект, как свойство системы, или отсутствует, или наблюдается, как правило, в разных случаях в его разных аспектах, являясь, однако, всегда единым универсальным свойством любых интеллектуальных систем. В связи с этим, только «экспертный интеллект», только «коммуникационный», только «распознаватель» текстов или изображений или какой-либо иной, как отмечено в работе [5], интеллектом не является.

Вместе с этим, интеллектуальная деятельность человека, служащая «эталоном» проявления интеллекта, уже хорошо изучена психологией, применяющей, пусть неформальные, но весьма точные и глубоко взаимосвязанные описания этих проявлений. В этой связи представляется актуальной проблема исследования возможности построения теории интеллекта на основе известных психологических теорий, к чему, в качестве первого шага, предпринят настоящий анализ данной принципиальной возможности.

¹ Статья публикуется в порядке обсуждения.



Во всем настоящем анализе приняты и значимы начальные предположения:

— если психологическая теория основана на большом количестве реальных наблюдений интеллектуальной деятельности (человека) и прошла верификацию в профессиональных кругах, то данная теория корректно описывает эту деятельность;

— естественная интеллектуальная деятельность не связана с какими-либо вычислениями;

— система обрабатывающих информацию функций интеллекта единая в природе и действует независимо от структурной сложности организации информации;

— в процессах интеллектуальной деятельности реализуются одновременно все возможности обработки информации, независимо от того наблюдаемы они или не наблюдаемы.

1. ОБОСНОВАНИЕ ПОДХОДА К ПОСТРОЕНИЮ ТЕОРИИ ИНТЕЛЛЕКТА

В соответствии с изложенным во Введении, в качестве идеи для выработки новых принципов построения фундаментальной теории ИИ выбран «психологический» подход, весьма корректно представляющий сущность интеллекта со всеми его свойствами и особенностями, в данном случае, разумеется, в преломлении к технической, формальной теории искусственного интеллекта. Наиболее удобной для формализации и (или) алгоритмизации, выбрана «Аналитическая психология» К.Г. Юнга [6]. Эта теория предложена в 1923 г. на основе практических наблюдений разнообразных проявлений «живого» интеллекта — человеческого. Выработанное Юнгом определение интеллекта: «Интеллект — целенаправленное мышление».

При данных соображениях для описания интеллектуальной деятельности достаточно применения всего четырех психических функций и двух «модификаторов» их режимов. Данные функции суть «мышление», «чувствование», «ощущение» и «интуиция», модифицируемые «экстравертной» или «интровертной» установками. Неформальное исследование проявлений действия перечисленных функций показало, что для их реализации достаточно (это мнение «сегодняшнего дня») хорошо алгоритмизуемых функций «планирования», «идентификации» и передачи информации. Под «планированием» понимается поиск интеллектуальной системой последовательности сильно связанных (близких) ее состояний от начального к конечному — целевому (рассматривается в § 3). Под «идентификацией» понимается установление большего или меньшего фактического соответствия ка-

кого-либо объекта, относящегося к внешней среде интеллектуальной системы или к ее собственному состоянию, объекту, уже имеющемуся в базе знаний этой системы. Под передачей информации понимается передача образов от их источников (рецепторы, база знаний) к месту их назначения (эффекторы, база знаний и пр.).

Определения отношений близости, а также соседства состояний (также образов) подобно определению непрерывности, данному А. Пуанкаре [7] для непрерывности пространства. Символу « \equiv » (равенство в кавычках) придадим здесь смысл практического отсутствия различия объектов слева и справа от него. Это, в некотором смысле, подобно «равенству» двух чисел в цифровых компьютерах с конечной разрядной сеткой, где содержимое значимых разрядов может совпадать, но части чисел, которые должны были бы выйти за пределы разрядности, могут оказаться различными. Теперь определение отношений близости и соседства запишем в виде: состояния D , F соседние, а D , E и E , F попарно близкие, если $D \equiv E$, $E \equiv F$, но $D \neq F$ (транзитивность не выполняется). Из этого: если попарно D , E и E , F практически не различимы, то D и F явно различны.

Применяя понятие состояния интеллектуальной системы, будем полагать, что любое ее мгновенное состояние имеет внутреннее отображение в виде хорошо структурированного «поля образов» его функций (см. выше), т. е. образы (как информация) функций интеллекта составляют состояние интеллектуальной системы, и каждый образ есть элемент «поля образов». Понятие образа функции интеллекта близко к математическому понятию образа функции, но, так как функция интеллекта, в отличие от формальной, не является однозначной и детерминированной (т. е. зависит от времени и психофизического состояния носителя интеллекта), то здесь мы пользуемся только некоторой аналогией, предполагая, что организация и представление информации в интеллектуальной системе могут не совпадать с принятыми в формализованных технических системах.

Рассмотрим подробней сущность психических функций — неформальных функций переработки информации в интеллектуальных системах. Каждая психическая функция сопоставлена Юнгом соответствующему процессу. Однако невозможно рассматривать такие процессы как элементарные — фундаментальные, так как процессы разных психических функций обладают общими свойствами, которые можно отнести к действию одних и тех же более простых, более формальных, соответствен-

но, фундаментальных функций. Ранее эти функции были определены как планирование, идентификация и передача информации.

2. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ И АНАЛИЗ ПСИХИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ ОЩУЩЕНИЯ

Функцией ощущения осуществляется восприятие состояния внешней среды и (или) собственного состояния (любого живого объекта, в частности, человека), выявляются отдельные объекты в информации, получаемой от рецепторной системы, а также объекты из множества имеющихся в памяти. Функция ощущения, описанная Юнгом, отождествлена им с функцией ввода информации — простой передачей образов [6], восприятием текущего мгновенного состояния внешней среды в экстравертной модификации или собственного состояния — в интровертной. Ощущение работает по принципу «здесь и сейчас», а поэтому всегда активно уже в силу того, что внешняя среда постоянно воздействует на органы чувств. Этим функция ощущения принципиально отличается от интуиции, которая в настоящее время также считается функцией ввода информации. Это мнение многих современных авторов не совпадает с указанием Юнга, что интуиция «подает готовые решения» и уже поэтому не может быть какой-либо функцией ввода информации. В дальнейшем будет показано различие ощущения и интуиции, при том, что обе они определены Юнгом как взаимно конкурирующие.

Вместе с этим, только ввод информации, т. е. «простая передача образов», недостаточен для ее обработки в процессах мышления, чувствования и интуиции, так как, например, мышлением, целенаправленным по определению, не может обрабатываться какая-то неконкретная информация, полученная от рецепторов. Также только выполнением ввода невозможна выборка и передача к обработке не заданного конкретно образа из базы знаний. Следовательно, функцией ощущения не только выполняется простая передача образов, но и их идентификация, причем, можно утверждать, что и передача образов, и идентификация выполняются на нескольких логических уровнях. На низшем уровне в результате идентификации запускаются или могут запускаться рефлексy, и поэтому результат идентификации есть, фактически, только некоторый (подходящий к случаю) сигнал — образ состояния рецепторов — аффект. На среднем уровне в результате идентификации получается образ совокупности аффектов (возможно, и только одного), чем могут запускаться инстинкты.

Такой совокупный образ включает в себя не только собственно образ рецепируемого объекта, но и его атрибуты (цвет, запах, особенности формы и пр., соответственно особенностям органов чувств, а также связанные с данным образом в базе знаний). На верхнем уровне идентификация совокупностей аффектов есть получение сложного образа, даже, в некотором смысле, осознание данных аффектов, однако без выработки к ним осознанного отношения, для получения которого требуется действие функции чувствования — выработки отношения между полученным образом и текущим состоянием активной функции.

Юнг не рассматривал многоуровневую организацию действия психических функций и поэтому относил действие этих функций ко всей психике. Однако исследование действия и взаимосвязей этих функций на разных уровнях позволяет строить более или менее сложные модели интеллекта: простейшего — от бактерий до земноводных и рептилий, более сложного — птиц, млекопитающих и т. д. В этой же связи заметим, что для синтеза логически полной модели интеллекта требуется существование еще одного — высшего уровня — замещающего словесного (вербального), функциональные особенности которого здесь не рассматриваются.

Так как функция ощущения в такой модели действует «непрерывно снизу доверху», то совокупный результат ее действия является эмоцией. В работе [8] эмоция понимается как совокупность образов ощущения и чувствования на среднем и верхнем уровнях (аффекты и их осознание). Однако, если принять во внимание, что действиями, например, рефлексов всякое аффективное или (и) разумное поведение подавляется или значительно искажается, то в этом усматривается сильнейшее влияние функции ощущения с низшего уровня на высокоуровневые интеллектуальные процессы. Наличие функции ощущения на низшем уровне подтверждается, например, поведением бактерий, реагирующих на условия внешней среды.

3. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ И АНАЛИЗ ПСИХИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ МЫШЛЕНИЯ И ЧУВСТВОВАНИЯ

Функции чувствования и мышления определены Юнгом как конкурирующие. Чем сильнее действие одной, тем более подчинена (подавлена) другая, однако абсолютное отсутствие одной из них невозможно. Основанием для «конкуренции» может быть только то, что одна из функций оперирует с образами собственно объектов, а другая —



с образами атрибутов этих объектов. Очевидно, что атрибуты какого-либо объекта, вообще говоря, однозначно связаны с этим объектом (например, как в детских загадках), а поэтому оперирование образом объекта равноценно оперированию образами его атрибутов. Логично предположить, что с образами объектов работает функция мышления, а с образами его атрибутов — функция чувствования.

Назначение функции чувствования [6] заключается в выработке индивидуумом качественных оценок предметов, процессов, состояний — «желательно», «пригодно», «нежелательно», «непригодно» и т. п. — как отношений индивида к текущей данности из внешней среды или к имеющимся актуальным содержаниям памяти (заметим, что такие отношения представляются утверждениями). Юнг полагал, что функция чувствования обеспечивает индивиду «приспособление к данности», отражаемой, в конечном итоге, базой знаний.

В процессе мышления [6] вырабатываются интеллектуальные выводы (утверждения), суждения, обнаруживаются зависимости, формируются знания (в том числе, не соответствующие реальности), вырабатываются планы, к проблемам определяются цели без анализа средств и путей их достижения, выявляются новые факты и концепции разрозненного материала и т. д. Мышление пользуется фактическим материалом, получаемым от осязательной функции, и (или) общезначимыми или самостоятельно выработанными идеями.

Из данных кратких описаний функций чувствования и мышления видны их и принципиальная взаимная дополняемость, и взаимосвязанная деятельность, так как за исключением случаев абстрактного мышления (также и чувствования), не имеют решающего смысла ни объект без его атрибутов, ни атрибуты, не относящиеся к какому-то конкретному объекту (здесь мы говорим о «решающем смысле», имеющем место в обыденной интеллектуальной деятельности).

В соответствии с их описаниями, обе функции выявляют последовательности (цепочки) соседних или близких состояний между некоторыми начальным и конечным — целевыми состояниями. Обе функции могут действовать, только когда имеются и начальное, и конечное состояния, так как мышление не может быть не целенаправленным, а чувствованию требуется конкретный образец состояния, к которому вырабатывается отношение. Конечное состояние, как правило, слабо атрибутировано. Начальное состояние хорошо атрибутировано, только если оно является текущим. *Обеими функциями вырабатываются утверждения или формируются вопросы.* Можно говорить, что вопрос есть формулировка какой-либо проблемы, не-

зависимо от того, к чему она относится, содержащей и начальное состояние, и целевое. Так как обе функции работают с двумя состояниями одновременно, то определение требуемой последовательности идет одновременно в двух равноценных направлениях, так как выбор направления от первого состояния ко второму или наоборот не имеет значения.

С позиции алгоритмизации процесса мышления для программно управляемых компьютеров последовательного действия определение искомой последовательности состояний может заключаться в итеративном поиске с применением идентификации в базе знаний для любой пары соседних состояний некоторого состояния «достаточно близкого» к обоим состояниям данной пары. Полученное состояние включается в цепочку на свое место с образованием двух новых пар. И так для всех получающихся пар, до тех пор, когда все состояния полученной последовательности не окажутся максимально близкими.

Рассматривая подробно общность и различие функций мышления и чувствования, найдем, что именно чувствование может указать мышлению на сходство или (и) различие похожих объектов или состояний по их атрибутам. Таким обращением к функции чувствования определяется способность мышления к классификации, выявлению новых фактов, концепций и т. п. Основное же действие и мышления, и чувствования состоит в определении последовательности близких состояний от начального к конечному — планирование. Так как реализуемый план, по определению, обладает свойством «обязательности» выполнения, то любое (динамическое) отклонение от плана обнаруживается именно функцией чувствования, и если отклонение таково, что план требует коррекции — перестраивания, то в действие вступает вновь функция мышления.

4. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ И АНАЛИЗ ПСИХИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ ИНТУИЦИИ

Функция интуиции «выявляет возможности» [6]. Это возможные состояния или возможные эволюции собственного состояния или состояния внешней среды, достижимые от фактически имеющих текущих или предполагаемых. Функция интуиции не осуществляет ввод информации, как это полагается многими авторами. *Интуиция ищет и (или) находит ответы на вопросы:* как может измениться состояние внешней среды, как может измениться состояние субъекта, как может измениться состояние объекта, что это такое и т. д.?

Вопросы появляются в результате действия функций мышления и чувствования. Так, можно говорить, что интуиция заключается в итеративной (цепной, «сквозной») идентификации текущих активных содержаний в предметных рамках и контексте до тех пор, пока результат идентификации не окажется максимально приближенным к предмету вопроса (проблемы). Так как незавершенная цепочка идентификаций — процесс интуитивного поиска не имеет какого-либо приемлемого результата, то у внешнего наблюдателя создается впечатление, что этот процесс бессознательный. Но этот процесс всего лишь ненаблюдаемый и, следовательно, неконтролируемый.

Теперь вопрос о смысле «конкуренции» функций ощущения и интуиции решается соображением, что цепочка идентификаций может состоять из одного акта или нескольких, или многих. При ощущении эта цепочка коротка, при интуиции достаточно длинная настолько, что «исчезает значимость» ее причины. Таким образом, можно говорить, что процессы ощущения и интуиции различаются только их наблюдаемыми проявлениями, а, следовательно, граница между ними, если это необходимо для теории или практических приложений, может быть установлена только условная. На низшем уровне интуиция эквивалентна ощущению и поэтому проявляется в виде рефлексов, на среднем уровне — в виде инстинктов и автоматизма действий (поведения) и т. д.

Описывая интуицию, Юнг привел в качестве ее наиболее яркого проявления пример, что человек, с выраженной функцией интуиции, с энтузиазмом начинает дела, но, как только их подготовка и налаживание завершены, бросает их и принимается за что-то следующее. Очевидно, что любое дело, готовое к продолжению и развитию, имеет под собой хорошо проработанный план, но вопросов, требующих разрешения, в нем нет...

5. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ И АНАЛИЗ ЭКСТРАВЕРСИИ И ИНТРОВЕРСИИ

Рассмотрим подробнее модификации психических функций — экстраверсию и интроверсию. В режиме экстраверсии любая психическая функция ориентируется на состояние внешней среды и, вообще, на всякую объективную данность. В режиме интроверсии значимыми для любой психической функции становятся содержания базы знаний, которые могут соответствовать реальности, но, если эти содержания получены в результате предыдущей интеллектуальной деятельности, то их объективность может вызывать сомнения. Так,

например, экстравертированная функция ощущения передает идентифицированные образы, непосредственно соответствующие состояниям рецепторов, но если ощущение интровертировано, то объективная информация есть только повод к применению и передаче соответствующих субъективных образов, имеющихся в базе знаний.

Так как в парах функций «мышление — чувствование» и «ощущение — интуиция» установлена достаточно жесткая конкуренция, то наблюдаемые проявления действия этих функций по значимости не одинаковы. Одна из них проявляется наиболее часто — ведущая, другие реже — вспомогательные, а конкурирующая с ведущей — подчиненная — крайне редко. В этой связи установленный Юнгом феномен заключается в том, что если ведущая функция экстравертирована, то остальные интровертированы и наоборот, если ведущая функция интровертирована, то остальные экстравертированы. С позиций проводимого здесь анализа, в этом заключении содержится парадокс, так как, например, логично предполагать, что, например, после интровертного ощущения остальные функции, обрабатывающие полученные образы, также должны быть интровертированы. Как может функция, ориентированная на обработку объективной информации, получать для своего действия нечто субъективное?

Данный парадокс получает разрешение, если предположить, что параллельно идут два процесса обработки и объективной, и субъективной информации. В соответствии с этим, как и в случае рассмотренного ранее эффекта ненаблюдаемости интуитивного процесса, действие психических функций в процессе, режим которого (экстравертный или интровертный) определен ведущей функцией, также и по такой же причине наблюдаться не может. Таким образом, наблюдаемые «противоположные» к режиму ведущей функции проявления действия вспомогательных и подчиненной функций есть некоторые проявления вспомогательных процессов интеллекта.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ: ВЫВОДЫ

- Как природный феномен, интеллект является универсальным свойством живых существ, образующим иерархически усложняющееся множество его возможностей и качеств в соответствии со сложностью структур организмов и нервных систем живых существ.
- Теория интеллекта и, в частности, искусственного, характеризуемого, например, только специфическими ограничениями широты обраба-



тываемой проблематики, может быть построена на идеологической основе аналитической психологии К.Г. Юнга.

- Психические функции «мышления», «чувствования», «ощущения» и «интуиции» вместе с их экстравертной и интровертной модификациями, предложенные К.Г. Юнгом, не являются фундаментальными с технической позиции и поэтому неудобны для создания формальной теории интеллекта (также и искусственного интеллекта). Однако с использованием хорошо алгоритмизуемых функций «планирования», «идентификации» и передачи информации можно попытаться определить смысл и синтезировать алгоритмы психических функций, определить смысл ряда наблюдаемых особенностей различных психических (интеллектуальных) процессов, в том числе, при их совместном протекании.
- На основании предложенного подхода к анализу и предложенных интерпретаций действия психических функций можно утверждать, что интеллект — это свойство системы, выражающееся в способности выявлять различные проблемы, определять цели и синтезировать планы их достижения.
- В настоящем исследовании показана принципиальная возможность создания универсальной теории интеллекта (также и искусственного интеллекта), однако собственно теория требует специальной проработки в плане конкретизаций алгоритмов, организации информации в интеллектуальной системе (в частности, особенностей базы знаний), а также, для систем ис-

кусственного интеллекта, — определения их «психологических типов» и «этических норм», ограничений проблематики и решения иных специальных вопросов, включающих в себя проверку соответствия получаемой теории известным примерам действия высоко организованного интеллекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рассел С., Норвиг П.* Искусственный интеллект. Современный подход. — М.: Вильямс, 2006.
2. *Интеллектуальные роботы / И.А. Каляев и др.* — М.: Машиностроение, 2007.
3. *Хокинс Дж., Блейкли С.* Об интеллекте. — М.: Вильямс, 2007.
4. *Жданов А.А.* Автономный искусственный интеллект. — М.: Бином Лаб. знаний, 2009.
5. *Интеллектуальное управление динамическими системами / Васильев С.Н. и др.* — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000.
6. *Юнг К.Г.* Психологические типы. — М.: Прогресс-Универс, 1995.
7. *Пуанкаре А.* О науке. — М.: Наука, 1983.
8. *Фон-Франц М.-Л., Хиллман Дж.* Лекции по юнговской типологии. Подчиненная функция. Чувствующая функция. — СПб.: Б.С.К., 1998.

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.П. Кузнецовым.

Георгий Георгиевич Воробьев — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник,

Лариса Григорьевна Дмитренко — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-88-70, ✉ ldmit@ipu.ru.

Содержание сборника "Управление большими системами", вып. 43

- ✓ **Губанов Д.А., Макаренко А.В., Новиков Д.А.** Методы анализа терминологической структуры предметной области (на примере методологии)
- ✓ **Жулякова Л.Ю.** Эргодические циклические ресурсные сети. I. Колебания и равновесные состояния при малых ресурсах
- ✓ **Чеботарев П.Ю., Агаев Р.П.** Об асимптотике в моделях консенсуса
- ✓ **Панюков А.В., Голодов В.А.** Программная реализация алгоритма решения системы линейных алгебраических уравнений с интервальной неопределенностью в исходных данных
- ✓ **Поздняев В.В.** Атомная оптимизация, часть 2: многомерные задачи и полиномиальные матричные неравенства
- ✓ **Жучков Р.Н.** Стабилизирующее сетевое управление линейными дискретными объектами с использованием банков сенсоров и исполнительных устройств
- ✓ **Заикин О.С., Семенов А.А., Посыпкин М.А.** Процедуры построения декомпозиционных множеств для распределенного решения SAT-задач в проекте добровольных вычислений SAT@HOME
- ✓ **Тарков М.С.** Об эффективности построения гамильтоновых циклов в графах распределенных вычислительных систем рекуррентными нейронными сетями
- ✓ **Алгазин Г.И., Алгазина Д.Г.** Моделирование сетевого взаимодействия на конкурентных рынках
- ✓ **Базенков Н.И.** Динамика двойных наилучших ответов в игре формирования топологии беспроводной ad hoc сети
 - ✓ **Шаров В.Д.** Применение байесовского подхода для уточнения вероятностей событий в автоматизированной системе прогнозирования и предотвращения авиационных происшествий
 - ✓ **Туфанов И.Е., Щербатюк А.Ф.** Об алгоритмах высокоточного измерения параметров водной среды, основанных на использовании группы АНПА
 - ✓ **Знаменский С.В.** Архитектура распределенной памяти для изменчивой компьютерной среды

<http://ubs.mtas.ru>



CONTENTS & ABSTRACTS

PLASMA POSITION, SHAPE AND CURRENT CONTROL SYSTEMS IN T-15 TOKAMAK. 2

S.M. Zenkov, Y.V. Mitrishkin, E.K. Fokina

The paper considers issues of development and mathematical modeling of plasma position, shape and current magnetic control systems in T-15 tokamak. Two magnetic plasma control systems are considered: the two-cascade system with control channel decoupling, MIMO H_∞ -controller at plasma vertical position pulse stabilization via the PWM element; and the control system based on state vector estimation in discrete time with state observer in the feedback loop. The operation of the second system is considered in two cases: with and without plasma vertical instability suppression loop.

Keywords: plasma, tokamak, feedback, control channel decoupling, H_∞ robust control systems, state observer, observer-based compensators, pole placement, linear-quadratic regulator.

ROBUST STABILITY OF DISCRETE CONTROL SYSTEMS WITH PERIODIC INTERVAL CONSTRAINTS 11

M.V. Morozov

Linear nonstationary discrete control systems with periodic interval constraints on the elements of system matrix are considered. The sufficient conditions for their robust stability are derived using the method of comparison with Lyapunov vector function of a special type. They are shown to be not only sufficient, but also necessary conditions if additional constraints are introduced. The results are generalized for the case of linear control systems with multifaceted periodic constraints.

Keywords: linear nonstationary discrete control system, periodic interval constraints, Lyapunov vector function, robust stability conditions, multifaceted periodic constraints.

INTERVAL ESTIMATION OF PROBABILITY IN THE PRESENCE OF INDISTINGUISHABILITY 16

L.A. Gusev

The paper describes the problem of constructing interval estimates for unknown probability if there are indistinguishable results of experiments. Several techniques of solving this problem are proposed.

Keywords: confidence interval, indistinguishable set, probabilistic interpretation of indistinguishability.

REGRESSION ESTIMATION (MASS APPRAISAL) IN CASES WHEN DEPENDENT VARIABLE CONTAINS AN UNOBSERVABLE PART 23

E.K. Kornoushenko

A new approach to mass appraisal in cases when dependent variable contains an unobservable part (due to market immaturity) is proposed. The approach includes several important stages: a) construction of two models with required assessment quality and defined on the respective non-overlapping sets (classes); b) classification of assessed objects; and c) selection of appropriate model to assess each object. The approach allows to better use the market information and improves the quality of mass appraisal.

Keywords: regression model, d -vicinity, classification, accuracy, reliability, mass appraisal.

ISSUES OF INVESTMENTS MANAGEMENT. FR-INVEST SOFTWARE PACKAGE 32

V.K. Akiniev, A.D. Tsvirkun

Problems of enterprise investment activity management and estimation of investment projects efficiency are considered. The methodology of construction of industrial-financial models is considered; review of the software used for their construction is presented. Analysis of development of software package family FR-INVEST developed in Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences is provided.

Keywords: management of investments, planning and working out of business plans of investment projects, FR-INVEST software package.

PROBLEM OF SYNTHESIS OF OPTIMAL REAL TIME DATA PROCESSING MODULAR SYSTEM WITH «CLIENT — SERVER» ARCHITECTURE. 41

S.A. Kosjachenko, S.S. Kovalovsky, S.K. Somov

The paper considers the problem of synthesis of optimal real time data processing modular system with «Client — Server» architecture on the basis of a computer network. The problem solution has the following features: to determine the response time of the system to the request the one have to take into account request delivery time from the user's computer («Client») to the «Server»; messages exchange time between «Client» and «Server» depends on the bandwidth of data channels and network traffic.

Keywords: data, system, computer network.

PERFORMANCE EVALUATION OF THE HIGH-SPEED WIRELESS TANDEM NETWORK USING CENTIMETER AND MILLIMETER-WAVE CHANNELS 50

V.M. Vishnevsky, A.A. Larionov, O.V. Semenova

The method of estimation of broadband wireless network performance in road safety control systems is considered. The paper proposes and analyzes the model of tandem queuing network with correlated input and cross-traffic which adequately describes data transmission on the wireless channels using E-band millimeter waves and IEEE 802.11n channels. The algorithm to calculate the network performance characteristics is developed.

Keywords: road safety control automated system, multiphase stochastic model, MAP-input from RFID-readers and radars.

THE ROLE OF ENVIRONMENTAL HETEROGENEITY IN THE CONTROL OF IXODES TICKS POPULATION NUMBER: CELLULAR AUTOMATA MODEL 57

O.A. Vshivkova, A.S. Komarov, P.V. Frolov, R.G. Khebroprosv

The problems of mathematical modeling of ixodes ticks population dynamics in ecosystems of the middle latitudes are considered. Characteristics of ixodes ticks populations spread in the ecosystems are investigated in the qualitative aspect. The cellular automata simulation model of ixodes ticks number dynamics is developed. This model allows investigating the effects of various environmental factors on the rate of population growth and dynamics of ixodes ticks distribution.

Ключевые слова: mathematical model, cellular automata, population dynamics, ixodes tick.

USE OF ON-BOARD MODEL OF AIRLINER TO EVALUATE CAPABILITY AND SAFETY OF TRAJECTORIES 64

B.S. Aleshin, S.G. Bazhenov, V.G. Lebedev, E.L. Kulida

A method is proposed for on-board evaluation of capability and safety of flight trajectories of civil airliner, generated to resolve terrain conflicts. An on-board mathematical model of airplane is used for flight simulation. Parallel simulation of flights along various trajectories is used due to necessity to get results of trajectories evaluation with rate faster than real time operation. It is proposed to develop this technique for implementation in integrated monitoring and flight safety on-board system to provide pilots by integrated vision of flight situation and generate warnings and recommendations to prevent its dangerous evolution.

Keywords: flight safety, terrain, CFIT, flight envelope, control system, recommended trajectory, flight correction, on-board model, conflict detection and resolution.

IMPROVEMENT OF PROPELLANT FLOW CONTROL LAUNCHING VEHICLE «SOUZ-2» FOR ENSURING INCREASE OF ENVIRONMENTAL FRIENDLINESS OF THEIR OPERATION. 72

A.Ya. Andrienko, E.I. Tropova, A.I. Chadaev

Principles of improvement of launching vehicle «Souz-2» propellant flow control, providing increase of environmental friendliness of their operation by reducing the rest of ecologically unsuccessful component of fuel in launching vehicle tanks are proposed.

Keywords: propellant-consumption control, environmental friendliness of operation, drop of the remains of fuel.

THE COMPARATIVE ANALYSIS OF FEATURES OF GYRO-FORCE CONTROL OF LARGE-SCALE SPACECRAFTS FOR THREE ALGORITHM TYPES 76

I.N. Krutova, V.M. Sukhanov

Some results of computer modeling of a flexible spacecraft dynamics with low-frequency elastic oscillations of construction are presented. Three types of algorithms for gyro-force control of the spacecraft are considered: proportional, proportional-differential, and proportional-integrated. Areas of preferable use of these control algorithms (by criterion of control time minimum) are determined at change of the lowest frequency of construction elastic oscillations.

Keywords: flexible spacecraft, computer modeling, algorithms, gyro-force attitude control.

FEASIBILITY ANALYSIS OF CONSTRUCTION OF INTELLIGENCE THEORY ON THE BASIS OF K.G. JOUNG'S ANALYTICAL PSYCHOLOGY 82

G.G. Vorobjev, L.G. Dmitrenko

Some problems of feasibility of construction of intelligence theory on the basis of K.G. Joun's Analytical psychology are considered. The paper shows that mental functions offered by Young, can be interpreted with application of well formalizable functions of planning, identification, and information transfer.

Keywords: theory of intelligence, analytical psychology, planning, identification, information transfer.

